

ارزیابی نرمی اعضای بتنی پیش تنیده

علیرضا خالو* و پویا باقری صادقی**

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۷۶/۱۲/۲۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۷/۱۱/۲۱)

چکیده - در این تحقیق رفتار ممان-انحنای و نرمی با استفاده از تحلیل غیرخطی روی مقاطع اعضای بتنی پیش تنیده بررسی شده است. در این راستا اثر پارامترهای مختلف طراحی روی نرمی اعضای خمشی با استفاده از مدل مصالح شامل منحنیهای تنش-کرنش بتن و فولادهای پیش تنیدگی و معمولی تعیین شده است. متغیرهای مورد بررسی شامل اندیس فولادگذاری (ω)، مقاومت فشاری بتن، نسبت پیش تنیدگی جزئی (PPR)، مقدار تنش پیش تنیدگی مؤثر (f_{pe})، محصور شدگی، نسبت فولاد فشاری (γ)، شکل مقطع و نوع فولاد پیش تنیدگی است. اندیس فولادگذاری مؤثرترین پارامتر روی نرمی خمشی است. این متغیر اثرات چندین متغیر دیگر مانند مقاومت فشاری بتن و نسبت فولادگذاری را در برمی گیرد. در حداکثر اندیس فولادگذاری بر اساس آیین نامه ACI ($0.36\beta_1$) نرمی انحنایی بین ۱/۵ تا ۳/۰ و در ω برابر ۰/۲ که حداکثر مقدار برای امکان باز توزیع لنگر خمشی است، مقادیر بالاتر از ۴/۰ و نرمی ۱۰/۰ و بالاتر برای مقادیر ω کمتر از ۰/۱۰ قابل حصول است. اثر مقاومت نهایی فولاد پیش تنیدگی و شکل مقطع روی نرمی نامحسوس است. اثر محصور شدگی روی نرمی قابل توجه است.

Ductility Evaluation of Prestressed Concrete Members

Ali R. Khaloo, and P. Bagheri,

Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology

ABSTRACT- *In this paper, moment-curvature behavior and ductility of prestressed concrete members based on nonlinear analysis is investigated. Influence of various design parameters on ductility of flexural members is determined according to appropriate materials models for stress-strain curves of concrete, prestressing steel and conventional reinforcement. Parameters studied include reinforcing index (ω), compressive strength of concrete, partial prestressing ratio, effective prestressing stress, confinement, compressive steel ratio, type of prestressing steel and cross-sectional shape of members. The reinforcing index is the most influential parameter on ductility of prestressed members. This variable contains the influence of several other parameters, such as compressive strength of concrete and reinforcing ratio, and links prestressed, ordinary reinforced and partially prestressed concrete sections. For maximum permissible reinforcing index of $0.36\beta_1$ based on ACI design code, curvature ductility is between 1.5 to 3.0 and for $\omega=0.2$, which is the maximum value allowed for moment redistribution, ductility is greater than 4.0, and for ω less than 0.1, a ductility of greater than 10.0 is achievable. Influence of magnitude of ultimate strength of prestressing steel and cross-sectional shape on ductility is insignificant. Confinement has considerable effect on ductility.*

* استاد ** کارشناس ارشد

فهرست علائم

معمولی در مقاومت خمشی	خمشی اسمی مقطع	سطح مقطع فولاد پیش تنیدگی	A_{ps}
اسمی مقطع	فاصله بین دورترین تار فشاری	سطح مقطع فولاد کششی	A_s
مقاومت نهایی فولاد پیش تنیده	تا مرکز سطح فولاد	معمولی	A'_s
مقاومت مساری بتن	پیش تنیدگی	سطح مقطع فولاد فشاری	b
مقاومت تسلیم فولاد	تنش کششی در فولاد	عرض بال در مقاطع بالدار و یا	d
مقاومت نهایی فولاد	پیش تنیده در مقاومت خمشی	عرض در مقطع مستطیلی	d_e
ضرایب ثابت وابسته به	اسمی مقطع	فاصله بین دورترین تار فشاری	
مقاومت نهایی فولاد	تنش کششی در فولاد کششی	تا مرکز سطح فولاد کششی	
پیش تنیدگی (شکل ۲ و جدول ۱)	معمولی در مقاومت خمشی	فاصله دورترین تار فشاری در	
	اسمی مقطع	بتن از مرکز سطح نیروی	
	تنش فشاری در فولاد فشاری	کششی در فولاد در مقاومت	

۱- مقدمه

علاوه بر مقاومت و قابلیت بهره‌برداری در طراحی سازه‌ها توجه به فراهم‌آوری نرمی حائز اهمیت است. اطمینان از رفتار نرم و تغییر مکانهای زیاد سازه در حالت بارهای نهایی هشدار قبلی و جلوگیری از خرابی و امکان بار توزیع لنگر خمشی را فراهم می‌آورد. اکثر آیین‌نامه‌ها مانند ACI و AASHTO بخشهای جداگانه‌ای را به بتن مسلح و بتن پیش‌تنیده اختصاص داده‌اند در حالی که به اعضای تا حدودی پیش‌تنیده اشاره نشده است. تحقیقات متعددی در مورد بررسی نرمی در سازه‌های بتن مسلح معمولی به عمل آمده است [۱-۵]، در حالی که در رابطه با بتن پیش‌تنیده عمدتاً به مقاومت و کمتر به نرمی پرداخته شده است [۶-۹]. کاربرد روزافزون اعضای بتنی به صورت جزئی پیش‌تنیده احتیاج به مطالعه بیشتر روی نرمی این مقاطع را می‌طلبد.

در این مطالعه به متغیرهای اساسی مؤثر بر رفتار مقاطع پیش‌تنیده بتنی پرداخته شده است. در این راستا از رابطه بین لنگر و انحنا برای پیش‌بینی نرمی مقاطع بتن پیش‌تنیده و به صورت جزئی پیش‌تنیده استفاده شده است.

۲- مروری بر کارهای انجام شده تاکنون

عمدتاً تحلیل روی مقاطع بتنی پیش‌تنیده توسط محققان مختلف، براساس همسازی کرنش و برقراری تعادل در مقطع برای مقادیر مختلفی از کرنش در دورترین تار فشاری بتن تا حداکثر کرنش و مقادیر متناظر تنشها، لنگرها و انحنای آنها انجام می‌گیرد. تفاوت عمده بین روش این تحقیقات شامل نحوه مدل‌سازی مواد،

پارامترهای مورد تحلیل و فرضیات مربوطه است.

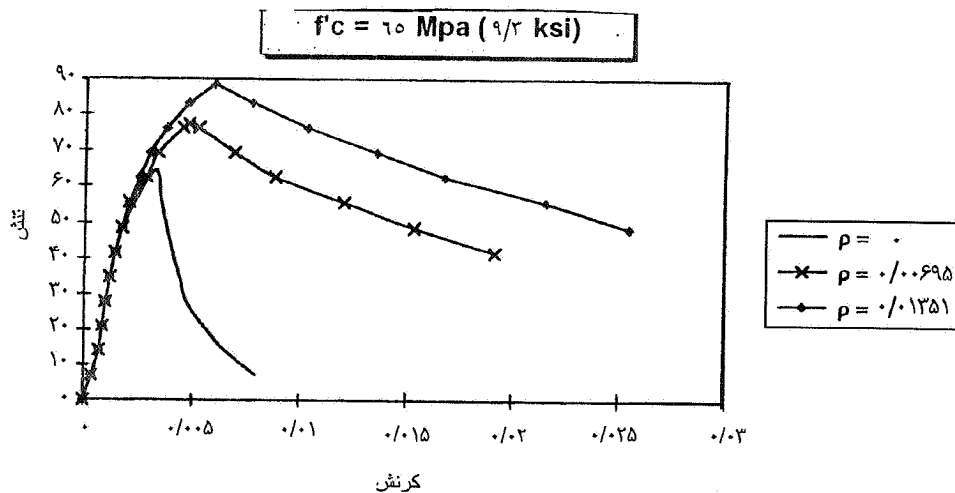
۲-۱- تحلیل انجام شده توسط پارک و پرستلی

روابط لنگر - انحنایی که برای اعضای بتنی پیش‌تنیده به دست می‌آید همیشه در قسمتی از مقطع است که در آن ترک به وجود می‌آید، و معمولاً از رفتار عضو در بین ترکها صرف نظر شده است. در نظریه ارائه شده توسط پارک و پرستلی، روابط لنگر - انحنای اعضای بتنی پیش‌تنیده با در نظر گرفتن اثرات کششی بتن در بین ترکها بسط داده شده است. از تعاریف روابط تنش - کرنش بتن و فولاد و توزیع تنش چسبندگی بین ترکها استفاده شده است.

در این روش از منحنی پیشنهادی هوگنستد برای رفتار بتن در فشار با برخی اصلاحات استفاده شده است. صحت نظریه با مقایسه با نتایج آزمایش روی تیرهای بتنی پیش‌تنیده به ابعاد $102 \times 203 \times 4265 \text{ mm}$ کنترل شده است.

۲-۲- تحلیل انجام شده توسط براتلت و کوهن

تحلیل غیرخطی انجام شده توسط براتلت و کوهن روی تیرهای به صورت جزئی پیش‌تنیده بتنی انجام شده است. آنها رفتار لنگر - انحنا و نرمی مقاطع را تحت اثر پارامترهای مختلف در تیرهای جزئی پیش‌تنیده بتنی مورد بررسی قرار دادند. عملیات محاسبه در دو سیکل به صورت کشسان خطی بر پایه مقطع بتن ترک نخورده و غیرخطی برای لنگرهای بزرگتر از حالت خطی است. پارامترهای اساسی مورد بررسی در تحلیل شامل حداکثر مقدار فولاد مسلح‌کننده، نسبت فولاد پیش‌تنیدگی به کل مساحت فولاد، مقدار



شکل ۱- نمونه‌ای از منحنیهای تنش-کرنش بتن غیرمحصور و محصور با درصد‌های حجمی مختلف فولاد محصور کننده

۳-۱- مدل مشخصات مواد

۳-۱-۱ بتن

منحنی تنش-کرنش بتن محصور نشده و محصور شده با مقاومت‌های بین ۲۶/۵ تا ۸۰ MPa برای نواحی بلوک تنش فشاری بتن اعضای خمشی به کار برده شده‌اند، شکل (۱) [۱۱]. این منحنیها توسط یک مدل ارتوتروپیک وابسته به تنش، به همراه یک معیار مقاومت به دست آمده‌اند. این مدل پیش‌بینی قابل قبولی از رفتار بتن تحت تنش‌های چندمحوری از جمله تنش سه‌محوری فشار-فشار - فشار ارائه می‌دهد. از اثرگرادیان کرنش به طور محافظه‌کارانه، در منحنیهای تنش-کرنش بتن صرف نظر شده است. مقاومت کششی بتن در مقطع ترک نخورده به صورت خطی و با مدول کشسانی فشاری E_c و حدگسیختگی f_r در نظر گرفته شده است. روابط زیر برای E_c و f_r براساس آیین‌نامه ACI [۱۴] مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

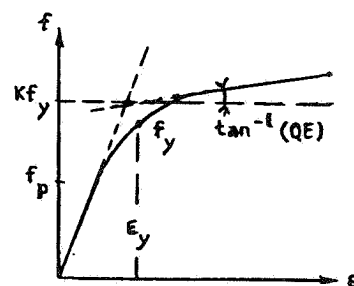
$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} \quad (1)$$

$$f_r = 2 \sqrt{f'_c} \quad (2)$$

که در آنها f'_c مقاومت فشاری بتن برحسب kg/cm^2 است.

