بررسی سینماتیک و دینامیک جریان آرام نوسانی حول استوانه

محمدسعید سعیدی* و محسن ثقفیان**

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۷۹/۷/۱۶ – دریافت نسخهٔ نهایی ۸۰/٤/۵)

چکیده – *در این مقاله جریان نوسانی آرام دو بعدی حول استوانه و نوسان استوانه در سیال ساکن مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور با استفاده از روش حجم محدود و به کمک الگوریتم سیمپل سی، معادله های نویر استوکس برای جریان آرام نوسانی دو بعدی حول یک استوانه در یک شبکهٔ منطبق بر بدنه از نوع O و هم مکان حل شده است. در این بررسی اعداد بدون بعد کیولگان کارپنتر و استوکس در محدوده ای انتخاب شده اند که متناظر با رژیمهای متنوع جریان آرام است که عموما سه بعدی هستند. نتایج حاصل از این شبیه سازی و مقایسه با نتایج عددی و تجربی سایرین نشاندهندهٔ قابلیت خوب مدل دو بعدی در معرفی سینماتیک رژیمهای متنوع جریان و ریزش گردابه هاست. در رابطه با نیرو های وارد بر استوانه این بررسی نشان می دهد در حالاتی که رژیم جریان منظم است انطباق خوبی بین نیروی طولی حاصل از این محاسبات و نتیجهٔ حاصل از معادلهٔ موریسون وجود دارد و در مورد جریانهای نا منظم که از یک سیکل به سیکل دیگر تغییرمی کنند این انطباق ضعیفتر شده و دقت معادلهٔ موریسون کاهش می یابد. مقایسهٔ ضرایب پسا و اینرسی حاصل از این مدل و کار تجربی و عددی دیگران، انطباق خوبی را نشان می دهد. بررسی تغییرات زمانی نیروی طولی وارد بر استوانه اطلاعات دقیقی در ارتباط با ریزش گردابه ها در هر سیکل و فرکانس ریزش آنها و نحوهٔ تغییر مود ارائه می دهد. به دلیل تغییر پیوستهٔ مود رژیم جریان در طی زمان، متوسط نیروی طولی و عرضی در طی سیکلهای متوالی ملاک خوبی برای براورد نیروی وارد بر استوانه نیست. در عین حال این مدل به خوبی توانسته تغییرات زمانی نیروی طولی و عرضی یک مود خالص را شبیه سازی و بر نتایج تجربی انطباق دهد.*

واژگان کلیدی: *جریان نوسانی، جریان آرام حول استوانه، حل عددی*

The Study of Kinematics and Dynamics of Oscillating Laminar Flow About a Cylinder

M. S. Saidi and M. Saghafian

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

ABSTRACT- *In this paper, the oscillating two-dimensional laminar flow about a cylinder and the oscillation of a cylinder in still water are studied. A finite volume method is applied to solve the Navier Stokes equations using SIMPLEC algorithm on a body fitted co-located O-type grid. In this study, the non-dimensional flow numbers, Keulegan-Carpenter and Stokes' numbers are chosen over a range where different laminar flow regimes are normally three-dimensional. The results of this simulation and comparison with numerical and experimental works indicate the good capability of this two-dimensional model in showing the various regimes of flow patterns and vortex shedding. Considering the forces exerted on the cylinder, this study shows that in cases where the flow is of a*

---

* – دانشیار ** – دانشجوی دکترا

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

regular type, there is a good match between longitudinal force presented by this work and the one calculated through Morrison's equation. But for irregular flows where the flow pattern changes in each cycle, there is less overlap and the accuracy of Morrison's equation is reduced. Studying the time variation of the transversal force gives accurate information about the vortex shedding and its frequency in each cycle and mode changing. Since the flow mode changes continuously with time, the average of transversal and longitudinal forces on consecutive cycles is not a good representation of the force exerted on the cylinder. On the other hand, the model has satisfactorily reproduced the time variation of the tranversal and longitudinal forces of a pure mode, matching the experimental results.

Keywords: ***Oscillating flow, Laminar flow about a cylinder, Numerical solution***

فهرست علائم

A	دامنهٔ حرکت استوانه با نوسان سینوسی در سیال ساکن	$KC = U_m T/D$	عدد کیولگان کارپنتر
C_D	ضریب پسا (درگ)	$\beta = Re/KC$	عدد استوکس
C_M	ضریب اینرسی	δ	اندازهٔ اولین حجم معیار چسبیده به استوانه در جهت شعاع
C_x	ضریب نیروی طولی در جهت محور نوسان	Δ	اندازهٔ آخرین حجم معیار در جهت شعاع
C_y	ضریب نیروی عرضی عمود بر محور نوسان	ε	ضریب انبساط شبکه
$C_{x_{max}}$	ضریب نیروی طولی ماکزیمم در یک سیکل	Φ	متغییر عمومی
$C_{y_{max}}$	ضریب نیروی عرضی ماکزیمم در یک سیکل	Γ_φ	ضریب دیفیوژن ϕ
$C_{x_{mean}}$	ضریب نیروی طولی میانگین در یک سیکل	ρ	چگالی سیال
$C_{y_{mean}}$	ضریب نیروی عرضی میانگین در یک سیکل	S	جملهٔ چشمه
D	قطر استوانه	U_∞	سرعت جریان دور دست
$Re_{max} = Re = U_m D/\nu$	عدد رینولدز	P_1	فشار در سیال نوسانی حول استوانه ساکن
T	زمان	P_2	فشار در سیال حول استوانه نوسانی
δt	گام زمانی	u	مؤلفهٔ x سرعت
$T = 1/f$	پریود نوسان	v	مؤلفهٔ y سرعت
$U = U_m Sin(2\pi t/T)$	سرعت جریان دور دست	F_x	نیروی طولی وارد بر استوانه
U_m	سرعت ماکزیمم نوسان	F_y	نیروی عرضی وارد بر استوانه

۱- مقدمه

استوانه به عنوان یک عنصر اصلی در ساختار سازهٔ بسیاری از تجهیزاتی است که با حرکت سیال سرو کار دارند. به طور نمونه می‌توان پایه اسکله ها و سکوهای دریایی، پایه و مهار پلها، دودکشها و لوله های یک مبدل گرمایی را نام برد. به همین دلیل جریان سیال اطراف استوانه از دیرباز مورد توجه محققان علم مکانیک سیالات بوده است. برحسب ساکن یا متحرک بودن استوانه و یا سیال اطراف، نوع حرکت، امتداد جریان نسبت به محور استوانه و بالاخره اینکه جریان دارای سطح آزاد باشد یا نباشد هندسه های متنوعی از جریان اطراف یک استوانه می تواند مطرح شود. در این مقاله تنها به حرکت نوسانی سیال نسبت به استوانه به طوری که امتداد حرکت عمود بر محور استوانه باشد توجه شده است. این حرکت خود به نوعی حرکت امواج دریا اطراف پایه ها، سکوها و اسکله ها در نواحی زیر سطح آزاد را پوشش می دهد. بسته به اینکه طول مشخصه جسم در امتداد حرکت جریان اصلی نسبت به طول موج حرکت کوچک یا بزرگ باشد نیروهای غالب از نوع برشی و یا اینرسی خواهند بود، که در مورد اول تحلیل جریان منوط به حل معادله‌های نویر استوکس و در مورد دوم به حل مسئله پراش امواج منجر می شود.

در این مقاله فرض شده که طول مشخصهٔ جسم نسبت به طول موج کوچک باشد.اعداد مشخصه چنین جریا نی عدد

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

رینولدز $Re = \frac{U_m D}{\nu}$ و عدد کیولگان کارپنتر $KC = \frac{U_m T}{D}$ هستند. از ترکیب این دو عدد استوکس $\beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{\nu T}$ تعریف شده است و معمولا KC و β یا KC و Re برای مشخص کردن جریان به کار می روند . برای استوانه با حرکت نوسانی سینوسی در سیال ساکن $KC = \frac{2\pi A}{D}$ تعریف می شود. حضور عدد KC به عنوان یک عدد مشخصهٔ جریان بیانگر این واقعیت است که در این جریانها نوع رژیم، آرام یا مغشوش، تنها توسط عدد Re تعیین نمی شود بلکه برحسب اینکه عدد KC چقدر باشد گذار از آرام به مغشوش و یا ناپایدار شدن جریان آرام دو بعدی و تبدیل آن به یک جریان آرام سه بعدی در رینولدزهای متفاوتی صورت می گیرد.

تحقیقات گسترده ا ی روی این جریان صورت گرفته است که کارهای قدیمی عمدتا" از نوع تجربی و کارهای دو دههٔ اخیر همراه با رشد رایانه ها توام با روشهای عددی بوده است. از کارهای شاخص قدیمی می توان به کار موریسون و همکاران [۱] ا شاره کرد که طی آن معادلهٔ معروف خود را برای محاسبهٔ نیروی طولی وارده از امواج دریا بر پایه های استوانه ای شکل سازه های دریایی و هوایی ارائه دادند. این معادله بر این فرض استوار است که نیروی طولی F_x جمع نیروی پسا و نیروی مجازی (اینرسی) است:

$$F_x = 1/2\,\rho D C_D U|U| + 1/4\,\pi\rho D^2 C_M \, dU/dt \qquad (۱)$$

C_D و C_M ضرائب پسا و اینرسی اند که در طی یک سیکل ثابت فرض می شوند. در ادامه خواهیم دید که در بعضی حالات جریان، این فرض درست نیست. محاسبهٔ ضرایب C_D و C_M با داشتن F_x از نتایج آزمایش و یا محاسبات عددی، با به کار گیری روش مینیمم مربعات یا میانگیری فوریه محاسبه می شوند.

در رابطه با روشهای تحلیلی مطالعات نظری استوکس [۲] و سپس ونگ[۳] قابل اشاره است که با فرض جریان چسبیده[۱] و برای اعداد KC کوچک و اعداد Re یا β بزرگ معتبر است و منجر به معادلهٔ تحلیلی زیر برای C_D و C_M بر حسب β و KC شده است .

$$C_D = 3\pi^2/2KC\left[(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-1} - 1/4(\pi\beta)^{-3/2} + \ldots\right] \qquad (۲)$$

$$C_M = 2 + 4(\pi\beta)^{-1/2} + (\pi\beta)^{-3/2} + \ldots \qquad (۳)$$

از نمونه کارهای تجربی می‌توان به کارهای کیولگان و کارپنتر[٤]، هونجی[٥] ، اوباساجو و همکاران [٦] ، تاتسونو و بیرمن [۷] ، سارپکایا [۸] و ویلیامسون [۹] اشاره کرد و در مورد کارهای عددی می توان به مقالات جوستیسن [۱۰] ، بدر و همکاران[۱۱]،دوچ و همکاران[۱۲]، لوو و همکاران [۱۳] و نهایتا ژنگ و دالتون [١٤] اشاره کرد.

