

# حرکت و تغییر شکل قطره مایع در جریان آرام گاز

محمد حسن رحیمیان\* و محمد فرشچی\*

دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۷۵/۵/۲۰ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۶/۱/۱۹)

چکیده - آنچه در این مقاله بررسی می شود روش عددی دقیقی برای حل جریان دو فازی گاز-مایع است. فاز مایع به صورت یک قطره در نظر گرفته شده و علاوه بر میدان جریان گاز خارجی، جریان داخل قطره نیز حل می شود. برای تحلیل این جریان از شبکه یکنواخت استفاده شده و میدان جریان بدون تبدیل مختصات حل می شود. انتقال سرعت و فشار از میدان گازی به میدان مایع توسط تعادل تنش در سطح قطره صورت می گیرد. روش حل ضمنی و دو مرحله ای است. در مرحله اول با حل معادله اندازه حرکت، سرعت در تمام نقاط پیش بینی شده و در مرحله دوم با استفاده از سرعتهای پیش بینی شده مقادیر سرعت و فشار تصحیح می شوند. برای نشان دادن دقت کلی روش حل عددی، جریان در داخل حفره و جریان با وجود استوانه جامد ارائه می شود. سپس نتایج حل میدان دو فازی شامل حرکت و تغییر شکل یک قطره مایع دو بعدی در جریان گاز بررسی و با نتایج تجربی مقایسه می شود. عدد رینولدز گاز و عدد وبر در تغییر شکل موثرند، لیکن عدد رینولدز مایع و نسبت چگالیها اثر چندانی ندارند.

## Dynamics and Deformation of a Liquid Droplet in a Convective Two-Dimensional Laminar Flow

M. H. Rahimian and M. Farshchi

Faculty of Engineering University of Tehran

Mechanical Engineering Department, Sharif University of Technology

**ABSTRACT-** *The objective of this research is to develop an accurate numerical method to be used in showing the deformation of a liquid fuel droplet in a convective field. To simultaneously solve the internal liquid*

\* استادیار

استقلال، سال ۱۶، شماره ۲، اسفند ۱۳۷۶

*droplet flow field as well as the external gas phase flow field, a nonstaggered rectangular grid system without any coordinate transformation is used. Transition from the gas field to the liquid field is performed through consistent balancing of kinematic and dynamic conditions at the liquid-gas interface. An implicit fractional step-type method is used to capture pressure and velocity field with proper coupling at low Mach number limit. To show the accuracy of the method, the solution of the driven cavity flow and flow over a solid cylinder is presented. Next, two phase flow field solution of moving and deforming droplet in a gaseous surrounding, with appropriate surface tracking, is presented. While gas Reynolds number and Weber number are shown to play an important role in droplet deformation, liquid Reynolds number and density ratio have no significant effect.*

#### ۱- مقدمه

مطالعه رفتار قطره مایع یا حباب گاز در داخل سیالی دیگر مسئله‌ای اساسی در علم مکانیک سیالات است که کاربردهای فراوان دارد. به دست آوردن مشخصات سیال با مواد معلق، مخلوطهای مایع و جریانهای دو فازی شامل اسپریها و جریانهای مایع همراه با حبابهای گاز را می‌توان از جمله کاربردهای آن در مهندسی دانست. مطالعه تغییر شکل قطره و حباب می‌تواند به دید کلی برای حرکت سیالات با سطح آزاد و یا فصل مشترک دو سیال ناهمگون منتج شود. مطالعه جریان در اطراف و داخل قطره ما را به درک مکانیزم انتقال گرما و اندازه حرکت ذرات در اطراف قطره رهنمون می‌سازد. با این مطالعات می‌توان نرخ واکنشهای شیمیایی و یا ترکیب و ایجاد پلیمرها را پیش بینی کرد. به علاوه رفتار قطره می‌تواند به عنوان مدلی برای ذرات پیچیده تر مانند کپسولها با پوسته‌های کشسان و یا گلبولهای قرمز به کار رود.

مطالعه حاضر بر روی دو رشته از مطالعات گذشته استوار است. در قسمت اول فقط حرکت و تغییر شکل قطره در سیال دیگری بررسی شده است و کاربرد آن بیشتر در مهندسی شیمی است که در نظر دارد مشخصات سیال با وجود قطرات نامتجانس را به دست آورد و یا شکل قطره را برای مشاهده چگونگی ساخته شدن پلیمرها و یا حرکت کپسولها با پوسته‌های کشسان را ملاحظه کند. در قسمت دوم کاربرد حرکت قطره برای شبیه سازی احتراق اسپریهاست. لذا این دسته از پژوهشگران قطره را به صورت کروی در نظر گرفته و فقط جریان در داخل و اطراف آن را تحلیل کرده‌اند. این مقاله در نظر دارد علاوه بر حرکت و تغییر شکل قطره، تحلیل جریان در اطراف آن را با حل کامل معادله‌های ناویراستوکس به دست آورد.

در رشته اول، مطالعات موجود تا سال ۱۹۷۸ در یک اثر به نام

حباب قطره و ذرات [۱] گردآوری شده است. مطالب ارائه شده در این کتاب نوعاً تحلیلی و تجربی است و کارهای عددی در آن کمتر دیده می‌شود. مطالعات اخیر تا سال ۱۹۸۴ توسط رالیسن [۲] برحسب نوع جریان جمع‌آوری و طبق بندی شده است. بنتلی و لیل [۳] یک سری تحقیقات تجربی در خصوص رفتار قطره معلق در داخل جریان خطی انجام داده‌اند. مشخصه جریان خارج از قطره، پارامتر  $\alpha$  بود که  $\alpha = 1$  جریان کامل کششی  $\alpha = 0$  و  $\alpha = 0$  جریان برشی ساده  $\alpha = 1$  را مدل می‌کرد. بنتلی و لیل جریان در محدوده  $0 < \alpha < 1$  را تجربه و محاسبه کرده‌اند. در عملیات محاسباتی در محدوده تغییر شکل کم، با استفاده از نظریه اغتشاشی<sup>۳</sup> و در محدوده تغییر شکل زیاد با استفاده از فرض جسم نازک، تغییر شکل قطره را مشاهده و با نتایج تجربی مقایسه کردند. کندی و همکاران [۴] جریان کاملاً برشی یعنی  $\alpha = 0$  را با استفاده از روش المان مرزی<sup>۴</sup> تحلیل کرده‌اند. آنان تغییر شکل قطره مایع در داخل جریان برشی ساده استوکس را ارائه دادند. این تحقیقات نشان داده است که مقداری بحرانی برای نسبت لزجت قطره و سیال اطراف وجود دارد که بیشتر از این مقدار بحرانی قطره دراز شده و تغییر شکل آن از کشش سطحی مستقل خواهد شد. به این معنا که قطرات با لزجت بالا در جریان برشی تغییر شکل زیادی نخواهند داد و برعکس با کم شدن کشش سطحی و یا لزجت قطره تغییر شکل آن زیاد شده و بالاخره خواهد شکست. ریسکین و لیل [۵] مطالعات نسبتاً جامعی در خصوص حرکت حباب با استفاده از روش اختلاف محدود و مختصات منطبق بر مرز انجام دادند. آنان از لزجت و چگالی گاز در مقابل لزجت و چگالی مایع صرف نظر کرده و میدان جریان مایع اطراف را با استفاده از روش گردابه و خط جریان حل کردند. حل نهایی که با یک فرایند تکراری به دست می‌آید، بدین صورت است که

$$\text{Re}_g = \frac{\rho_g U_{\text{ref}} d}{\mu_g} \quad \text{We} = \frac{\rho_l U_{\text{ref}}^2 d}{\gamma \sigma}$$

$$\text{Re}_l = \frac{\rho_l U_{\text{ref}} d}{\mu_l} \quad \rho^* = \frac{\rho_g}{\rho_l}$$

$U_{\text{ref}}$  سرعت ورودی گاز،  $d$  قطر قطره و  $\sigma$  کشش سطحی است.

## ۲- معادله‌های حاکم

معادله‌های حاکم در این روش به صورت حجم کنترل نوشته و حل می‌شوند. در میدان دو بعدی و در دستگاه کارتزین دو معادله اندازه حرکت و یک معادله پیوستگی خواهیم داشت. این معادله‌ها پس از ساده و بی بعد کردن با فرض ثابت بودن چگالی و لزجت به صورت زیر در می‌آیند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

برای جریانهای دو فازی گاز-مایع، با توجه به وجود کشش سطحی، فشار درون مایع برحسب شعاع سطح مایع تغییر کرده و به دست آوردن این فشار ضروری است. برای این منظور با به دست آوردن انحنای سطح و کشش سطحی و با داشتن فشار گاز خارجی، فشار سطح قطره محاسبه شده و فشار درون قطره از معادله زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \gamma \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4)$$

## ۳- روش عددی

غالب روشهایی که برای حل معادله‌های جریان تراکم پذیر با عدد ماخ پایین به کار رفته اند، یک معادله پیوستگی برای فشار دینامیکی با استفاده از معادله پیوستگی به دست می‌آوردند. روش سیمپل و خانواده آن [۱۳] از این روش استفاده کرده‌اند. روش به کار رفته در این مقاله نیز از این امر مستثنی نیست. زیرا معادله اندازه

تنشهای عمودی حاصل برروی سطح حباب، شکل مرحله بعدی آن را تعیین می‌کند و پس از یک سری تکرار شکل نهایی اش به دست می‌آید. در کلیه مطالعات بالا که حرکت قطره را شبیه سازی کرده‌اند، به علت مشکلات عددی از اثر اینرسی صرف نظر شده است و در تحقیقات ریسکین و لیل نیز علاوه بر اینکه حالت دائمی حرکت حباب را بررسی کرده‌اند از اثرات جریان در داخل حباب صرف نظر شده است.

