

# ارائه روشی نوین در یافتن سطح لغزش بحرانی در شیروانیهای خاکی

احمد علی فخمی\*، محمد حاجی عزیزی\*\* و حمید محرمی\*

بخش مهندسی عمران، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱۳۷۷/۵/۱۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۸/۴/۱۵)

چکیده - امروزه استفاده از روشهای بهینه‌سازی به منظور یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش در شیروانیها، توسعه زیادی یافته‌اند. در این مقاله یک روش جدید برای یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش، یعنی سطحی که دارای کمترین ضریب اطمینان است، پیشنهاد شده است.

برای یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش از روشهای ۱- بیشترین شیب، ۲- گرادیان مزدوج، ۳- اصلاح شده بیشترین شیب، ۴- سیمپلکس و ۵- بیشترین شیب محلی استفاده شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش پنجم که یک روش ابداعی است نسبت به مطالعاتی که تاکنون انجام شده است در انعطاف‌پذیری شیوه به کار برده شده و آزادی عمل حرکت گره‌های سطح لغزش در هر دو جهت عمودی و افقی دارای توانایی بیشتری است. لذا این روش به عنوان روش برتر و مناسبتر در یافتن سطح لغزش بحرانی پیشنهاد می‌شود.

## A New Method for Determination of Critical Slip Surfaces in Earth Slopes

A. A. Fakhimi, M. Haji Azizi and H. Moharrami

Department of Civil Engineering, Tarbiat Modarres University

**ABSTRACT-** Optimization techniques have been widely used in the determination of critical slip surfaces in slopes. In this paper, a new optimization technique is introduced that determines the critical noncircular slip surface of a slope.

\*- استادیار \*\* - دانشجوی کارشناسی ارشد

فهرست علائم	
C	چسبندگی خاک
D <sub>max</sub>	حداکثر طول حرکت در خلاف گرادیان
FS	ضریب اطمینان سطح لغزش
G	گرادیان تابع هدف
G <sub>J</sub>	گرادیان محلی
L	طول سطح لغزش
ns	تعداد قطعات انتخابی روی سطح لغزش
Z	بردار مختصات گره‌های سطح لغزش
$\alpha$	ضریب جستجو
$\gamma$	چگالی خاک
$\phi$	زاویه اصطکاک خاک
$\Delta l_i$	طول قطعه انتخابی روی سطح لغزش
$\nabla f$	گرادیان تابع f
$\tau$	تنش برشی بسیج شده در هر نقطه از سطح لغزش
$\tau_m$	تنش برشی مقاوم نظیر $\tau$
$\sigma_n$	تنش عمودی بر سطح لغزش

*The methods of steepest descent, conjugate gradient, modified steepest descent, simplex and alternating variable local gradients are investigated in this study. It is shown that the approach proposed in this research is an efficient and powerful technique in slope stability analysis.*

#### ۱- مقدمه

توسعه لازم را نیافته است. جمع‌بندی در ارتباط با این روش در مرجع [۲] آمده است.

در سال ۱۹۹۰ لیشچینسکی [۳] روشی را برای تحلیل پایداری شیروانی براساس تحلیل تعادل حدی و حساب تغییرات ارائه داد. در این روش با استفاده از معادله دیفرانسیلی که توزیع تنشهای عمودی را توصیف می‌کند، روند حداقل کردن ضریب اطمینان به‌طور تحلیلی دنبال می‌شود. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که هر سه معادله تعادل حدی، به‌طور همزمان برای توده خاکی در حال لغزش، ارضا شوند.

دسته دوم در یافتن سطح لغزش بحرانی شیبه‌ها، روشهای بهینه‌سازی‌اند. این روشها پیشرفت خوبی داشته‌اند هر چند که هنوز امکان گسترش برای آنها وجود دارد.

سلستینو و دانکن [۴] روش ساده‌ای را برای یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای<sup>۶</sup> ارائه دادند که در آن سطوح لغزش از خطوط شکسته تشکیل می‌شوند و محل برخورد این خطوط گره‌ها هستند. در این روش باید تعدادی آزمایش تکراری انجام شود که هر آزمایش با جابه‌جایی یک گره شروع می‌شود. جابه‌جایی هر گره به دو مکان مختلف در طول یک خط انجام می‌گیرد، شکل (۱). با انتقال هر گره به ۲ نقطه جدید، دو سطح لغزش جدید حاصل خواهد شد که برای هر یک ضریب اطمینان جداگانه‌ای محاسبه می‌شود. ضریب اطمینان حاصل شده پس از انتقال هر گره (i) به نقطه اول، F<sub>۱</sub> و به نقطه دوم، F<sub>۲</sub> است. اگر مقدار جابه‌جایی گره (i) در انتقال به نقطه

تحلیل پایداری<sup>۱</sup> شیروانیها<sup>۲</sup> به منظور تعیین محتملترین سطح گسیختگی و کمترین ضریب اطمینان<sup>۳</sup> مربوط به آن، انجام می‌گیرد. روشهای معمول در تحلیل پایداری شیبه‌ها، روشهای تعادل حدی‌اند. اغلب روشهای تعادل حدی برای تحلیل پایداری شیروانی، سطوح لغزش را با شکلهای مشخصی مثل دایره‌ای و اسپیرال لگاریتمی در نظر می‌گیرند. این فرضیات به‌منظور سادگی کار و دوری از پیچیدگیهای مرتبط با سطوح لغزش دلخواه است [۱]. سابقه تحلیل پایداری شیبه‌ها با استفاده از روشهای تعادل حدی به بیش از ۷۰ سال می‌رسد که از آن جمله می‌توان به روشهای فلنیوس، بیشاپ، پرایس و مرگنسترون و جانبو اشاره کرد.

یافتن ضریب اطمینان بحرانی، با استفاده از روشهای مختلفی امکانپذیر است. کلیه روشهایی که تا به حال برای تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش<sup>۴</sup> غیردایره‌ای ارائه شده است به سه دسته زیر تقسیم می‌شوند

الف- روش عددی حساب تغییرات

ب- روشهای بهینه‌سازی<sup>۵</sup>

ج- روشهای توده خاکی

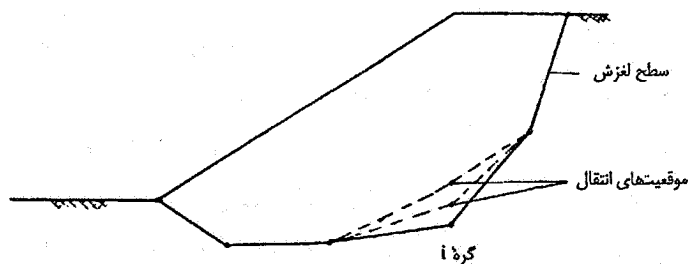
درباره هر سه دسته بالا در زیر بحث و بررسی لازم انجام می‌گیرد. دسته اول در یافتن سطح لغزش بحرانی شیروانیها، روش حساب تغییرات است. روش عددی حساب تغییرات از روشهای قدیمی است که به علت مشکلاتی که بر سر راه دارد، تا به حال

افق همواره ثابت است. این محدودیت نیز احتمال یافتن ضریب اطمینانهای بهتر را کاهش می دهد. به علت محدودیتهایی که گفته شد، طی مثالی که آرای و تاگی یو [۵] برای یک محیط ناهمگن - سه لایه ای آورده اند، نتوانسته اند که ضریب اطمینان بهتری نسبت به بحرانی ترین سطح لغزش دایره ای به دست آورند.

نگوین [۶]، برای یافتن سطح گسیختگی بحرانی از روش بازتاب سیمپلکس<sup>۸</sup> استفاده کرد. در این روش ضریب اطمینان به عنوان تابعی است که باید در یک فضای  $n$  بعدی با توجه به مشخصات هندسی سطح لغزش، بهینه شود. نگوین ادعا کرد که کاربرد روش سیمپلکس در مقایسه با روش جستجوی شبکه ای<sup>۹</sup> که بحرانی ترین سطح لغزش دایره ای را پیدا می کند، قادر است مقادیر کمتری را برای ضریب اطمینان حداقل به دست دهد. در این روش باید تعدادی سطح لغزش اولیه انتخاب شود. هر سطح لغزش با تعدادی نقطه یا  $n$  پارامتر طراحی تعریف می شود. تعداد سطوح لغزش اولیه با تعداد پارامترهای طراحی به علاوه یک برابر است. پس از انتخاب سطوح لغزش اولیه، سیمپلکس تشکیل می شود و از بدترین رأس، حرکت منطقی شروع و رأس جدیدی تشکیل می شود. اگر در مرحله ای از کار، رأس جدید حاصل شده، بیشترین مقدار تابع (ضریب اطمینان) را نسبت به رئوس دیگر داشته باشد، حرکت منطقی سیمپلکس از دومین رأس بدتر شروع خواهد شد. این روند آنقدر تکرار می شود، تا اینکه حرکت منطقی هیچ یک از رئوس منجر به نتیجه بهتر نشود. محقق دیگری که از روش سیمپلکس برای یافتن سطح لغزش بحرانی در شیروانیها استفاده کرده است دناتل [۷] است.

در سال ۱۹۸۸ چن و شائو [۸] سعی کردند بحرانی ترین سطح لغزش غیر دایره ای و ضریب اطمینان مربوط به آن را به روش متریک متغیر<sup>۱۰</sup> [۹] پیدا کنند.

دسته سوم از روشهایی که برای یافتن بحرانی ترین سطح لغزش در شیروانیها به کار می روند روشهای توده خاکسازند. منظور از روشهای توده خاکساز روشهایی اند که سعی می کنند سطح لغزش بحرانی را با توجه مستقیم به خود توده خاکساز و ضریب اطمینانهای محلی در هر المان و یا سرعت هرگره از توده خاک پیدا کنند. به طور نمونه هانگ و یاماساکی [۱۰] روشی را با استفاده از «کمترین ضریب اطمینان محلی» برای یافتن بحرانی ترین سطح لغزش غیر دایره ای ارائه دادند. در این روش تنشهای مؤثر، با روش اجزای



شکل ۱- نحوه جابه جایی گره ها در یافتن سطح لغزش بهینه در روش سلستینو و دانکن [۴]

اول، در جهت محور افقی  $\Delta x$  و در جهت محور عمودی  $\Delta y$  باشد، بهترین مکان برای این گره در هر مرحله با استفاده از دو معادله زیر حاصل می شود

$$x_i^* = x_i^0 + \frac{\Delta x}{\gamma} + \Delta x \frac{F_0 - F_1}{F_0 - 2F_1 + F_2} \quad (1)$$

$$y_i^* = y_i^0 + \frac{\Delta y}{\gamma} + \Delta y \frac{F_0 - F_1}{F_0 - 2F_1 + F_2}$$

که در آن  $x_i^0$ ،  $y_i^0$  مختصات گره، قبل از جابه جایی است و  $F_0$  ضریب اطمینان سطح لغزش، قبل از انتقال گره  $i$  است. قابل ذکر است که دو رابطه اخیر، یا عبور دادن یک معادله درجه دو، از سه نقطه مذکور و حداقل کردن ضریب اطمینان ( $F_0$ ) بر روی این منحنی حاصل شده اند. روش بالا هر چند که در بعضی از موارد جوابهای مناسبی به دست می دهد ولی دارای این نقطه ضعف است که در آن تغییر محل گره های سطح لغزش به صورت سیستماتیک نیست.