هونجی [٥] طی آزمایشاتی شکل جریان ناشی از نوسان استوانه را در محدودهٔ $KC<4$ و $70 < \beta < 700$ بررسی کرد. وی نشان داد که برای KC های کوچک، جریان آرام و دوبعدی باقی می‌ماند و برای KC های متوسط جریان ناپایدار شده وبا شکل گیری گردابه های قارچی شکل در طول محور استوانه جریان سه بعدی و برای KC های بزرگتر جریان مغشوش می شود. اگر KC از یک حد بحرانی KC_{cr} کوچکتر باشد جریان پایدار است و ریزش گردابه نداریم که اصطلاحا" رژیم استوکس – ونگ نامیده می شود. با افزایش KC جریان ناپایدار شده و ریزش گردابه آغاز می شود که ناپایداری هونجی نامیده می شود. هال[۱٥] به صورت تحلیلی نشان داد که برای $\beta >> 1$ می‌توان KC_{cr} را از معادلهٔ زیر به دست آورد.

$$KC_{cr} = 5.778\beta^{-1/4}(1 + 0.205\beta^{-1/4} + \ldots) \qquad (٤)$$

افزایش KC منجر به جریانهایی با شکلهای متنوع می شود که شش نوع از آن توسط هونجی شناسایی شد.

سارپکایا [۸] حرکت نوسانی یک استوانه را در محدودهٔ $0.4 < KC < 20$ و β مساوی ۱۳٥۰،۱۳۸۰،۱۸۰۰و ۱۱۲۰۰ به روش تجربی بررسی کرد و ضرایب C_D و C_M را برحسب KC به دست آورد و به علاوه ناپایداری هونجی را با انجام آزمایشات تایید کرد. همچنین نشان داد که فرمول پیشنهادی هال[۱٥]، مقادیر KC_{cr} را برای βهای بزرگ به خوبی پیش‌بینی می‌کند.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

ویلیامسون[۹] طی آزمایشاتی در لولهٔ Uجریان نوسانی حول استوانه را در محدودهٔ وسیعی از KC بررسی کرد. وی توانست جریان عرضی را که طی آن در هر نیم سیکل یک جفت گردابه تحت زاویه ٤٥ درجه نسبت به محور نوسان جریان حرکت کرده و از استوانه دور شده و همگی در یک طرف استوانه قرار می گیرند را به ازای 7<KC<15 به وجود آورد. همچنین جریانهای جفت دوتایی (15<KC<24) و جفت سه تایی (24<KC<32)و جفت چهار تایی (32<KC<40) که طی آن در هر نیم سیکل به ترتیب دو، سه و چهار جفت گردابه ایجاد و ریزش می شوند به وجود آورد.

اوباساجو وهمکاران[٦] مسئلهٔ جریان نوسانی حول استوانهٔ ثابت را با جزییات بیشتری در آزمایشگاه مورد مطالعه قرار دادند و پنج رژیم جریانی را شناسایی کردند. این رژیمها را که به ازای $\beta = 416$، $8 \le KC \le 4$، $15 \le KC \le 8$، $22 \le KC \le 15$ ، $30 \le KC \le 22$ و $KC \ge 30$ به دست آمدند به ترتیب نامتقارن[۲]، عرضی[۳] ،قطری[٤]، گردابهٔ سوم[٥] و شبه دائم نامیدند. تاتسونو وبیرمن آزمایشات استوانهٔ نوسانی در سیال ساکن را با تاکید بر مشاهدهٔ شکل جریان انجام داده و هشت رژیم جریانی را به ترتیب زیر شناسایی و معرفی کرده‌اند.

رژیم A^* – برای KC های کوچک – جریان بدون جدایی – وجود جریان ثانویه – دوبعدی

رژیم A – برای $\beta > 50$ به ازای KC های بزرگتر – در هر نیم سیکل یک جفت گردابه متقارن جدا می شوند دوبعدی

رژیم B – ($2 < KC < 4, \beta > 50$) – ناپایداری سه بعدی – گردابه های در امتداد محور استوانه

رژیم C – ($5 > KC > 4, \beta < 50$) – جابه جا شدن گردابه های بزرگ – سه بعدی

رژیم D – ($KC > 5, \beta < 40$) – جابه جایی عرضی گردابه ها در یک طرف محور نوسان – سه بعدی

رژیم E – ($8 > KC > 4, \beta < 20$) – تغییر نامنظم امتداد حرکت گردابه ها – سه بعدی

رژیم F – ($KC > 7, \beta < 50$)– جابه جایی قطری گردابه‌ها سه بعدی

رژیم G – ($KC > 7, \beta < 30$) – قطار عرضی گردابه ها سه بعدی

جوستیسن[۱۰] این مسئله را با هر دو روش تجربی و عددی بررسی کرده است. وی معادلهٔ انتقال ورتیسیتی همراه با تابع جریان را برای رژیم آرام و دوبعدی به روش تفاضل متناهی برای $KC<26$ و β مساوی ۱۹٦، ۹۸۳ و ۱۰۳۵ حل کرده است. مقایسه شکل خطوط جریان حاصل از شبیه سازی عددی با نتایج تجربی برای حالاتی که جریان متقارن است انطباق خوبی را نشان می‌دهد. به علاوه شکل خطوط جریان و ورتیسیتی برای حالاتی که ریزش گردابه ها نامتقارن است آورده شده و انطباق آن با رژیمهایی که قبلا" معرفی شده اند نشان داده شده است. همچنین ضرایب C_D و C_M محاسبه و با کار دیگران مقایسه شده است. تغییرات زمانی C_x و C_y نیز بدون مقایسه آورده شده است. در این محاسبات از شبکهٔ O شکل و با تعداد گره ۱۲۸×۸۰ با شعاع قلمرو 80R استفاده شده است.

بدر و همکاران[۱۱] شبیه سازی عددی را با روش حجم محدود و به کارگیری ψ,ω برای رژیم آرام و دوبعدی انجام داده اند. محاسبات برای $Re = 10^3, 10^4$ و KC=24 انجام شده است که به ریزش متقارن گردابه ها محدود می شود. در این مقاله شکل خطوط جریان و مقادیر C_D برحسب زمان آورده شده و برای بعضی از حالات مقایسه شکل خطوط جریان با نتایج تجربی و عددی جوستیسن[۱۰] صورت گرفته است.

دوچ[۱۲] مسئلهٔ استوانهٔ نوسانی در جریان ساکن را با یک انتقال به جریان نوسانی حول استوانهٔ ساکن تبدیل و نتیجه را با روش حجم محدود و به کارگیری u و v در دو بعد حل کرده است. شبکهٔ نوع O با تعداد گره ۱۲۸×۱۹۲ و گام زمانی

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

T/720 تا T/60 انتخاب شده است. در این مقاله برخی رژیمهای جریانی شبیه سازی و شکل خطوط جریان رژیم متقارن با نتایج آزمایش مقایسه شده اند که نتیجه خوب بوده است. همچنین مقادیر C_D و C_M محاسبه و با کارهای دیگران مقایسه شده اند. به علاوه تغییرات زمانی نیروهای وارد بر استوانه (F_x, F_y) که با $1/2\rho U_m^2$ بدون بعد شده اند (C_x, C_y) برای بعضی حالات آورده شده و مقایسه ای صورت نگرفته است.

لوو و همکاران[۱۳] جریان مغشوش سه بعدی را در محدودهٔ $2<KC<10$ و $\beta = 1035$ شبیه سازی کرده اند. در این کار جریان مغشوش در حد ادیهای کوچک با بهره‌گیری از مدل اسماگورینسکی[۶] مدل شده و ادیهای بزرگ (LES) شبیه سازی شده‌اند. نیروهای پسا و اینرسی محاسبه و با نتایج تجربی انطباق خوبی را نشان می‌دهند.

ژنگ و دالتون [۱٤] با استفاده از روش تفاضل متناهی مسئله جریان نوسانی حول استوانه را در محدودهٔ $1<KC<12$ و $100<Re<3000$ با استفاده از ψ, ω و هندسهٔ دوبعدی و سه بعدی حل کرده و ناپایداری هونجی و سه بعدی شدن جریان را مورد تایید قرار دادند. نتایج حاصل از شبیه سازی شکل جریان و ضرایب نیرویی، انطباق خوبی را با نتایج تجربی نشان می دهد.

از جمعبندی کارهای انجام شده می توان نتیجه گرفت که در رژیم آرام فعالیت روی مدلهای دوبعدی متمرکزبوده و از همین مدل برای بررسی رژیمهایی که سه بعدی اند نیز استفاده شده است. در این کارها تحلیل عملکرد جمعی جریان در قالب اعداد کلی C_x , C_M, C_y و C_D صورت گرفته و کمتر به نحوهٔ تغییرات زمانی F_x, F_y و اطلاعاتی که می توان با مطالعهٔ آنها به دست آورد توجه شده است. به علاوه در هر مقاله عموما" بیشتر روی یکی از دو مسئلهٔ شکل جریان و یا ضرایب نیرویی تاکید شده است. در این مقاله کارایی استفاده از مدلهای دوبعدی جریان آرام برای تحلیل جریانهای مطروحه بررسی می شود. در این رابطه هم به شبیه سازی شکل جریان و هم به توزیع زمانی نیرو و ضرایب کلی توجه شده و سعی شده است تغییرات زمانی نیرو و ضرایب نیرویی با جزییات بیشتری تجزیه و تحلیل شوند. همچنین کارایی معادلهٔ موریسون در محاسبهٔ ضرایب نیرویی بررسی شده است.