در حوزه دوم، مقالات متعددی در خصوص تحلیل جریان در اطراف و داخل قطره و نهایتاً احتراق آن منتشر شده است. به طوری که تا سال ۱۹۸۳ دوره‌های متعددی [۶-۹] از مجموعه تحقیقات فوق در مجلات معتبر به چاپ رسیده است. در این مقالات از اثرات جابه‌جایی محیط صرف نظر شده است و یا اینکه اثرات میدان جابه‌جایی فقط به صورت روابط تجربی ارائه شده است. در سال ۱۹۸۶ یک سری مقاله توسط آیسواومی [۱۰] و همکاران ارائه شد که در آن با استفاده از نظریه اغتشاشی، جریان با رینولدز کم حول قطره کروی را حل کرده‌اند. عده زیادی از پژوهشگران مخصوصاً سیرینگانو [۱۱] با استفاده از نظریه لایه مرزی، جریان اطراف قطره را تحلیل کرده‌اند. این نوع تحلیل جریانهای با رینولدز بالا (بالا تر از ۱۰۰ نسبت به قطر قطره) را شامل می‌شد. دوآیر [۱۲] و همکاران نیز جریان حول قطره را در رینولدزهای پایتتر از ۱۰۰ با استفاده از حل کامل معادلات ناویر استوکس تحلیل کرده‌اند. در کلیه مطالعات بالا قطره به صورت یک کره است که میدان جریان اطراف در شکل آن تأثیری ندارد.

آنچه در این مقاله مورد توجه واقع می‌شود، حل کامل معادله‌های ناویر استوکس در داخل و خارج قطره است. شرایط مرزی با تعادل تنشها بر روی سطح قطره به دست آمده و تغییر شکل قطره محاسبه می‌شود. چون لزجت و چگالی گاز و مایع، کشش سطحی بین گاز و مایع، سرعت ورودی و قطر قطره عوام مؤثر در تغییر شکل قطره‌اند. با استفاده از نظریه باکینگهام چهار عدد بی بعد در این زمینه می‌توان تعریف کرد. این چهار عدد عبارت اند از عدد رینولدز مربوط به جریان گاز  $\text{Re}_g$ ، عدد رینولدز مربوط به جریان مایع  $\text{Re}_l$ ، عدد وبر  $\text{We}$  و نسبت چگالی گاز و مایع  $\rho^*$  که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

حرکت در جریانهای با عدد ماخ پایین به خطای میدان فشار حساس بوده و لازم است مقادیر فشار تصحیح شوند.

روش عددی به کار رفته ضمنی و نسبت به زمان دقیق است. مدل به کار رفته برای حل میدان جریان دارای دو مرحله است، یکی حل معادله‌های اندازه حرکت با استفاده از فشار در زمان  $n$  و دیگری حل معادله تصحیح فشار و به دست آوردن فشار و سرعتها در زمان  $n+1$ . معادله اندازه حرکت به صورت زیر در زمان گسسته می شود [۱۲]

$$\left[ \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^n}{\Delta t} \right] = -\frac{1}{\rho} \nabla P^{n+1} + \nu \nabla^2 \vec{V}^{n+1} - (\vec{V} \cdot \nabla \vec{V})^{n+1} \quad (5)$$

که می توان آن را چنین نوشت

$$\left[ \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^n}{\Delta t} \right] = -\frac{1}{\rho} \nabla P^{n+1} + \text{RHS}^{n+1} \quad (6)$$

حل معادله بالا به فشار در زمان  $n+1$  نیاز دارد که مجهول است. برای غلبه بر این مشکل می توان فرض کرد که سرعت طی دو مرحله به دست می آید. در مرحله اول، سرعت به خاطر اثرات انتقال و پخش تغییر می کند و سرعت میانی  $\vec{V}^*$  به دست می آید. در مرحله دوم، اثرات فشار در نظر گرفته می شود. به این ترتیب

$$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^* + \vec{V}_c \quad (7)$$

$$P^{n+1} = P^n + P_c \quad (8)$$

معادله اندازه حرکت در دو مرحله زمانی حل می شود و تغییرات نسبت به زمان به صورت زیر تقسیم می شود.

$$\frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^n}{\Delta t} = \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^*}{\Delta t} + \frac{\vec{V}^* - \vec{V}^n}{\Delta t} \quad (9)$$

معادله مرحله اول عبارت است از

$$\frac{\vec{V}^* - \vec{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla P^n + \text{RHS}^* \quad (10)$$

و معادله مرحله دوم

$$\frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla P_c \quad (11)$$

عبارت تصحیح فشار  $P_c$  باید آن گونه محاسبه شود که سرعتهای حاصل، معادله پیوستگی را ارضا کنند. با جمع دو معادله بالا، معادله ناویر استوکس به صورت زیر به دست می آید

$$\rho \left[ \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^n}{\Delta t} \right] = -\nabla(P^n + P_c) + \text{RHS}^* \quad (12)$$

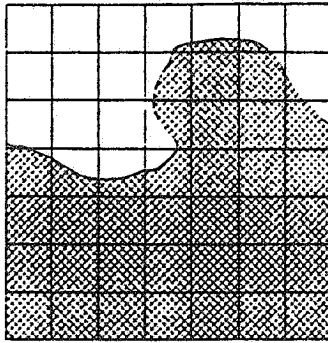
با حل معادله (۱۰) مقادیر میانی سرعت،  $\vec{V}^*$ ، به دست می آید. حل لازم است عبارت تصحیح فشار به دست آید. به این منظور از معادله (۱۱) دیورژانس گرفته می شود و از آنجا که سرعتها در زمان  $n+1$  باید در معادله پیوستگی صدق کنند، مقدار تصحیح فشار از این معادله به دست می آید

$$\nabla^2 P_c = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot (\vec{V}^*) \quad (13)$$

برای حل معادله تصحیح فشار از یک سابروتین که کل معادله را به صورت مستقیم حل می کند استفاده شده است. با توجه به اینکه فشار در میدان جریان یکتا نیست، به این معنا که همین فشار به علاوه هر عدد ثابت دیگر می تواند همین جریان را ایجاد کند، ماتریس به دست آمده یک ماتریس منفرد بوده و برای حل آن لازم است یک نقطه از میدان جریان حذف شود [۱۳]. با قرار دادن مقدار تصحیح فشار در معادله (۱۱) سرعتها در زمان  $n+1$  به دست می آیند.

معادله‌های اندازه حرکت با توجه به شرایط مرزی، یکبار در جهت محور طولی پیشگویی و بار دیگر در جهت محور عرضی تصحیح می شوند.

عبارتهای جابه‌جایی به صورت روبه‌باد و با استفاده از روش کوئیک [۱۴] گسسته شده‌اند. از آنجا که روش کوئیک برای حل معادله‌های اندازه حرکت به صورت صریح ابداع شده است، یعنی برای به دست آوردن مقدار متغییر در مرز سلول عددی از شش نقطه استفاده کرده‌است، به کار بردن آن به طور کامل در یک روش ضمنی



شکل ۱

### ۳-۳ روش مشاهده تغییر شکل<sup>۸</sup>

روش مورد نظر برای تعیین سطح آزاد مایع، روش فلر [۱۶] است. در اینجا یک سری سلول یکنواخت مربعی را در نظر بگیرید، شکل (۱). در این شبکه یک خط منحنی که نشان دهنده سطح آزاد مایع است مشاهده می شود. سلولهای پر در این میدان با  $F=1$  و سلولهای خالی با  $F=0$  و سلولهای نیمه پر با  $0 < F < 1$  مشخص می شوند. پس از حل میدان جریان، سلولهایی که دارای  $F > 0$  هستند سرعت گرفته و مایع داخل آنها از مرز سلول می گذرند. با محاسبه مقادیر مایع گذرنده از سطوح سلولها،  $F$  در کل میدان عوض شده و تغییر شکل قطره را نشان می دهد [۱۶].

### ۴- شرایط مرزی

#### ۴-۱ شرط مرزی برای سرعت

در دیواره جامد سرعتها برابر صفرند. در مرزهای ورودی سرعتها معمولاً معلوم اند. در مرزهای خروجی لازم است طول میدان به اندازه کافی بلند باشد به طوری که جریان توسعه یافته بوده و بتوان مشتقات سرعت نسبت به طول را برابر صفر در نظر گرفت. شرط مرزی سرعت در سطح قطره می تواند به دو صورت مد نظر قرار گیرد:

در حالت اول افتادن یک قطره با سرعت حدی و در حالت دائم در محیط ساکن مدل می شود. از آنجاکه در سرعت حدی نیروی ثقل با نیروهای آیرودینامیکی خنثی شده و می توان با قرار دادن مبدأ مختصات بر روی سطح قطره سرعت نسبی مرکز ثقل قطره را صفر کرد. در این حال گاز اطراف از روی قطره با سرعت حدی عبور

مشکل است. برای غلبه بر این مشکل، فقط مقادیر مورد نیاز در یک سابروتین سه قطری به صورت ضمنی و مابقی به صورت صریح به کار رفته است.