آرای و تاگی یو [۵] با استفاده از روش ریاضی گرادیان مزدوج<sup>۷</sup> راه حلی را برای تعیین بحرانی ترین سطح لغزش غیر دایره ای پیشنهاد کردند. ابتدا شیروانی مورد نظر به قطعات لازم تقسیم می شود به طوری که هر قطعه عرض کوچکی دارد. برای یافتن ضریب اطمینان در هر مرحله از بهینه سازی، از روش جانبو استفاده می شود. در این روش گره های ابتدایی و انتهایی سطح لغزش (گره های مرزی) تنها می توانند در محل تقاطع قطعاتها و مرزهای شیروانی قرار گیرند. این محدودیت احتمال یافتن ضریب اطمینانهای بهتر را کاهش می دهد. همچنین گره های غیر مرزی تنها می توانند در جهت محور عمودی حرکت داشته باشند و مختصات تمام گره ها در جهت محور

محدود و با فرض غیرخطی بودن رابطه تنش - کرنش محاسبه می‌شوند. مقاومت برشی خاک براساس معیار گسیختگی موهر - کولمب محاسبه می‌شود. در روش «کمترین ضریب اطمینان محلی»، حداقل ضریب اطمینان برای هر المان محاسبه می‌شود و جهت سطح لغزش بحرانی در هر المان معین می‌شود. بحرانی‌ترین سطح گسیختگی در شیروانی با متصل کردن سطوح گسیختگی محلی در المانها به یکدیگر، با توجه به کمترین ضریب اطمینان محلی در المانها ترسیم می‌شود. حداکثر ضریب اطمینان بحرانی محلی، در طول سطح گسیختگی باید معادل با عدد یک باشد. این روش همچنانکه توسط مبدعین آن بیان شده است، هنوز توجه عمومی را به خود جلب نکرده است.

روش کاهش مقاومت برشی<sup>۱۱</sup> نیز یکی دیگر از روشهای توده خاکی است. متسویی و سن [۱۱] به منظور تحلیل پایداری شیروانیها، این روش را ارائه دادند. این روش براساس معیار گسیختگی کرنش برشی است. در این روش با کاهش چسبندگی (C) و اصطکاک خاک ( $\phi$ ) سعی می‌شود که حداقل ضریب اطمینان حاصل شود. مقدار ضریب اطمینان بحرانی که توسط روش «کاهش مقاومت برشی» حاصل می‌شود تقریباً با روش بیشاپ مطابقت دارد.

از مشکلات روشهای توده خاکی در تحلیل پایداری شیروانیها، وقتگیر بودن آنهاست. به علاوه در بعضی از این روشها، یافتن سطح لغزش بحرانی نهایی تا حدودی به قضاوت مهندسی بستگی دارد تا بتوان سطح لغزشی را با تغییرات شیب آرام و مناسب، یافت.

جیانگ و مگنان [۱۲] روشهای قطعات و تحلیل حدی را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند و نتیجه گرفته‌اند که ضرایب اطمینان در روشهای تعادل حدی و تحلیل حدی حدود یکدیگرند. همچنین ضرایب اطمینانی که تحلیلهای حدی با استفاده از روش اجزای محدود ارائه می‌دهند، عموماً بیشتر یا مساوی با ضرایب اطمینانی‌اند که روشهای قطعات به دست می‌دهند.

در این مقاله با استفاده از پنج روش ۱- بیشترین شیب<sup>۱۲</sup>، ۲- گرادیان مزدوج، ۳- اصلاح شده بیشترین شیب<sup>۱۳</sup>، ۴- سیمپلکس و ۵- بیشترین شیب محلی<sup>۱۴</sup> بهینه‌یابی سطح لغزش در شیروانیهای خاکی بررسی می‌شود. تنشها با توجه به مدل الاستیک خطی و با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حاصل

می‌شوند. پس از محاسبه تنشها در المانها، با معرفی پارامترهای مقاومتی خاک (چسبندگی و اصطکاک) می‌توان ضریب اطمینان را بر روی هر سطح لغزش دلخواه یافت. برای این منظور از برنامه رایانه‌ای CA۲ استفاده شده است [۱۳]. هر اندازه برابری نیروهای برشی محرک بر روی سطح لغزش فرضی، مقدار بیشتری نسبت به برابری نیروهای برشی مقاوم داشته باشند ضریب اطمینان کمتری حاصل می‌شود. در واقع در روش ارائه شده ضریب اطمینان به صورت نسبت برابری نیروهای مقاوم برشی به برابری نیروهای محرک برشی بر روی یک سطح لغزش مفروض، تعریف می‌شود که جزئیات آن در ادامه ارائه می‌شود.

برنامه رایانه‌ای CA۲ که در این مقاله از آن کمک گرفته شده است برنامه‌ای با حجم حدود پنجاه هزار خط به زبان فرترن و با امکانات گرافیکی است که توسط نویسنده اول این مقاله تهیه شده است. این برنامه قادر به تحلیل مسائل استاتیکی، دینامیکی، خطی و غیرخطی، اندرکنش خاک و سازه، جریان آب در محیطهای متخلخل، تحلیل مسائل با تغییر شکلهای بزرگ، تحلیل محیطهای ناپیوسته، تحلیل پایداری شیروانیها و مواردی نظیر آن با کمک روش تفاوتهای محدود است. این برنامه در زمینه‌های مهندسی عمران، ژئوتکنیک، مهندسی معدن و مهندسی مکانیک کاربرد دارد.

## ۲- تابع هدف و انتخاب سطح لغزش اولیه

تابع هدف، برای بهینه کردن سطح لغزش، ضریب اطمینان (FS) است. ضریب اطمینان برای یک سطح لغزش معین در شکل (۲) را می‌توان مطابق رابطه زیر تعریف کرد [۱۴]

$$FS = \frac{\int_A^B \tau_m dl \sum_{i=1}^{ns} \tau_{mi} \Delta l_i}{\int_A^B \tau dl \sum_{i=1}^{ns} \tau_i \Delta l_i} \quad (2)$$

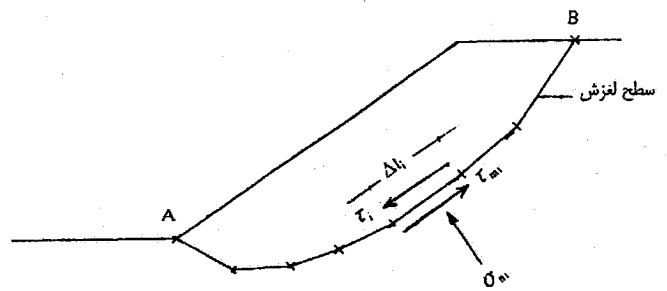
که در آن

$\tau$  = تنش برشی بسیج شده در هر نقطه از سطح لغزش AB

$\tau_m$  = تنش برشی مقاوم نظیر  $\tau$

$l$  = طول سطح لغزش

$ns$  = تعداد قطعات انتخابی در طول سطح لغزش



شکل ۲- نمایش تنش برشی مقاوم و تنش برشی بسیج شده در  
قطعه‌ای از سطح لغزش AB

$$\Delta l_i = \text{طول قطعه انتخابی روی سطح لغزش}$$

تنش برشی مقاوم  $\tau_{mi}$  از نظریه موهر - کولمب، مطابق رابطه  
 $\tau_{mi} = C_i + \sigma_{ni} \tan \phi_i$  حاصل می‌شود که در آن  $C_i$  چسبندگی،  
 $\phi_i$  زوایه اصطکاک داخلی خاک و  $\sigma_{ni}$  تنش عمودی بر روی سطح  
گسیختگی مفروض است.

سطح لغزش اولیه با اتصال گره‌ها به یکدیگر به وجود می‌آید.  
این گره‌ها توسط خطوط مستقیم به یکدیگر متصل می‌شوند. تعداد  
پارامترهای طراحی به تعداد گره‌های انتخابی وابسته است. در واقع  
متغیرهای طراحی  $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$  هستند که  
مختصات گره‌ها را نشان می‌دهند. انتخاب سطح لغزش اولیه از  
اهمیت خاصی برخوردار است. اگر سطح لغزش اولیه در موقعیت  
مناسبی قرار گرفته باشد، رسیدن به سطح لغزش بهینه در زمان  
کمتری صورت می‌گیرد. ضوابط لازم برای انتخاب سطح لغزش  
اولیه به شرح زیر توصیه می‌شود

۱- سطح لغزش اولیه باید از نظر جنبشی<sup>۱۵</sup> مناسب باشد. در  
طبیعت نیز سطوح گسیختگی شکل جنبشی دارند. منظور از سطح  
لغزش جنبشی، سطحی است که بر روی خود برنگردد و به صورت  
دندانه‌ای و زیگزاگ نباشد.

۲- سطح لغزش اولیه را می‌توان حول و حوش دایره بحرانی  
لغزش انتخاب کرد. این کار سبب می‌شود تا با سرعت بیشتری بتوان  
سطح لغزش دلخواه نهایی را به دست آورد. دایره بحرانی لغزش را  
می‌توان با کمک برنامه CA۲ و یا بعضی از برنامه‌های رایانه‌ای که  
صرفاً با سطوح دایره‌ای کار می‌کنند، به دست آورد.

۳- در محیطهای ناهمگن، اگر لایه ضعیفی وجود دارد، باید

تعداد گره‌های انتخابی از سطح لغزش اولیه در آن لایه بیشتر باشند.  
انتخاب تعداد گره‌ها، برای سطح لغزش اولیه حائز اهمیت است.  
اگر تعداد گره‌ها از حد معینی کمتر باشد سطح لغزش اولیه انعطاف  
لازم برای رسیدن به سطح لغزش بحرانی را ندارد. به همین دلیل به  
ضریب اطمینان خوبی دست نخواهد یافت و اگر تعداد گره‌ها از حد  
معینی بیشتر شود، مدت زمان زیادی برای رسیدن به همگرایی لازم  
است، در حالی که امیدی برای کاهش بیشتر ضریب اطمینان نیست.  
تجربه نویسندگان این مقاله آن است که معمولاً تعداد ۵ تا ۱۰ گره  
مناسب است.

هدف اصلی از این تحقیق عبارت است از یافتن مختصات  
گره‌های ۱ الی n برای سطح لغزش بحرانی به نحوی که ضریب  
اطمینان کوچکتری نسبت به سطوح لغزش مشابه داشته باشد. در  
این مقاله از رابطه (۲) برای یافتن ضریب اطمینان استفاده شده  
است. یافتن «سطح لغزش بحرانی» مستلزم طی کردن فرایند  
بهینه‌سازی است و می‌توان روشهای گوناگون بهینه‌سازی را به کار  
برد.