۲- معادله های حاکم و روش حل عددی

معادلهٔ انتقال جریان آرام برای یک متغیر عمومی ϕ در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر است

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \phi)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i}(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X}) + S \qquad (۵)$$

ضریب Γ_ϕ در معادلهٔ ممنتم برابر لزجت (μ) است. متغیر ϕ مقادیر u و v را اختیارمی کند. S جملهٔ چشمه است و در معادلهٔ ممنتم گرادیان فشار را نیز در بر می‌گیرد. مسئلهٔ جریان نوسانی حول یک استوانهٔ ساکن را با انتخاب یک شبکهٔ نوع O حول استوانه و قرار دادن دستگاه مختصات در مرکز استوانه حل می‌کنیم. در رابطه با حل مسئلهٔ استوانهٔ نوسانی در سیال ساکن، دوچ [۱۲] نشان داد که می‌توان از همان شبکه و دستگاه قبلی استفاده کرد لیکن باید جملهٔ $-\rho\frac{\partial \vec{U}_\infty}{\partial t}$ را به سمت راست معادلهٔ ممنتم اضافه کرد. در این صورت نیازی به تغییر شبکه همراه با حرکت استوانه نخواهد بود. بدین ترتیب سرعت در دور دست، منفی سرعت استوانه قرار داده شده و روی سطح استوانه از شرط عدم لغزش استفاده می‌شود. در هر صورت ضرایب نیرویی بدون بعد برای هر دو مسئله، استوانه نوسانی در سیال ساکن و جریان نوسانی حول استوانهٔ ساکن، یکی است و با حل مسئلهٔ جریان نوسانی حول استوانهٔ ساکن و محاسبهٔ میدان سرعت، می‌توان میدان سرعت مسئله دیگر را با کم کردن سرعت $\vec{U}_\infty$ از میدان سرعت به دست آورد. میدانهای فشار نیز با توجه به معادلهٔ زیر قابل تبدیل اند.

$$\vec{\nabla}P_2 = \vec{\nabla}P_1 - \rho\frac{\partial \vec{U}_\infty}{\partial t} \qquad (٦)$$

که در آن P_1 و P_2 به ترتیب معرف میدان فشار در مسئله جریان

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

نوسانی حول استوانه ساکن و استوانهٔ نوسانی در سیال ساکن هستند.

در این مقاله مسئله برای جریان نوسانی حول استوانه ساکن حل شده است. در هر لحظه از نیمی از مرز خارجی جریان وارد و از نیم دیگر خارج می‌شود. روشن است که این دو نیمهٔ در هر سیکل نوسان جای خود را با هم عوض می‌کنند. در نیمه‌ای که جریان وارد می‌شود شرایط مرزی $v=0$ و $u = U_\infty$ است. در نیمهٔ خروجی از شرط مرزی جابه‌جایی[۷] به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\partial u/\partial t + U_\infty \partial u/\partial x = \partial U_\infty/\partial t \qquad (۷)$$

$$\partial v/\partial t + U_\infty \partial v/\partial x = 0 \qquad (۸)$$

این نوع اعمال شرایط مرزی از معادلهٔ ممنتم و با حذف عبارات ناچیز در نواحی دور دست استخراج شده و نسبت به اعمال شرط مرزی نیومن ارجحیت دارد زیرا برگرفته از معادله های حاکم بوده و قادر است تغییرات جریان را با دقت بیشتری پیش‌بینی کند و امواج و گردابه‌ها نیز قادر خواهند بود بدون انعکاس از مرز خارج شوند [۱۷]. با انتخاب شرط مرزی جابه‌جایی می‌توان محدوده حل کوچکتری انتخاب نمود. لذا با تعداد گره یکسان می‌توان به دقت بالاتری دست یافت. شکل تفاضل متناهی شرط مرزی جابه جایی به طور نمونه برای مؤلفهٔ u سرعت به صورت زیر است

$$u_N^* = u_N^p - \frac{\Delta t}{(\Delta x_N)} U_\infty (u_N^p - u_{N-1}^p) \qquad (۹)$$

$$u_N^{p+1} = u_{cor} + u_N^* \qquad (۱۰)$$

اندیس N معرف شمارهٔ گره در جهت جریان و اندیس P معرف شمارهٔ گام زمانی است. u_{cor} یک عبارت اصلاح سرعت است به نحوی که توازن دبی جرمی خروجی و ورودی را در هر گام برقرار می‌کند و برای تمام نقاط مرز خروجی مقدار یکسانی دارد. برای حل عددی از الگوریتم سیمپل سی[۸] و شبکهٔ نوع O منطبق بر بدنه[۹] و هم مکان[۱۰] استفاده شده است. در محاسبه عبارات جابه‌جایی روش کوییک[۱۱] و برای محاسبهٔ تغییرات زمانی روش کرانک – نیکولسون[۱۲] به کار گرفته شده است.

۳- ارائهٔ نتایج

محور بررسیهای انجام شده در این مقاله در خصوص قابلیت مدل دو بعدی آرام برای تحلیل جریان آرام نوسانی و یا حرکت نوسانی یک استوانه در سیال ساکن است. در اینجا ضمن مقایسهٔ نتایج مدل با نتایج تجربی حالاتی که جریان عملاً سه بعدی است محدودهٔ توانایی مدل مشخص می‌شود. بدین منظور ابتدا مطالعات شبکه و حساسیت نتایج به نوع شبکهٔ انتخابی آورده می‌شود سپس به ارائهٔ نتایج مدل در خصوص شکل جریان و ریزش گردابه‌ها پرداخته و در ادامه به دینامیک جریان ومحاسبه و تحلیل نیرو ها می پردازیم.

الف – مطالعات شبکه

با توجه به هندسهٔ مسئله، یک شبکهٔ نوع O انتخاب و خطوط شبکه به صورت دوایر هم مرکز و شعاعهای این دوایر شکل می گیرند. پارامترهای هندسی $R_\infty, \delta, \Delta, \varepsilon$ در ساختن این شبکه دخالت دارند. به علاوه مقدار گام زمانی نیز در نتایج تأثیر می‌گذارد که مورد بررسی قرار گرفته است. کمیتهای مورد مقایسه ضرایب C_D ، C_M ، $C_{x_{max}}$ و $C_{y_{max}}$ هستند. نتیجه مقایسه در جدول (۱) آورده شده است. در این جدول در تمام حالات $\beta = 35$ و $KC=8$ انتخاب ومسئله حداقل تا ۵۰ سیکل حل شده و ضرایب با متوسط گیری از مقادیر ده سیکل آخر به دست آمده اند. اثر قلمروحل ، R_∞،در ردیفهای B، E، K و L آورده شده است. در این حالات یک شبکه مشخص با $R_\infty = 100R$ انتخاب و سپس کاهش قلمرو با برداشتن چند ردیف بیرونی شبکه صورت گرفته است. حداکثر اختلاف بین این چهار مورد برای مقادیر C_D، C_M ، $C_{x_{max}}$ و $C_{y_{max}}$ به ترتیب ۱/۸، ۷/. ،٤/. و۱۱/۳ درصد است. این بررسی نشان می‌دهد که به کاربردن شرط مرزی جابه‌جایی در مرز خارجی میدان به خوبی توانسته تأثیر قلمرو حل روی نتایج را به حداقل برساند. اختلاف قابل توجه ۱۱/۳ درصد که درضریب نیروی عرضی $C_{y_{max}}$ مشاهده می‌شود دلیل اثر قلمرو حل نبوده بلکه بیشتر ناشی از نامنظم بودن و تغییر تدریجی شکل جریان از یک

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

سیکل به سیکل دیگر است. به عبارت دیگر حتی در مورد یک قلمرو انتخابی ثابت، این پدیده باعث تغییرات قابل توجه $C_{x_{max}}$ از یک سیکل به سیکل دیگر می‌شود. به دلیل اینکه ضریب نیروی طولی C_x عمدتاً از شتاب و سرعت جریان تبعیت می‌کند تغییرات آن از یک سیکل به سیکل دیگر کم است. تأثیر δ/D و Δ/D شبکه با ثابت نگهداشتن تعداد گره‌ها (۱۰۲×۱۰۲) در ردیفهای B، F، I و G آورده شده است. حداکثر اختلاف در پارامترهای C_D ، C_M ، $C_{x_{max}}$ و $C_{y_{max}}$ مساوی ۲/۸، ۶،۱/۳ ٪ و ۱۶/۷ درصد است. تأثیر تعداد گره‌های شبکه و یا به عبارت دیگر ضریب انبساط شبکه در ردیفهای G ، J و K نشان داده شده است. حداکثر اختلاف به ترتیب ۳/۵ ، ۲/۳ ،۱/۰ و ۱۰/۰ درصد است. تأثیر گام زمانی در ردیفهای A ، B و C آورده شده است. ملاحظه می‌شود انتخاب $\delta t = T/200$ مناسب بوده و کوچکتر از آن تاثیر ناچیزی در نتایج می‌گذارد. در مجموع از مقایسه‌های بالا می‌توان چنین نتیجه گرفت که شبکه‌های متنوع بالا در تحلیل نیروها با هم قابل مقایسه بوده لیکن به دلیل اینکه فعالیت اصلی گردابه‌ها در حوالی استوانه متمرکز بوده و با دور شدن ضعیف و پراکنده می‌شوند شبکه‌های با قلمرو کوچکتر ارجح اند. به علاوه شبکه ریزتر در نشان دادن شکل جریان و موقعیت گردابه‌ها بهتر عمل می‌کند. در اجراهای بعدی شبکه ای با تعداد گرههای ۱۳۰×۱۶۰ و قلمرو $R_\infty = 25R$ استفاده شد.

در اینجا باید اشاره کرد که در اجرای برنامه، حتی برای حالاتی که عملاً جریان رفتار نامتقارن نشان می‌دهد، نتیجه همواره به جوابهای متقارن منجر می‌شود. لذا بایستی پس از چندین گام زمانی یک اختلال در جریان وارد کنیم تا منجر به جوابهای نامتقارن و واقعی شود. به روشهای مختلف می‌توان این اختلال را وارد کرد لیکن مهم عدم وابستگی پاسخ نهایی به نوع اختلال است. برای این منظور ایجاد اختلال به دو شکل مختلف تغییر پله‌ای در سرعتهای ورودی و ایجاد چرخش مثبت و سپس منفی روی سطح استوانها صورت گرفته است. دو نوع اختلال فوق ایجاد و پاسخها پس از طی پنج سیکل زمانی مقایسه شدند. نتیجه عدم وابستگی رفتار جریان به نوع اختلال اعمالی را تأیید کرد. در این مقاله چرخش مثبت و سپس منفی مورد استفاده قرار گرفته است.