### ۳-۱ تصحیح فشار رای و چو [۱۵]

استفاده از روش نقطه‌ای در حل معادله‌های اندازه حرکت، نوسانهایی در مقادیر فشار سلولهای مجاور ایجاد می کند. به منظور جلوگیری از این نوسانها، روش رای و چو به کار می رود. در این روش ابتدا گرادیان فشار به صورت اختلاف مرکزی از سرعتهای مرحله میانی که از معادله (۱۰) به دست آمده است کسر و سپس گرادیان فشار به صورت نقطه‌ای به معادله (۱۱) اضافه می شود. بنابراین بعد از اینکه سرعتهای میانی از معادله (۱۰) به دست آمد مراحل زیر انجام می شود.

$$u_{i,j}^* = u_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{(P_{i+1,j}^n - P_{i-1,j}^n)}{2\Delta x} \quad (14)$$

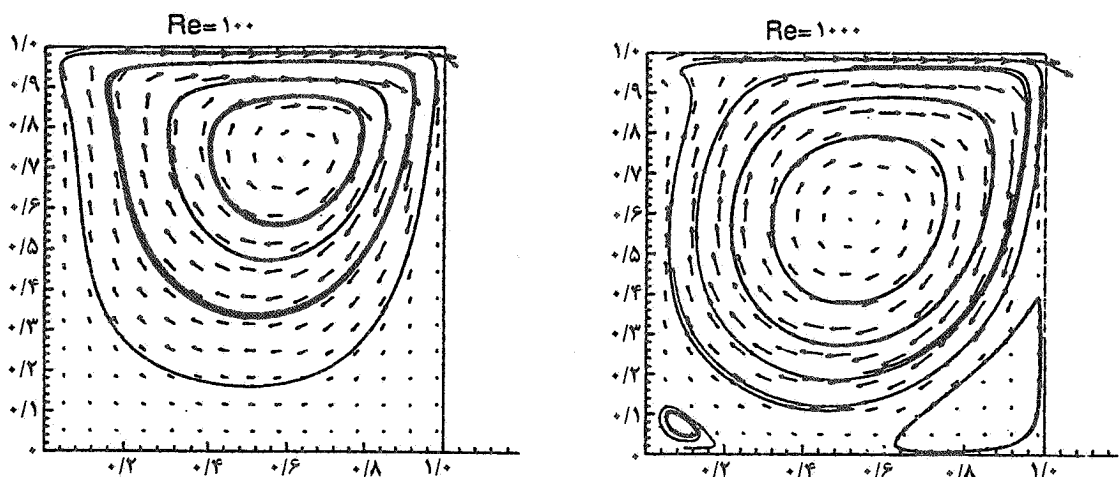
$$v_{i,j}^* = v_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{(P_{i,j+1}^n - P_{i,j-1}^n)}{2\Delta y} \quad (15)$$

$$\nabla^2 P_c = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot (\vec{V}^*) - \nabla^2 P^n \quad (16)$$

مراحل بالا نتیجه به کار بردن شبکه متناوب<sup>۷</sup> را خواهد داشت.

### ۳-۲ شبکه محاسباتی

در این برنامه از شبکه نقطه‌ای استفاده شده است و تمام سلولها یکنواخت اند. با توجه به اینکه در این مطالعه، هدف مشاهده تغییر شکل قطره است به جز اولین مرحله که شکل آن کره فرض شده است شکل مراحل بعدی نامعلوم است و امکان تبدیل مختصات و تولید شبکه وجود ندارد. لذا قطره بدون استفاده از تبدیل مختصات و در یک شبکه یکنواخت مدل سازی می شود. علاوه بر این برای میدان جریان گاز خارج قطره یک سری سلول مصنوعی قرار داده شده که توسط آنها شرایط مرزی بر روی میدان جریان اعمال می شود.



شکل ۲- میدان جریان در داخل حفره در رینولدزهای ۱۰۰ و ۱۰۰۰

و با توجه به اینکه سرعت در کلیه مرزها یا در طول زمان ثابت است (مانند سرعتهای معلوم در ورودی سیال و دیوارهای جامد) و یا به علت چگونگی اعمال شرط مرزی، سرعتهای  $\vec{V}^{n+1}$  و  $\vec{V}^*$  با هم برابر می شوند، بنابراین:

$$\nabla(P_c) = 0$$

#### ۳-۴ شرط مرزی فشار در میدان مایع

فشار سطح مایع برابر فشار گاز خارجی به علاوه فشار ناشی از کشش سطحی است.

$$P)_1 = P)_g + \frac{\sigma}{R} \quad (17)$$

در اینجا انحناى سطح است و به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{1}{R} = \frac{|y_{xx}|}{(1 + y_x^2)^{3/2}} \quad (18)$$

با توجه به اینکه در رابطه بالا مشتق درجه دوم لازم است، باید حداقل از سه نقطه یک منحنی درجه دوم گذرانده و مشتقهای آن را به دست آورد.

#### ۵- نتایج و بحث

روش عددی مورد استفاده دارای ویژگیهای خاصی است که به طور کامل و یکجا در هیچ مرجعی در گذشته استفاده و بررسی نشده

می کند و علی رغم اینکه سطح قطره دارای سرعت مماسی است لیکن مرکز ثقل آن ثابت است و در واقع ناظر بر روی مبدأ مختصات، سرعت عمودی بر روی سطح قطره مشاهده نمی کند. این حالت را حالت قطره مقابل جریان می نامیم.

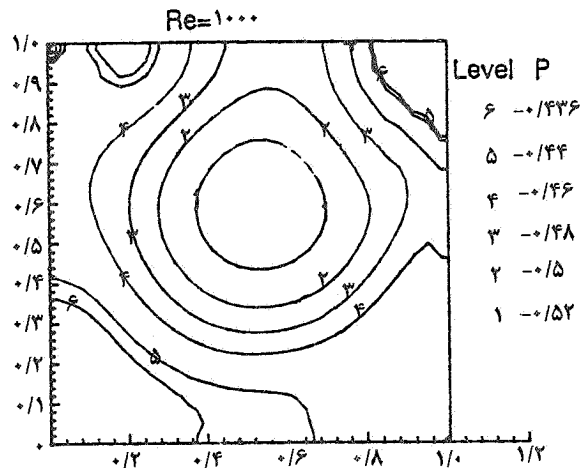
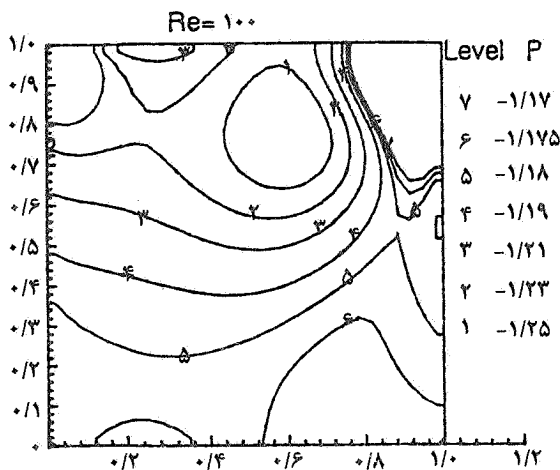
$$V_n)_1 = V_n)_g = 0 \quad \left. \mu \frac{\partial V_t}{\partial n} \right)_1 = \left. \mu \frac{\partial V_t}{\partial n} \right)_g \quad V_t)_1 = V_t)_g$$

در حالت دوم قطره مایع به علت حرکت سیال اطراف شروع به حرکت می کند. در واقع در این حالت مایع انرژی جنبشی خود را از سیال اطراف می گیرد و سرعت عمودی دو طرف فصل مشترک برابر و مقدار آن غیر صفر است. این حالت حالتی گذراست و لازم است معادله ها به صورت وابسته به زمان حل شوند. به طوری که پس از گذشت زمان کافی قطره سرعت اطراف را به خود گرفته و سرعت نسبی آن صفر خواهد شد. در واقع سرعت حدی آن صفر است این حالت را حالت قطره همراه جریان می نامیم

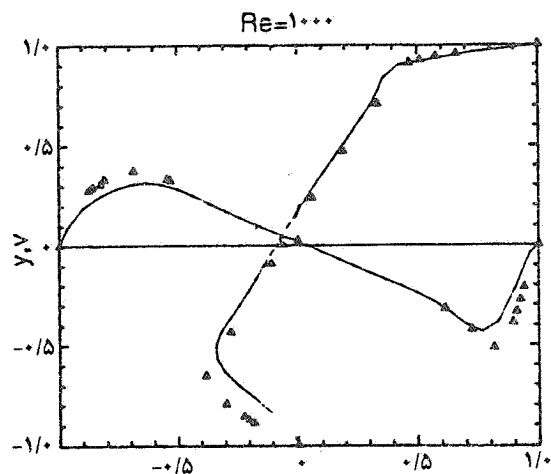
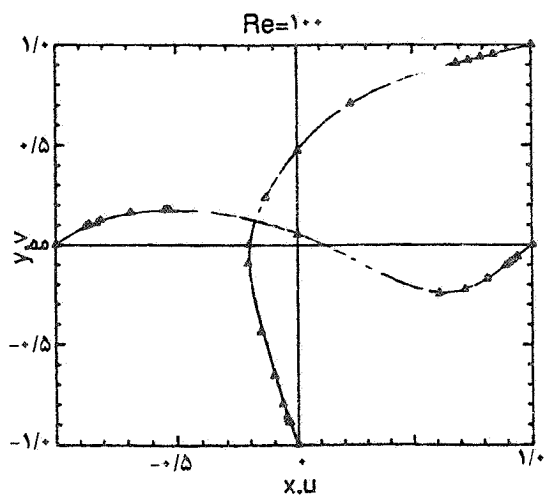
$$V_n)_1 = V_n)_g \neq 0 \quad \left. \mu \frac{\partial V_t}{\partial n} \right)_1 = \left. \mu \frac{\partial V_t}{\partial n} \right)_g \quad V_t)_1 = V_t)_g$$