### ۳- استفاده از روشهای بهینه‌سازی

متغیرهای تابع در فرایند بهینه‌سازی عبارت‌اند از: مختصات  
گره‌های تشکیل دهنده سطح لغزش که به شکل  $(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$   
نمایش داده می‌شوند. در هر یک از روشها سعی می‌شود که  
مختصات گره‌ها بهینه شوند. طی فرایند بهینه‌سازی، گره‌ها در دو  
جهت افقی و عمودی به منظور بهینه شدن حرکت می‌کنند. گره‌های  
مرزی به منظور بهینه شدن، تنها می‌توانند روی مرز حرکت کنند نه  
آن جهتی که مثلاً روش بیشترین شیب تعیین می‌کند. در واقع مسئله  
بهینه‌سازی با توجه به محدودیت حرکت گره‌های مرزی به مسئله‌ای  
مقید تبدیل می‌شود. گره‌های مرزی در پیشبرد تابع هدف به سمت  
محل بهینه نقش مهمی را ایفا می‌کنند به طوری که اگر جاگیری  
گره‌های مرزی مناسب نباشد، رسیدن سطح لغزش اولیه به سطح  
لغزش بحرانی نهایی با مشکل مواجه خواهد شد. انعطاف و زمان  
لازم برای همگرایی هر یک از روشها، با یکدیگر متفاوت است. یک  
روش خوب روشی است که بتواند جاگیری گره‌های مرزی را در هر  
مرحله از بهینه‌سازی، به بهترین نحو تنظیم کند.

گرایان تابع هدف عبارت است از:

در صورتی که جواب منفی باشد عملیات تکرار می‌شوند.

### ب- روش گرادیان مزدوج

- سطح لغزش اولیه، با توجه به ضوابط گفته شده انتخاب

می‌شود.

$$Z_1 = (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n) \quad (7)$$

- گرادیان تابع حساب می‌شود.

$$G_i = \left\{ \frac{\partial F_s}{\partial x_1}, \frac{\partial F_s}{\partial y_1}, \frac{\partial F_s}{\partial x_2}, \frac{\partial F_s}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial F_s}{\partial x_n}, \frac{\partial F_s}{\partial y_n} \right\}^T \quad (8)$$

- جهت حرکت برای هر مرحله تعیین می‌شود.

$$S_i = -G_i + \frac{G_i^T G_i}{G_{i-1}^T G_{i-1}} S_{i-1} \quad (9)$$

- بهترین مختصات گره‌ها در جهت  $S_i$  پیدا می‌شود.

$$Z_{i+1}^* = (x_{i+1}^*, y_{i+1}^*, \dots, x_n^*, y_n^*) \quad (10)$$

- کنترل می‌شود که آیا تابع به محل بهینه رسیده است یا نه؟

$$\left| F_s(Z_{i+1}^*) - F_s(Z_i^*) \right| < \varepsilon, \varepsilon = 1 \times 10^{-5} \quad (11)$$

در صورت مثبت نبودن جواب، عملیات دوباره تکرار می‌شود.

### ج- روش اصلاح شده بیشترین شیب

به منظور بالا بردن کارایی روش بیشترین شیب، می‌توان این

روش را به طریق زیر اصلاح کرد

- سطح لغزش اولیه، با توجه به ضوابط گفته شده انتخاب

می‌شود.

$$Z_1 = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) \quad (12)$$

- بهترین محل، فقط برای گره‌های مرزی پیدا می‌شود.

$$G = \left\{ \frac{\partial F_s}{\partial x_1}, \frac{\partial F_s}{\partial y_1}, \frac{\partial F_s}{\partial x_2}, \frac{\partial F_s}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial F_s}{\partial x_n}, \frac{\partial F_s}{\partial y_n} \right\}^T \quad (3)$$

که در آن  $\frac{\partial F_s}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta x_i}$  و  $\frac{\partial F_s}{\partial y_i} = \lim_{\Delta y_i \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta y_i}$  است. در مشتقگیری

عددی  $\Delta x$  و یا  $\Delta y$  اعداد کوچکی اختیار می‌شوند.

فرایند بهینه‌سازی در چندین تکرار انجام می‌گیرد. معیار بهتر

شدن سطح لغزش در هر تکرار، کاهش  $F_s$  نسبت به تکرار ماقبل

است. معیار رسیدن به محل بهینه نهایی این است که اختلاف آخرین

ضریب اطمینان و ضریب اطمینان ماقبل، کمتر از مقدار ( $\varepsilon$ ) باشد.

مقدار ( $\varepsilon$ ) برابر  $(1 \times 10^{-5})$  در نظر گرفته شده است. فرایند تکراری

هر یک از روشها در زیر آورده شده است.

### الف- روش بیشترین شیب

- سطح لغزش اولیه، با توجه به ضوابط گفته شده انتخاب

می‌شود.  $Z_1 = (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$

- مسیر انتخابی برای یافتن مختصات بهینه در جهت خلاف

بردار گرادیان است.

$$S_i = -G_i = - \left\{ \frac{\partial F_s}{\partial x_1}, \frac{\partial F_s}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial F_s}{\partial x_n}, \frac{\partial F_s}{\partial y_n} \right\}^T \quad (4)$$

البته جهت حرکت در گره‌های مرزی چنان اختیار می‌شود

که جمله  $(\frac{\partial F_s}{\partial d})$  منفی شود که در آن  $d$  محور منطبق بر مرزی

است که گره مرزی روی آن قرار دارد. در گره‌های مرزی به جای

مقادیر  $(-\frac{\partial F_s}{\partial x})$  و  $(-\frac{\partial F_s}{\partial y})$  تصویر جمله  $(\frac{\partial F_s}{\partial d})$  روی دو محور

افقی و عمودی جانشین می‌شود. در سایر روشهایی که در

ادامه می‌آیند نیز باید تمهیدات مشابهی را برای گره‌های مرزی

در نظر گرفت.

- بهترین مختصات گره‌ها در جهت خلاف گرادیان پیدا می‌شود.

$$Z_{i+1}^* = (x_{i+1}^*, y_{i+1}^*, x_{i+2}^*, y_{i+2}^*, \dots, x_n^*, y_n^*) \quad (5)$$

- کنترل می‌شود که آیا تابع به محل بهینه رسیده است یا نه؟

$$\left| F_s(Z_{i+1}^*) - F_s(Z_i^*) \right| < \varepsilon, \varepsilon = 1 \times 10^{-5} \quad (6)$$

ه- روش بیشترین شیب محلی

- سطح لغزش اولیه با توجه به ضوابط گفته شده انتخاب می شود.

$$Z_1 = (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n) \quad (17)$$

- با جابه‌جایی گره اول، بهترین محل برای گره اول روی مرز انتخاب می شود.

$$S_i = -G_i = - \left\{ 0, 0, \frac{\partial F_s}{\partial x_2}, \frac{\partial F_s}{\partial y_2}, \frac{\partial F_s}{\partial x_3}, \frac{\partial F_s}{\partial y_3}, \dots, \frac{\partial F_s}{\partial x_{n-1}}, \frac{\partial F_s}{\partial y_{n-1}}, 0, 0 \right\}^T$$

$$Z_1 = (x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*, x_3^*, y_3^*, \dots, x_n^*, y_n^*) \quad (18)$$

- بهترین محل برای گره‌های داخلی با حرکت در جهت خلاف گرادیان محلی، یکی یکی، انتخاب می شود.

$$S_J = -G_J = - \left\{ \frac{\partial F_s}{\partial x_J}, \frac{\partial F_s}{\partial y_J} \right\}^T, \quad J = 2, 3, \dots, n-1 \quad (19)$$

$$Z_1 = (x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*, \dots, x_{n-1}^*, y_{n-1}^*, x_n^*, y_n^*) \quad (20)$$

- بهترین محل برای آخرین گره روی مرز انتخاب می شود.

$$Z_{i+1}^* = (x_1^*, y_1^*, \dots, x_n^*, y_n^*) \quad (21)$$

- کنترل می شود که آیا تابع به کمترین مقدار ممکن رسیده است یا نه؟

$$\left| F_s(Z_{i+1}^*) - F_s(Z_i^*) \right| < \varepsilon, \varepsilon = 1 \times 10^{-5} \quad (22)$$

در صورت مثبت نبودن جواب، سطح لغزش به دست آمده را سطح لغزش اولیه جدید فرض می کنیم و عملیات تکرار می شوند.

روشهای «بیشترین شیب»، «گرادیان مزدوج» و «سیمپلکس» روشهایی اند که توسط محققان مختلف به منظور بهینه‌یابی سطوح لغزش، در شیروانیهای خاکی به کار برده شده‌اند. ناگفته نماند که در روش گرادیان مزدوج که توسط آرای و تاگی‌یو [5] به کار برده شده است، حرکت گره‌ها تنها در جهت محور عمودی امکانپذیر است و گره‌های سطح لغزش در جهت محور افق، ثابت‌اند و این در حالی که در روش گرادیان مزدوج که در این مقاله استفاده شده است، حرکت

$$Z_{i+1}^* = (x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*, x_3^*, y_3^*, \dots, x_{n-1}^*, y_{n-1}^*, x_n^*, y_n^*) \quad (13)$$

حداکثر حرکت هر گره مرزی از مکان اصلی خودش به منظور یافتن بهترین مکان به اندازه طول پاره‌خط مربوط به همان گره در نظر گرفته می شود.

- گرادیان تابع به صورت زیر محاسبه می شود:

- بهترین مختصات گره‌ها در جهت  $S_i$  پیدا می شود.

$$Z_{i+1}^* = (x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*, \dots, x_{n-1}^*, y_{n-1}^*, x_n^*, y_n^*) \quad (15)$$

- کنترل می شود که آیا تابع به محل بهینه رسیده است یا نه؟

$$\left| F_s(Z_{i+1}^*) - F_s(Z_i^*) \right| < \varepsilon, \varepsilon = 1 \times 10^{-5} \quad (16)$$

در صورت مثبت نبودن جواب، عملیات دوباره تکرار می شود.

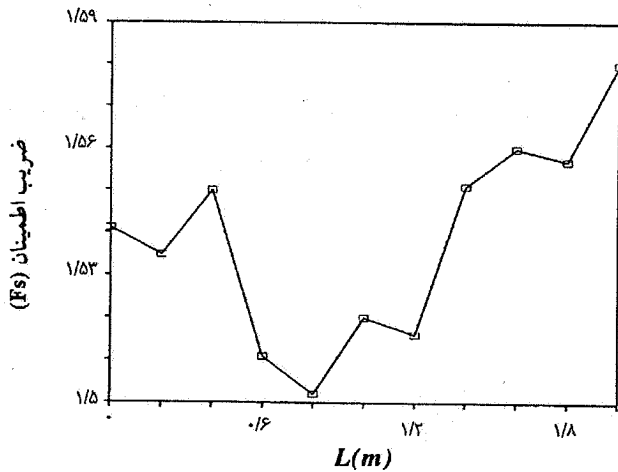
د- روش سیمپلکس

-  $m$  سطح لغزش اولیه انتخاب می شود که در آن  $m$  تعداد متغیرهای طراحی به علاوه یک است. سطوح لغزش اولیه رئوس سیمپلکس را در یک فضای  $m$  بعدی تشکیل می دهند.

- بازتاب بدترین رأس، روی سیمپلکس حاصل می شود و اگر مقدار تابع ( $F_s$ ) کمتر شده باشد رأس جدید بهتر، جایگزین رأس بدتر می شود.