ب – بررسی سینماتیک جریان

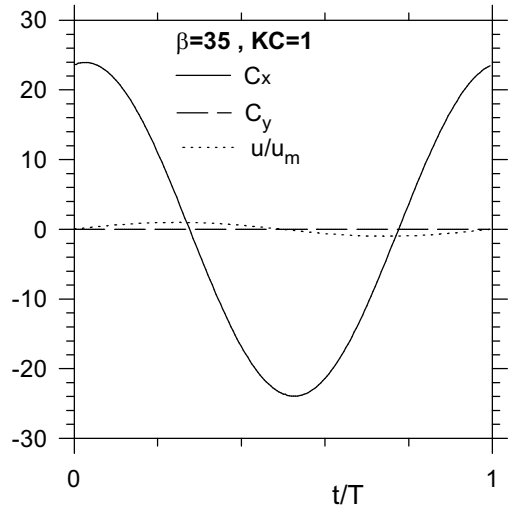
در این بررسی رژیمهای A^* ، A، B، C و D مورد توجه قرار گرفته و شبیه سازی شده‌اند. مسئله به صورت دو بعدی برای جریان نوسانی حول استوانه ساکن حل شده و سپس با کم کردن $U_\infty = U_m$ از سرعت، میدان جریان حول یک استوانه نوسانی در سیال ساکن به دست آمده است. این انتقال تغییری در ضرایب نیرو (C_x, C_y) و میدان ورتیسیتی ندارد. نتایج بررسی به صورت کانتورهای خطوط جریان نوسانی حول استوانهٔ ثابت، جریان حاصل از حرکت نوسانی استوانه در سیال ساکن و خطوط ورتیستی که برای هر دو حالت یکسان است آورده شده است.

شکل (۱) معرف رژیم A^* به ازای $\beta = 35$ و $KC = 1.0$ است. دسته شکلهای (الف)، (ب) و (ج) هر یک تاریخچه و روند جریان را در یک سیکل با دوازده شکل با فواصل زمانی T/12 (شش شکل سمت چپ برای نیم سیکل اول و شش شکل سمت راست برای نیم سیکل دوم) نشان می‌دهند. در اینجا علی رغم اینکه Re_{max} مقدار قابل توجهی دارد گردابه‌ها شکل نگرفته اند . این در حالی است که در جریان یکنواخت حول استوانه به ازای این عدد رینولدز یک جفت گردابه چسبیده در پشت استوانه تشکیل می‌شوند[۱۶]. این رژیم جریانی به ازای مقادیر بسیار بزرگتر عدد رینولدز نیز چنانچه KC باندازه کافی کوچک باشد روی می‌دهد. دلیل این پدیده را می‌توان این گونه توصیف کرد که KC کوچکتر به معنی فرکانس بزرگتر جریان (و یا استوانه) است و فرکانس بیشتر امکان شکل گیری گردابه‌ها را از بین می‌برد به این صورت که مثلا اگر جریان از چپ به راست باشد، به محض شروع شکل‌گیری گردابه ها جریان معکوس شده و آنهارا از بین

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

شکل ۱ – از راست به چپ به ترتیب خطوط ورتیسیتی و خطوط جریان برای حالتهای استوانهٔ نوسانی و جریان نوسانی به ازای $\beta = 35$, $KC = 1.0$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]



شکل ۲- منحنی تغییرات ضرایب نیرو

می‌برد. شکل (۲) ضرایب نیرو را در یک سیکل نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که ضریب نیروی طولی C_x مقدار بالایی دارد در حالیکه ضریب C_y به علت تقارن کامل صفر است. شکل (۳) معرف رژیم A به ازای $\beta = 35$ و $KC = 4$ است. همان طور که ملاحظه می‌شود خطوط ورتیسیتی نیز از تقارن برخوردارند. به علاوه محل فعالیت گردابه‌ها از روی خطوط ورتیسیتی نیز قابل تشخیص است. همانطور که ملاحظه می‌شود در هر نیم سیکل یک جفت گردابه متقارن تشکیل و موقعی که سرعت جریان (استوانه) صفر می‌شود از استوانه جدا می‌شوند. در جریان یکنواخت حول استوانه چنین حالتی وجود ندارد و آغاز ریزش گردابه ($Re \geq 40$) همواره به صورت نامتقارن است. در واقع در این حالت نیروهای اینرسی به اندازهٔ کافی قوی بوده و با کوچکترین اختلال باعث جدایش یک گردابه و برهم زدن تقارن می‌شوند. در جریان نوسانی سرعت القایی گردابه ها هم جهت با حرکت استوانه است و این باعث چسبیده ماندن گردابه‌ها در نیم پریودی می شود که شکل می‌گیرند. در اواخر نیم پریود که سرعت جریان کم می‌شود اثر سرعت القایی باعث می‌شود که گردابه ها به سمت زاویه ۹۰ درجه نسبت به محور نوسان کشیده شوند. در نیم پریود بعدی جهت جریان بر عکس شده و همسو شدن جریان و سرعت القایی وارد بر گردابه و نزدیک بودن آن به نقطه زاویهٔ ۹۰ درجه باعث می شود به سرعت از بالای استوانه عبور کرده و سپس درهمان سمت از آن جدا شود. شکل (٦) مقالهٔ تاتسونو [۷] نتایج تجربی این جریان را نشان می دهد و شکل (۳) این مقاله موید این بحث است. اگر گردابه ها در همان سمتی که تشکیل می شدند جدا می شدند جهت چرخش آنها عکس جهتی بود که این دو شکل نشان می دهند. در این حالت چون اختلالات محیطی ناچیز و جریان تا شکل گیری گردابه ها متقارن است گردابه ها با هم جدا می شوند. با افزایش سرعت استوانه امکان جدا شدن گردابه در همان نیم پریود شکل گیری فراهم می‌شود. در این صورت گردابه ای در پشت تشکیل شده و در همان راستا نیز به حرکت درمی آید. به علاوه به دلیل وجود جریان اصلی که سرعت آن دیگر ناچیز نبوده و نیروهای اینرسی قابل توجه اند، یکی از گردابه ها زودتر جدا شده و شرایط جدا شدن را برای گردابه بعدی تا مدتی به هم می زند و این باعث می‌شود گردابه ها پشت سر هم و نه به طور همزمان جدا شوند.

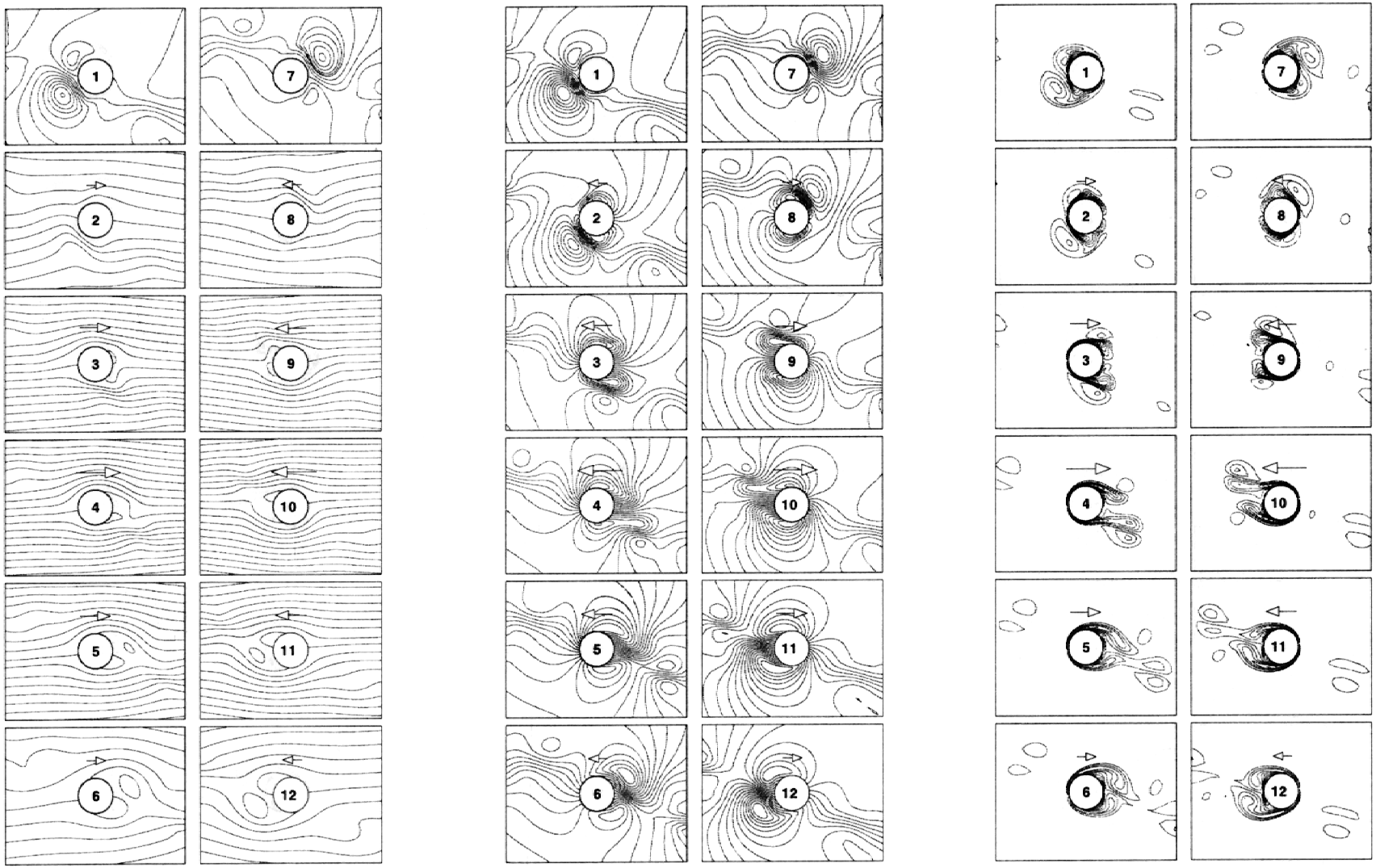
شکل (٤) خطوط جریان و ورتیسیتی را به ازای $KC = 8$ و $\beta = 35$ نشان می دهد. در این جریان ریزش گردابه ها به صورت نامتقارن روی می دهد. این مسئله در هر دو حالت (الف) و (ب) که نحوه شکل گیری و ریزش گردابه ها را نشان می دهند مشخص است. روشن است که گردابه ها در جریان نوسانی حول استوانه ساکن (الف) با گردابه های حول استوانه نوسانی در سیال ساکن (ب) متفاوت اند ولی تناظر بین آنها در شکل گیری، از هردو دسته شکل (الف) و (ب) و همین طور دسته شکلهای (ج) که خطوط ورتیسیتی را در یک سیکل نشان می دهد مشخص است. دسته شکلهای (٤- ج) به خوبی محل فعالیت گردابه ها را در هر دو مسئله نشان می دهند. علامت پیکان در دسته شکلهای (الف) و (ج) جهت جریان دوردست استوانه ساکن و در دسته شکلهای (ب) جهت حرکت استوانه را در سیال ساکن نشان می دهد . از ویژگیهای این جریان منظم بودن آن است. همان طورکه از خطوط جریان و ورتیسیتی مشخص است، جریان نیم سیکل اول نسبت به نیم سیکل دوم