#### ۲-۴ شرط مرزی برای عبارت تصحیح فشار از آنجا که

$$\rho \left[ \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^*}{\Delta t} \right] = -\nabla(P_c)$$



شکل ۳- خطوط همتراز فشار در داخل حفره در رینولدزهای ۱۰۰ و ۱۰۰۰

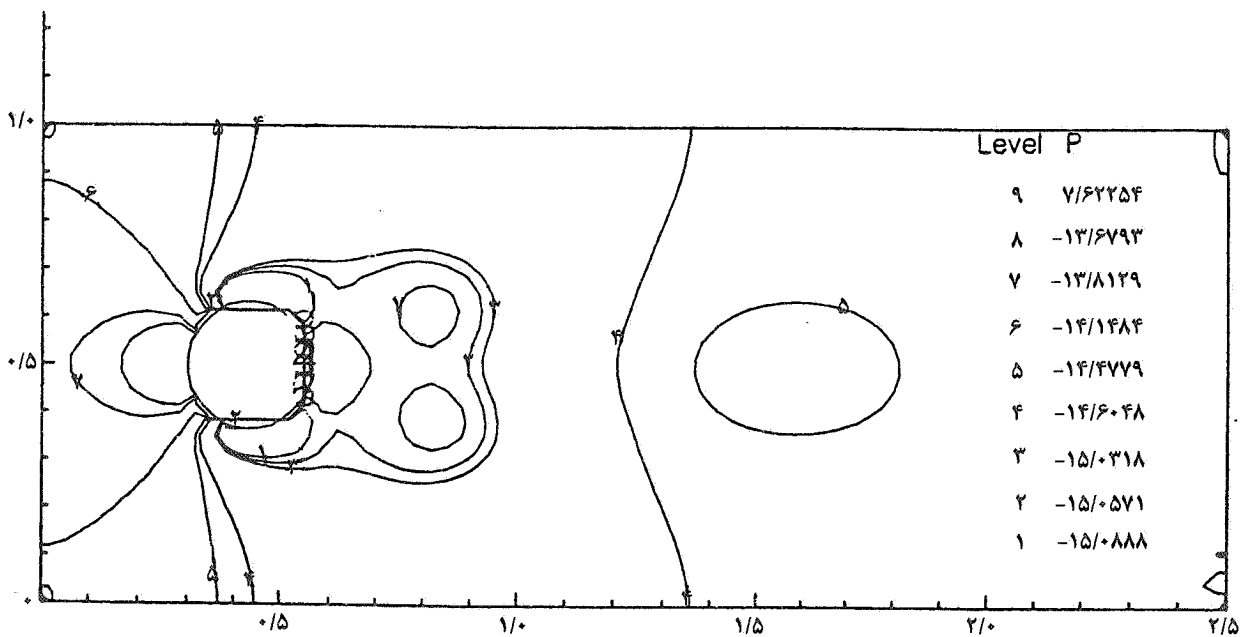
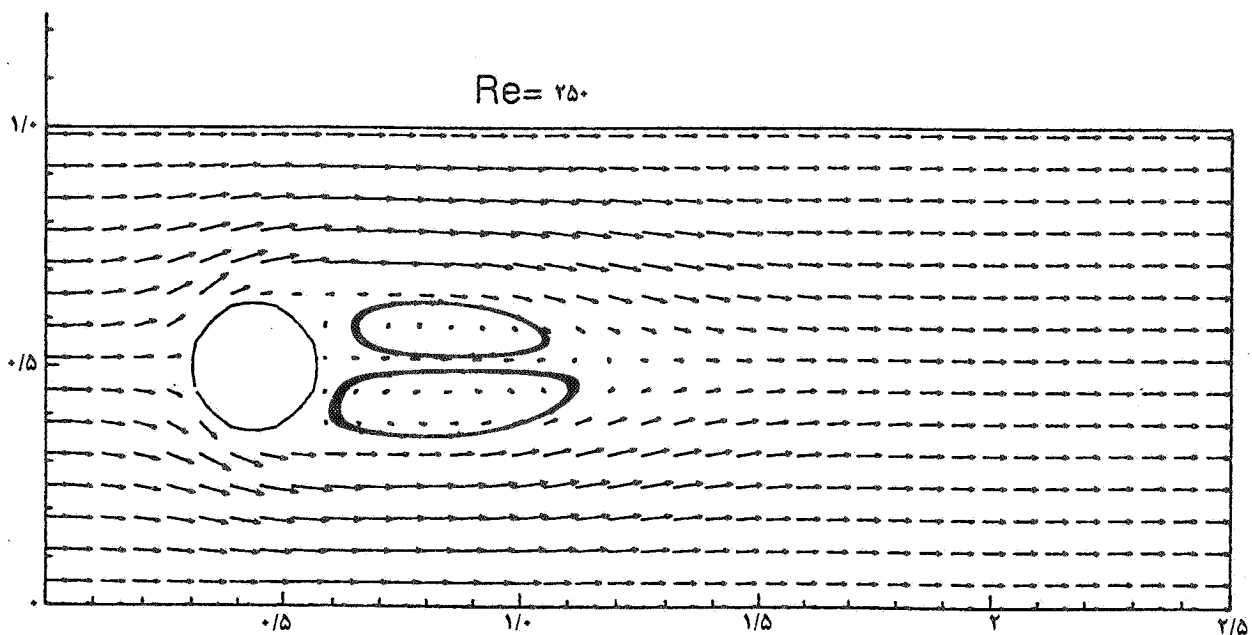


شکل ۴- نیمرخ سرعت در مرکز حفره در رینولدزهای ۱۰۰ و ۱۰۰۰

### ۵-۱ جریان در داخل حفره

میدان جریان در داخل حفره در رینولدزهای ۱ تا  $10^4$  محاسبه شده و در شکل (۲) این جریان در رینولدزهای ۱۰۰ و ۱۰۰۰ نشان داده شده است. شبکه به کار رفته  $30 \times 30$  است و در رینولدزهای ۴۰۰ به بالا گردابه‌های ثانویه دیده می‌شود. گام زمانی به گونه‌ای انتخاب شده که در شبکه محاسباتی، عدد CFL از یک کوچکتر است. خطوط همتراز فشار در شکل (۳) نشان داده شده که مقادیر مربوطه با مرجع [۱۷] کاملاً تطابق دارند. نیمرخ مؤلفه‌های سرعت در خطوط عمودی و افقی گذرنده از مرکز حفره ( $x=0.5$  و  $y=0.5$ ) در رینولدزهای مختلف در شکل (۴) ارائه شده‌اند که با محاسبات عددی انجام شده توسط گیا [۱۸] تطابق دارد.

است. به منظور بررسی توانایی قسمت‌های مختلف این روش، قبل از ارائه نتایج حرکت و تغییر شکل قطره مایع در میدان گاز چند جریان ساده تکفازی بررسی خواهد شد. در مرحله اول نتایج محاسبه میدان جریان در داخل حفره در رینولدزهای مختلف ارائه می‌شود. در مرحله دوم جریان گاز حول استوانه صلب بررسی شده و توانایی حل میدان بدون استفاده از تبدیل مختصات نشان داده می‌شود. در آخرین قسمت، حرکت و تغییر شکل قطره در جریان گاز بررسی خواهد شد. کلیه محاسبات ارائه شده با استفاده از کامپیوتر پنتیوم و سیلیکون گرافیک انجام شده است.



شکل ۵- میدان جریان و خطوط همتراز فشار بر روی یک استوانه

به صورت نادائم ارائه شده، گردابه‌های پشت استوانه دارای تقارن نیستند. خطوط همتراز فشار در همین شکل ارائه شده که با مرجع [۱۷] به خوبی قابل مقایسه‌اند.

