

کاربرد روش جستجوی ممنوع برای حل گونه‌ای خاص از مدل‌های توزیع چندکالایی

کوروش عشقی* و سیاوش پاسالار**

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۷۹/۱۱/۱۰ - دریافت نسخه نهایی: ۸۰/۶/۱۹)

چکیده: مدل توزیع چندکالایی^۱ یکی از مدل‌های جالب و پرکاربرد برنامه ریزی ریاضی است که در شبکه توزیع محصولات نقش مهمی را ایفا می‌کند. هدف از مقاله حاضر تشریح و حل گونه‌ای خاص از مسئله توزیع چند کالایی است که در آن یک کالا در مسیر ارسال از کارخانه به مشتری می‌تواند از مراکز توزیع گوناگونی عبور کند. مسئله مورد بحث عبارت است از تعیین اینکه کدام مراکز توزیع باید مورد استفاده قرار گیرند به نحوی که تمام تقاضای مشتریان ارضا شود، از ظرفیت تولیدی کارخانجات تجاوز نکنیم و کل هزینه توزیع حداقل شود. مسئله بالا در این تحقیق ابتدا به صورت یک مسئله برنامه ریزی عدد صحیح مدل شده است و سپس یک روش براساس روش جستجوی ممنوع^۲ برای حل آن طراحی شده که با موفقیت بر روی مسائل نمونه اجرا شده است. واژگان کلیدی: مدل‌های توزیع چندکالایی، روش جستجوی ممنوع، برنامه‌ریزی ریاضی

Application of Tabu Search to a Special Class of Multicommodity Distribution Systems

K. Eshghi and S. Pasalar

Department of Industrial Engineering, Sharif University of Technology

Abstract: Multicommodity distribution problem is one of the most interesting and useful models in mathematical programming due to its major role in distribution networks. The purpose of this paper is to describe and solve a special class of multicommodity distribution problems in which shipment of a commodity from a plant to a customer would go through different distribution centers. The problem is to determine which distribution centers to use so that all customer demands are satisfied, production capacities are not exceeded, and the total distribution cost is minimized. The proposed problem is formulated as a mixed integer linear program and a solution technique based on tabu search is developed, implemented and successfully applied to the test problems.