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

شکل ۳- از راست به چپ به ترتیب خطوط ورتیسیتی و خطوط جریان برای حالتهای استوانهٔ نوسانی و جریان نوسانی به ازای $\beta = 35$, $KC = 4.0$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]



شکل ٤- از راست به چپ به ترتیب خطوط ورتیسیتی و خطوط جریان برای حالتهای استوانهٔ نوسانی و جریان نوسانی به ازای $KC = 8.0$, $\beta = 35$

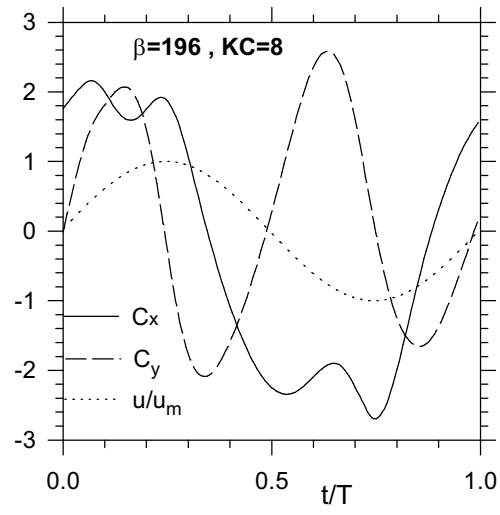
شکل ۵- از راست به چپ به ترتیب خطوط ورتیسیتی و خطوط جریان برای حالتهای استوانهٔ نوسانی و جریان نوسانی به ازای $\beta = 196$, $KC = 8.0$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

پاد متقارن است و تغییرات سیکل به سیکلی در جریان وجود ندارد. البته با افزایش KC ، اگر چه ممکن است جریان رژیم مشابهی داشته باشد ولی به تدریج دچار نامنظمی و تغییرات سیکل به سیکل می شود.

شکل (۵) خطوط جریان را برای $KC = 8$ و $\beta = 196$ نشان می دهد. اگر به خطوط جریان به خصوص در دسته شکلهای (ب) دقت شود به وضوح ریزش یک جفت گردابه را از سمت بالای استوانه می توان ملاحظه کرد. این رژیم جریانی همان رژیم عرضی است که اوباساجو و همکاران معرفی کرده اند. دور شدن این جفت گردابه ها از بالای استوانه در دسته شکلهای (۵- ب) در وضعیت (٤) ، (۵) و (٦) قابل ملاحظه است به طوری که در وضعیت (۷) و (۸) فقط یکی از آنها در کادر دیده می شود. به کمک این دو دسته شکل که تاریخچه جریان را در یک سیکل نشان می دهند نحوهٔ شکل گیری و ریزش گردابه ها روشن می شود. در هر دسته شکل (الف) و (ب) وضعیت (٤) ، (۵) و (٦) لحظه جدایش و حرکت نهایی جفت گردابه ها را به سمت بالا نشان می دهند. همان طور که مشخص است حرکت گردابه ها با زاویه تقریبی ٤۵ درجه و به سمت بالا و راست استوانه است. روشن است که این رژیم جریانی بسته به سمت جدایش گردابه ها چهار مد می تواند داشته باشد. شکل (٦) ضریب نیروی طولی و عرضی را برای رژیم جریانی فوق الذکر در یک سیکل رسم کرده است. فرکانس ضریب نیروی عرضی C_y دو برابر فرکانس جریان است که از ویژگیهای رژیم جریان عرضی است که ویلیامسون[۹] نیز به آن اشاره کرده است.

شکل (۷) خطوط جریان را برای $KC = 15$ و $\beta = 196$ نشان می دهد. در این شکلها وضعیت (۲) و (۳) دور شدن یک جفت گردابه به سمت پایین و در وضعیت (۷) و (۸) به سمت بالا را نشان می دهند. این رژیم را اوباساجو و همکاران در کار تجربی خویش مشخص و رژیم قطری نامیده ا ند. زاویه مایل جهت حرکت گردابه ها با مقایسه وضعیت (۲) و (۳) از دسته شکلهای (۷ ب) مشخص است. خروج این جفت گردابه ها از



شکل ٦ –تغییرات ضرایب نیرو در یک سیکل

گوشه کادر نشان داده شده در وضعیتهای (۳) و (۹) کاملاً واضح است. شکل (۸) ضرایب نیروی طولی و عرضی رژیم جریانی بالا را در یک سیکل نشان می دهد. فرکانس ضریب نیروی عرضی C_y سه برابر فرکانس جریان است که از ویژگیهای جریان قطری است و ویلیامسون[۹] به آن اشاره کرده است.

ج – بررسی دینامیک جریان

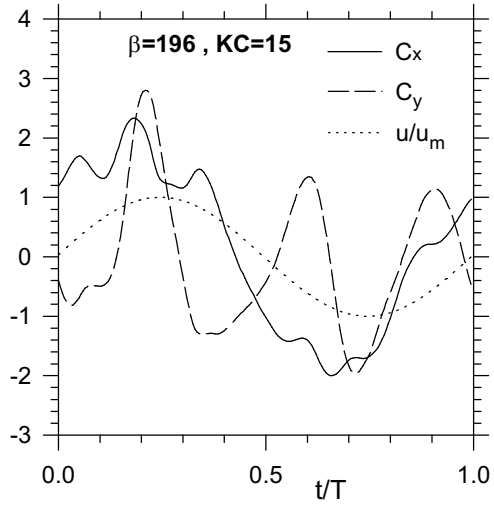
در این بخش به منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به انتخاب شرایط اولیه، در تمامی حالتها برنامه حداقل تا ۵۰ سیکل حل شده و نتایج با میانیابی بین سیکلهای آخر به دست آمده‌اند.

نیروی طولی وارد بر استوانه، F_x ، را در هر گام زمانی محاسبه و سپس با توجه به معادلهٔ (۱) و میانگیری فوریه از آن، ضرایب C_D و C_M در هر سیکل به دست می‌آیند. متوسط این ضرایب در طی سیکلهای متوالی آخر، در شکلهای (۹) الی (۱۰) آورده شده و با نتایج تحلیلی، تجربی و عددی مقایسه شده‌اند. شکلهای (۹) و (۱۰) مربوط به $\beta = 35$ و شکلهای (۱۱) و (۱۲) مربوط به $\beta = 196$ هستند. ملاحظه می‌شود در حالت حدی که

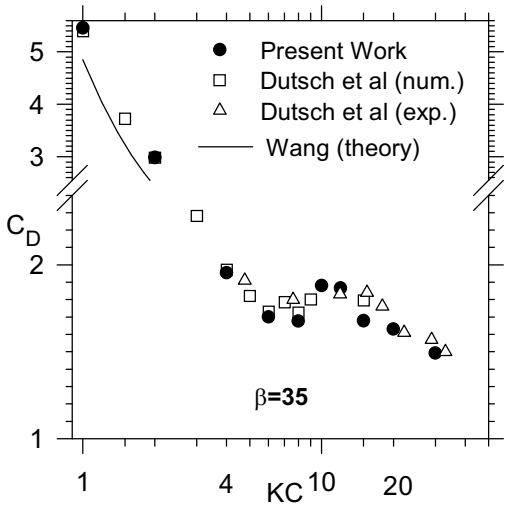
[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

شکل ۷- از راست به چپ به ترتیب خطوط ورتیسیتی و خطوط جریان برای حالتهای استوانهٔ نوسانی و جریان نوسانی به ازای $\beta = 196$, $KC = 15.0$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

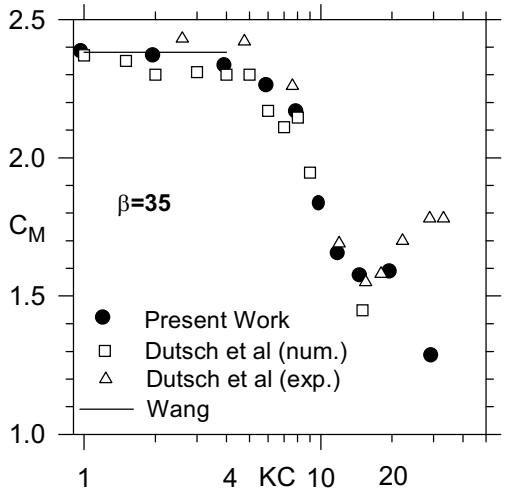


شکل ۸ –تغییرات ضرایب نیرو در یک سیکل

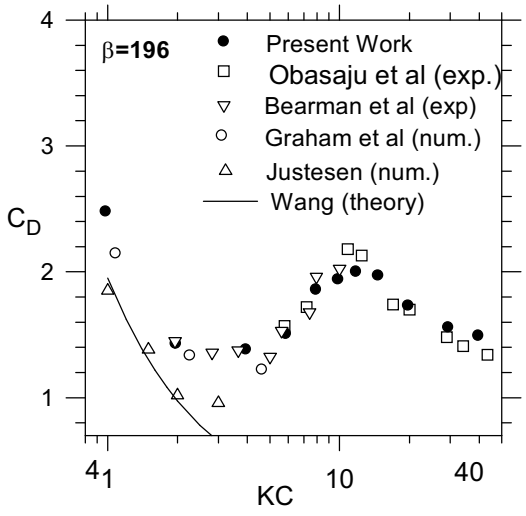


شکل ۹- تغییرات ضریب درگ با عدد KC

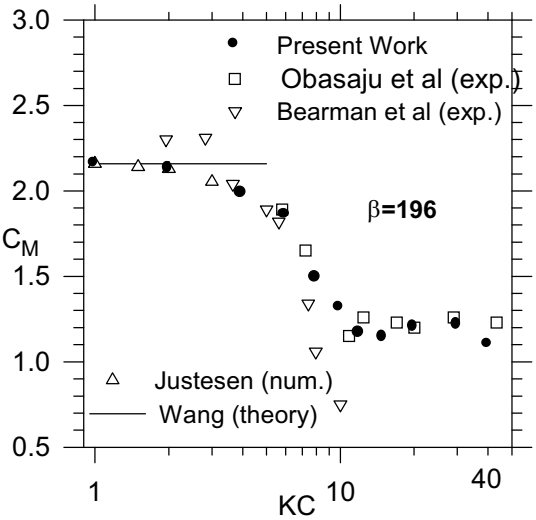
KC عدد کوچکی می‌شود نتایج به حل تحلیلی ونگ [۳]، معادلهٔ (۲)، نزدیک می شوند. انطباق خوب نتایج این مقاله با نتایج عددی و تجربی دوچ [۱٤] علاوه براینکه دقت محاسبات را نشان می‌دهد مؤید این مطلب است که پیش بینی مدل دوبعدی برای جریانهای سه بعدی از دقت خوبی برخوردار است. نکته‌ای که باید متذکر شد این است که الگوی جریان در محدوده‌ای که در شکل‌های (۹) و (۱۰) آمده (1<KC<20 و β = 35) نسبت به الگوی جریان در محدودهٔ شکلهای (۱۱) و (۱۲) (1<KC<40 و B=196) منظم تر بوده و تغییرات سیکل