۳-۵ تغییر شکل قطره مایع در جریان گاز  
میدان جریانی که برای حرکت قطره در نظر گرفته شده، کانالی با

۲-۵ جریان با وجود مانع جامد

از خصوصیات روش استفاده شده عدم نیاز به تبدیل مختصات برای اجسام غیر کارتزینی است. برای اثبات کارایی برنامه جریان با وجود مانع جامد استوانه‌ای ارائه شده است. در شکل (۵) میدان جریان بر روی یک استوانه دیده می‌شود. گردابه‌های پشت جسم صلب چگونگی جریان را نشان می‌دهد. از آنجایی که میدان جریان



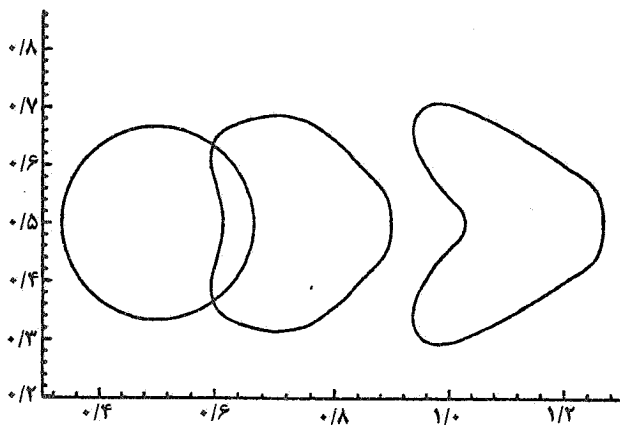
واحدی هستند که برابر سرعت گاز اطراف است. به عبارت دیگر در این حالت سرعت حدی بین گاز و مایع برابر صفر است. در حالی که در قطره مقابل جریان پس از حالت گذار و رسیدن به حالت مانا، قطره با سرعت حدی غیر صفر در داخل گاز حرکت کرده و همیشه تنش برشی بر روی سطح قطره وجود دارد که موجب چرخش در داخل قطره خواهد شد.

برای مشاهده اثرات عدد رینولدز گاز در تغییر شکل قطره شکل‌های (۱۰-۱۴) ارائه شده است. در این شکل‌ها با ثابت نگه داشتن کلیه پارامترها به جز لزجت گاز، سایر اعداد بی بعد ثابت بوده و عدد رینولدز گاز تغییر می‌کند. دیده می‌شود که با بالا رفتن عدد رینولدز، قطره بیشتر تغییر شکل داده است. در جریان با رینولدز پایین قطره از دو طرف فشرده شده و در نهایت به صورت یک صفحه در خواهد آمد. به نظر می‌رسد علت این تغییر شکل در ماهیت جریان خزشی است. زیرا در جریان خزشی فشار دو طرف قطره بالا رفته و فشار بالا و پایین قطره کم خواهد شد. لذا قطره از دو طرف پهن می‌شود. به نظر می‌رسد در محدوده رینولدز گاز بین ۱۰ تا ۲۰ توازن نیروهای وارد به قطره به نحوی تغییر می‌کند که سطح پشت قطره از حالت صاف به صورت منحنی در آمده و با بالا رفتن عدد رینولدز این انحنا شدیدتر شده و حالت پیکانی شکل به خود می‌گیرد. قابل توجه است با اینکه برنامه موجود قابلیت نشان دادن شکست قطره را دارد، لیکن در محاسبات دو بعدی هیچ گونه شکست قطره چه در رینولدز پایین گاز و چه در رینولدز بالای گاز مشاهده نشده است. این رفتار را می‌توان به فیزیک جریان دو بعدی نسبت داد.

مقایسه شکل‌های (۱۵ و ۱۶) که در آنها  $Re_g=20$  و  $Re_l=200$  است و عدد وبر آنها به ترتیب ۱۶ و ۸ است، نشان می‌دهد که تغییر شکل قطره در عددهای رینولدز فوق وابستگی زیادی به عدد وبر ندارد. همان گونه که انتظار می‌رود، با افزایش کشش سطحی تغییر شکل قطره محدود می‌شود. شکل‌های (۱۷-۲۱) این محدودیت را نشان می‌دهد. در شکل (۲۱) مشاهده می‌شود که به رغم پایین بودن عدد وبر  $We=0/125$ ، قطره کاملاً کروی نیست و اثرات اینرسی جریان همچنان خود را نشان می‌دهد. در شکل‌های (۲۲ و ۲۳) مشاهده می‌شود که با پایین آوردن عدد رینولدز گاز در  $We=0/125$  اثرات اینرسی حذف شده و قطره شکل کروی خود را حفظ

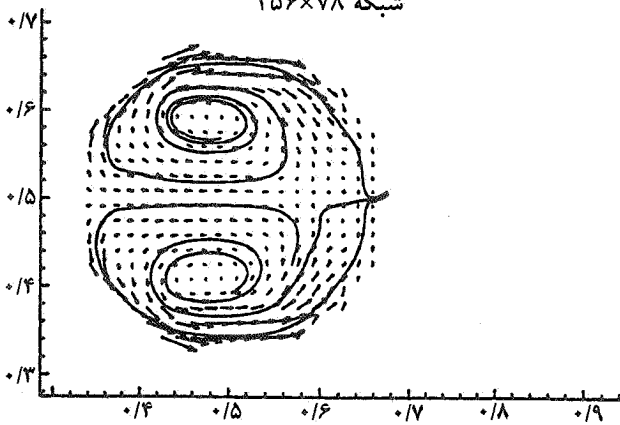
سرعت ورودی  $U_{ref}$  است. به منظور جلوگیری از تغییر شکل قطره ناشی از اثرات دیواره، سرعت دیواره فوقانی و تحتانی نیز با سرعت ورودی برابرند. عرض کانال در تمام محاسبات ثابت فرض شده و به عنوان معیاری برای بی بعد کردن طول مورد استفاده قرار گرفته است. قطر قطره یک سوم عرض کانال در نظر گرفته شده است. زمان توسط سرعت ورودی  $U_{ref}$  و عرض کانال بدون بعد شده است و محاسبات انجام شده در کسرهای مختلف از این زمان بدون بعد ارائه شده است.

جریان اولیه با حرکت گاز بر روی قطره دو بعدی که دارای مقطع دایره بوده و ساکن است، شروع شده و حرکت گاز موجب حرکت و تغییر شکل قطره خواهد شد. این مدل با پاشش یک قطره سوخت مایع در محفظه احتراق که نیروی موثر وارد بر قطره نیروهای آیرودینامیکی است و سطح قطره با سرعت گاز حرکت می‌کند، تطابق دارد. در واقع قطره همراه جریان است. در سقوط آزاد یک قطره مایع سرعت عمودی نسبی گاز در سطح مایع برابر صفر است، با در نظر گرفتن این شرط مرزی سقوط یک قطره در محیط گاز ساکن را می‌توان مدل کرد، که همان قطره مقابل جریان است. ابتدا لازم است نشان داده شود که دقت نتایج به دست آمده مستقل از تعداد سلولهای شبکه است. به این منظور تغییر شکل قطره در دو شبکه  $78 \times 156$  و  $66 \times 132$  در شکل‌های (۶ و ۷) با مشخصات  $Re_g=20$  و  $Re_l=200$  و  $We=4$  نشان داده شده‌اند. دیده می‌شود که با افزایش حدود ۴۰٪ سلولها، تغییر شکل نامحسوس است. با این حساب در سایر نتایج، شبکه  $66 \times 132$  به کار رفته است. در شروع جریان، قطره در فاصله نصف طول مبنا از ورودی کانال قرار دارد. شکل‌های (۸-الف و ب) میدان جریان با مشخصات  $Re_g=5$ ،  $Re_l=200$  و  $We=4$  در داخل و خارج قطره در فاصله‌های زمانی  $0/05$  و  $1/2$  نشان می‌دهند. همان گونه که ملاحظه می‌شود مقادیر سرعت در داخل قطره کوچکتر از سرعت گاز خارجی است و هیچ گونه گردابه در داخل قطره مشاهده نمی‌شود. در حالی که شکل (۹) که سقوط قطره در داخل گاز ساکن بر اثر شتاب جاذبه را مدل کرده است جریان چرخشی وجود دارد. این موضوع را به صورت زیر می‌توان توجیه کرد. اولاً قطره همراه جریان پس از گذشتن از حالت گذار و رسیدن به حالت مانا سرعت جریان اطراف را به خود گرفته و هیچ گونه تنش برشی بر آن اعمال نمی‌شود. بنابراین کلیه ذرات قطره دارای سرعت