۳-۱-۲ فولاد پیش‌تنیده

در سال ۱۹۷۳ منگتو و پیتو رابطه‌ای را برای فولاد مسلح کننده ارائه دادند که می‌توان از آن یک معیار غیرافقی به دست آورد. برای این منظور آنها از دو پارامتر N و Q که در Q تابع شیب قسمت دوم



$$F = E\varepsilon \left[Q + \frac{1-Q}{1 + (E\varepsilon/kf_y)^N} \right]^{1/N}$$

$$Q = \frac{f_u - kf_y}{E\varepsilon_u - kf_y}$$

شکل ۲- رابطه تحلیلی تنش-کرنش برای فولاد پیش‌تنیده

نیروی پیش‌تنیدگی و نوع و مقدار بارگذاری بوده است.

در مطالعه حاضر یک ارزیابی پارامتری جامع از نرمی در مقاطع بتن پیش‌تنیده و به صورت جزئی پیش‌تنیده براساس یک تحلیل غیرخطی انجام شده است. همچنین از مدل‌های دقیق رفتار مصالح و پارامترهای بیشتر فرضیات مناسب و محافظه‌کارانه‌تری، استفاده به عمل آمده است.

۳- تحلیل غیرخطی

برای ارزیابی دقیق نرمی مقاطع بتن پیش‌تنیده کامل و به صورت جزئی پیش‌تنیده یک تحلیل غیرخطی انجام شده است، که جزییات آن در زیر آورده شده است.

جدول ۱- ضرایب مورد استفاده در روابط تحلیلی تنش - کرنش برای چند نوع فولاد پیش تنیده متداول

نوع و مقاومت فولاد پیش تنیدگی			محدوده
میله (۱۱۰۰ MPa)	سیم (۱۶۲۰ MPa)	رشته (۱۸۶۰ MPa)	
N = ۴/۲۴ K = ۱/۰۴۷۳ Q = ۰/۰۱۸	N = ۲/۹۱ K = ۱/۱۴۷ Q = ۰/۰۰۶۳	N = ۴/۷۷ K = ۱/۱۳۴۱ Q = ۰/۰۱۱۹	برای ارضای حداقل ارائه شده در استانداردهای ^۱ ASRM
N = ۷/۱ K = ۱/۰۰۴۱ Q = ۰/۰۱۷۵ برای E _{ps} = ۱۹۸۷۰۰ f _{py} = ۹۸۰ f _{pu} = ۱۱۰۰ ε _{pu} = ۰/۰۴۱	N = ۶/۰۶ K = ۱/۰۳۲۵ Q = ۰/۰۰۶۳ برای E _{ps} = ۳۰۲۲۰۰ f _{py} = ۱۵۳۰ f _{pu} = ۱۶۸۰ ε _{pu} = ۰/۰۸۷	N = ۷/۳۴۴ K = ۱/۰۶۱۸ Q = ۰/۰۱۱۷ برای E _{ps} = ۱۹۲۴۰۰ f _{py} = ۱۶۸۰ f _{pu} = ۱۹۲۰ ε _{pu} = ۰/۰۶۹	نمونه‌ای از رفتار واقعی

۱ - f_{py} = ۰/۸۵f_{pu}، E برای رشته‌ها، ε_{pu} = ۰/۰۴۰، E = ۱۸۶۳۰۰ MPa، E برای رشته‌ها، ۱۹۳۲۰۰ برای میله‌ها

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad 0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (3)$$

که در آن f_s تنش، ε_s کرنش، E_s مدول کشسانی و ε_y کرنش تسلیم فولاد است.

$$f_s = f_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} \quad (4)$$

که در آن ε_{sh} کرنش متناظر با شروع سخت کرنشی فولاد است.

$$f_s = Y(f_{su} - f_y) + f_y \quad \varepsilon_s > \varepsilon_{sh} \quad (5)$$

که در آن

$$Y = \frac{AX + BX^2}{1 + CX + DX^2} \quad X = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}$$

و f_{su} تنش حداکثر و ε_{su} کرنش متناظر با آن است. f_y، E_s، ε_s، ε_y، ε_{sh}، f_{su} و ε_{su} در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. همچنین A، B، C و D ثابت‌هایی هستند که با استفاده از رگرسیون خطی روی نتایج آزمایش به دست آمده‌اند.

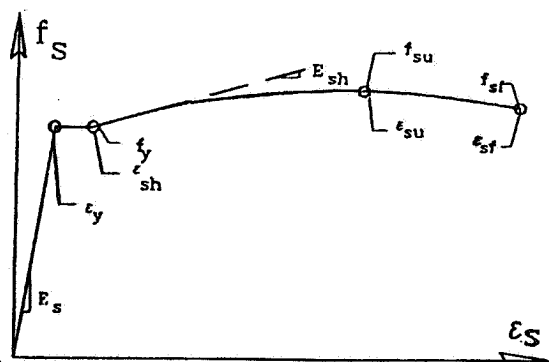
۳-۲- تحلیل مقطع

محاسبه و ارزیابی نرمی اعضای پیش تنیده بتنی به انتخاب

منحنی است استفاده کردند. فرمول و منحنی مربوطه در شکل (۲) ارائه شده است. اگرچه هدف اصلی آنها نشان دادن رفتار فولاد معمولی بود، ولی در سال ۱۹۷۹ متاک برای اولین بار از رابطه آنها برای مدلسازی رفتار فولاد پیش تنیده استفاده کرد. این روابط قسمت غیرخطی و دو قسمت خطی منحنی تنش - کرنش فولاد پیش تنیدگی را در مقایسه با نتایج آزمایش‌های موجود به نحو مطلوبی ارائه می‌دهند [۸]. جدول (۱) مقادیر ضرایب مورد استفاده برای مدل کردن رفتار فولادهای پیش تنیده را ارائه می‌دهد. دو سری از این ضرایب در جدول آورده شده است که یکی با گذراندن منحنی از نقاط مربوط به حداقل مشخصات ذکر شده در ASTM و دومی با استفاده از نقاط منحنی واقعی به دست آمده است. از این مدل در تحلیل نرمی اعضای پیش تنیده بتنی مطالعه حاضر استفاده شده است.

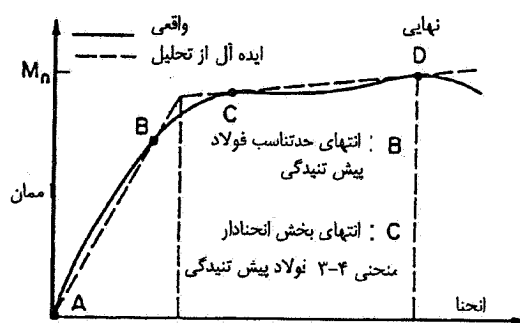
۳-۱-۳ فولاد مسلح کننده معمولی

مدل منحنی کامل تنش - کرنش فولاد مورد استفاده، براساس روابط پیشنهادی توسط ونگ، شاه و نعمان [۱۲] است. این مدل بر پایه نزدیکترین نمودار به نتایج آزمایشگاهی بر روی تعداد زیادی میله آرماتور فولادی با تنش‌های تسلیم مختلف به دست آمده است. مدل پیشنهادی سه محدوده کرنش را در نظر می‌گیرد



شکل ۳- منحنی تنش- کرنش و مقادیر مشخصه روی منحنی فولاد مسلح معمولی

فشاری بتن است که با نیروی کششی خالص در اعضایی که به طور خارجی تحت نیروی محوری نباشند برابر است. کمترین مقدار ω بستگی به مقدار لنگر ترک خوردگی مقطع دارد و مقدار حداکثر مجاز در ACI برابر $\beta_1/36 \approx 0.18$ است و نشان دهنده مقدار فولادی است که در آن تسلیم در فولاد زودتر از تخریب در بتن فشاری اتفاق می افتد. بر اساس آیین نامه ACI، β_1 وابسته به مقاومت فشاری بتن و γ_p وابسته به نسبت مقاومت تسلیم به مقاومت نهایی فولاد پیش تنیدگی است.



شکل ۴- تعریف تسلیم برای تعیین نرمی

۳-۴-۳- انحنای تسلیم و نهایی

در این مطالعه از تعریف پیشنهادی نعمان و هاراجلی [۹] برای انحنای تسلیم (ϕ_y) که بر پایه شکل روابط ممان - انحنای مقطع استوار است استفاده به عمل آمده است. انحنای تسلیم از تقاطع دو خط نشان داده شده در شکل (۴) به دست می آید که خط اول از امتداد قسمت خطی ابتدا منحنی لنگر - انحنای و خط دوم از امتداد قسمت نهایی منحنی به دست می آید.

انحنای نهایی (ϕ_u) در این مطالعه مربوط به انحنای متناظر با حداکثر لنگر مقاوم است. این ممکن است منجر به مقادیر محافظه کارانه‌ای در نرمی عضو شود به این علت که ظرفیت تغییر مکان قابل توجهی بعد از لنگر حداکثر می تواند وجود داشته باشد. برای در نظر گرفتن این اثر پارک و پالی [۱۳] پیشنهاد کردند که انحنای نهایی متناظر با ۸۰٪ بار نهایی در نظر گرفته شود. در اکثر تحلیلها و نتایج تجربی به ندرت به مقاومت ۸۰٪ لنگر حداکثر در تغییر شکلهای بالا می رسیم، بدین معنی که بخش بعد از لنگر حداکثر عمدتاً به صورت افقی و در برخی موارد با شیب کمی به طرف بالاست. لذا نتایج به دست آمده از این مطالعه در جهت محافظه کارانه خواهند بود.

متغیر مستقل اصلی (در اینجا اندیس فولادگذاری ω)، نحوه تعریف انحنای تسلیم ϕ_y و انحنای نهایی ϕ_u ، فرضیات و مراحل تحلیل غیرخطی بستگی دارد که در زیر به آنها پرداخته شده است.

۳-۳-۳- اندیس فولادگذاری

اندیس فولادگذاری در این مطالعه به صورت زیر تعریف شده است.

$$\omega = \frac{(A_{ps}f_{ps} + A_s f_s - A'_s f'_s)}{(b d_e f_c)} \quad (6)$$

برای پیش بینی تنش f_{ps} در فولاد پیش تنیدگی در ظرفیت نهایی یک مقطع بتنی از فرمول زیر مندرج در آیین نامه ACI استفاده شده است.