Keywords: Commodity Distribution Systems, Tabu Search, Mathematical Programming

** - دانشجوی دکترا

* - استادیار

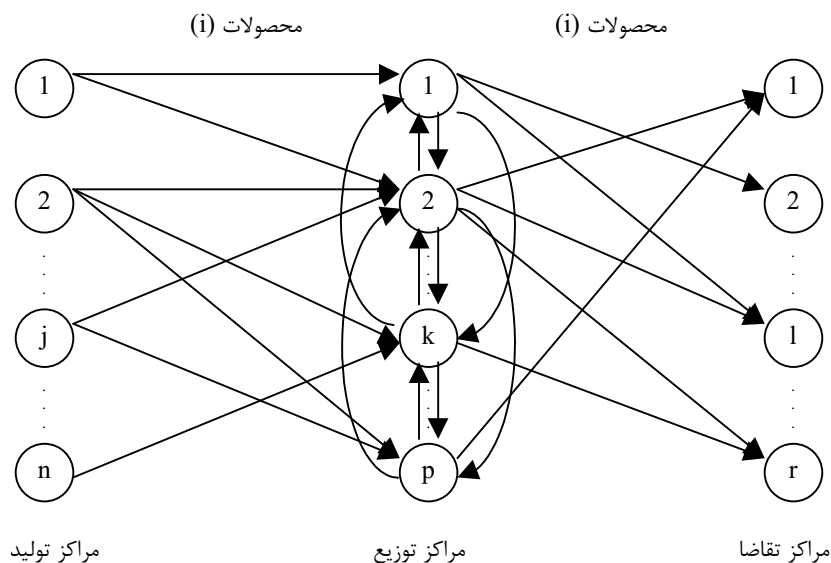
انواع مدل‌های توزیع چند کالایی و روش‌های حل کلاسیک آن به تفصیل در مرجع [۱] مورد بررسی قرار گرفته است . در مدل کلی سیستم توزیع چند کالایی با شبکه ای روبرو هستیم که در آن تعدادی گره عرضه ، تعدادی گره تقاضا و تعدادی کالا وجود دارد که توسط گره های عرضه تولید شده و توسط گره های تقاضا مورد نیازند . به منظور ارسال اقلام از گره های عرضه به گره های تقاضا ، گره هایی نیز به عنوان مراکز توزیع کاندید می شوند که این مراکز در صورت ایجاد توسط گره های عرضه تغذیه شده و تغذیه گره های تقاضا را بر عهده خواهند داشت . در حالت کلی مدل، هر یک از مشتریها باید فقط توسط یکی از مراکز توزیع تغذیه شوند . کلیه فواصل بین مراکز تولید ، مراکز توزیع پیشنهادی و مشتریها در شبکه و در نتیجه هزینه مربوط به حمل و نقل بین هر یک از این نقاط (که تابعی از فاصله است) محاسبه شده و در اختیار است. می‌خواهیم تصمیم‌گیری کنیم که در کدام یک از مراکز بالقوه توزیع مرکز توزیع ایجاد (یا فعال) شود و هر یک از این مراکز توزیع به چه صورت و از کدام مراکز تولید تغذیه شوند و از سوی دیگر هر یک از این مراکز توزیع ، ارائه سرویس به کدام یک از مشتریان را بر عهده بگیرند تا هزینه کل سیستم که متشکل است از هزینه حمل و نقل محصولات بین مراکز تولید و مشتریها از طریق مراکز توزیع ، هزینه ثابت احداث (یا فعال کردن) هر یک از مراکز توزیع و هزینه عملیاتی مراکز توزیع به ازای محصولات مختلف توزیع شده حداقل شود .

در گونه ای خاص از این مدل که توسط نگارندگان توسعه یافته است ، امکان تبادل اقلام بین مراکز توزیع نیز وجود دارد. در واقع مراکز توزیع هم می‌توانند از واحدهای تولیدی (گره‌های عرضه) و هم از سایر مراکز توزیع فعال تغذیه شوند. اما مشتریها (گره‌های تقاضا) حتماً باید از مراکز توزیع تغذیه شوند اما در عین حال برخلاف مدل کلاسیک توزیع چند کالایی یک مشتری می‌تواند کالای مورد نیاز خود را از طریق چند مرکز توزیع نیز تهیه کند. شکل (۱) شمای کلی

سیستم توزیع چندکالایی را در حالت خاص ذکر شده نمایش می‌دهد .

۲- روش ابتکاری جستجوی ممنوع

در مسائلی که برای آنها الگوریتم حل چند جمله ای به دست نیامده است ، استفاده از روشهای کلاسیک یافتن جواب بهینه منجر به زمانهای محاسباتی بسیار طولانی و بعضاً نجومی می‌شود و درکل روشهای مناسبی نیستند . به این دلیل در این مسائل با روشهایی ابتکاری به جستجوی جواب بهینه یا نزدیک به بهینه پرداخته می‌شود . به عنوان مثال، روش نزولی^۳ یا روش تندترین شیب نزول^۴ یکی از روشهای جستجو در فضای جواب است. جستجوی محلی عبارت است از حرکت از یک جواب به یک جواب دیگر در همسایگی آن در فضای جواب مسئله که این کار با توجه به تعدادی قواعد تعریف شده انجام می‌گیرد. برای روشن شدن موضوع مسئله کمینه سازی تابع $F(x)$ را بر روی مجموعه‌ای محدود از نقاط نظیر X در نظر می‌گیریم یعنی در حقیقت مسئله بالا یک مسئله بهینه سازی ترکیبی در حالت کلی است . در یک روش جستجوی محلی از یک جواب اولیه دلخواه مانند $x_1 \in X$ شروع و در قدم n یک جواب جدید x_{n+1} از میان مجموعه همسایگی جواب فعلی x_n یعنی $V(x_n)$ انتخاب می‌شود. همسایگی x به این صورت تعریف می‌شود که به هر نقطه $x \in X$ یک زیرمجموعه $V(x) \subseteq X$ به نام همسایگی x نسبت داده می‌شود. به عنوان مثال اگر X مجموعه‌ای از بردارهای صفر و یک باشد و $x \in X$ باشد، یک مجموعه همسایگی $V(x)$ برای x می‌تواند به صورت مجموعه جوابهای $x \in X$ که با تغییر وضعیت تنها یکی از مولفه‌ها از صفر به یک یا بالعکس از x به دست آمده‌اند تعریف شود. معمولاً فرض می‌شود که یک جواب هیچ گاه به همسایگی خود تعلق ندارد یعنی $x \notin V(x), \forall x \in X$. در تعریفی مشابه می‌توان گفت که همسایه‌های جواب x ، جوابهایی هستند که با یک حرکت ساده^۵ به دست آمده‌اند چرا که تنها یکی از مولفه های آن تغییر وضعیت داده است.