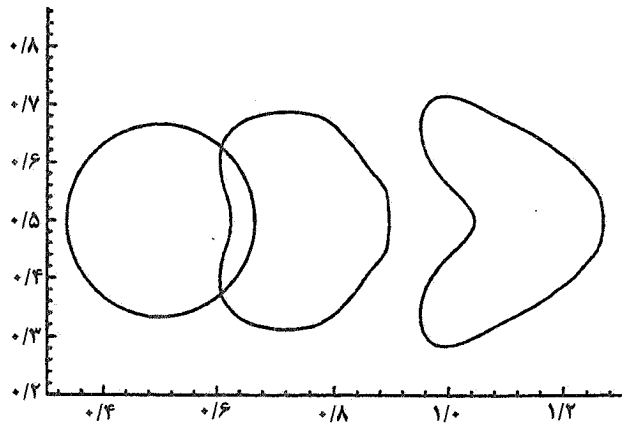


شکل ۷- تغییر شکل قطره در  $Re_l=2000$  و  $Re_g=20$

شبکه  $156 \times 78$

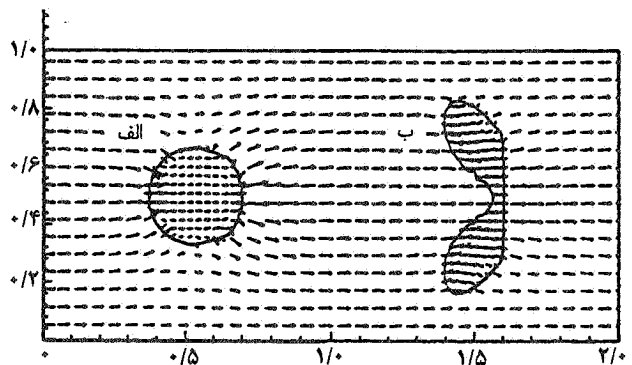


شکل ۹- بردارهای سرعت در قطره مقابل جریان



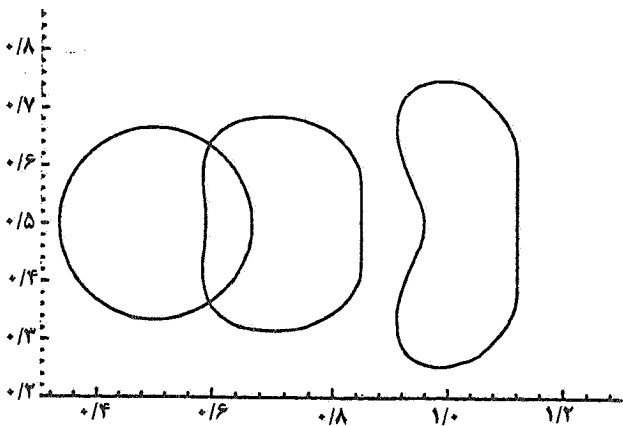
شکل ۶- تغییر شکل قطره در  $Re_l=2000$  و  $Re_g=20$

شبکه  $132 \times 66$



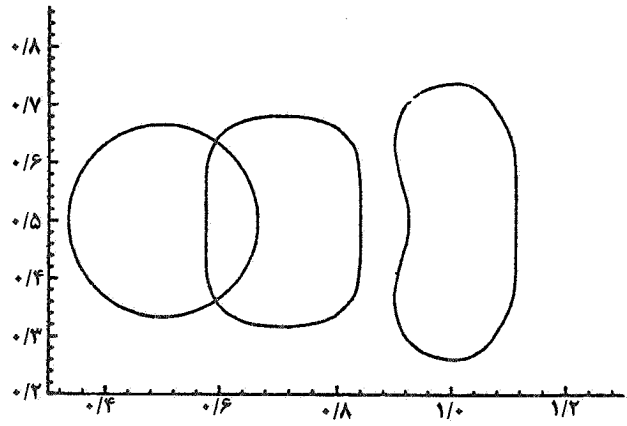
شکل ۸- بردارهای سرعت در قطره همراه جریان

در زمانهای  $t=0.05$  و  $t=0.1$



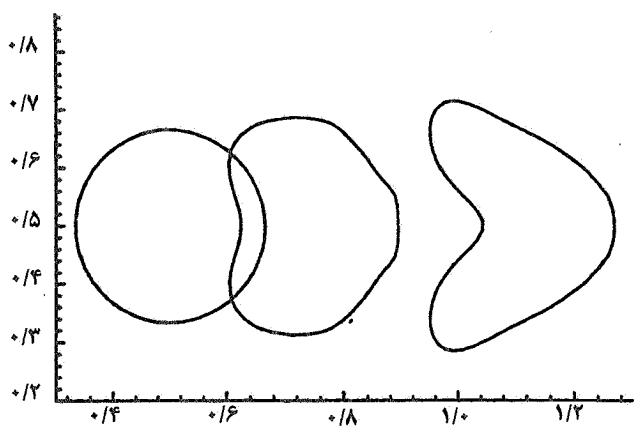
شکل ۱۱- تغییر شکل قطره در  $We=4$   $Re_l=2000$  و  $Re_g=5$

و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$

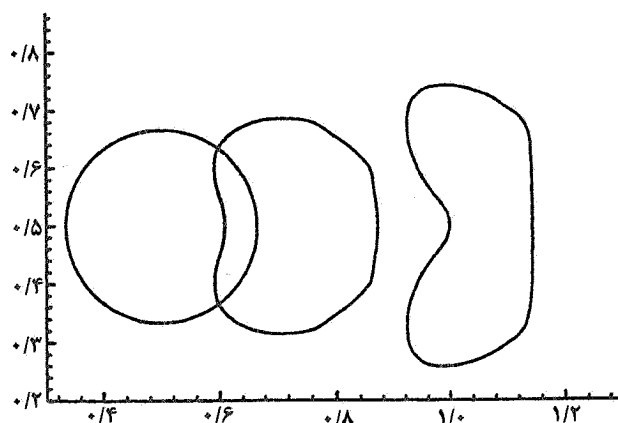


شکل ۱۰- تغییر شکل قطره در  $We=4$   $Re_l=2000$  و  $Re_g=1$

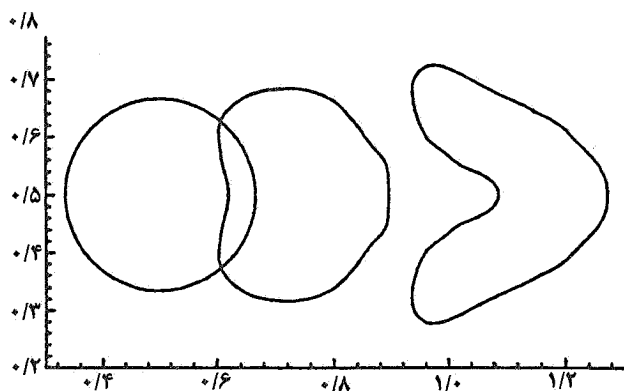
و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



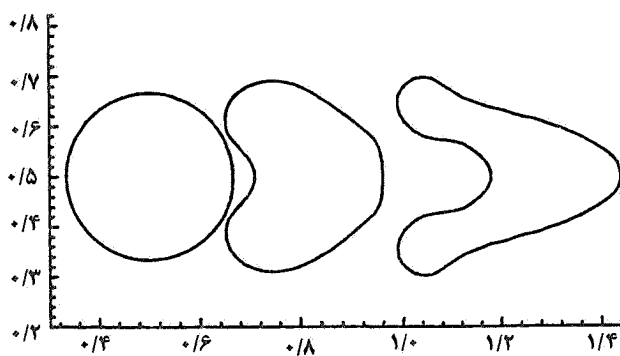
شکل ۱۳- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$  و  $We=4$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



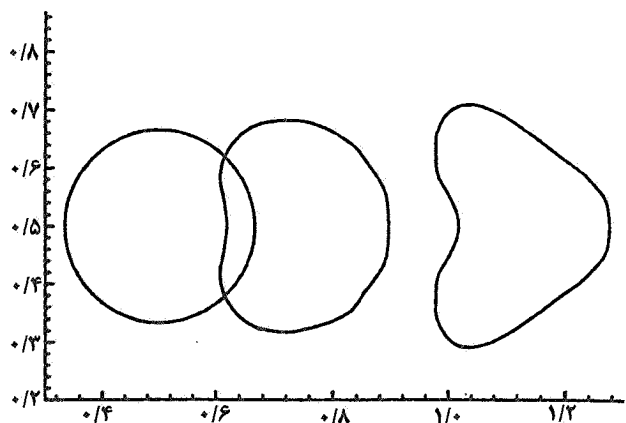
شکل ۱۲- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=10$  و  $We=4$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



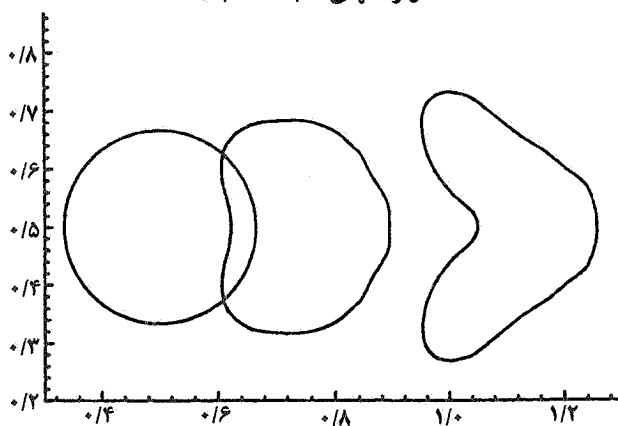
شکل ۱۵- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$  و  $We=16$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



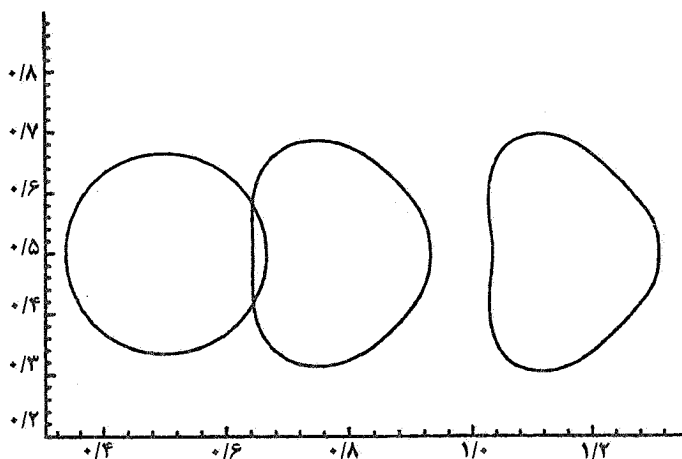
شکل ۱۴- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=50$  و  $We=4$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