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \quad (7)$$

که در آن

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b d_e f'_c}, \quad \omega' = \frac{A'_s f'_y}{b d_e f'_c}, \quad \rho_p = \frac{A_{ps}}{b d_p}$$

برای یک مقطع خمشی، ω مستقیماً متناسب با برآیند نیرو در ناحیه

فرضیات زیر در تحلیل در نظر گرفته شده‌اند

- ۱- بارگذاری به صورت استاتیکی اعمال می‌شود.
- ۲- چسبندگی کامل بین کابل پیش‌تنیده با بتن محیطی وجود دارد.
- ۳- از اثرات برش صرف نظر شده است.
- ۴- صفحات بعد از خمش به صورت صفحه باقی می‌مانند (توزیع خطی کرنش).
- ۵- از روابط دقیق برای تنش - کرنش مواد استفاده شده است.
- ۶- تنش مؤثر پیش‌تنیدگی (بعد از تلفات) مشخص است.
- ۷- در نظر گرفتن رفتار مقطع به صورت کشسان خطی تا حدی که انحنای مقطع صفر می‌شود.
- ۸- در نظر گرفتن مقاومت کششی بتن تا قبل از اینکه تنش کششی در بتن از مقدار گسیختگی بیشتر شود.

۳-۶- مراحل انجام تحلیل و مشخصات برنامه رایانه‌ای

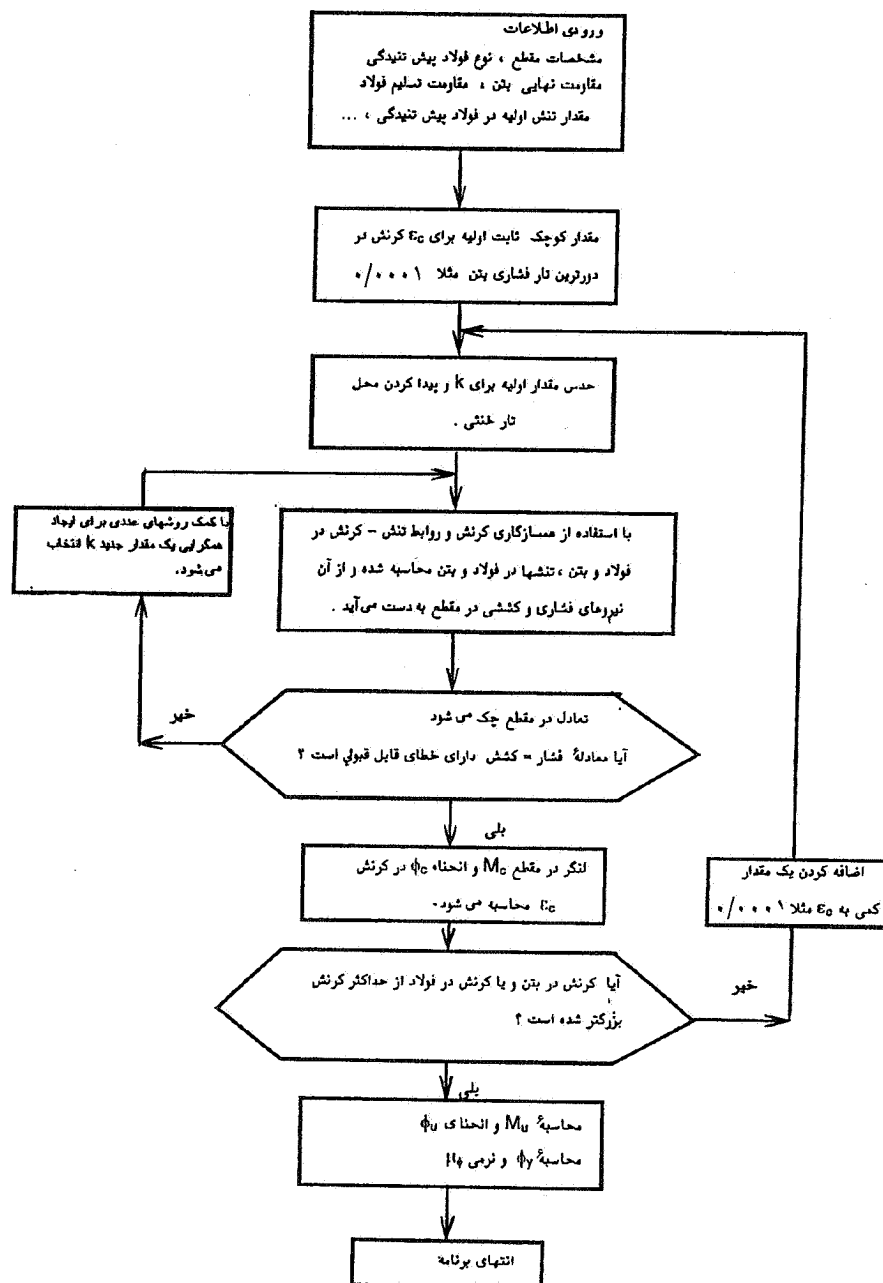
عمل تحلیل شامل تعیین حالت سازگاری و تعادل برای مقادیر مختلف ε_{cc} (از صفر تا حداکثر مقدار کرنش در بتن، ε_{cu}) و لنگرها و انحناهای متناظر و نرمی $(\frac{\phi_{ult}}{\phi_y})$ و M_{ult}/M_y است. محاسبات تحلیل توسط یک برنامه رایانه‌ای شامل دو قسمت کشسان خطی و غیرخطی انجام شده است. قسمت تحلیل کشسان خطی محدوده‌ای از بارگذاری از مقدار لنگر صفر و انحنای منفی شروع شده و تا حد انحنا صفر در مقطع ادامه می‌یابد. در این قسمت روابط تنش - کرنش در بتن خطی فرض شده و با فرض مقطع ترک نخورده و با استفاده از روابط مکانیک جامدات در ارتباط با مقاطع تبدیل یافته لنگر و انحنای محاسبه می‌شود.

در قسمت تحلیل غیرخطی (در محدوده انحنای مثبت) بارگذاری روی مقطع با اضافه کردن کرنش در دورترین تار فشاری ادامه پیدا می‌کند و رفتار بتن در کشش خطی فرض می‌شود. مقدار نیروی کششی بتن در مقطع در دورترین تار کششی کمتر از کرنش متناظر با مدول گسیختگی در نظر گرفته می‌شود و پس از آن با فرض گسترش ترک تا تار خنثی مقطع، صفر در نظر گرفته شده است. در هر مرحله از بارگذاری برای هر مقدار از کرنش در دورترین تار فشاری بتن (ε_{cc}) و فرض یک مقدار اولیه برای $k_d p$ و با توجه به خطی بودن توزیع کرنش در مقطع، مقادیر کرنش در فولادهای

فشاری و کششی و پیش‌تنیده قابل محاسبه می‌شوند. سپس نیروهای بوجود آمده در فولادهای معمولی و پیش‌تنیده با توجه به روابط تنش - کرنش در مدل انتخابی برای آنها و سطح مقطع هر کدام محاسبه می‌شوند. مدل مقطع بتن در قسمت بالای تار خنثی به تعداد محدودی نوار هم ضخامت به موازات تار خنثی با این فرض که در هر نوار تنش و کرنش ثابت باشد، تقسیم می‌شود. پس از محاسبه کرنش در مرکز هر نوار، مقدار تنش در هر نوار و سپس کل نیروی فشاری محاسبه می‌شود.

پس از محاسبه تمامی نیروهای فشاری و کششی در مقطع، رابطه تعادل مورد بررسی قرار می‌گیرد و در صورت لزوم مقدار k تا نیل به تعادل تغییر داده می‌شود و سپس لنگر و انحنای محاسبه می‌شوند. انهدام مقطع در حداکثر کرنشها در بتن و یا فولاد پیش‌تنیده انجام می‌شود. برای محاسبه نرمی قبل از محاسبه نسبت ϕ_{ult}/ϕ_y اصلاحاتی روی مقادیر ϕ_{ult} و ϕ_y انجام می‌گیرد. با توجه به اینکه تیرهای پیش‌تنیده در حالت بدون بار دارای انحنای منفی اند قبل از محاسبه این نسبت، کل منحنی به مقدار این انحنای اولیه به سمت راست حرکت داده می‌شود و یا به هر کدام از مقادیر صورت و مخرج کسر این مقدار اولیه اضافه شده است.

برنامه رایانه‌ای پس از خواندن فایل ورودی تمامی مشخصات مقطع و نوع مدل‌سازی برای مصالح مورد استفاده، تحلیل مقطع را تا مقدار نهایی کرنش در بتن و یا فولاد انجام داده و سپس مقادیر نرمی و اعداد مربوط به نمودار لنگر - انحنای در دو فایل خروجی ثبت می‌شوند. این برنامه قادر است مقاطع بتنی را با (۱) اشکال مستطیلی، I شکل، T شکل و جعبه‌ای، (۲) مدل بتن محصور نشده به دو صورت استفاده از روابط تحلیلی هوگنستد و یا با کمک منحنیهای واقعی تنش - کرنش بتن تا مقاومت 120 MPa ، (۳) مدل بتن محصور شده در خاموت مستطیلی به دو صورت استفاده از روابط تحلیلی کنت و پارک با وارد کردن مقادیر نسبت حجمی فولاد خاموت به هسته و فاصله خاموتها به عرض هسته و یا همچنین با کمک منحنیهای واقعی مانند آن در شکل (۱)، (۴) مدل فولاد پیش‌تنیدگی با استفاده از روابط منگتو و پیتنو در دو حالت واقعی و یا مقادیر حداقل ارائه شده در استاندارد ASTM برای سه نوع متداول فولاد پیش‌تنیدگی شامل کابل، سیم و میله فولادی با مقاومت‌های نهایی به ترتیب ۲۷۰، ۳۲۵ و ۱۶۰ ksi و همچنین (۵) مدل فولاد مسلح‌کننده معمولی برای



شکل ۵- روند نمای کلی نحوه تحلیل غیرخطی

برای بررسی اثر هر پارامتر روی رابطه ممان - انحنا و نرمی مقاطع یک حالت مبنا در نظر گرفته شده و فقط پارامتر مورد مطالعه تغییر کرده است. حالت مبنای مقطع مستطیل R شکل با مشخصات زیر است