شکل ۱- شمای کلی مدل توزیع چندکالایی تعمیم یافته

روش جستجوی ممنوع یکی از روشهای فوق ابتکاری^۱ از نوع بهبود دهنده در حل مسائل بهینه سازی ترکیبی است که اولین بار توسط گلاور [۴] معرفی شده است. روش جستجوی ممنوع را می توان به عنوان یک روش جستجوی محلی هدایت شده توسط استفاده از ساختارهای حافظه انعطاف پذیر و تطابقی و به عنوان یک چارچوب کلی برای روشهای مدرن جستجوی ابتکاری توصیف کرد. در اینجا بیان خود را محدود به ویژگیهای اصلی می کنیم یعنی آنها که بیشتر به ایده حسی ممنوعیت نزدیک هستند و در فهرستهای ممنوع که شرح داده خواهند شد کاربرد دارند.

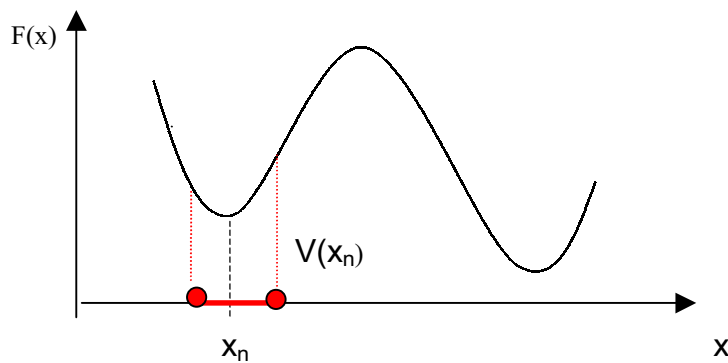
حافظه انطباقی^۷ روش جستجوی ممنوع از دو جزء کوتاه مدت و بلند مدت تشکیل یافته است. در اینجا توجه خود را بیشتر بر روی جنبه های کوتاه مدت متمرکز می کنیم. در عین حال به منظور دستیابی به بهترین نتایج محاسباتی بر روی اهمیت حافظه های مکمل بلند مدت نیز تاکید می کنیم. از دیدگاه کوتاه مدت، استراتژی گریز از مینیممهای محلی به صورت زیر است، حتی اگر هیچ جواب بهتری از جواب فعلی x_n در همسایگی $V(x_n)$ موجود نباشد، با توجه به بهترین جواب ممکن x در همسایگی $V(x_n)$ (یا در زیر همسایگی $V(x)$ اگر

دنباله جواب کنونی x_n به ازای $n=1,2,3,\dots$ تشکیل یک مسیر در فضای X را می دهد. رایجترین معیار برای انتخاب جواب بعدی x_{n+1} انتخاب بهترین جواب از میان همسایه های x_n است یعنی اگر هدف کمینه سازی تابع هدف باشد

$$\forall x \in V(x_n): F(x_{n+1}) \leq F(x)$$

سپس x_{n+1} به عنوان جواب کنونی در خواهد آمد که البته هیچگاه بدتر از جواب قبلی x_n نخواهد بود یعنی $F(x_{n+1}) \leq F(x_n)$. در غیر این صورت یعنی در صورت عدم وجود جواب بهتر (یا مساوی) در همسایگی جواب فعلی، جستجو متوقف می شود. خواننده علاقه مند در زمینه جستجوی محلی می تواند به مراجع [۳ و ۲] رجوع کند.