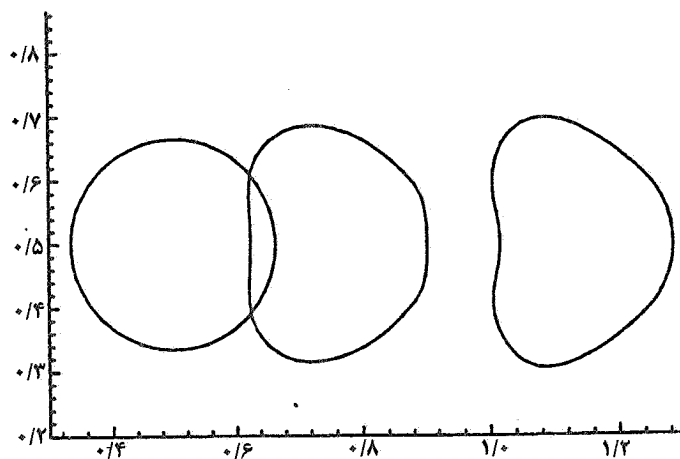
شکل ۱۷- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$  و  $We=2$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



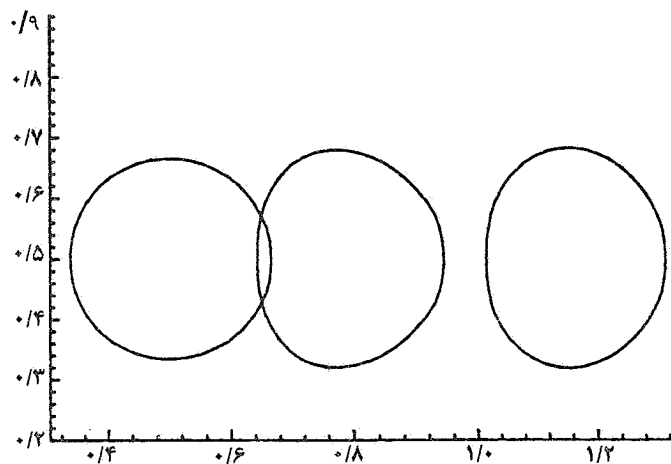
شکل ۱۶- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$  و  $We=8$  در زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



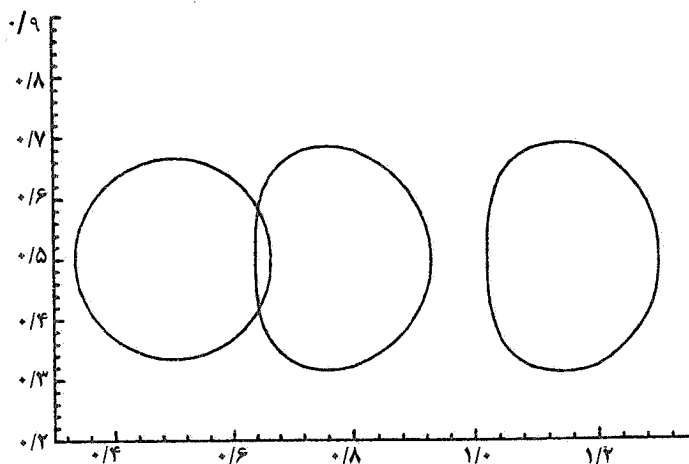
شکل ۱۹- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=0.5$



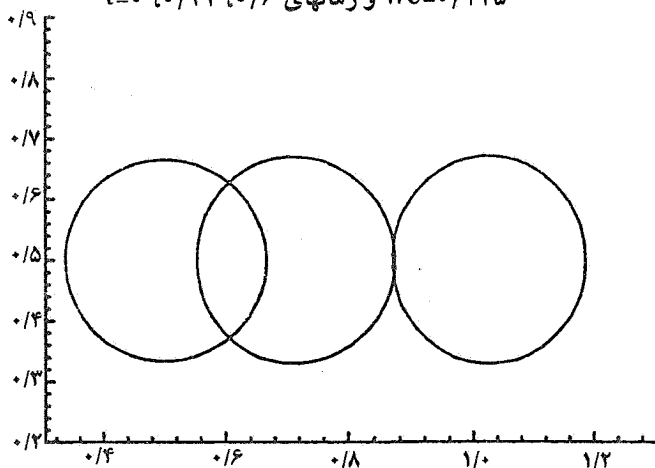
شکل ۱۸- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=1$



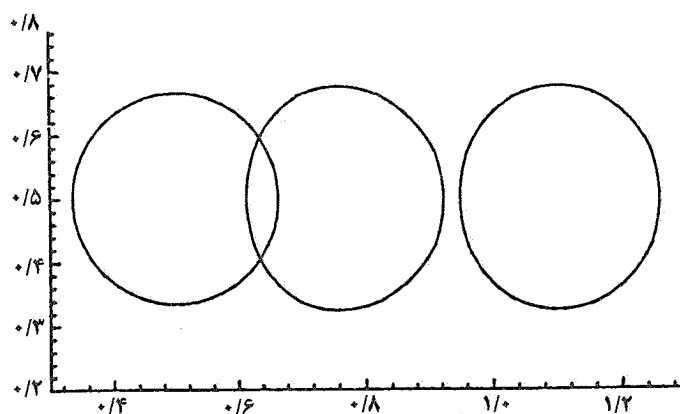
شکل ۲۱- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=0.125$



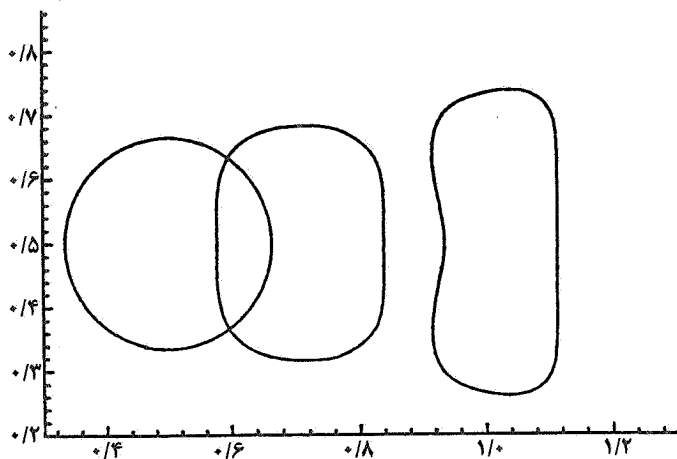
شکل ۲۰- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=0.125$



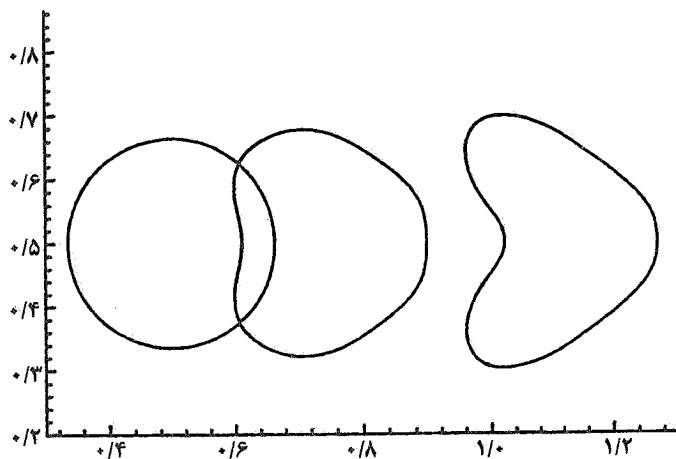
شکل ۲۳- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=1$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=0.125$



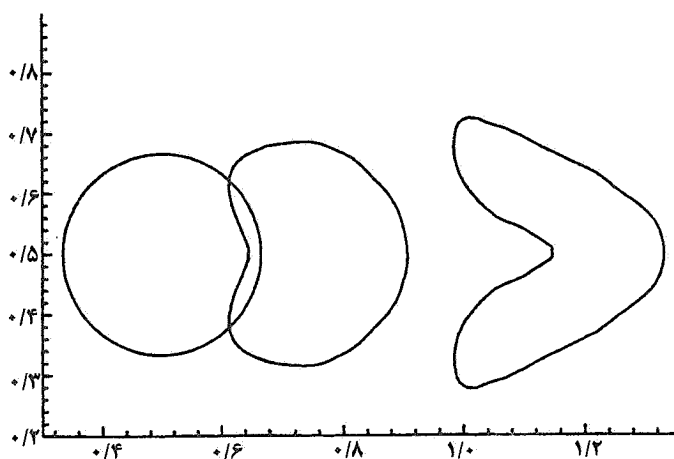
شکل ۲۲- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=10$   
 $t=0, 0.24, 0.6$  و زمانهای  $We=0.125$



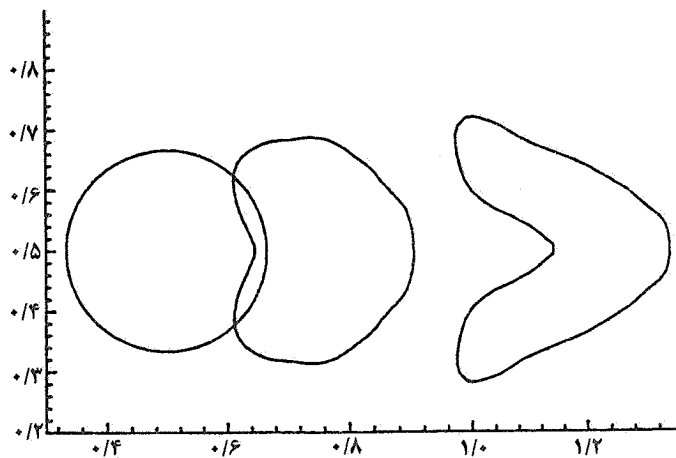
شکل ۲۵- تغییر شکل قطره در  $Re_l=40$  و  $Re_g=2$   
 $We=4$  و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