- کنترل می شود که آیا به نقطه حداقل رسیده‌ایم یا نه؟ این کنترل بدین صورت است که مقدار بازتاب هیچ رأسی از بزرگترین مقدار تابع در رئوس سیمپلکس کمتر نشود. در این صورت رأس مربوط به کمترین مقدار تابع، نقطه حداقل است.

- اگر به نقطه حداقل نرسیده باشیم، رأس جدید بهتر جایگزین رأس بدتر می شود و روند تکراری ادامه می یابد.

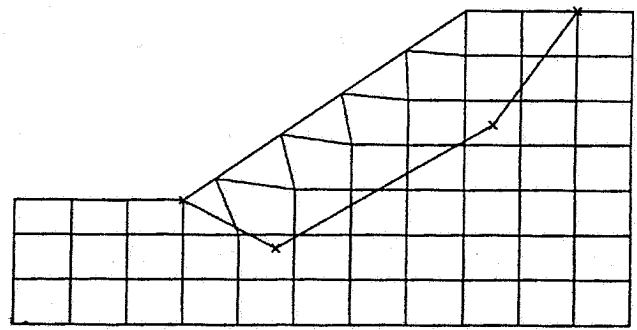


شکل ۴- تغییرات Fs در مقابل میزان حرکت در جهت خلاف گرادیان

دهنده یک شیروانی همگن المان بندی شده و سطح لغزش اولیه با مشخصات  $C=41/kPa$ ،  $\phi=15^\circ$  و  $\gamma=18.8 kN/m^3$  است. برای این سطح لغزش، تغییرات Fs در مقابل «حرکت در جهت خلاف گرادیان» در شکل (۴) آمده که بیانگر یکنوا نبودن این تغییرات است. در این نمودار، محور افقی نشان دهنده میزان فاصله از سطح لغزش اولیه، متناسب با بردار گرادیان Fs است. با توجه به اینکه تغییرات Fs در جهت خلاف گرادیان، یکنوا نیست، روشهای کلاسیک برای یافتن Fs حداقل کاراییست و لازم است برای انتخاب محل حداقل Fs در مسیر خلاف گرادیان، از روش آزمون و خطا استفاده شود.

یکی از ضعفهای کاربرد روش «بیشترین شیب» در شیروانیها آن است که اگر سطح لغزش انتخابی اولیه موقعیت مناسب هندسی را برای بهینه شدن نداشته باشد، این روش نمی تواند به دلیل توقف در حداقلهای محلی آن را بهینه کند. به همین دلیل در چنین مواردی باید سطح لغزش اولیه دیگری انتخاب شود. این موضوع نشان دهنده انعطاف کم این روش برای استفاده در شیروانیهای خاکی است. برای روشن شدن مطلب به مثال زیر می پردازیم

شکل (۵) سطح لغزش اولیه را در شیروانی همگن مثال قبل نشان می دهد. این سطح لغزش حتی در یک تکرار هم بهتر نمی شود در حالی که انتظار داریم ضریب اطمینان اولیه، به کمتر از  $1/466$  برسد. هنگامی که سطح لغزش اولیه، در جهت خلاف گرادیان تابع حرکت می کند، مقدار تابع یعنی ضریب اطمینان افزایش می یابد. این تغییرات در شکل (۶) آمده است. علت بروز مشکل بالا، گرفتار



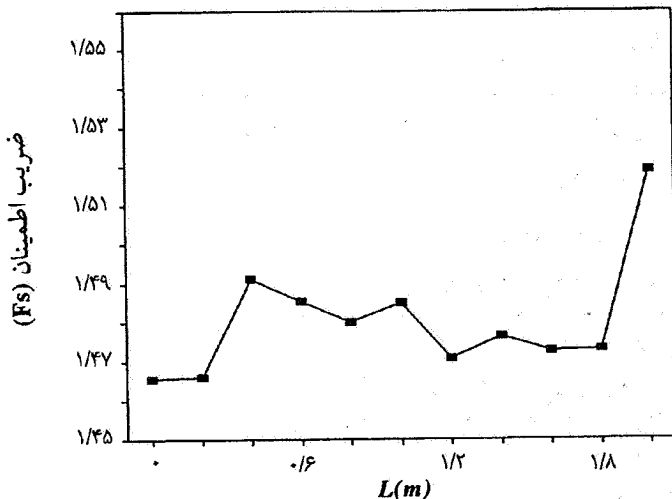
شکل ۳- یک شیروانی همگن با سطح لغزش اولیه، متشکل از ۴ گره و نحوه المان بندی آن

گرهها در هر دو جهت افقی و عمودی امکانپذیر است که خود سبب انعطاف پذیری و توان بیشتر روش دریافتن سطح لغزش بحرانی می شود. دو روش «اصلاح شده بیشترین شیب» و «بیشترین شیب محلی» روشهایی اند که توسط نویسندگان این مقاله ابداع شده اند و برنامه های رایانه ای آنها نوشته شده است. این دو روش، به ویژه روش «بیشترین شیب محلی» همچنان که در قسمتهای بعدی خواهد آمد، توانایی و انعطاف بیشتری نسبت به روشهای دیگر در بهینه یابی سطوح لغزش در شیروانیهای خاکی دارند.

روشهای «بیشترین شیب» و «گرادیان مزدوج» ساختار تقریباً مشابهی دارند و تنها فرق آنها در این است که در روش «بیشترین شیب» جهت حرکت گرهها در تمام تکرارها، خلاف گرادیان تابع است اما در روش «گرادیان مزدوج» از تکرار دوم به بعد حرکت گرهها در جهت  $S_i = -\nabla f_i + \frac{\|\nabla f_i\|^2}{\|\nabla f_{i-1}\|^2} S_{i-1}$  خواهد بود. تجربه نویسندگان این مقاله آن است که هر دو روش نتایج تقریباً یکسانی را ارائه می دهند.

بهینه سازی سطح لغزش، به لحاظ نایکنواختی تغییرات ضریب اطمینان نسبت به حرکت در جهت خلاف گرادیان، ممکن است منجر به توقف در حداقلهای محلی شود. وجود این حداقلهای محلی تاحدی مربوط به طبیعت مسئله است و تاحدی نیز به وجود المانهای بزرگ در شبکه محاسباتی ارتباط دارد. برای نشان دادن این موضوع از تحلیل یک شیروانی استفاده می شود. شکل (۳) نشان



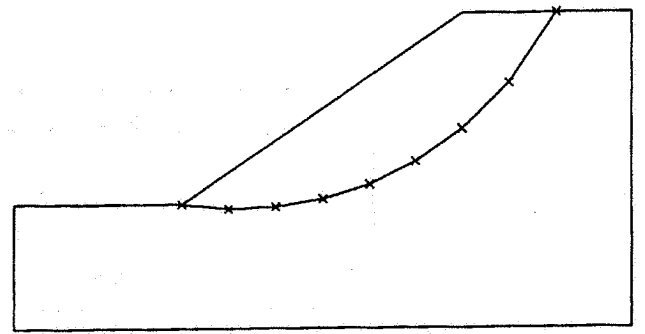


شکل ۶- تغییرات Fs در مقابل حرکت در جهت خلاف گرادیان.

آن گره ( $L_{min}$ ) است. به عبارت دیگر می توان نوشت:  $D = \alpha L_{min}$  و  $0 < \alpha \leq 1$  است. در این مقاله ضریب ( $\alpha$ ) را ضریب جستجو می نامیم. هرچه تعداد تقسیمات یا به عبارت دیگر تعداد نقاط انتخابی در طول  $D$  بیشتر باشد امکان یافتن جوابهای بهتر بیشتر است اما زمان محاسبه، طولانی تر می شود.

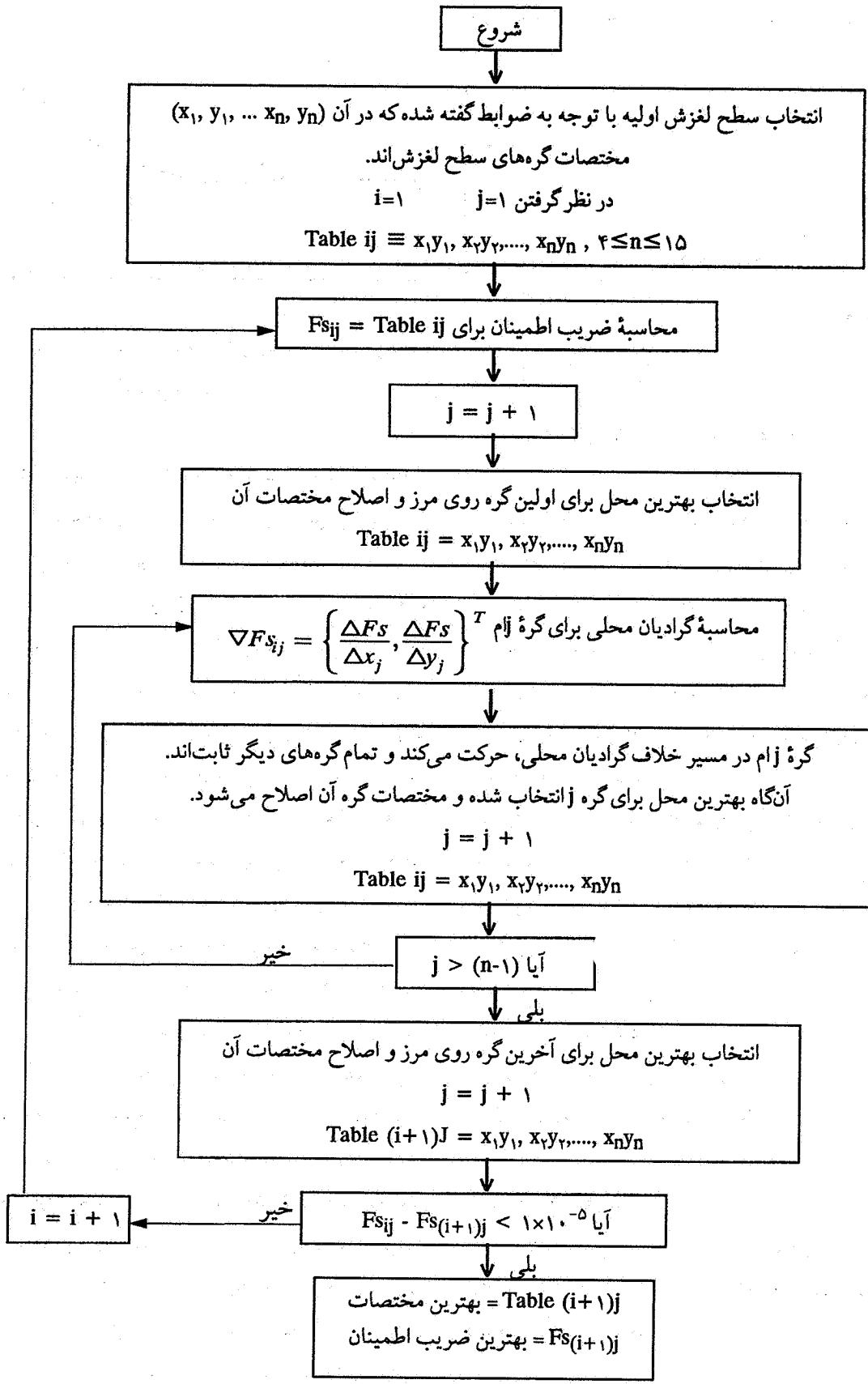
تجربه نویسندگان این مقاله که بعضی از روشهای بهینه یابی سطوح لغزش در شبیها را بررسی کرده اند و برنامه های رایانه ای آنها را تهیه کرده اند نشان می دهد که روش «بیشترین شیب محلی» روشی مناسبتر و با انعطاف پذیری بیشتر برای بهینه کردن سطح لغزش اولیه است. در ضمن بعضی از مشکلاتی که روش «بیشترین شیب» با آن مواجه است در این روش دیده نمی شود. نمودار جریان الگوریتم بیشترین شیب محلی در شکل (۷) آمده است.