- فولادهای کششی و فشاری با مقاومت تسلیم

$$f_y = 60 \text{ ksi (} 416 \text{ MPa)}$$

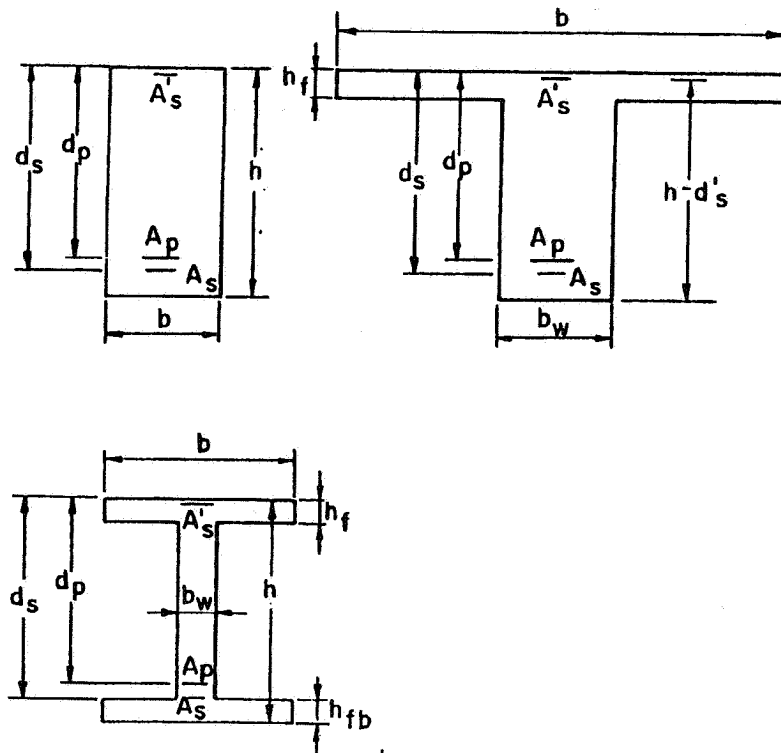
- تاندون پیش تنیدگی با مقاومت نهایی

$$f_{pu} = 270 \text{ ksi (} 1863 \text{ MPa)}$$

فولاد کششی و فشاری با استفاده از روابط ونگ، شاه و نعمان تحلیل کند. روند نمای کلی نحوه تحلیل مقطع در شکل (۵) ارائه شده است.

۴- ارزیابی پارامترهای مؤثر روی نرمی

از سه شکل متداول برای مقطع بتنی پیش تنیدگی به صورت مستطیلی R، I، و T شکل در این تحلیل استفاده شده است. مشخصات مقاطع در شکل (۶) و ابعاد آن در جدول (۲) آمده است.



شکل ۶- مقاطع مورد مطالعه

جدول ۲- ابعاد مقاطع مورد استفاده

مقطع	d'_s (cm)	d_s (cm)	d_p (cm)	h_f (cm)	b_w (cm)	b (cm)	h (cm)
R	۵	۵۶	۵۲	-	-	۳۰/۵	۶۱
I	۵	۵۶	۵۲	۷/۵	۳۰/۵	۶۱	۶۱
T	۵	۵۶	۵۲	۷/۵	۳۰/۵	۶۱	۶۱

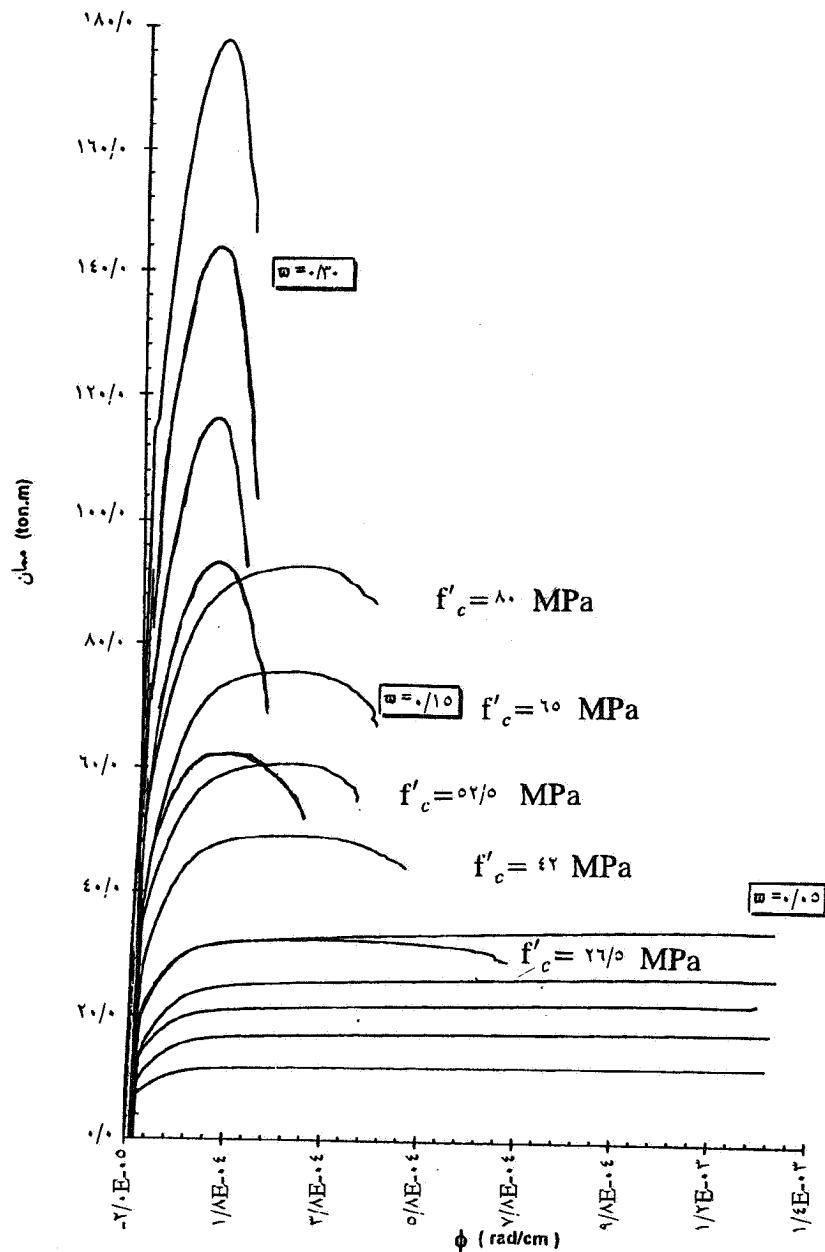
به عنوان متغیر اصلی (مانند مقاطع بتن آرمه معمولی) کاملاً متفاوت باشد. (۲) در صورت فرمول ω با توجه به اینکه A'_s به صورت منفی آمده است، برای یک ω ثابت با افزایش در γ (که افزایش در A'_s را سبب می‌شود) مقدار A_{ps} باید اضافه شود. به این معنی که با تقویت ناحیه فشاری مقطع، ظرفیت ناحیه کششی نیز افزایش یافته و بررسی اثر γ روی مقطع با بررسی اثر ρ' متفاوت خواهد بود.

۴-۱- مقاومت بتن

اثر مقاومت بتن روی منحنیهای ممان - انحنا بتن غیرمحصور در شکل (۷) برای ω با سه مقدار ۰/۰۵، ۰/۱۵ و ۰/۳۰ به طور مجزا نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که برای هر یک از

- بتن غیرمحصور با مقاومت فشار $f'_c = 52 \text{ MPa}$
- نسبت نیرو در فولاد فشاری $\gamma = 0$
- نسبت پیش‌تنیدگی جزئی $PPR = 1$
- و - تنش مؤثر اولیه $f_{pe} = 0/6 f_{pu}$ است.

اندیس فولادگذاری ω به عنوان متغیر اصلی در هر تحلیل از مقادیر ۰/۰۵ تا ۰/۳۰ تغییر داده شده است. با قبول ω به عنوان متغیر اصلی در این تحلیلها دو نکته اساسی قابل ذکر است: (۱) با توجه به اینکه در معادله (۶) مقدار f'_c در مخرج قرار دارد به ازای یک ω ثابت مقدار فولاد کششی پیش‌تنیده A_{ps} با افزایش در f'_c افزایش می‌یابد. به همین دلیل نتایج به دست آمده از مطالعه اثر f'_c روی نرمی مقاطع می‌تواند با نتایج انتظاری از تحلیل با فرض $\rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p}$

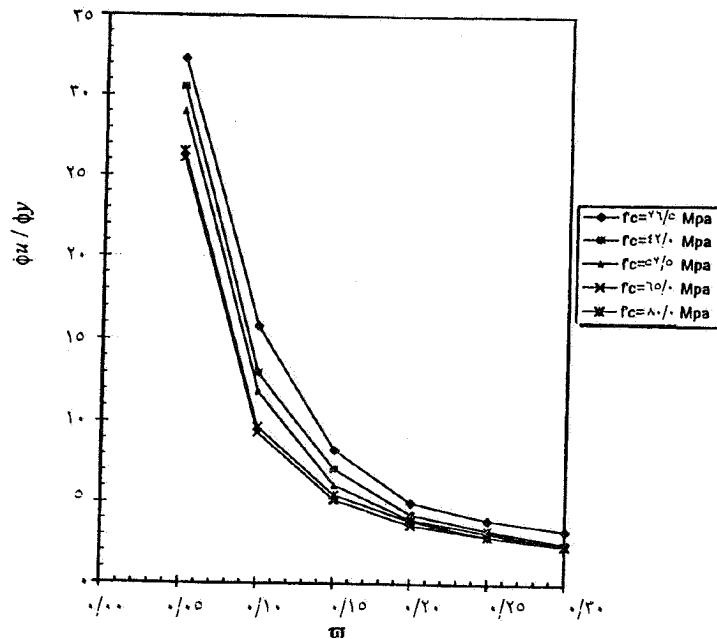


شکل ۷- اثر مقاومت بتن روی منحنی ممان - انحنا برای اندیسه‌های فولادگذاری مختلف

می‌یابد. برای همین تغییر در مقاومت بتن برای $w=0/2$ ، نرمی از ۵ به ۴ (حدود ۲۰ درصد) کاهش می‌یابد. حداقل نرمی برای بتن $f'_c=80$ MPa با $w=0/3$ برابر $2/4$ است. گرچه با افزایش مقاومت بتن نرمی کاهش می‌یابد، لیکن به طور کلی مقدار این کاهش کمتر از اثر کاهش نرمی ناشی از افزایش در w است. لذا از دید طراحی در موارد استفاده از بتن با مقاومت بالا بسته به مقدار مقاومت برای حفظ نرمی باید از میزان w کاست.

مقادیر w با افزایش مقاومت در بتن، مقدار لنگر نهایی و لنگر تسلیم افزایش یافته و طول قسمت غیرخطی منحنی یا نرمی کاهش می‌یابد. همچنین در مقادیر بالای w با افزایش در f'_c ، مقدار کاهش بیشتری در لنگر قبل از گسیختگی مقطع صورت می‌گیرد.