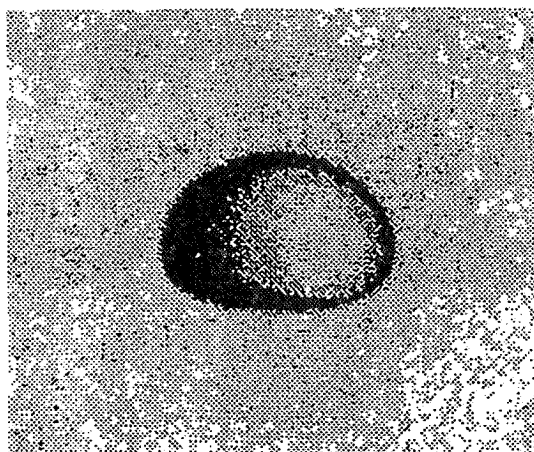
شکل ۲۴- تغییر شکل قطره در  $Re_l=40$  و  $Re_g=20$   
 $We=4$  و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



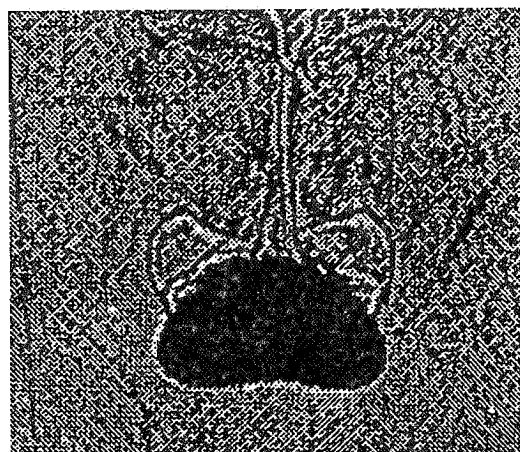
شکل ۲۷- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $We=16$  و  $\rho^*=1/225E-2$  و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



شکل ۲۶- تغییر شکل قطره در  $Re_l=200$  و  $Re_g=20$   
 $We=16$  و  $\rho^*=4/9E-3$  و زمانهای  $t=0, 0.24, 0.6$



شکل ۲۹- تغییر شکل یک قطره آب در داخل هوا



شکل ۲۸- تغییر شکل یک قطره بنزن در داخل آب

کرده است. در مقایسه شکلهای (۲۱ و ۲۳) که در آنها فقط عدد رینولدز گاز مختلف است می بینیم که فاصله طی شده در دو زمان مساوی مختلف است. علت آن را می توان در ضخامت لایه مرزی در دو جریان دانست. در جریان با رینولدز کم، لایه مرزی ضخیم بوده و اینرسی منتقل شده به مایع کمتر از جریان با رینولدز بالاتر است. به منظور بررسی اثرات رینولدز مایع با تغییر لزجت مایع، عدد رینولدز مایع تغییر کرده و سایر اعداد بی بعد ثابت می ماند. مقایسه شکلهای (۲۴ و ۶) که در آنها عدد رینولدز مایع به ترتیب ۴۰ و ۲۰۰ است نشان می دهد که با تغییرات لزجت مایع شکل قطره تغییر محسوسی نمی کند. همچنین مقایسه شکلهای (۲۵ و ۱۰) موضوع فوق الذکر را در عدد رینولدز پایتتر گاز تایید می کند. زیرا در این نوع جریان سرعتهای عمودی دو طرف فصل مشترک قطره و گاز برابر است، در حالی که سرعتهای مماسی سطح قطره در طرف مایع حدوداً ۱٪ سرعتهای مماسی سطح قطره در طرف گاز است و تغییر  $u_1$  که فقط موجب تغییر سرعتهای مماسی داخل قطره می شود، به علت کوچکی سرعت مماسی در طرف مایع، تأثیری در تغییر شکل قطره ندارد. به عبارت دیگر در این نوع جریان پارامتر حاکم در تغییر شکل، سرعتهای عمودی است.

برای مشاهده اثرات تغییر نسبت چگالی مایع به گاز، چگالی

مایع را تغییر داده و با توجه به اینکه این تغییر از یک طرف موجب تغییر عدد رینولدز مایع شده و از طرف دیگر به رغم ثابت بودن نیروی کشش سطحی موجب تغییر عدد وبر خواهد شد، با تغییر مقدار کشش سطحی و لزجت مایع سایر اعداد بی بعد ثابت می ماند. مقدار  $\rho_g/\rho_l$  در شکلهای (۶ - ۲۵) برابر  $3-4.5E-2$  و در شکلهای (۲۶ و ۲۷) به ترتیب برابر  $3-4.9E-4$  و  $3-1.2E-12$  است. در شکلهای (۱۵، ۲۶ و ۲۷) رینولدز گاز و مایع به ترتیب برابر ۲۰ و ۲۰۰ و عدد وبر برابر ۱۶ است. می بینیم که تغییرات عدد رینولدز مایع تغییرات جدی در شکل قطره ایجاد نخواهد کرد.

در انتها، شکل (۲۸) که حرکت یک قطره نیتروبنزن در جریان آب را به صورت تجربی نمایش می دهد [۱] و مرزهای قطره به خوبی و روشنی واضح است ارائه می شود. نزدیک بودن چگالی آب و نیتروبنزن موجب می شود که به خوبی بتوان از اثرات شتاب ثقل صرف نظر کرد. مشاهده می شود که این شکل با شکل (۱۸) به خوبی قابل مقایسه است. همچنین شکل (۲۹) حرکت قطره آب در هوا را نشان می دهد [۱] که با شکل (۲۰) کاملاً تطابق پذیر است. اگرچه امکان مقایسه یک به یک اشکال با نتایج تجربی نبوده، تطابق فوق نشانه صحت کار عددی ارائه شده است.

واژه نامه:

- |                        |                            |                            |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1- pure straining      | 4- boundary element method | 7- staggered grid          |
| 2- simple shearing     | 5- upwind                  | 8- surface tracking method |
| 3- perturbation theory | 6- point collocated        |                            |

مراجع

- Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E., *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic Press, 1978.
- Rallison, J. M., "The Deformation of Small Viscous Drops and Bubbles in Shear Flows," *Ann. Rev. Fluid Mech.* Vol. 16, p. 45, 1984.
- Bentley, B. J., and Leal, L. G., "An Experimental Investigation of Drop Deformation and Break up in Steady, Two Dimensional Linear Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 167, p. 241, 1986.
- Kennedy, M. R., Pozrikidis, C., and Skalak, R., "Motion and Deformation of Liquid Drops, and the Rheology of Dilute Emulsions in Simple Shear Flow," *Computers Fluids*, Vol. 23, p. 251, 1994.
- Ryskin, G., and Leal, L. G., "Numerical Solution of Free-Boundary Problems in Fluid Mechanics," Part 3. Bubble Deformation in an Axisymmetric Straining Flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 148, p. 37, 1984.
- Williams, A., "Combustion of Droplets of Liquid Fuels: A Review," *Combustion and Flame*, Vol. 21, p. 1, 1973.
- Krier, H., "A Review and Detailed Derivation of Basic Relations Describing the Burning Droplet," *Oxidation and Combustion Reviews*, Vol. 6, p. 111, 1973.

8. Feath, M., "Current Status of Droplet and Liquid Combustion," *Energy Combustion Science*, Vol. 3, p. 191, 1977.
9. Law, C. K., "Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion," *Prog. Energy Combustion Science*, Vol. 8, p. 171, 1982.
10. Sadhal, S., and Ayyaswamy, P. S., Vol. 133, p. 65, 1983.
11. Sirignano, A., "Fuel Droplet Vaporization and Spray Combustion Theory," *Prog. Energy Combustion Science* Vol. 9, p. 291, 1983.
12. Dwyer, H. A., "Calculation of Droplet Dynamics in High Temperature Environments," *Prog. Energy Combustion Science* Vol. 15, p. 131, 1989.
13. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, 1980.
14. Leonard, B. P., "The QUICK Algorithm : A Uniformly Third-Order Finite Difference Method for Highly Convective Flows," *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, Vol. 19, p. 59, 1979.
15. Rhie, M., and Chow, W. L., "Numerical Study of the Turbulent Flow Passed an Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIJA Journal*, Vol. 21, No. 11, p. 19, 1983.
16. Ashgriz, N., and Poo, J. Y. "FLAIR :Flux Line Segment Model for Advection and Interface Reconstruction," *Journal of Computaional Physics*, Vol. 93, No. 2, p. 449. 1991.
17. Ramaswamy B. "A Solution for Viscous Incompressible Flow," *Computers Fluids*, Vol. 22, p. 730, 1993.
18. Ghia, U., Ghia K. N., and Shin C. T., "High Resolution for Incompressible Flow Using the N. S. Equations and A Multigrid Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, p. 387, 1982.