شکل ۱۰- تغییرات ضریب نیروی مجازی با عدد KC



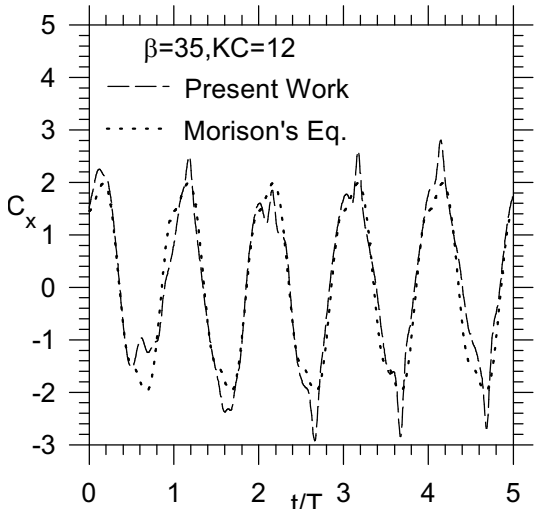
شکل ۱۱- تغییرات ضریب درگ با عدد KC



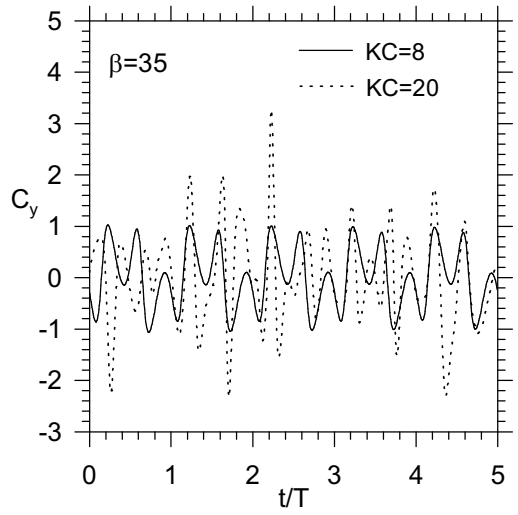
شکل۱۲- تغییرات ضریب نیروی مجازی با عدد KC

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

به سیکل کمتر است. لذا متوسط طی سیکلهای آخر می‌تواند معرف یک متوسط واقعی تر بوده و با نتایج آزمایش مطابقت کند. مقادیر C_D و C_M که از نتایج تجربی به دست آمده‌اند برگرفته شده از نتایج تعداد بسیار بیشتری سیکل می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود در شکلهای (۱۱) و (۱۲) نتایج تجربی و عددی از پراکندگی بیشتری برخوردار بوده لیکن در KC های کمتر که جریان منظمتر و تغییرات سیکل به سیکل کمتراست انطباق این دو بیشتر شده است. درهرصورت اختلاف نتایج عددی این معادلهٔ موریسون (معادلهٔ ۱) براین مبنا قرار گرفته است که نیروی وارد بر استوانه از سرعت و شتاب جریان تبعیت کرده و تغییرات سیکل به سیکل ندارد و لذا ضرایب C_D و C_M مقادیر ثابتی در تمام سیکلها فرض می‌شوند. این فرض در همهٔ حالات با واقعیت سازگار نیست. در شکل (۱۳) ضریب نیروی طولی C_x برای پنج سیکل متوالی برای حالتی که $KC = 12$ و $\beta = 35$ است برحسب زمان رسم شده است. به کمک معادلهٔ موریسون و ضریب C_x و روش میانگیری فوریه یا مینیمم مربعات ضرایب C_D و C_M به دست آمده و به کمک آن معادلهٔ موریسون را که در واقع نوعی برازش منحنی C_x است رسم شده است . همان طور که ملاحظه می‌شود رفتار C_x کاملاً منظم و متقارن است هر سیکل نسبت به سیکل بعدی بدون تغییر است. لذا معادلهٔ موریسون که براساس همین فرض ارائه شده رفتار را به خوبی برحسب زمان دنبال می‌کند. اما از $KC = 10$ به بعد برای $\beta = 35$ به تدریج جریان نامنظم و همراه با تغییرات سیکل به سیکل می‌شود. این پدیده به خوبی در شکل (۱٤) که به ازای $KC = 20$ است مشهود است. دراینجا یکی از علل منشا اختلاف نتایج محاسبه شده برای C_D و C_M با نتایج موجود مشخص می شود. اصولا C_D و C_M دارای اصالت محاسباتی نیستند و فقط از برازش منحنی C_x به کمک معادله موریسون به دست می آیند بنابراین بخصوص در جریانهای نامنظم معیار مقایسه مناسبی به حساب نمی آیند. معادلهٔ مورسیون میانگین C_x را درهرسیکل برابر صفر برآورد می کند درصورتی که ممکن است چنین



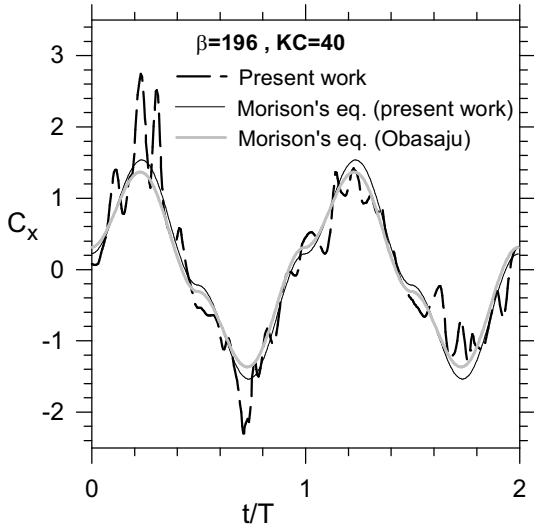
شکل۱۳- تغییرات ضریب C_x بر حسب زمان



شکل ١٤- تغییرات ضریب C_x بر حسب زمان

نباشد. در شکل (۱۵) درحالتی که $KC = 40$ $\beta = 196$ است C_x محاسبه شده با مقدار C_x ارائه شده توسط معادلهٔ موریسون مقایسه شده است. ضرایب C_D و C_M معادلهٔ موریسون با استفاده از C_x حاصل از کار حاضر و C_x ارائه شده درمرجع [٦] محاسبه شده اند. اگرچه C_D و C_M کار حاضر، با C_D و C_M مرجع [٦] اختلاف قابل توجهی دارند، نتیجه جالب این است که هردو رفتار کلی مشابهی را ازخود نشان می‌دهند و در واقع اختلاف C_D و C_M به نوعی یکدیگر را جبران می کنند. این منحنی موید این نکته است که C_D

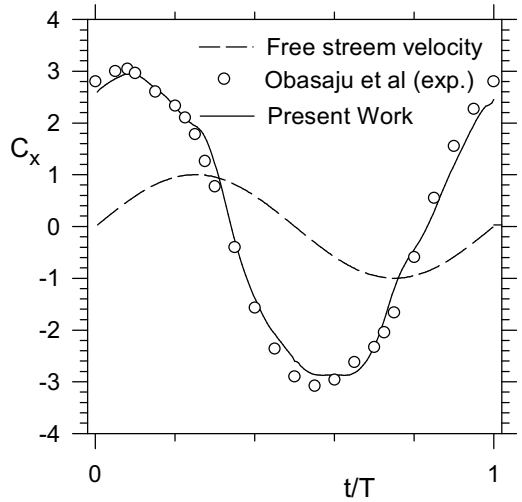
[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]



شکل ۱۵- تغییرات ضریب C_x بر حسب زمان

و C_M حاصل از معادلهٔ موریسون چندان معیار مقایسه درستی به حساب نمی آیند لیکن اختلاف کم C_x به دست آمده با دو دسته ضریب به نوعی موید صحت محاسبات از یک طرف و قابل استفاده بودن معادلهٔ موریسون به عنوان یک تقریب از طرف دیگر است. نکتهٔ دیگری که در مورد منشأ اختلاف نتایج قابل اشاره است این است که با افزایش KC و محسوستر شدن اختلاف در واقع جریان نامنظمتر شده و برای داشتن دقت بالاتر در میانیابیها، محاسبات باید حداقل تا چندین برابر از نظر زمانی ادامه یابد. نتایج ارائه شده توسط اوباساجو و همکاران [٦] براساس دویست سیکل آزمایش به دست آمده است تا اثر تغییرات سیکل به سیکل نسبتا" در یک میانیابی کلی تعدیل شود.