نرمی $(\frac{\phi}{\phi_y})$ با افزایش در w ابتدا با شیب بسیار تند و پس از مقدار $0/15$ با شیب کمتری کاهش می‌یابد، شکل (۸). برای $w=0/1$ با افزایش مقاومت بتن از $26/5$ تا $52/5$ MPa (حدود ۲ برابر) نرمی انحنایی از ۱۶ به ۱۲ (به مقدار ۲۵ درصد) کاهش



شکل ۸- اثر مقاومت بتن روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری

کمتر از تیرهای با بتن مقاومت معمولی است. نظر به اینکه با افزایش مقاومت بتن و حفظ مقدار محصوریت، شکل پذیری اعضای خمشی بتن پیش تنیده کاهش می یابد لازم است تا مقدار محصوریت را در بتن با مقاومت بالا افزایش دهیم.

۳-۴- اثر پیش تنیدگی جزئی (PPR)

نسبت پیش تنیدگی جزئی، بنا به تعریف به کار رفته در تحلیل نسبتی از نیروی کششی در مقطع ترک خورده در حالت نهایی است که به فولاد پیش تنیدگی اختصاص دارد. این پارامتر از مقدار صفر برای مقطع بتن آرمه معمولی تا حداکثر مقدار یک برای مقطع به طور کامل پیش تنیده تغییر می کند. این نسبت طبق فرمول زیر تعریف می شود.

$$PPR = \frac{A_{ps} f_{ps}}{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y} \quad (8)$$

در نتیجه d_e برحسب PPR به صورت زیر می آید

$$d_e = PPR \times d_p + (1-PPR) \times d_s \quad (9)$$

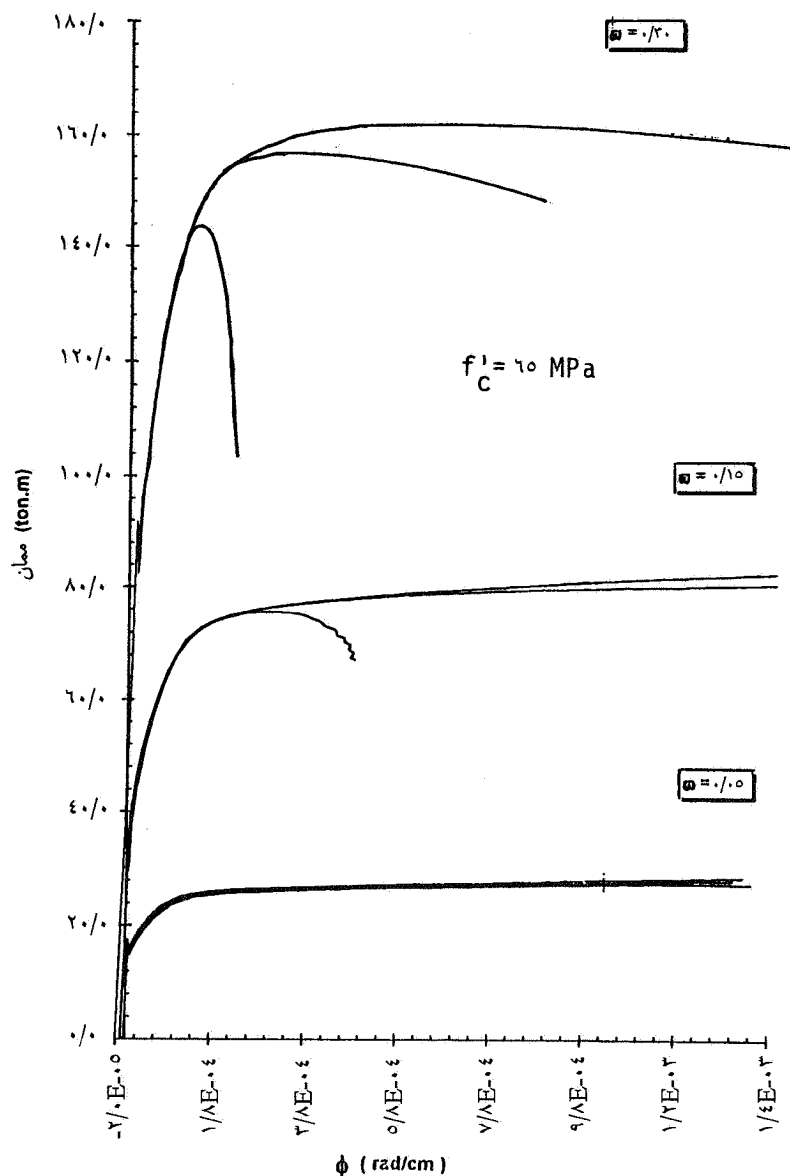
در منحنیهای ممان - انحنای شکل (۱۱) مقدار PPR از ۰/۲ تا ۱/۰ بر روی شکل مبنا اعمال شده است. لازم به ذکر است که افزایش مقدار PPR از ۰/۲ تا ۱/۰، افزایش میزان فولاد پیش تنیدگی و

۲-۴- محصورشدگی

در شکل (۹) منحنیهای ممان - انحنای بتن با مقاومت فشار خاموت محصورکننده به حجم هسته (ρ) نشان داده شده اند آمده است. برای هر یک از مقادیر ω بخش اولیه منحنیها بر هم منطبق اند. برای مقادیر کم ω محصورشدگی اثر قابل توجهی روی منحنی لنگر - انحنای و لنگر نهایی ندارد ولی برای مقادیر بالاتر ω (بیشتر از ۰/۱۰) با افزایش در ω اثر محصورشدگی بسیار قابل توجه شده و طول قسمت غیرخطی منحنی در مقایسه با منحنی بدون محصورشدگی افزایش چشمگیری پیدا می کند و دارای شیب کمتری می شود.

نرمی مقطع در حالت محصور شده بهبود زیادی پیدا می کند که این اثر در ω های بین ۰/۱۰ تا ۰/۲۰ بسیار مشهودتر است، شکل (۱۰). نرمی انحنایی نیز در حضور محصوریت تا $\omega = ۰/۲$ کاهش اندکی را تجربه می کند و پس از آن شیب نزولی افزایش می یابد لیکن برای $\omega = ۰/۲۵$ مقدار نرمی برای محصوریتها $۰/۰۰$ ، $۰/۶۹$ و $۱/۳۵$ به ترتیب $۲/۹$ ، $۶/۹$ و $۱۹/۷$ است و برای $\omega = ۰/۳$ به ترتیب مقادیر $۲/۳$ ، $۵/۵$ و $۸/۷$ را دارد که اهمیت محسوس محصورشدگی روی نرمی را نشان می دهد.

اثر محصورشدگی بر روی نرمی تیرهای با بتن مقاومت بالا



شکل ۹- اثر محصور شدگی روی منحنی ممان- انحنای برای اندیسه‌های فولادگذاری مختلف (منحنیهای با نرمی کمتر دارای مقدار ρ پایینترند)

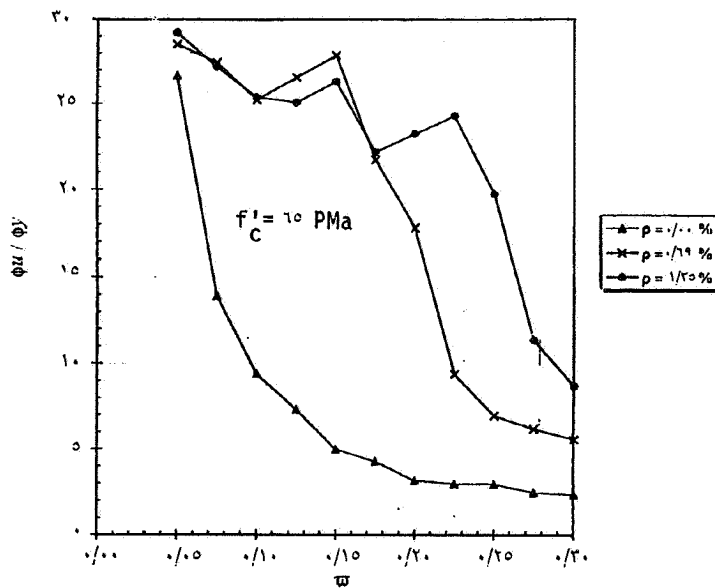
بالاتری بوده و رفتار مناسب و شکل پذیرتری از خود نشان می‌دهند. به طور کلی نقش PPR در نرمی انحنایی برای مقادیر ثابت ω (و $\omega \geq 0.1$) نامحسوس است.

۴-۴- تنش مؤثر (f_{pe})

با کاهش در مقدار نیروی پیش‌تنیدگی مؤثر، از مقدار انحنای منفی اولیه ϕ کاسته می‌شود، دیگر اینکه تقریباً تمامی منحنیهای با f_{pe} پایینتر در حوالی لنگر حداکثر به منحنیهای با بالاتر

کاهش در فولاد معمولی را برای ω ثابت در بردارد. منحنیها نشان می‌دهند که برای تمامی مقادیر ω با کم شدن PPR به حداکثر ظرفیت لنگر مقطع اضافه شده و به لنگر تسلیم مقطع نیز اضافه می‌شود و این در حالی است که از طول قسمت غیرخطی (مومسان) منحنی کاسته می‌شود.

در شکل (۱۲) برای ω های بزرگتر از ۰/۱، مقدار نرمی تقریباً مستقل از PPR است. همان طور که از نمودارهای لنگر- انحنای هم دیده می‌شود مقاطع با PPR بالاتر و ω کمتر از ۰/۱ دارای نرمی



شکل ۱۰- اثر محصور شدگی روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری

۴-۵- نسبت نیرو در فولاد فشار (γ)

این نسبت نشان‌دهنده نسبت نیرو در فولاد فشاری در حالت تسلیم به کل نیروی کششی مقطع است و طبق رابطه زیر تعریف می‌شود