در ادامه، به بررسی اثر المان بندی بر روی تغییرات Fs در اثر حرکت سطح لغزش در خلاف گرادیان محلی می پردازیم. شکل (۸) یک شیروانی را با مشخصات  $\gamma = 18/8 \text{ KN/m}^3$ ،  $\phi = 11^\circ$ ،  $C = 41/6 \text{ KPa}$  و شیب  $1/5$ ، نشان می دهد که سطح لغزش اولیه نیز در آن مشاهده می شود. این سطح لغزش از چهار گره (۱) و (۲) و (۳) و (۴) تشکیل یافته که توسط خطوط مستقیم به یکدیگر متصل شده اند و ضریب اطمینان آن ( $1/32$ ) است. تغییرات Fs در مقابل «حرکت در جهت خلاف گرادیان محلی» برای گره (۲) در شکل (۹) آمده است. در این شکل محور افقی نشان دهنده

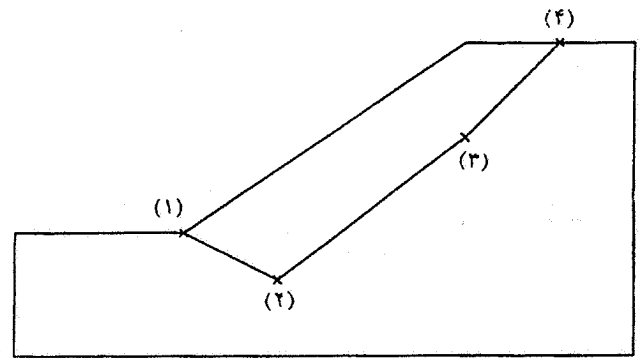
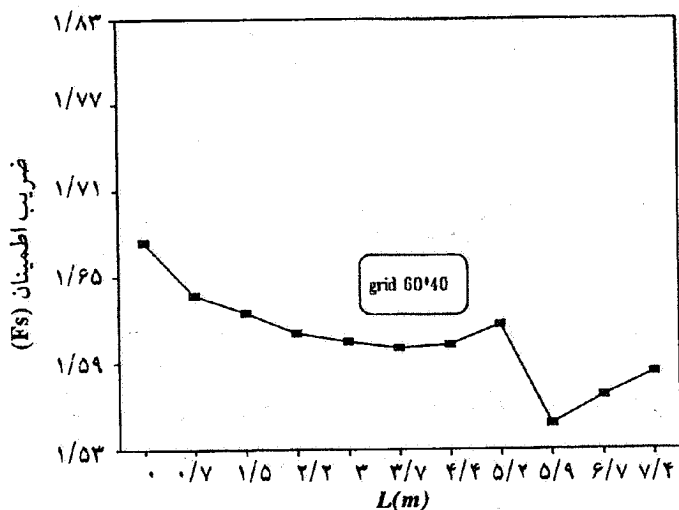


شکل ۵- یک شیروانی همگن با سطح لغزش اولیه که منطبق بر دایره بحرانی است.

شدن فرایند بهینه یابی در دام یک حداقل محلی است که از محدودیت حرکت گره های مرزی در امتداد مرز تأثیر می گیرد. ایده روش «بیشترین شیب محلی» از توجه به روش یک متغیره<sup>۱۶</sup> گرفته شده است. هر گره از سطح لغزش، نشان دهنده یک فضای دو بعدی است و هر گره دارای یک گرادیان محلی است که به صورت  $\nabla f_{s_{ij}} = \left\{ \frac{\Delta F_s}{\Delta x_j}, \frac{\Delta F_s}{\Delta y_j} \right\}^T$  نشان داده می شود که در آن  $j =$  شماره گره و  $i =$  شماره تکرار است. در این روش بدین ترتیب عمل می شود که هر گره در یک فضای دو بعدی در جهت خلاف گرادیان محلی اش برای بهینه شدن حرکت می کند و تمام گره های دیگر در جای خود ثابت می مانند. سپس بهترین محل انتخاب می شود و گره مذکور به این محل منتقل می شود. این روند برای تمام گره ها، غیر از گره های مرزی انجام می شود. مسیری را که گره های مرزی انتخاب می کنند شامل دو مسیر است. ۱- مسیر سمت راست گره ۲- مسیر سمت چپ گره. هر گره مرزی این دو مسیر را طی می کند و بهترین محلی که ضریب اطمینان سطح لغزش را کمتر می کند، جایش را به محل قبلی گره می دهد. روند گفته شده آن قدر تکرار می شود، تا اینکه اختلاف ضریب اطمینان در آخرین تکرار و تکرار ماقبل، به کمتر از مقدار کوچک  $\epsilon$  (در این تحقیق  $10^{-5}$ ) برسد. در این روش نیز، سطح لغزش اولیه باید از ضوابط گفته شده تبعیت کند. نکته مهم در این روش حداکثر طول حرکت ( $D_{max}$ ) در مسیر خلاف گرادیان محلی است. تجربه نویسندگان مقاله نشان می دهد که مقدار مناسب ( $D_{max}$ ) برای گره های مرزی و داخلی، حدود یک برابر طول کوچکترین پاره خط متصل به

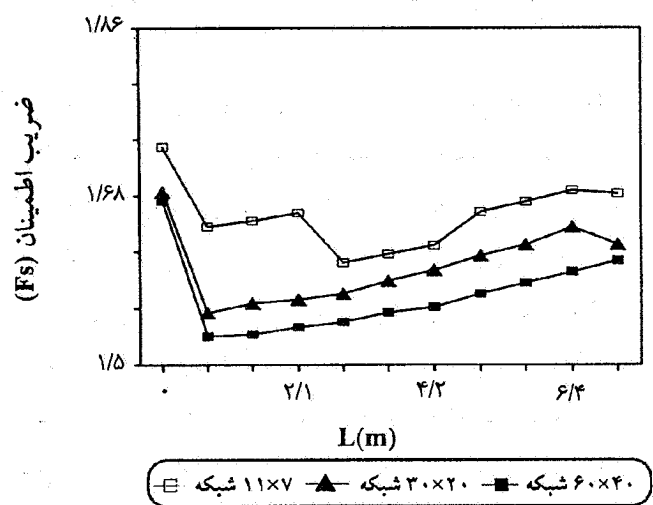
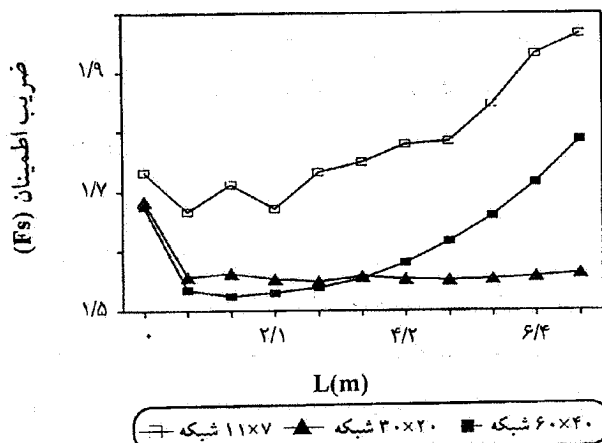


شکل ۷- جدول گام به گام روش «بیشترین شیب محلی»



شکل ۸- یک شیروانی همگن و سطح لغزش اولیه متشکل از ۴ گره

شکل ۹- تغییرات  $F_s$  در مقابل حرکت گره دوم در جهت خلاف گرادیان محلی برای شیروانی شکل (۸)

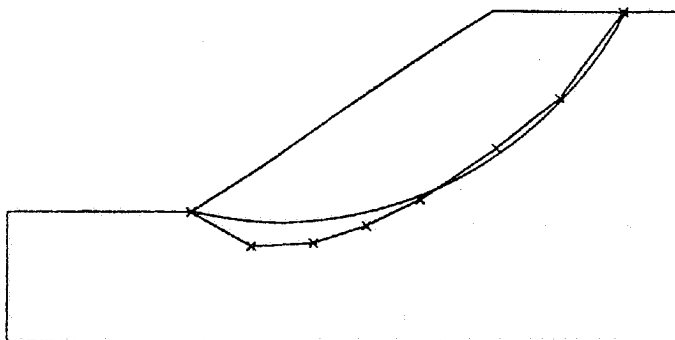


شکل ۱۰- تغییرات  $F_s$  در مقابل حرکت گره چهارم به سمت راست مرز مربوط به شکل (۸)

شکل ۱۱- تغییرات  $F_s$  در مقابل حرکت گره سوم در جهت خلاف گرادیان مربوط به شکل (۸)

وضعیت مختلف از نظر تعداد المانهای شبکه محاسباتی، مورد تحلیل واقع شده است. حالت اول شامل شبکه‌های با تعداد المانهای (۱۱×۷)، حالت دوم شامل شبکه‌ای با تعداد المانهای (۳۰×۲۰) و حالت سوم شامل شبکه‌ای با تعداد المانهای (۶۰×۴۰) است. شکل (۱۰) تغییرات  $F_s$  در مقابل حرکت گره چهارم به سمت راست مرز را نشان می‌دهد. این تغییرات برای هر سه نوع شبکه رسم شده است. در این شکل محور افقی نشان‌دهنده فاصله حرکت گره چهارم روی مرز نسبت به محل اولیه‌اش است.

تغییرات فاصله گره (۲) در جهت خلاف گرادیان محلی، نسبت به محل اولیه‌اش است و محور عمودی، تغییرات  $F_s$  را نشان می‌دهد. این شکل به خوبی یکنوا نبودن تغییرات  $F_s$  را نشان می‌دهد. با حرکت گره (۲) در جهت خلاف گرادیان محلی، مقدار تابع در فاصله معادل با (۳/۷) متر از محل اولیه گره، به اولین حداقل خودش می‌رسد و پس از آن مقدار تابع افزایش می‌یابد و دوباره در فاصله معادل با (۵/۹) متر از محل اولیه گره، به دومین حداقل خودش می‌رسد و مقدار تابع به کمتر از (۱/۵۵) کاهش می‌یابد. قابل توجه است که شکل (۸) برای شبکه‌ای عددی با دقت بالا به ابعاد (۶۰×۴۰) رسم شده است. به منظور مشاهده اثر ابعاد شبکه بر تغییرات  $F_s$  در مقابل «حرکت گره‌ها»، شیروانی نشان داده شده در شکل (۸) برای سه



شکل ۱۳- سطح لغزش بحرانی دایره‌ای و سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای در روش اصلاح شده بیشترین شیب.