نقطه ضعف عمده این روشها، ناتوانی آنها در گریز از جوابهای بهینه های محلی است. این مطلب به طور کلی در شکل (۲) نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشاهده می شود تمام جوابهایی که در حوالی بهترین جواب به دست آمده فعلی یعنی در همسایگی $V(x_n)$ قرار دارند از x_n بدتر هستند. اما در عین حال کمی دورتر یک مینیمم کلی برای $F(x)$ وجود دارد.



شکل ۲- افتادن در دام یک بهینه محلی

جوابهای دیگری نیز که جزء جوابهای اخیرا بازدید شده نیستند دارای خاصیت مذکور باشند. از طرف دیگر ممکن است لیست ممنوع شامل خواص جوابها به خوبی از ایجاد دور جلوگیری نکند. البته این مشکلات خیلی مهم و اساسی نیستند چرا که نقش اساسی لیست ممنوع ایجاد تنوع در جستجوست یعنی در واقع از جواب کنونی به سمت جوابهایی در مکانهایی از فضای جواب حرکت شود که تا کنون مورد جستجو قرار نگرفته‌اند و بطور اخص از دام مینیممهای محلی فرار شود. در تایید این مسئله می‌توان از تجارب محققانی مانند پایرلوت [۵] نیز در این زمینه استفاده کرد. استفاده از فهرستهای ممنوع شامل خود جوابها صرف نظر از زمان محاسباتی، معمولا" منجر به جوابهای ضعیفی نیز می‌شود و وظیفه متنوع سازی به خوبی انجام نخواهد شد. بنابراین علی‌رغم مطالبی که گفته شد، معمولا" فهرستهای ممنوع شامل یک یا چند ویژگی از جوابهای اخیرا" بازدید شده یا حرکتهای اخیرا انجام شده‌اند ولی در عین حال این خاصیتها باید به طور دقیق انتخاب شوند. همان طور که بیان شد ممنوع کردن جوابهایی که دارای یک خاصیت ویژه‌اند محدود کننده‌تر از ایجاد ممنوعیت برای جوابهای اخیر بازدید شده است. برای اصلاح تبعات نامطلوب این امر (دقت شود که تمام تبعات آن نامطلوب نیستند) پیشنهاد شده است که وقتی یک حرکت منجر به جواب به حد کافی خوب شد در وضعیت ممنوع بودن آن تجدید نظر به عمل آید. در واقع برای این

مجموعه $V(x_n)$ بسیار بزرگتر از آن باشد که بتوان تمام آن را مورد کاوش قرار داد) حرکت انجام خواهد شد. هرگاه ساختار همسایگی متقارن باشد (یعنی اگر x_n متعلق به همسایگی $V(x)$ باشد آن گاه $x \in V(x_n)$ نیز باشد) در این صورت به هنگام کاوش در $V(x)$ در گام بعدی خطر افتادن در دور^۹ وجود دارد. البته در واقع ممکن است x_n واقعا" بهترین جواب در $V(x)$ باشد که در این حالت به طور پشت سرهم میان x و x_n نوسان خواهیم کرد. برای اجتناب از این حالت و سایر حالتهایی که ایجاد دور می‌کنند، فهرست ممنوع^۹ را به صورت $(x_{n-1}, \dots, x_{n-L})$ که در واقع شامل تعداد L جواب اخیرا به دست آمده است تشکیل می‌دهیم. اگر x در فهرست ممنوع باشد، آن گاه حرکت از x_n به x ممنوع است. البته این کار باعث ایجاد برخی مشکلات فنی می‌شود. در واقع ثبت و نگهداری تمام اطلاعات جوابهای اخیرا بازدید شده و آزمایش هر جواب کاندید که آیا در فهرست موجود است یا خیر فرایندی زمان بر است. بنابراین به جای ثبت تمام اطلاعات جوابها، یک خاصیت یا ویژگی آن حرکات (مثلا تبدیلی که با استفاده از آن تبدیل به جواب مربوطه رسیده شده است) را ثبت می‌کنند. البته چنین فهرست ممنوعی نقش تعیین شده قبلی خود را در جلوگیری از دور به طور صددرصد کامل ایفا نمی‌کند. از یک طرف این کار یعنی ثبت ویژگی جوابها به جای خود آنها، بسیار محدودکننده‌تر از ثبت خود جوابهاست چرا که ممکن است