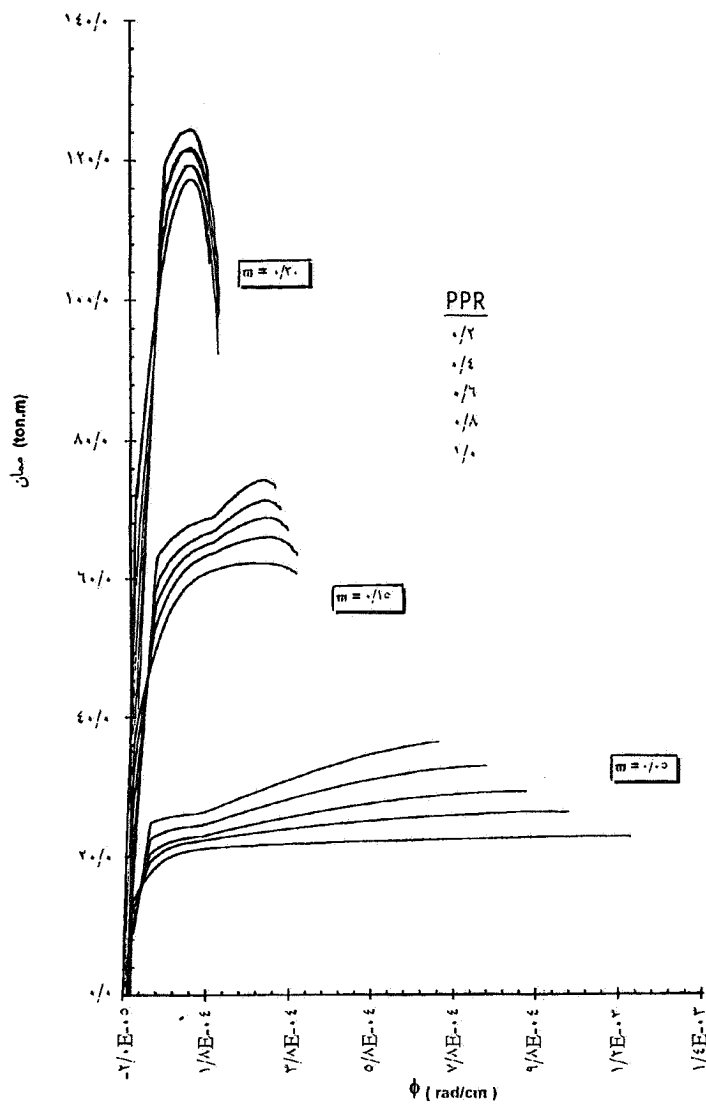
$$\gamma = \frac{A_s' f_y}{A_p f_{pu} + A_s f_y} \quad (10)$$

که مقدار γ می‌تواند حداقلی برابر صفر (حالت بدون فولاد فشاری) داشته باشد.

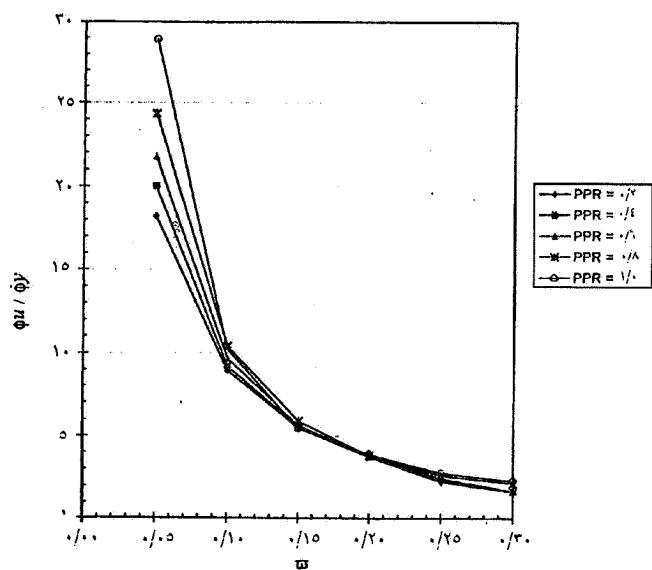
اثر مقادیر $\gamma = 0/0$ ، $0/2$ ، $0/4$ برای مقادیر مختلف اندیس فولادگذاری در منحنیهای ممان - انحنای شکل (۱۵) آمده است. در این شکلها با افزایش در γ و تقویت ناحیه فشاری، به لنگر تسلیم و حداکثر ظرفیت لنگر مقطع افزوده می‌شود. طول قسمت غیرخطی و بعد از لنگر حداکثر با اضافه شده در γ و بالا رفتن مقاومت خمشی، کاهش پیدا نمی‌کند. به طور کلی اثر γ روی بخش کشسان منحنی $M-\phi$ برای اعضای بتنی پیش‌تنیده محسوس نیست و به عنوان معیاری برای کنترل نرمی در طراحی عضو به حساب نمی‌آید. نرمی در w های بزرگتر از ۰/۱ تقریباً هیچ گونه اثرپذیری از γ ندارد و فقط برای w های کوچکتر با افزایش در γ نرمی کاهش پیدا می‌کند، شکل (۱۶).

می‌پیوندند، شکل (۱۳). برای هر مقدار ثابت w، به ویژه برای مقادیر بزرگتر از ۰/۰۵ اختلاف بین قابلیت لنگرپذیری برای یک انحنای خاص قابل توجه است. مثلاً برای $w = 0/25$ ، در انحنای 8×10^{-5} مقدار ممان برای f_{pe} های ۰/۱۵، ۰/۳۰، ۰/۴۵ و ۰/۶۰ به ترتیب برابر ۵۰، ۶۴، ۷۷ و ۸۸ t-m است. این اختلاف گرچه برای w های پایین کمتر است، لیکن از نظر عددی قابل توجه است. با افزایش مقدار f_{pe} ، منطقه مومسان منحنی $M-\phi$ مستقل از w افزایش می‌یابد.

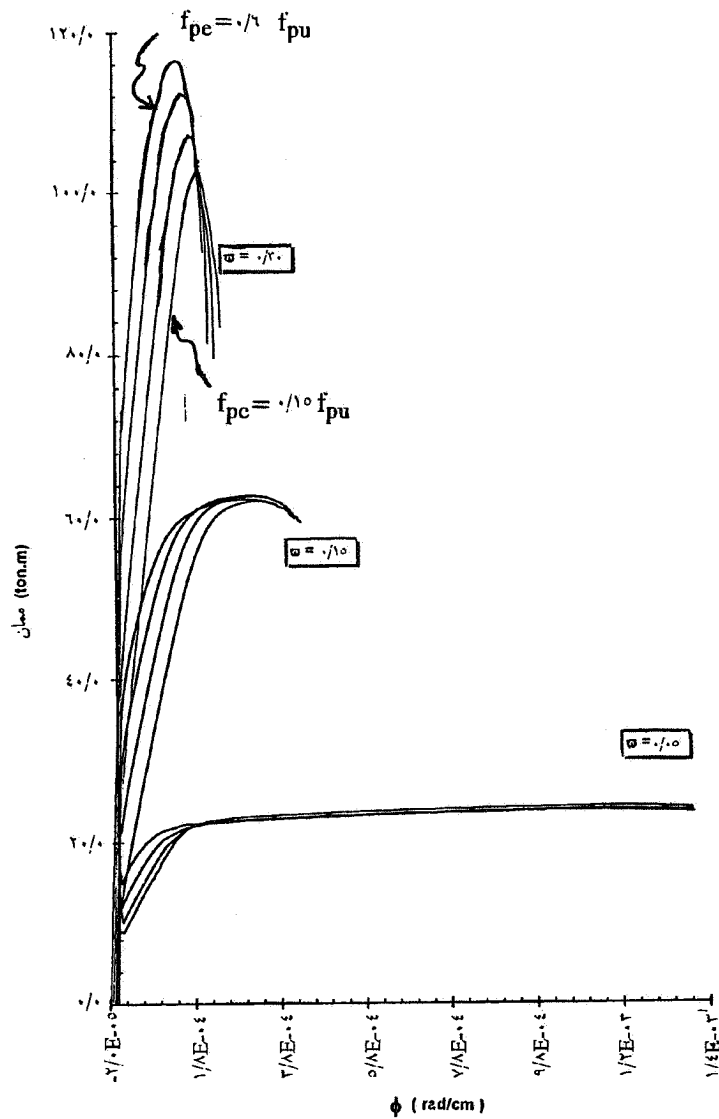
نرمی مقایسه شده در شکل (۱۴) نشان‌دهنده این مسئله است که به علت افزایش در مخرج کسر رابطه نرمی متناظر با کاهش f_{pe} این نسبت کوچک شده و نرمی کمتری به دست می‌آید. به عبارت دیگر با افزایش مقدار f_{pe} ، نرمی نیز افزایش می‌یابد. مقدار کاهش نرمی از $f_{pe} = 0/6 f_{pu}$ به $f_{pe} = 0/15 f_{pu}$ قابل توجه است و پس از آن نرخ کاهش نرمی نیز کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است برای $w = 0/05$ و برای مقادیر f_{pe} برابر ۰/۱۵، ۰/۳۰، ۰/۴۵ و $0/6 f_{pu}$ نرمی به ترتیب ۷/۵، ۹/۸، ۱۴/۰ و ۲۸/۵ و با اختلاف قابل توجه و برای $w = 0/25$ به ترتیب ۱/۴، ۱/۶، ۲/۰ و ۳/۰ با اختلاف کم است. لذا در طراحی لازم است که مقدار w را به حداکثر ۰/۱ برای $f_{pe} = 0/30 f_{pu}$ و $w = 0/15$ و $f_{pe} = 0/45 f_{pu}$ و $w = 0/20$ و بالاتر برای $f_{pe} = 0/6 f_{pu}$ محدود شود.



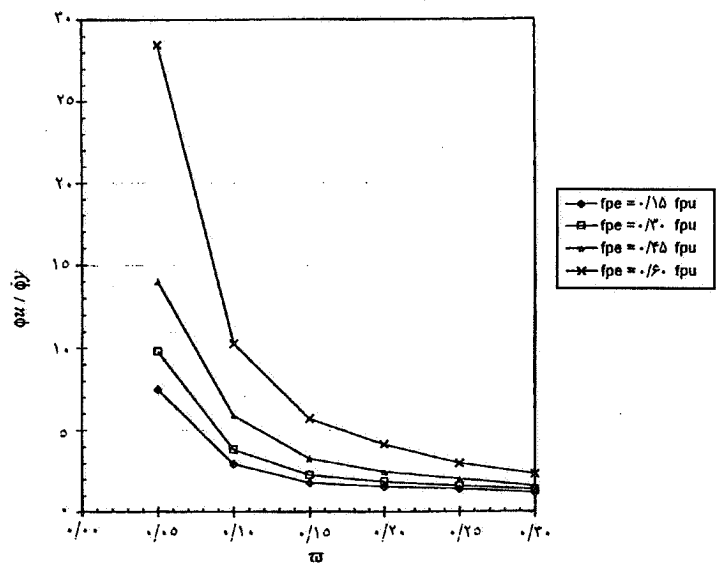
شکل ۱۱- اثر نسبت پیش تنیدگی جزئی روی منحنی ممان انحنا برای اندیسه‌های فولادگذاری مختلف