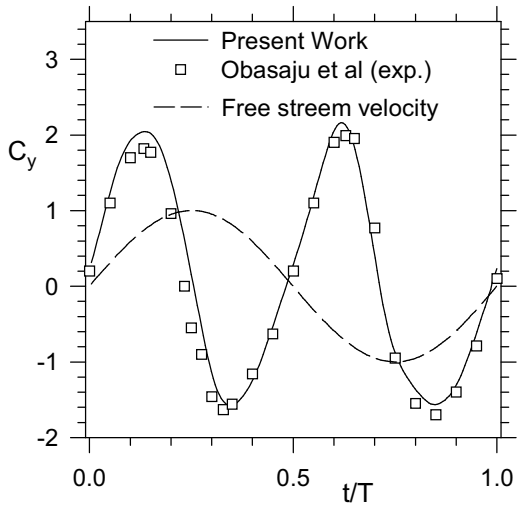
سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که مدل دو بعدی شبیه سازی جریان تا چه اندازه و با چه دقتی می‌تواند جزییات لحظه به لحظه نیروهای وارد بر استوانه، C_x و C_y را برای جریانهای دو و سه بعدی نشان دهد. از آنجا که محلی که هر گردابه از روی استوانه جدا می‌شود و موقعیت زمانی آن در هر سیکل (زمان نسبی) مرتب از یک سیکل به سیکل دیگر هم به دلیل نا منظم بودن جریان و هم تغییر مود جریان تغییر می‌کند، طبیعی است که حتی اگر منحنیهای C_x و C_y طی دو سیکل متوالی هم شکل باشند هم فاز نباشند. لذا مقایسهٔ نتایج عددی و تجربی زمانی معنی پیدا می‌کند که دو منحنی هم فاز با هم مقایسه شوند. تاتسونو و بیرمن[٧] منحنیهای تغییرات زمانی C_x و C_y در هرسیکل را بر حسب مود دسته بندی کرده به طوری که در هر دسته منحنیها حد اکثر $\pm 5^\circ$ اختلاف فاز داشته باشند. بدین ترتیب از بین ۲۲۰۰ سیکل متوالی با انتخاب ۲۰۰ سیکل و متوسط گیری بین آنها منحنیهای تغییرات زمانی C_x و C_y را برای هر مود استخراج کرده اند. دو حالت از چند حالتی که تاتسونو و بیرمن نتایج تجربی خود را به گونهٔ فوق ارائه کرده اند یکی حالت KC=7و $\beta = 416$ که معرف رژیم پاد متقارن و دیگری حالت KC=18 و $\beta = 416$ که معرف رژیم قطری است. دراین دو حالت در این مقاله به صورت عددی C_x و C_y میانگیری شده برای یک مود خالص که از بین بیش از ۵۰ سیکل متوالی انتخاب شده است به دست آمده و نتایج با کار تاتسونو و بیرمن مقایسه شده است. شکلهای (١٦) تا (١٩) نتیجهٔ این مقایسه را نشان می دهند. همان طور که نتیجهٔ این



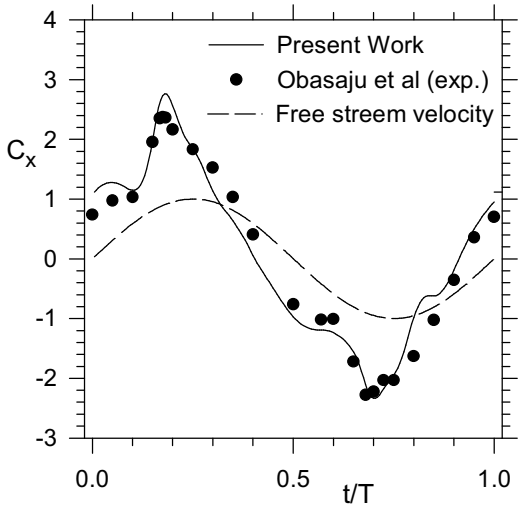
شکل ١٦- تغییرات ضریب C_x برای یک مود مشخص در طی یک سیکل برای $KC = 7$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

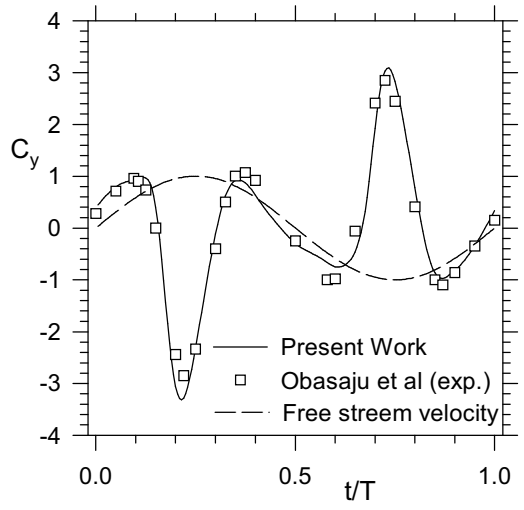
مقایسه را نشان می دهند. همان طور که مشخص است هم C_x و هم C_y میانگیری شده برای یک مود با نتایج تجربی تطابق خوبی دارند. لازم به ذکر است که هم رژیم قطری و هم رژیم پاد متقارن بسته زاویه و سمت ریزش گردابه ها می توانند دو مود داشته باشند. تفکیک مود ها از یکدیگر با استفاده از منحنی نیروی طولی میانگین C_x تقریبا نا ممکن است، ولی اثرآن را می توان در منحنیهای ضریب نیروی عرضی میانگین هر مود به وضوح دید. در صورتی که منحنی C_y که در شکلهای (۱۷) و (۱۸) رسم شده اند نسبت به محور y ها قرینه شوند ضریب نیروی عرضی میانگین مود دیگر را خواهیم داشت. تمام جریانهایی که تحت یک رژیم جریانی معرفی می شوند، مستقل از مقادیر KC و β، منحنی نیروهای طولی و عرضی میانگین آنها از الگوی یکسانی تبعیت می کنند. برای مثال فرکانس منحنی C_y در هر سیکل در رژیم پاد متقارن دو برابر فرکانس نوسان و در رژیم قطری سه برابر آن است. در شکل (۲۰) تغییرات C_M, C_D, $C_{X_{mean}}$ و $C_{Y_{mean}}$ که به ترتیب معرف قدر مطلق متوسط C_y و C_x در هر سیکل هستند در طی پنجاه سیکل



شکل ۱۷- تغییرات ضریب C_x برای یک مود مشخص در طی یک سیکل برای $KC = 7$



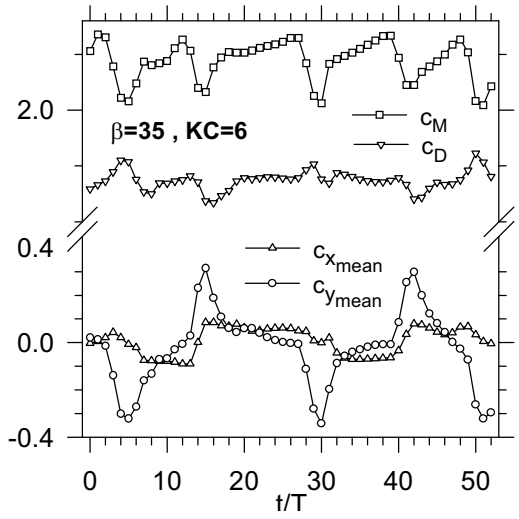
شکل ۱۸- تغییرات ضریب C_x برای یک مود مشخص در طی یک سیکل برای $KC = 18$



شکل ۱۹- تغییرات ضریب C_x برای یک مود مشخص در طی یک سیکل برای $KC = 18$

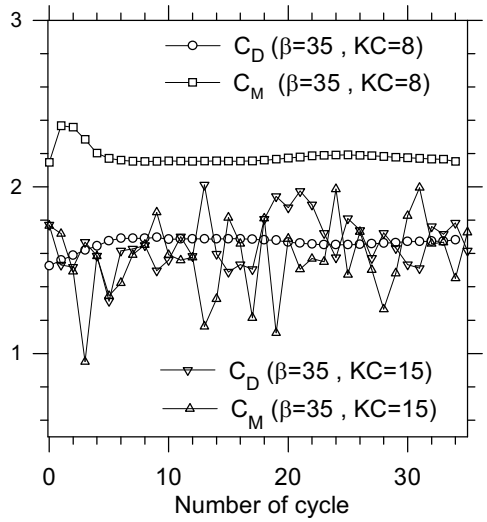
متوالی در حالت $\beta = 35$ و KC=6 رسم شده است. در این حالت معادلهٔ موریسون میانگین C_x را صفر ارائه می کند. ولی در واقع به علت ریزش گردابه ها به صورت مایل نسبت به جریان اصلی و یا ریزش آنها از یک سمت استوانه نسبت به جهت نوسان میانگین C_x و C_y درهرسیکل می تواند عددی غیر از صفر باشد. در رژیمهای جریانی منظم مقادیر میانگین C_x و C_y یا مثبت‌اند و یا منفی و فقط طی گذشت زمان امکان تغییر

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]



شکل ۲۰- تغییرات سیکلی ضرایب

$C_{y_{mean}}, C_{x_{mean}}, C_y, C_x$



شکل ۲۱- تغییرات سیکلی ضرائب C_D و C_M برای دو رژیم منظم و نامنظم

علامت آنها به علت تغییر جهت ریزش گردابه ها وجود دارد. به این پدیده تغییر مود جریان می گویند و هر رژیم جریانی می تواند چند مود جریانی داشته باشد [۵-۷]. اما در جریانهای نامنظم C_x و C_y ازهرسیکل به سیکل بعدی تغییرات زیادی دارند. شکل (۲۱) تغییرات سیکل به سیکل برخی از ضرایب محاسبه شده را دریک جریان منظم و یک جریان نامنظم نشان می دهد. جریان منظم به ازای $\beta = 35, KC = 8$ و جریان نا منظم به ازای $KC = 20$ و $\beta = 35$ است. تغییرات ضرایب C_D و C_M که از معادله موریسون محاسبه شده رسم شده است. این منحنی، یکنواختی ضرایب را درجریان منظم و تغییرات شدید آن را درجریان نامنظم نشان می دهد.

مطالعهٔ منحنی C_y در هر سیکل می‌تواند اطلاعاتی در خصوص ریزش گردابه‌ها در طی آن سیکل ارائه کند. قاعدتاً در جایی که این منحنی دارای قلهٔ مثبت یا منفی است جدایی گردابه‌ای صورت گرفته که با برهم زدن توزیع فشار بالا و یا پایین سطح استوانه درآن لحظه، C_y ، دارای ماکزیمم یا مینیمم می‌شود. لذا به نظر می‌رسد تعداد قله‌ها در هر نیم سیکل مساوی تعداد گردابه‌های ریزش شده در آن نیم سیکل باشد. ویلیامسون [۹] به این نکته اشاره کرده و اعلام می‌دارد که چنانچه تعداد قله‌های نیم سیکل n باشد معمولاً تعداد گردابه‌های ریزش شده در آن نیم سیکل (n-1) است. همچنین بیرمن [۷] تعداد ریزش گردابه‌ها در هر نیم سیکل را عمدتاً متأثر از عدد KCمی‌داند و در مقالهٔ خود به طور تقریبی نشان می‌دهد که با هر بار افزایش KC به اندازهٔ عدد هشت، به تعداد گردابه‌های ریزش شده در هر سیکل دو عدد اضافه می‌شود. این پدیده می‌تواند به حرکت گردابه‌ها و اثری که موقعیت آنها درتوزیع فشار روی سطح استوانه دارد مربوط شود که به بررسی آن می پردازیم.