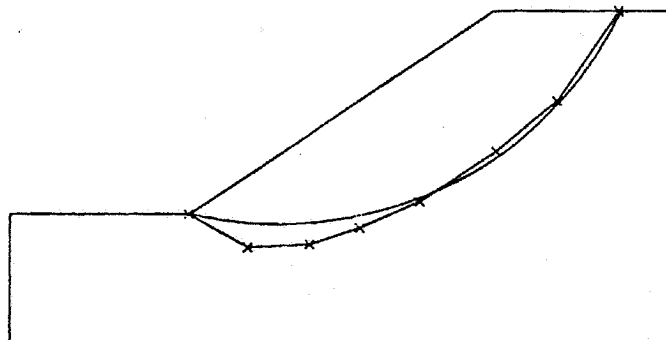
انتخاب شود و پس از بهینه کردن آنها، بهترین سطح لغزش بهینه به عنوان سطح لغزش بحرانی انتخاب شود. در جدول زیر ضریب اطمینانهای اولیه و ضریب اطمینانهای بهینه برای چهار سطح لغزش اولیه انتخابی آمده است. چنانچه از جدول (۱) مشاهده می‌شود، پس از انتخاب چهار سطح لغزش اولیه و بهینه کردن هر یک از آنها سطح لغزش انتخابی شماره ۳ به کمترین ضریب اطمینان ممکن، یعنی (۱/۴۱۰) رسیده است. این سطح لغزش بهینه همراه با سطح لغزش دایره‌ای بحرانی که از جستجوی شبکه‌ای به دست آمده است در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود. ضریب اطمینان دایره‌ای بحرانی معادل با (۱/۴۴۵) است.

#### ب- روش گرادیان مزدوج

در این روش، همان چهار سطح لغزش اولیه که در روش بیشترین شیب به کار رفت انتخاب شد. نتایج به دست آمده دقیقاً بر نتایج حاصل از روش بیشترین شیب منطبق شد. این مثال نشان‌دهنده عملکرد بسیار نزدیک روشهای بیشترین شیب و گرادیان مزدوج در یافتن سطح لغزش بحرانی در شیروانیهای خاکی است.

#### ج- روش اصلاح شده بیشترین شیب

این روش نسبت به روش «بیشترین شیب» و «گرادیان مزدوج» انعطاف بیشتری دارد. در این روش نیز برای یافتن سطح لغزش بحرانی لازم است که چند سطح لغزش اولیه انتخاب شود و هر یک از آنها بهینه و سپس بهترین سطح لغزش انتخاب شود. این روند در



شکل ۱۲- سطح لغزش بحرانی دایره‌ای و سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای در روش بیشترین شیب.

مشاهده می‌شود که هر چه المانهای شبکه محاسباتی ریزتر اختیار شوند، تغییرات  $F_s$  بیشتر تمایل به یکنوا شدن دارند. این موضوع در شکل (۱۱) نیز قابل مشاهده است. شکل (۱۱) تغییرات  $F_s$  در مقابل حرکت گره سوم در جهت خلاف گرادیان محلی را نشان می‌دهد. محور افقی نشان دهنده فاصله حرکت گره (۳) نسبت به محل اولیه اش است.

#### ۴- حل چند مثال

در این بخش برای نشان دادن کارایی برنامه رایانه‌ای نوشته شده و نیز توانایی روش بیشترین شیب محلی، به حل چند مثال می‌پردازیم. لازم به ذکر است که سطوح لغزش بحرانی دایره‌ای با استفاده از روش جستجوی شبکه‌ای حاصل شده‌اند.

مثال ۱- در این مثال یک شیروانی همگن با فشار آب منفذی صفر، مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. این مثال توسط آرای و تاگی‌یو [۵] با استفاده از روش ساده شده جانبی نیز بررسی شده است. شبکه عددی این شیروانی دارای تعداد المانهای (۶۰×۴۰) است. مشخصات این شیروانی عبارت‌اند از  $C=41\sqrt{\text{KN/m}^2}$ ،  $\phi=15^\circ$  و  $\gamma=18/8\text{KN/m}^3$  و شیب  $\frac{1}{1/5}$ . این مثال با ۵ روش متفاوت گفته شده حل شده است. بحث در مورد هر یک از این روشها به دنبال می‌آید.

#### الف- روش بیشترین شیب

در روش «بیشترین شیب» لازم است که چند سطح لغزش اولیه

جدول ۱- ضرایب اطمینان بهینه حاصل شده از روش بیشترین شیب

بهینه Fs	تعداد تکرار برای یافتن سطح لغزش بحرانی	Fs اولیه	سطوح لغزش اولیه انتخابی
۱/۴۱۳	۱۲	۱/۴۵۵	۱
۱/۴۳۲	۷	۱/۴۵۳	۲
۱/۴۱۰	۱۵	۱/۴۶۵	۳
۱/۴۳۶	۵	۱/۴۵۲	۴

جدول ۲- ضرایب اطمینان بهینه حاصل شده از روش اصلاح شده بیشترین شیب

بهینه Fs	تعداد تکرار	Fs اولیه	سطوح لغزش اولیه انتخابی
۱/۴۰۳	۸	۱/۴۵۵	۱
۱/۳۹۸	۱۲	۱/۴۵۳	۲
۱/۳۹۸	۱۴	۱/۴۶۵	۳
۱/۴۲۶	۷	۱/۴۵۲	۴

جدول ۳- ضرایب اطمینان بهینه حاصل شده از روش سیمپلکس

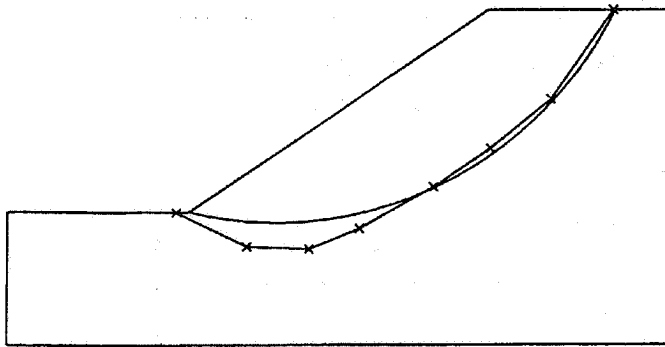
بهینه Fs	تعداد تکرار	سیمپلکس‌های انتخابی اولیه
۱/۴۲۰	۱۱	۱
۱/۴۱۱	۹	۲
۱/۴۰۵	۱۴	۳
۱/۴۲۹	۸	۴

ممکن، می‌توان به ضریب اطمینانهای بهتری نسبت به روشهای «بیشترین شیب» و «گرادیان مزدوج» دست یافت.

#### د- روش سیمپلکس

در این روش لازم است که چند سیمپلکس اولیه در نظر گرفته شود. تعداد گره‌هایی که برای هر سطح لغزش اولیه در این مثال در نظر گرفته شده، (۸) گره است و در نتیجه تابع Fs دارای ۱۶ متغیر طراحی است. پس سیمپلکس اولیه دارای ۱۷ رأس است و ۱۷ سطح لغزش اولیه برای اجرای برنامه لازم است. برای دستیابی به دقت بیشتر، رأس هر سیمپلکس در حول و حوش دایره بحرانی

جدول (۲) آمده است. همچنانکه از جدول (۲) مشاهده می‌شود سطح لغزش انتخابی شماره ۲ به بهترین ضریب اطمینان ممکن، یعنی (۱/۳۹۸) رسیده است. این سطح لغزش بهینه همراه با دایره بحرانی با ضریب اطمینان (۱/۴۴۵) در شکل (۱۳) قابل مشاهده است. مقدار نهایی ضریب اطمینان بهینه در روش «اصلاح شده بیشترین شیب» نسبت به مقادیر مشابه در روشهای «بیشترین شیب» و «گرادیان مزدوج» اگرچه اختلاف ناچیزی دارند ولی خود نشان دهنده انعطاف بیشتر این روش برای رسیدن به سطح لغزش بهینه است. یکی از دلایل عدم دستیابی به ضریب اطمینانهای بهتر، گره‌های مرزی‌اند که در این روش با آزاد گذاشتن آنها در هر دو مسیر



شکل ۱۵- سطح لغزش بحرانی دایره‌ای و سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای در روش بیشترین شیب محلی.

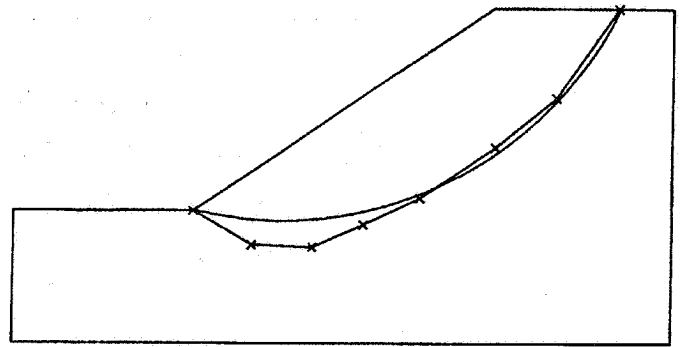
معادل با (۱/۳۵۷) شده است. در جدول (۵) مقایسه بین روشهای مختلف آمده است. مقایسه روشهای مختلف نشان می‌دهد که روش «بیشترین شیب محلی» به دلایل زیر روشی مناسبتر برای یافتن سطوح لغزش بحرانی در شیروانیهاست

الف- ضریب اطمینان حاصل شده از آن کمتر از ضریب اطمینان روشهای دیگر است.

ب- این روش زحمت خیلی کمتری نسبت به روشهای دیگر برای کاربر دارد به طوری که معمولاً تنها با یک سطح لغزش اولیه می‌توان به سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای دست یافت.

مثال ۲- در این مثال یک شیروانی ناهمگن با شیب  $\frac{1}{15}$  که از سه لایه مختلف تشکیل شده است، بررسی می‌شود. شبکه عددی این شیروانی دارای تعداد المانهای (۳۰×۲۰) است. این مثال توسط آرای و تاگی‌یو [۵] نیز بررسی شده است. خواص لایه‌های مختلف این شیروانی در جدول (۶) آمده است. ضریب اطمینان دایره بحرانی معادل با (۰/۴۵۷۰) است که در شکل (۱۶) مشاهده می‌شود. این شیروانی با روشهای مختلف مورد تحلیل قرار گرفت که نتایج آنها در جدول (۷) گزارش شده است. در این جدول مشاهده می‌شود که روش «بیشترین شیب محلی» کمترین ضریب اطمینان را نسبت به روشهای دیگر به دست داده است.

سطوح لغزش دایره‌ای بحرانی و غیر دایره‌ای بحرانی حاصل از روش «بیشترین شیب محلی» در شکل (۱۶) آمده است. لازم به توضیح است که در مثالهایی که مقادیر ضرایب اطمینان و مقادیر



شکل ۱۴- سطح لغزش بحرانی دایره‌ای و سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای در روش سیمپلکس.