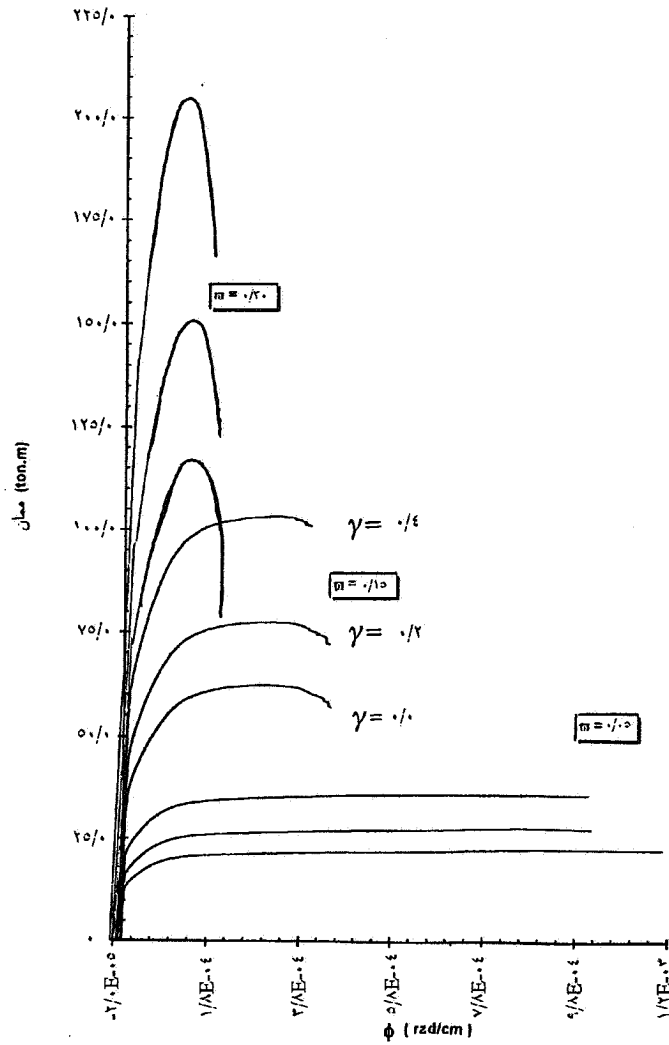
شکل ۱۲- اثر نسبت پیش تنیدگی جزئی روی رابطه بین نرمی و اندیسه‌های فولادگذاری مختلف



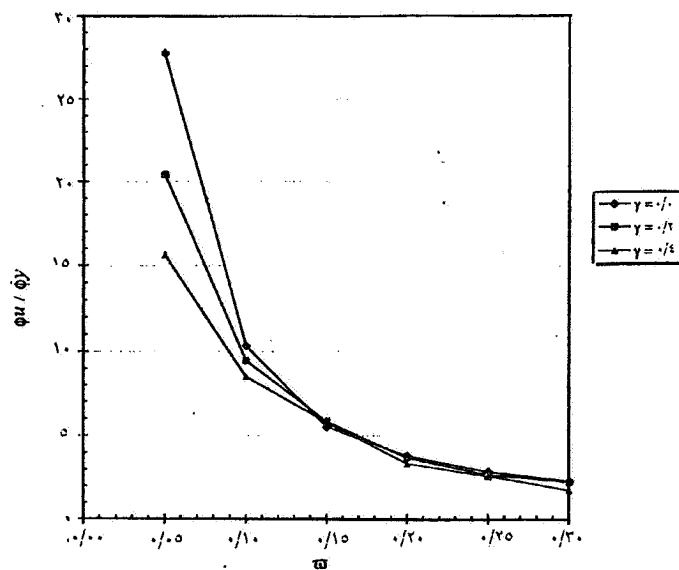
شکل ۱۳- اثر تنش پیش تنیدگی مؤثر روی منحنی ممان - انحنا برای اندیسهای فولادگذاری مختلف



شکل ۱۴- اثر تنش پیش تنیدگی مؤثر روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری



شکل ۱۵- اثر نسبت فولاد فشاری روی منحنی ممان - انحنا برای اندیسهای فولادگذاری مختلف



شکل ۱۶- اثر نسبت فولاد فشاری روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری

۴-۶- نوع فولاد

در منحنیهای ممان - انحنای شکل (۱۷) تغییر قابل ملاحظه‌ای در نمودارهای لنگر - انحنا در اثر تغییر در f_{pu} یا نوع فولاد بر روی لنگر حداکثر، لنگر تسلیم و یا طول منحنی دیده نمی‌شود. نمودارهای لنگر - انحنای کابل ($f_{pu}=270 \text{ ksi}=1860 \text{ MPa}$) و سیم ($f_{pu}=235 \text{ ksi}=1620 \text{ MPa}$) شبیه به هم بوده و نرمی بسیار نزدیک به هم دارند، شکل (۱۸). میله فولادی با منحنی تنش- کرنش کمی متفاوت با دو فولاد دیگر از نمودارهای لنگر-انحنا و نرمی با تفاوت کمی نسبت به دو نوع دیگر فولاد برخوردار است و برای کلیه مقادیر ω دارای نرمی بالاتری است.

به طور کلی اگر چه با کاهش مقدار مقاومت نهایی فولاد، نرمی نیز افزایش می‌یابد و با توجه به اینکه برای بتن پیش‌تنیده به دلیل جبران افت‌های مختلف و حفظ یک تنش اولیه، نیاز به f_{pu} بالاست، لذا مقدار نرمی و منطقه مومسان به دست آمده برای $f_{pu}=270 \text{ ksi}$ برای طراحی مناسب است.

۴-۷- شکل مقطع

در شکل (۱۹) روابط ممان - انحنا و در شکل (۲۰) نرمی برای مقاطع I، R و T و مقادیر متفاوت ω آمده است. این سه نوع مقطع دارای ابعاد و سطح مقطعهای متفاوت (مطابق جدول ۱) بوده و برای مقایسه سه شکل، مقادیر لنگر و انحنا به صورت بدون بعد ترسیم شده‌اند. منحنیهای مربوط به مقاطع I و T به ویژه پس از ترک‌خوردگی بسیار به هم نزدیک‌اند.

در تعریف ارائه شده از ω مطابق رابطه (۶) برای مقاطع بالدار به جای b از عرض جان b_w استفاده می‌شود، و این باعث می‌شود که اضافه کردن بال فشاری به مقطع مستطیلی و تقویت ناحیه فشاری هیچ‌گونه اثری در مقدار فولاد کششی نداشته باشد و در عمل مقاطع بالدار نسبت به مقاطع مستطیلی با ω ثابت و با همان عرض جان و ارتفاع، کم‌آرمه‌تر بوده و نرمی بیشتری از خود نشان می‌دهند. لیکن به طور کلی نرمی در سه سیستم اگر مستقل از این موارد در نظر گرفته شود تقریباً به طور یکسان است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به اثر متغیرهای اساسی بر رفتار لنگر - انحنا و

نرمی اعضای پیش‌تنیده کامل و جزئی پیش‌تنیده بتنی پرداخته شده است. بر اساس یک تحلیل غیرخطی انجام شده، نتایج زیر حاصل شده است.

۱- اندیس فولادگذاری (ω) مناسبترین متغیر مستقل برای بیان رفتار نرمی خمشی است. این متغیر اثرات چندین متغیر اساسی دیگر مانند مقاومت فشاری بتن و نسبت فولادگذاری را در برمی‌گیرد. علاوه بر این چون بیان‌کننده نسبت نیروی کششی خالص در فولاد به نیروی فشاری در بتن است، اثر فولاد فشاری نیز در آن ملخوط شده است.

۲- نرمی برای تمامی انواع مقاطع، مقدار نیروی پیش‌تنیدگی مؤثر (f_{pe})، نسبت فولاد فشاری (γ) و نسبت پیش‌تنیدگی جزئی (PPR)، با بالا رفتن ω شدیداً کاهش می‌یابد. در طراحی برای بهبود در نرمی باید اندیس فولادگذاری را کاهش داد. این عمل ممکن است با اضافه کردن به A'_s صورت بگیرد.

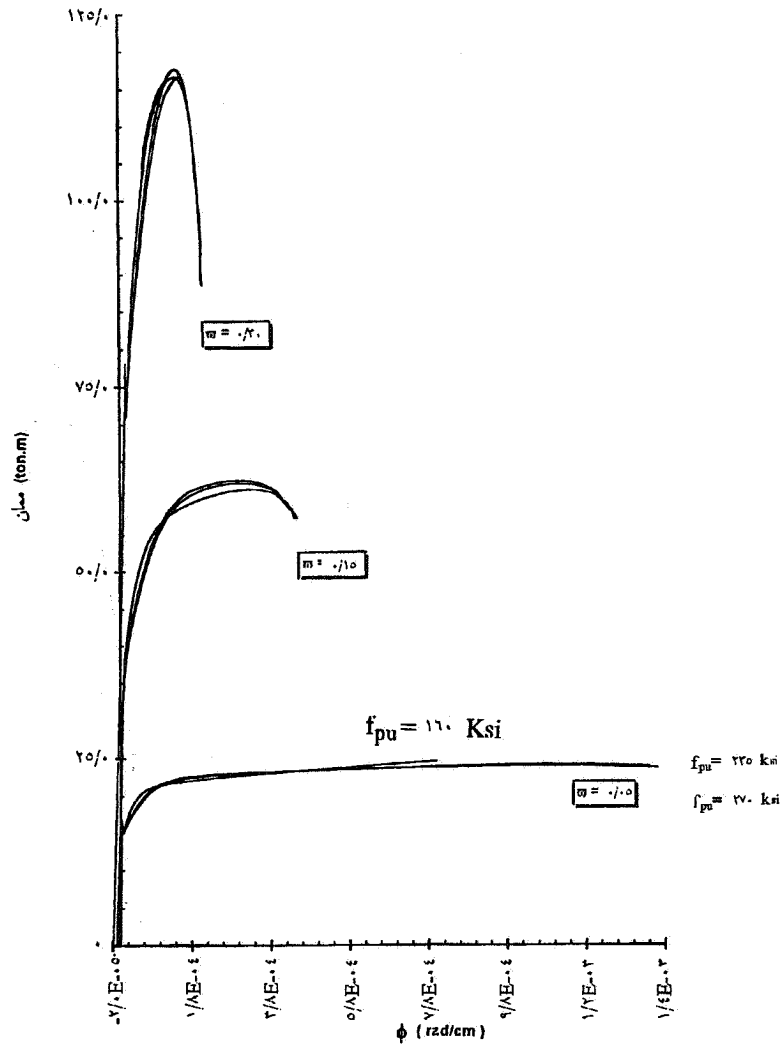
۳- افزایش در مقاومت فشاری بتن از ۲۶/۵ تا ۸۰/۰ MPa باعث کاهش در نرمی تا حداکثر ۲۵٪ می‌شود. این کاهش برای مقاطع با اندیس فولادگذاری پایین بیشتر است.

۴- نرمی اعضای سازه‌ای بتن آرمه و بتن پیش‌تنیده با ایجاد محصورشدگی به نحو قابل توجهی افزایش می‌یابد. در صورت عدم امکان ایجاد محصورشدگی در بعضی از مقاطع خمشی، کنترل در نرمی با کاهش اندیس فولادگذاری می‌تواند انجام گیرد.