ابتدا برای جریان یکنواخت حول استوانه سرعت متوسط دور شدن گردابهٔ رها شده و مسافتی را که در فاصلهٔ بین دو ریزش متوالی طی می کند به دست می آوریم. برنامه در محدودهٔ $400<Re<1000$ ،۱جرا و از طریق تعیین محل گردابه‌ها سرعت متوسط حرکت گردابه، u ، با اختلاف پنج درصد عدد ثابت $u=0.81U$ به دست آمد. اگرT پریود ریزش گردابه‌ها، L مسافت طی شده بین دو ریزش متوالی و $St = d/UT$ عدد استروهال باشد، با توجه به اینکه $L=uT/2$ است نتیجه می شود

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

جدول۱- بررسی اثر شبکه و گام زمانی

	δ/D	Δ/D	R_{max}/D	n_θ	n_r	$T/\delta t$	C_D	C_M	ε	$C_{x_{max}}$	$C_{y_{max}}$
A	0.005	3.2	50	102	102	100	1.562	2.333	1.066	3.169	0.866
B	0.005	3.2	50	102	102	200	1.663	2.166	1.066	3.182	1.060
C	0.005	3.2	50	102	102	400	1.704	2.106	1.066	3.178	1.160
D	0.005	3.2	50	130	130	200	1.699	2.188	1.066	3.162	1.077
E	0.005	7.3	100	115	102	200	1.688	2.150	1.066	3.168	1.180
F	0.02	1.5	36	102	102	200	1.710	2.137	1.044	3.201	1.350
G	0.01	0.83	20	102	102	200	1.690	2.153	1.045	3.192	1.156
H	0.01	1.3	20	74	74	200	1.700	2.153	1.070	3.171	1.200
I	0.02	1.05	27	102	102	200	1.710	2.152	1.040	3.186	1.237
J	0.01	0.5	20	160	130	200	1.636	2.201	1.025	3.160	1.270
K	0.01	1.14	20	84	102	200	1.693	2.151	1.058	3.175	1.152
L	0.01	1.43	25	88	102	200	1.680	2.152	1.058	3.168	1.160

$$\frac{L}{d}=\frac{0.81}{2St}\cong\frac{0.4}{St} \qquad (۱۱)$$

در رابطه با جریان نوسانی اگر فرض کنیم بتوانیم از همین روابط استفاده کرده اما به جای سرعت در روابط جریان یکنواخت، متوسط سرعت در یک نیم سیکل($U=\overline{U}=\frac{2}{\pi}U_m$) را جایگزین کنیم، خواهیم داشت

$$\frac{u}{U_m}=\frac{1.6}{\pi} \qquad (۱۲)$$

از معادلهٔ $L=uT/2$ نتیجه می شود

$$L/d=\frac{0.8}{\pi}(\frac{U_mT}{d})=\frac{0.8}{\pi}KC \qquad (۱۳)$$

در جریان یکنواخت معادل، مسافت طی شده گردابه از معادلهٔ (۱۱) به دست می آید. با جایگزینی در معادلهٔ (۱۳) نتیجه میشود

$$KC=\frac{\pi}{2St} \qquad (۱٤)$$

در محدودهٔ جریانهای مورد بحث عدد استروهال جریان به استناد مقالهٔ بیرمن $St=0.2$ باشد. با جایگزینی در معادلهٔ بالا به همان نتیجهٔ بیرمن[۷] می رسیم. یعنی با افزایش عدد KC به میزان $\frac{\pi}{0.4}\cong 8$ یک جفت گردابه اضافی در هر سیکل از استوانه جدا می شود. با جایگزینی مقدار KC در معادلهٔ (۱٤) نتیجه می شود که مسافت متوسطی که گردابه طی می کند در حدود 2d است. اگر فرض کنیم آخرین گردابه ای که در نیم سیکل ریزش می‌شود در بالای استوانه ریزش شده باشد باعث بالا بردن فشار در آن سمت و در نتیجه ایجاد یک نیروی برا به سمت پایین می شود. همراه با جداشدن آخرین گردابه سرعت جریان در حال کم شدن است. تاثیر استوانه روی گردابهٔ آزاد شده باعث ایجاد سرعتی می شود که می خواهد گردابه را به سمت زاویه ۹۰ درجه بکشاند و تاثیر جریان می خواهد آن را دور کند. به هرحال جمع این دو باعث می شود که گردابه تا پایان نیم سیکل نتواند از استوانه دور شود. با توجه به بحث قبلی گردابه نمی تواند بیش از دو برابرقطر از مرکز استوانه دور شود. با تغییر جهت جریان و شروع نیم سیکل بعدی، چون گردابه هنوز به استوانه نزدیک است تاثیر حضور استوانه سرعت القایی روی گردابه را باعث شده و آن را به سمت زاویه ۹۰ درجه می کشاند. از طرف دیگر جهت حرکت جریان اصلی نیز با این حرکت همسوست و مجموع این دو باعث حرکت گردابه به سمت استوانه می شود. این حرکت از یک طرف و همسویی جهت جریان و سرعت القایی گردابه روی سطح استوانه باعث می شود سرعت در نیمه بالایی استوانه، بر خلاف موقعی که در نیم سیکل قبل گردابه جدا می شد، بیشتر از نیمه پایینی شود و لذا نیروی برایی به سمت بالا بر استوانه وارد می شود. با حرکت گردابه به سمت استوانه، این نیرو زیاد شده و دوباره، با افزایش سرعت جریان و کم رنگ شدن اثر سرعت القایی گردابه از یک طرف و از طرف دیگر شکل گیری گردابهٔ جدید که اثر

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]

آن قویتر است، کم می شود. نتیجه به صورت یک قلهٔ اضافی در منحنی نیروی برا ظاهر می شود و باعث می شود تعداد قله های منحنی برا در هـر نیـم سـیکل مسـاوی یـک بـه عـلاوهٔ تعـداد گردابه‌های ریزش شده در آن نیم سیکل شود.

٤- جمعبنـدی

در این مقاله با استفاده از روش حجم محدود و بـه کمـک الگوریتم سیمپل سی معادله های نویـر اسـتوکس بـرای جریـان آرام نوسانی دو بعدی حول یک استوانه در یـک شـبکهٔ نـوع O منطبق بر بدنه و از نوع هم مکان حل شده است. با شبیه سـازی عددی جریان سیال و محاسبهٔ ضرایب نـیروی طولـی و عرضـی وارد براستوانه و مقایسه با نتایج تجربی و عددی کارهای انجـام شده، کارامدی مدل دو بعـدی بـه کـار گرفتـه شـده در تحلیـل سینماتیک و دینامیک چنین جریانـهای آرامـی کـه عمومـا سـه بعدی اند نشان داده شده است

واژه نامه

1. attached
2. asymmetric
3. transverse
4. diagonal
5. third vortex
6. Smagorinsky
7. convective
8. SIMPLEC
9. body fitted
10. collocated
11. QUICK
12. Crank Nicolson

مراجع

1. Morison, D. J., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. & Schaf, S. A. "The force exerted by surface wave on piles," *Petrol. Trans.* Vol.189, pp.149-157,1950.
2. Stokes, G. G. "On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums," *Trans. Ccamb. Phil. Soc.*,Vol. 9,pp. 8-106, 1851.
3. Wang, C.-Y. "On high-frequency oscillating viscous flows," *J. Fluid Mech,* Vol. 32, pp. 55-68, 1968.
4. Kulegan, G. H. & Carpenter, L. H. "Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid," *J. Res. Nat. Bur. Standards,*Vol. 60, pp. 423-440, 1958.
5. Honji, H. "Streaked flow around an oscillating circular cylinder," *J. fluid Mech.* Vol. 107, 509-520, 1981.
6. Obasaju, E. D., Bearman, P. W. & Graham, M. R. "A study of forces, circulation and vortex patterns around a circular cylinder in oscillating flow," *J. Fluid Mech,* Vol. 196, pp. 467-494, 1988.
7. Tatsuno, M. & Bearman, P. W. "A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low stokes numbers," *J. Fluid Mech,* Vol. 211, pp. 157-182, 1990.
8. Sarpkaya, T. "Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers," *J. Fluid Mech,* Vol. 165, pp. 61-71, 1986.
9. Williamson,C.H.K. "Sinusoidal low relative to circular cylinders," *J.Fluid Mech.* Vol. 155, pp.141-174, 1985.
10. Justesen, P. "A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder," *J. fluid mech.* Vol. 222, pp. 157-196, 1991.
11. Badr,H. M., Denis, S. C. R.,Kocabiyik, S. & Nguyen, P. "Viscous oscillatory flow about a circular cylinder at small to moderate Strouhal number," *J. fluid Mech.* Vol. 303, pp.215-232, 1995.
12. Zhang, J. & Dalton, C. "The onset of a three-dimensional wake in two-dimensional oscillatory flow past a circular cylinder," *Proceedings of the Sixth Asian Congress of Fluid Mechanics, Singapure,* 1508-1511, 1995.
13. Lu, X., Dalton, C. & Zhang, J. " Application of large eddy simulation to an oscillating flow past a circular cylinder," Journal *of Fluid Engng,* Vol. 119, pp. 519-525, 1997.
14. Dutsch, H., Durst, F., Becker, S. & Lienhart, H. "Low Reynolds number flow around and oscillating circular cylinder at low Kewlegan-Carpenter numbers," J. *Fluid Mech.* Vol. 360, pp. 249-271, 1998.
15. Hall, P. "On the stability of unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid," *J. Fluid Mech*. Vol. 146, pp. 347-367, 1984.
16. Badri, Molki, Saidi, "Numerical solution of laminar low Reynolds number over a circular cylinder", *Proceedings of* the *Third Conference of Fluid Dynamics,* Tehran, Iran, Jan 1994.
17. Orlanski, I., "A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows," *J. Comp. Physics*, Vol.21, pp.251-269, 1976

[DOR: 20.1001.1.2251600.1380.20.1.12.7]