منظور یک سطح رضایت^{۱۰} تعیین می‌شود که مشخص می‌کند یک جواب به حد کافی خوب چگونه جوابی است. دو نوع معیار رضایت در زیر توضیح داده می‌شود

معیار رضایت ۱: یک جواب از حد رضایت بالاتر است اگر از هر جوابی که قبلاً به دست آمده براساس مقدار تابع هدف بهتر باشد.

معیار رضایت ۲: هرگاه ساختار روش و فهرستهای ممنوع در مرحله ای از فرایند تکرار به گونه ای باشد که امکان هیچ گونه حرکت وجود نداشته باشد در این صورت حرکتی که در صف خارج شدن از فهرست ممنوع از همه به خروج نزدیکتر است انتخاب و ممنوعیت آن برداشته می‌شود. با توجه به مطالب گفته شده، روش جستجوی ممنوع به صورت الگوریتم به صورت زیر خلاصه می‌شود [۲]

• گام/ابتدایی: یک جواب اولیه x_1 را در X انتخاب کنید.

قرار دهید: $x_1 \rightarrow x^*$ و $F(x_1) \rightarrow F^*$

(در این گام لیست ممنوع (TL) خالی است.)

• گام تکراری $n=1,2,\dots$

۱- x_n را جواب کنونی در مرحله n در نظر بگیرید. \bar{F} را نیز بهترین مقدار F برای یک جواب قابل دسترس که در طول جستجو در زیرهمسایگی $V'(x_n)$ دیده شده در نظر بگیرید.

۲- \bar{x} را نیز نماینده جوابی در $V'(x_n)$ بگیرید که به ازای آن $F(\bar{x}) = \bar{F}$ شده است. مقدار اولیه \bar{F} را به صورت $\bar{F} \leftarrow \infty$ تعریف کنید.

۳- به ازای یک x موجود در $V'(x_n)$ اگر $F(x) < \bar{F}$ باشد و حرکت $x_n \rightarrow x$ ممنوع نباشد و یا اگر ممنوع است از سطح رضایت عبور کرده باشد آن گاه $\bar{F} \leftarrow F(x)$ و $\bar{x} \leftarrow x$.

۴- قرار دهید: $x_{n+1} \leftarrow \bar{x}$

۵- اگر $\bar{F} < F^*$ باشد آن گاه قرار دهید: $\bar{F} \leftarrow F^*$ و $\bar{x} \leftarrow x^*$
تذکر: ممنوع بودن حرکت $x_n \rightarrow x_{n+1}$ در صورتی وارد فهرست ممنوع می‌شود که یا فهرست ممنوع پر نشده باشد و یا اولین عنصر فهرست از آن خارج شده باشد.

• شرط خاتمه: اگر شرط توقف برقرار باشد متوقف شوید.

فهرست پارامترهایی که انتخاب آنها در عملکرد روش تاثیر گذار است در زیر ارائه می‌شود و البته مقادیر استاندارد نیز برای این پارامترها در حالت کلی وجود ندارد. مهمترین تصمیماتی که باید اتخاذ شوند عبارت‌اند از

- تعیین ساختار همسایگی $V(x_n)$ و زیرهمسایگی $V'(x_n)$ (یک راه ساده انتخاب زیر همسایگی $V'(x_n)$ از $V(x_n)$ این است که تعداد ثابتی از اعضای $V(x_n)$ را به تصادف انتخاب کنیم).