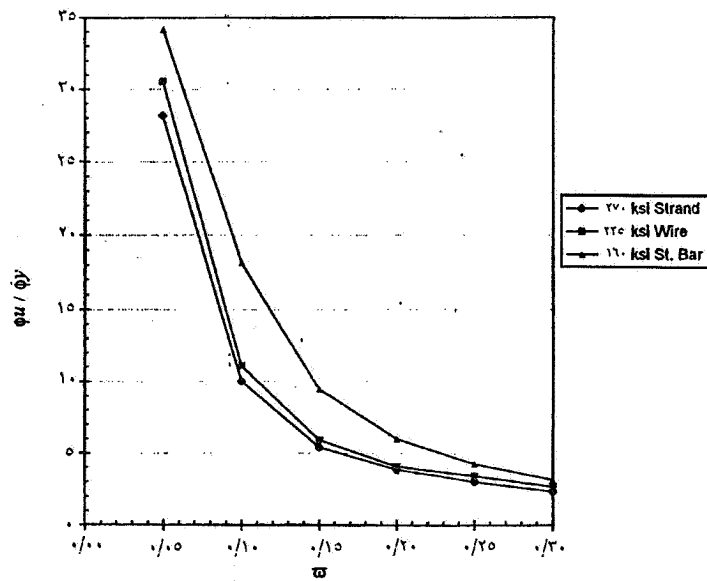
۵- برای تمامی مقادیر مساوی از اندیس فولادگذاری تغییر اساسی در روند نرمی با تغییر دادن PPR از صفر تا یک (از پیش‌تنیده کامل تا بتن آرمه معمولی) ایجاد نمی‌شود ($\omega \geq 0/10$).

۶- کاهش در تنش مؤثر پیش‌تنیدگی (f_{pe}) با به تعویق انداختن مرحله تسلیم در مقطع، اثر نامطلوبی بر نرمی تیرهای به طور جزئی پیش‌تنیده بتنی دارد. این اثر برای تیرهای با PPR کم بی‌اهمیت می‌شود.

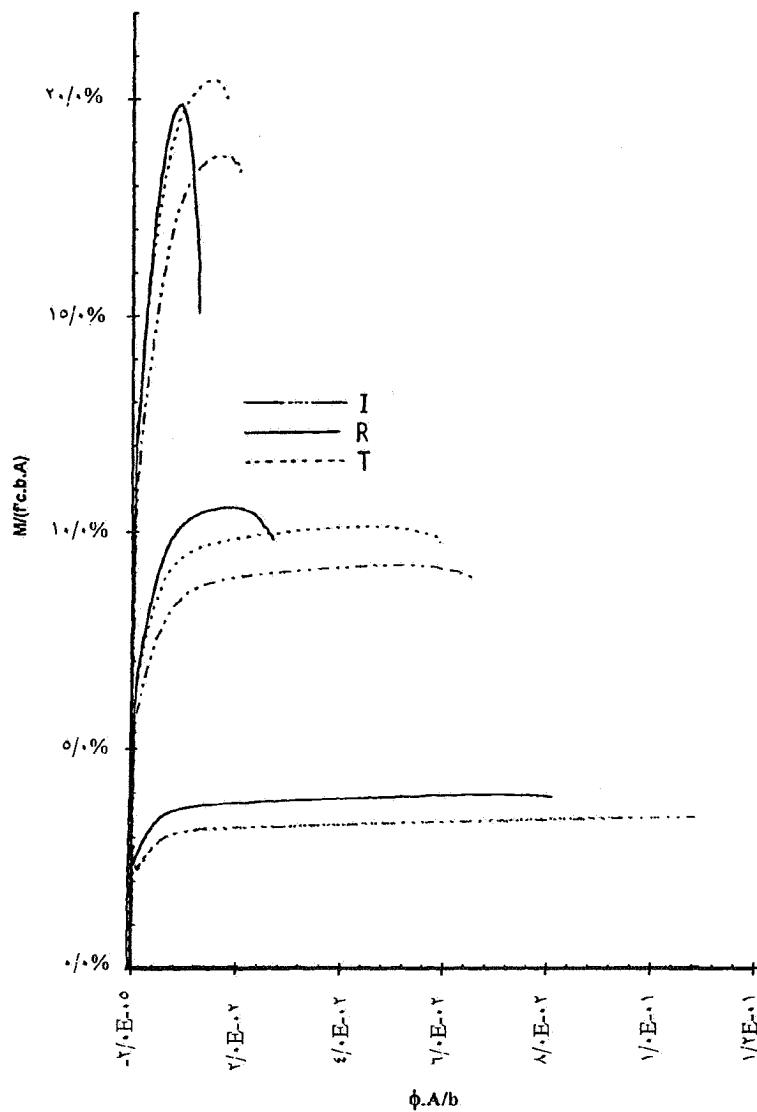
۷- برای مقادیر ثابت اندیس فولادگذاری با افزایش در نسبت فولاد فشاری (γ) مقدار ظرفیت خمشی لنگر در مقطع به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد در حالی که تأثیر قابل توجهی در نرمی برای $\omega \geq 0/10$ ندارد. دلیل این امر به تعریف ω برمی‌گردد، بدین صورت که در ω ثابت با افزایش در γ مقدار A'_s اضافه شده و در نتیجه A_p نیز اضافه می‌شود که باعث افزایش در مقاومت خمشی مقطع بدون کاهش قابل توجهی در نرمی می‌شود.



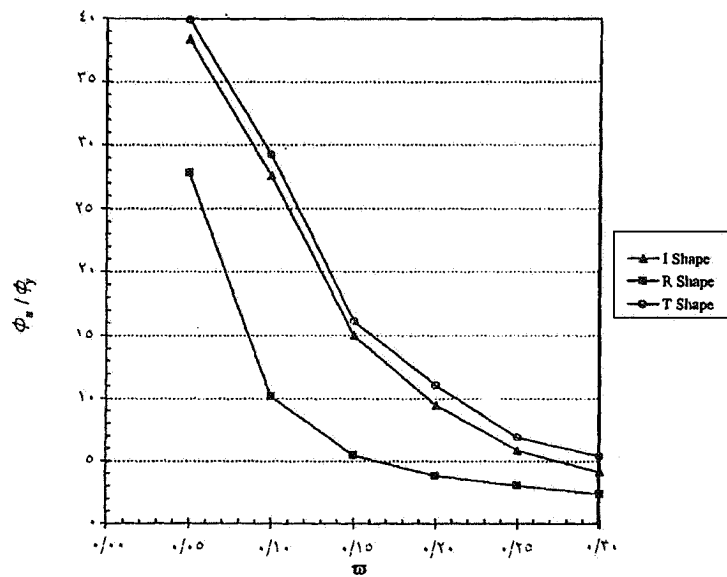
شکل ۱۷- اثر مقاومت نهایی فولاد پیش تنیده روی منحنی ممان - انحنا برای فولادگذاری مختلف



شکل ۱۸- اثر مقاومت نهایی فولاد پیش تنیده روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری



شکل ۱۹- اثر شکل مقطع روی منحنی ممان - انحنا برای اندیسهای فولادگذاری مختلف



شکل ۲۰- اثر شکل مقطع روی رابطه بین نرمی و اندیس فولادگذاری

مقادیر بالاتر از ۴/۰ در این مطالعه به دست آمده است. نرمی خمشی ۱۰ و بالاتر برای مقادیر w کمتر از ۰/۱۰ قابل حصول است.

قدردانی

بدین وسیله از حمایت‌های معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف در انجام این مطالعه قدردانی به عمل می‌آید.

۸- به طور کلی با کاهش مقاومت نهایی فولاد پیش‌تنیدگی، نرمی افزایش می‌یابد. لیکن با توجه به موارد دیگر از جمله کنترل جبران افت‌های مختلف و حفظ یک تنش اولیه قابل قبول، به کارگیری فولاد با مقاومت‌های بالاتر حائز اهمیت است.

۹- مقدار نرمی در اعضای پیش‌تنیده بتنی، به طور کلی مستقل از شکل مقطع است.

۱۰- در حداکثر اندیس فولادگذاری براساس آیین‌نامه ACI ($\beta_1/36$) نرمی انحنایی بین ۱/۵ تا ۳/۰ قابل دسترسی است. در w برابر ۰/۲ که حداکثر مقدار برای امکان باز توزیع لنگر خمشی است،

مراجع

1. Pfrang, E.O., Siess, C.P. and Sozen, M.A., "Load-Moment-Curvature Characteristics of Reinforced Concrete Cross Sections," *ACI Journal*, pp. 763-777, July 1964.
2. Al-Haddad, M.S., "Curvature Ductility of Reinforced Concrete Beams Under Low and High Strain Rates," *ACI Structural Journal*, pp. 526-534, Sep.-Oct. 1995.
3. Khaloo, A.R., and Godrati, Amiri G.R., "Moment-Curvature Analysis of Confined Concrete Flexural Members," *Asian Journal of Structural Eng.*, Vol. 1, No. 2, pp. 103-125, summer 1995.
4. Corely, W.G., "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams," *Journal of Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 92, No. ST5, pp. 121-146, Oct. 1966.
5. Kent, D.C., and Park, R., "Flexural Members with Confined Concrete," *Journal of Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 97, No. ST7, pp. 1969-1990, Jul. 1971.
6. Priestley, M.J.N., and park, R., "Moment-Curvature Relationships for Prestressed Concrete in Constant Moment Zones," *Magazine of Concrete Research*, Vol. 23, No. 75-76, pp. 69-78, July-Aug. 1971.
7. Thompson, K.J., and Park, R., "Ductility of Prestressed and Partially Prestressed Concrete Sections," *PCI Journal*, Vol. 25, No. 2, pp. 2747-2765, Mar.-Apr. 1980.
8. Naaman, A.E., "An Approximate Nonlinear Design Procedure for Partially Prestressed Concrete Beams," *Computer and Structures*, Vol. 17, No. 2, pp. 287-299, 1983.
9. Naaman, A. E., Harjli, M.H., and Wight, J.K., "Analysis of Ductility in Partially Prestressed Concrete Flexural Members," *PCI Journal*, pp. 64-87, May-Jun. 1986.
10. Cohn, M.Z., and Bratlett, M., "Computer Simulated Flexural Tests of Partially Prestressed Concrete Sections," *Journal of Structural Division, Proc. Of ASCE*, Vol. 108, No. ST12, pp. 2747-2765, Dec. 1982.
11. Ahmad, S.H., Shah, S.P., and Khaloo, A.R., "Orthotropic Model of Concrete for Triaxial Stresses," *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 112, No. 1, pp. 165-181, Jan. 1986.
12. Wang, P.T., Shah, S.P., and Naaman, A.E., "High Strength Concrete in Ultimate Strength Design," *Journal of Structural Division, Proc. of ASCE*, Vol. 104, No. ST11, pp. 1761-1773, Nov. 1978.
13. Park, R., and Paulay, T., *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley and Sons Publications, pp. 765, 1975.
14. "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95)," American Concrete Institute, pp. 369, 1995.