انتخاب شده است. FS بهینه برای چهار سیمپلکس انتخابی در جدول زیر آمده است. همچنانکه در جدول (۳) مشاهده می‌شود سیمپلکس شماره (۳) پس از ۱۴ تکرار به FS حداقل رسیده است. روش سیمپلکس نسبت به روشهای دیگر، برای کاربر زحمت بیشتری دارد. زیرا باید سطوح لغزش اولیه زیادی انتخاب کرد. سطح لغزش بحرانی حاصل شده از این روش به همراه دایره بحرانی در شکل (۱۴) مشاهده می‌شود. همان طور که قبلاً بیان شد ضریب اطمینان دایره بحرانی معادل با (۱/۴۴۵) است.

#### ه- روش بیشترین شیب محلی

نکته قابل توجه در این روش آن است که در همان اولین سطح لغزش انتخابی که گره‌های آن منطبق بر دایره بحرانی انتخاب شد، بهترین سطح لغزش بحرانی که ضریب اطمینان آن کمتر از چهار روش قبلی است حاصل شد. البته نتیجه حاصل شده اتفاقی نیست زیرا کارایی بالای این روش برای چند مثال دیگر نیز تصدیق شده است. در جدول (۴)، FS اولیه و FS بهینه مشاهده می‌شود. سطح لغزش بهینه حاصل شده از این روش همراه با دایره بحرانی، با FS معادل با (۱/۴۴۵)، در شکل (۱۵) مشاهده می‌شود.

مثال بالا و تجربه نویسندگان این مقاله نشان می‌دهد که روش «بیشترین شیب محلی» نسبت به چهار روش قبلی انعطاف بیشتری دارد و در مدت زمان کمتری جواب مناسب را به دست می‌دهد. در مقاله آرای و تاگی‌یو [۵]، FS بحرانی ترین سطح لغزش دایره‌ای معادل با (۱/۴۵۱) و FS بحرانی ترین سطح لغزش غیردایره‌ای

جدول ۴- ضریب اطمینان بهینه حاصل شده از روش «بیشترین شیب محلی»

سطح لغزش اولیه انتخابی	Fs اولیه	تعداد تکرار	Fs بهینه
۱	۱/۴۵۵	۱۱	۱/۳۹۶

جدول ۵- مقایسه روشهای مختلف بهینه یابی در یافتن سطح لغزش بحرانی در مثال ۱

نام روش	Fs دایره بحرانی	Fs غیر دایره ای بحرانی
بیشترین شیب	۱/۴۴۵	۱/۴۱۰
گرادیان مزدوج	۱/۴۴۵	۱/۴۱۰
اصلاح شده بیشترین شیب	۱/۴۴۵	۱/۳۹۸
سیمپلکس	۱/۴۴۵	۱/۴۰۵
بیشترین شیب محلی	۱/۴۴۵	۱/۳۹۶

جدول ۶- مشخصات شیروانی مربوط به شکل (۱۶)

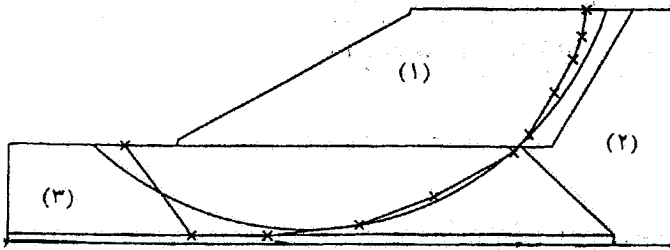
لایه	C(kPa)	$\phi^\circ$	$\gamma(\text{KN/m}^3)$
(۱)	۲۹/۴۳	۱۲	۱۸/۸۴
(۲)	۹/۸۱	۵	۱۸/۸۴
(۳)	۲۹۴/۳	۴۰	۱۸/۸۴

جدول ۷- مقایسه روشهای مختلف در بهینه یابی سطوح لغزش در مثال ۲

نام روش	Fs دایره بحرانی	Fs غیر دایره ای بحرانی	درصد بهبودی Fs سطح غیر دایره ای بحرانی نسبت به دایره بحرانی
مقاله آرای و تاگی یو [۵]	۰/۴۱۷	۰/۴۳۰	-۳
«بیشترین شیب»	۰/۴۵۶۱	۰/۴۴۹۰	+۱/۶
«گرادیان مزدوج»	۰/۴۵۶۱	۰/۴۴۹۵	+۱/۵
«اصلاح شده بیشترین شیب»	۰/۴۵۶۱	۰/۴۳۰۳	+۵/۷
«سیمپلکس»	۰/۴۵۶۱	۰/۴۴۸۳	+۱/۷
«بیشترین شیب محلی»	۰/۴۵۶۱	۰/۴۲۹۷	+۵/۸

بهبود در ضرایب اطمینان به دست آمده در طی فرایند بهینه یابی می تواند معیار مناسب مقایسه باشد.  
مثال ۳- این مثال مربوط به سد بریج در اوکلا همای آمریکاست.

نظیر آنها در ادبیات علمی مقایسه می شوند نباید مقادیر مطلق ضرایب اطمینان، معیار مقایسه قرار گیرند زیرا روشهای مختلف تعادل حدی ضرایب اطمینان مختلفی را ارائه می دهند و تنها درصد



شکل ۱۷- سطوح لغزش بحرانی دایره‌ای و غیردایره‌ای در سد بریچ در روش بیشترین شیب محلی.

دارد که نشان‌دهنده ناپایداری این شیروانی است. نتیجه به دست آمده در جدول (۱۰) آمده است. جالب است تذکر داده شود که این سطح لغزش غیرمعمول، در آزمایشاتی که بر روی شیبهای ماسه‌ای مدل صورت گرفته است مشاهده شده است [۴].

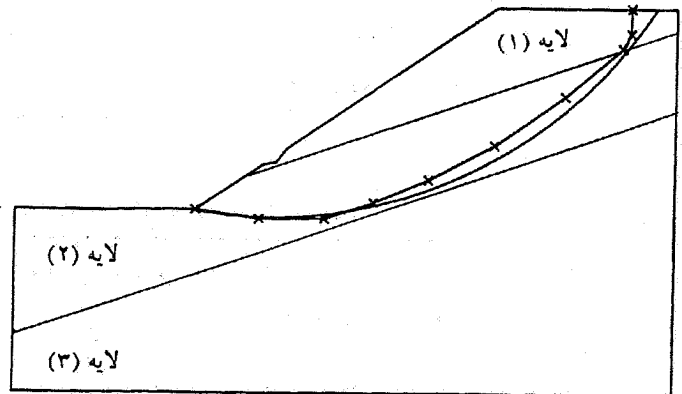
مثال ۵- در این مثال به حل مثال (۱) با روش کاهش مقاومت برشی خواهیم پرداخت. پس از آنکه شیروانی تحت وزن خود به حالت تعادل درآمد مقادیر  $C$  و  $\phi$  خاک به صورت زیر کاهش داده می‌شوند.

$$C_1 = \frac{41/7}{1/5} \quad \phi_1 = \arctan \frac{\tan 15^\circ}{1/5}$$

عدد  $FS=1/5$  یک عدد فرضی انتخابی است. با مقادیر  $C_1$  و  $\phi_1$  جدید، سیستم مورد تحلیل قرار گرفت. همچنان که انتظار می‌رود، شیب در نهایت به حالت ناپایدار درمی‌آید. این موضوع در شکل (۲۰) که نشان دهنده بردارهای سرعت گره‌هاست، آمده است. در سعی بعدی  $FS=1/4$  فرض شد. با مقادیر جدید  $\phi_1$  و  $C_1$  خاک، تحلیل تنش مجددی انجام شد ولی در نهایت ناپایداری کلی در سیستم مشاهده نشد، بنابراین نتیجه گرفته می‌شود که ضریب اطمینان شیروانی عددی بین (۱/۴) تا (۱/۵) است. این نتیجه با نتایج به دست آمده از روشهای بهینه‌یابی که در این مقاله گزارش شد قرابت خوبی دارد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در پیدا کردن سطح لغزش بحرانی، ضریب اطمینان به عنوان تابع هدف و مختصات گره‌های سطح لغزش اولیه به عنوان



شکل ۱۶- یک شیروانی ناهمگن همراه با سطوح لغزش دایره‌ای و غیردایره‌ای بحرانی در روش بیشترین شیب محلی.

این مثال توسط سلسلینو و دانکن [۴] و نگوین [۶] نیز مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. مشخصات لایه‌های مختلف این سد در جدول (۸) آمده است. جدول (۹) ضرایب اطمینان حداقل به دست آمده از روشهای مختلف را نشان می‌دهد.

در جدول (۹) مشاهده می‌شود که روش «بیشترین شیب محلی» به بهترین سطح لغزش بحرانی دست یافته است. این سطح لغزش بحرانی همراه با دایره بحرانی در شکل (۱۷) قابل مشاهده است. این مثال نیز نشان دهنده برتری روش «بیشترین شیب محلی» نسبت به روشهای دیگر است.

مثال ۴- شکل (۱۸) نشان دهنده یک شیروانی ماسه‌ای به شکل مثلث است که سطح لغزش اولیه انتخابی با  $FS=2/0.83$  نیز در آن مشاهده می‌شود. بر ارتفاع این شیروانی مثلثی، فشار نایکنواخت خطی، که از رابطه  $P=\gamma_f Z$  تعبیت می‌کند، وارد می‌شود. این مثال توسط سلسلینو و دانکن [۴] با استفاده از روش تعادل حدی اسپنسر نیز بررسی شده است. مشخصات این شیروانی عبارت است:

$$C=0 \text{ kpa}, \quad \gamma = 14/9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}, \quad \phi = 40/5^\circ$$

تعداد المانهای شبکه محاسباتی این شیروانی (۳۰×۲۰) است. سطح لغزش اولیه با استفاده از روش بهینه‌یابی «بیشترین شیب محلی» پس از ۶ تکرار بهینه شد. سطح لغزش بهینه در شکل (۱۹) آمده است. این سطح لغزش ضریب اطمینانی معادل با (۰/۸۹۱)



جدول ۸- مشخصات شیروانی در شکل (۱۷)

لایه	C چسبندگی (kPa)	$\phi_0$ زاویه اصطکاک داخلی	$\gamma$ وزن مخصوص ( $\text{KN/m}^3$ )
(۱)	۴۹	۳۱	۲۰
(۲)	۷۸	۱۸	۲۰
(۳)	۴۹	۰	۲۰

جدول ۹- مقایسه روشهای مختلف در مثال ۳

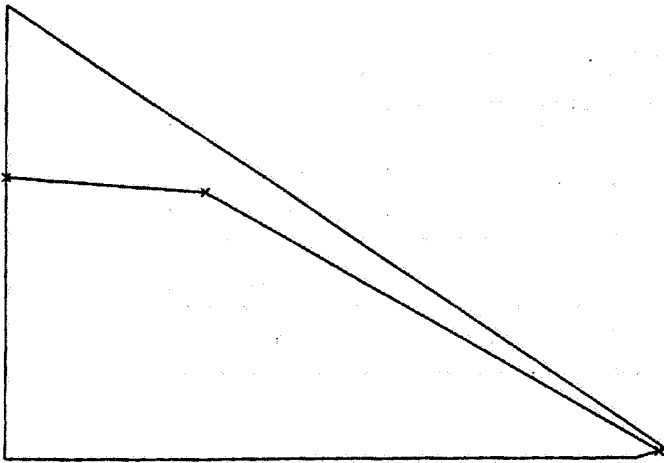
نام روش	Fs دایره بحرانی	Fs غیر دایره‌ای بحرانی	درصد بهبودی غیر دایره‌ای بحرانی نسبت به دایره بحرانی
مقاله «سلستینو» و «دانکن» [۴]	۱/۳۲۰	۱/۳۱۰	+۰/۸
«بیشترین شیب»	۱/۱۴۶	۱/۰۹۹	+۴/۱
«گرادیان مزدوج»	۱/۱۴۶	۱/۰۹۹	+۴/۱
«اصلاح شده بیشترین شیب»	۱/۱۴۶	۱/۰۸۹	+۵/۰
«سیمپلکس»	۱/۱۴۶	۱/۰۹۱	+۴/۸
«بیشترین شیب محلی»	۱/۱۴۶	۱/۰۰۶	+۱۲/۲
مقاله نگوین [۶]	Fs <sub>m</sub> دایره‌ای با روش جستجوی شبکه‌ای	Fs <sub>m</sub> دایره‌ای با روش سیمپلکس	درصد بهبودی روش سیمپلکس نسبت به جستجوی شبکه‌ای +۰/۴
	۱/۱۲۱	۱/۱۱۷	

جدول ۱۰- ضریب اطمینان بهینه حاصل شده از روش «بیشترین شیب محلی»

نام روش	Fs سطح لغزش اولیه انتخابی	Fs سطح لغزش بحرانی
بیشترین شیب محلی	۲/۰۸۹	۰/۸۹۱
مقاله «سلستینو» و «دانکن» [۴]	۱/۴۴	۰/۹۸۰

متغیرهای تابع هدف‌اند و مقصود آن است که با استفاده از روشهای بهینه‌سازی، تابع هدف (ضریب اطمینان) حداقل شود. روشهای بیشترین شیب، گرادیان مزدوج، اصلاح شده بیشترین شیب، سیمپلکس و بیشترین شیب محلی روشهای بهینه‌سازی اند که در این مقاله برای یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش دلخواه به کار گرفته شده‌اند. روش عددی پیشنهاد شده در این مقاله، به طور موفقیت

در این مقاله نگوین [۶] روش جستجوی شبکه‌ای با روش سیمپلکس مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش سیمپلکس نسبت به روش جستجوی شبکه‌ای، درصد بهبودی بیشتری دارد. همچنین روش سیمپلکس نسبت به روش «بیشترین شیب محلی» نیز درصد بهبودی بیشتری دارد.



شکل ۱۹- شیروانی ماسه‌ای مثلثی همراه با سطح لغزش بهینه

در روش «بیشترین شیب محلی» عموماً، تنها با یک سطح لغزش اولیه که منطبق بر دایره بحرانی است و با انتخاب ضرایب مناسب، می‌توان بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای را به دست آورد.

با مقایسه روشهای مختلف بهینه‌یابی سطوح لغزش شیروانیها که در این مقاله ارائه شدند نتیجه‌گیری می‌شود که روش پیشنهادی این مقاله یعنی روش بیشترین شیب محلی دارای انعطاف و کارایی بیشتری است و در مدت زمان کوتاه‌تری سطح لغزش بحرانی را به دست می‌دهد. به‌طور خلاصه امتیازات روش پیشنهادی از این قرارند

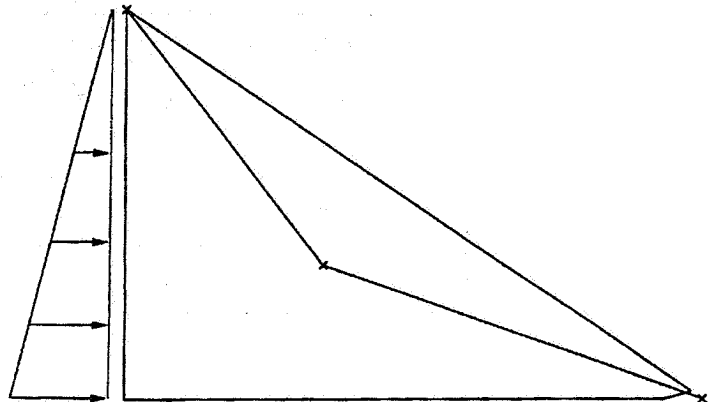
۱- حرکت گره‌ها برخلاف بعضی از روشهای ارائه شده در ادبیات علمی (نظیر روش مرجع ۴)، سیستماتیک و در خلاف گرادیان محلی است.

۲- روش پیشنهادی سریعتر به جواب می‌رسد.

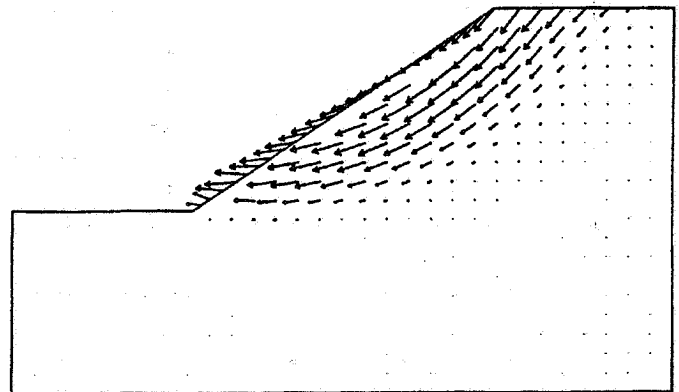
۳- در بعضی از روشهای معمول در ادبیات علمی (نظیر روش مرجع ۵)، حرکت گره‌ها تنها در جهت عمودی امکانپذیر است. در روش ارائه شده حرکت آزادانه هر گره در دو جهت افقی و عمودی میسر است.

۴- روش ارائه شده برای اولین بار در رابطه با پایداری شیروانیها به کار رفته است و ضرایب اطمینانی که به دست می‌دهد معقول و منطقی‌اند.

۵- برخلاف روشهای دیگر در ادبیات علمی که در آنها معمولاً باید چندین سطح لغزش اولیه را در نظر گرفت (به‌خصوص



شکل ۱۸- یک شیروانی ماسه‌ای مثلثی شکل، با سطح لغزش اولیه متشکل از ۳ گره



شکل ۲۰- بردارهای سرعت در تحلیل پایداری شیروانی

آمیزی قادر است محل بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای را که کمترین ضریب اطمینان را داراست، تعیین کند.

تحلیل تنشها در شیروانی با فرض خطی بودن رابطه تنش - کرنش صورت می‌گیرد. با استفاده از روشهای بهینه‌سازی، سطح لغزش اولیه مراحل لازم را طی می‌کند تا اینکه به کمترین ضریب اطمینان ممکن برسد. گره‌های مرزی به مقدار لازم می‌توانند در هر دو مسیر ممکن جابه‌جا شوند. گره‌های غیرمرزی نیز می‌توانند در هر دو جهت افقی و عمودی حرکت کنند. در روشهای «بیشترین شیب» و «گرادیان مزدوج» و «اصلاح شده بیشترین شیب» با انتخاب ۳ الی ۵ سطح لغزش اولیه و در روش سیمپلکس با انتخاب ۳ الی ۵ سیمپلکس اولیه که باید از مسیرهای مناسبی عبور کنند، می‌توان بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای را یافت.

## قدردانی

بدین وسیله از حمایت مالی مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن در انجام این پروژه قدردانی می‌شود.

در روش سیمپلکس) که کاری خسته‌کننده و وقتگیر برای کاربر است، این روش معمولاً تنها با یک سطح لغزش اولیه جواب مناسب را به دست می‌دهد.

## واژه نامه

- |                             |                                  |  |
|-----------------------------|----------------------------------|--|
| 1. stability                | 7. conjugate gradient            | 13. modified steepest descent                  |
| 2. slopes                   | 8. simplex reflection            | 14. alternating variable local gradient method |
| 3. factor of safety         | 9. grid search                   | 15. kinematics                                 |
| 4. critical slip surface    | 10. variable metric              | 16. univariate                                 |
| 5. optimization             | 11. strength reduction technique |  |
| 6. noncircular slip surface | 12. steepest descent             |  |

## مراجع

1. Bromhead, E.N., *The Stability of Slopes*, Second Edition, Blackie Academic & Professional, An Imprint of Chapman & Hall, London, 1992.
2. Duncan, J. M., State of the Art: "Limit Equilibrium and Finite Element Analysis of Slopes," *Journal of Geotechnic Engineering*, Vol. 122, No. 7, pp. 577-596, 1996.
3. Leshchinsky, D., "Slope Stability Analysis: Generalized Approach," *Journal of Geotechnic Engineering*, Vol. 116, No. 5, pp. 851-867, 1990.
4. Celestino, T. B., and Duncan, J. M., "Simplified Search for Noncircular Slip Surface," *Proceeding of 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engineering*, A.A. Balkema, Rotterdam, the Netherlands, 3, pp. 391-394, 1981.
5. Arai, K., and Togyo, K., "Determination of Noncircular Slip Surface Giving the Minimum Factor of Safety in Slope Stability Analysis," *Soils and Found.*, Tokyo, Vol. 25, No. 1, pp. 43-51, 1985.
6. Nguyen, V. U., "Determination of Critical Slope Failure Surfaces," *Journal of Geotechnic Engineering* Vol. III, No. 2, pp. 238-250, 1985.
7. Denatale, J. S., "Rapid Identification of Critical Slip Surfaces," *Journal of Geotechnic Engineering*, Vol. 117, No. 10, pp. 1568-1589, 1991.
8. Chen, Z.Y., and Shao, C.M., "Evaluation of Minimum Factor of Safety in Slope Stability Analysis," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 25, pp. 735-748, 1988.
9. Rao, S. S., *Optimization Theory and Applications*, Second edition, Published by H.S. Piplai for New Age Int. (P) Limited, New Delhi, 1995.
10. Huang, S.L., and Yamasaki, K., "Slope Failure Analysis Using Local Minimum Factor of Safety Approach," *Journal of Geotechnic Engineering*, Vol. 119, No. 12, pp. 1974-1987, 1993.
11. Matsui, T., and San, K.C., "Availability of Shear Strength Reduction Technique," *Slope and Embankment*, Vol. 1, Geotechnic Special Pub. No. 31, ASCE, 1992.
12. Jiang, G.L., and Magnan, J.P., "Stability Analysis of Embankment, Comparison of Limit Analysis with Method of Slices," *Geotechnic*, Vol. 47, No. 4, pp. 857-872, 1997.
13. فخیمی، ا.ع. "نظریه و راهنمای نرم‌افزار CA2،" مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن - نشریه ۲۶۲ تهران - ایران، ۱۳۷۶.
14. Pasternak, S.C., and Gao, S., "Numerical Methods in the Stability Analysis of Slopes," *Computers & Structures*, Vol. 30, No. 3, pp. 573-579, 1988.