- تعیین ویژگیهایی از حرکات که باید در فهرست ممنوع ثبت شود.

- طول فهرست ممنوع

- نحوه انتخاب معیارهای رضایت

- نحوه انتخاب قاعده توقف (مثلا قرار دادن یک سقف برای حداکثر تعداد تکرارها)

برای نحوه تخمین هریک از موارد بالا می‌توان به کارهای گلاور [۶و۴] مراجعه کرد.

۳- مدل توزیع چند کالایی تعمیم یافته

مدل مورد بحث در این مقاله به شکل یک مدل چند منبعی است یعنی به گره‌های تقاضا اجازه می‌دهیم که محصولات مختلف مورد نیاز خود را از مراکز توزیع مختلف دریافت دارند.

۳-۱- مجموعه‌ها

مجموعه (I) یا مجموعه اقلام کالاها

$i=1,2,\dots, q$

مجموعه (J) یا مجموعه واحدهای تولیدی (گره‌های عرضه)

$j=1,2,\dots, n$

مجموعه (L) یا مجموعه مشتریها یعنی (گره‌های تقاضا)

$l=1,2,\dots, r$

مجموعه (K) یا مجموعه مراکز توزیع بالقوه

$k=1,2,\dots, p$

۳-۲- پارامترها

S_{ij} ظرفیت تولید i امین قلم محصول در کارخانه j ام

D_{il} تقاضای مشتری l ام از محصول i ام

۳- محدودیتهای تقاضای مشتریها

$$\sum_k Y_{ikl} \geq D_{il} \quad \forall i, l$$

۴- محدودیتهای مربوط به اینکه هر مرکز توزیع در صورتی قادر به دریافت و ارسال اقلام است که باز باشد (M یک عدد بزرگ مثبت است)

$$\sum_i \sum_j X_{ijk} + \sum_i \sum_m W_{imk} \leq M Z_k \quad \forall k$$

$$\sum_i \sum_l Y_{ikl} + \sum_i \sum_m W_{ikm} \leq M Z_k \quad \forall k$$

۵- محدودیتهای توازن مواد در مراکز توزیع (یعنی میزان کل اقلام ورودی به هر مرکز توزیع از کارخانه‌ها و سایر مراکز توزیع باید دقیقاً برابر میزان کل خروجی از آنها به مشتریها و سایر مراکز توزیع باشد)

$$\sum_i \sum_j X_{ijk} + \sum_i \sum_m W_{imk} = \sum_i \sum_l Y_{ikl} + \sum_i \sum_m W_{ikm} \quad \forall k$$

۶- محدودیتهای علامت

$$X_{ijk}, Y_{ikl}, W_{ikm} \geq 0 \quad \forall i, j, k, l, m$$

$$Z_k = (0, 1) \quad \forall k$$

بدیهی است که در مدل‌سازی بالا با توجه به محدودیت (۵) می‌توان یکی از محدودیتهای (۴) را از مدل حذف کرد. در مسائل بزرگ^{۱۱} می‌توان به ازای هر مرکز توزیع k مجموعه ای مانند $J_k \subseteq J$ تعریف کرد که شامل کارخانه‌هایی باشد که از نظر جغرافیایی به مرکز توزیع مربوطه نزدیکترند. همچنین می‌توان به ازای هر مرکز توزیع k مجموعه ای مانند $L_k \subseteq L$ تعریف کرد که شامل مشتریهایی باشد که از نظر جغرافیایی به مرکز توزیع مربوطه نزدیکترند. به این ترتیب تصمیم‌گیری بر روی مجموعه کوچکتري از حالات ممکن صورت می‌پذیرد و در نتیجه در زمان محاسباتی صرفه جویی می‌شود.

در مورد مسئله توزیع چندکالایی روش جستجو را برای قسمت مربوط به مکانیابی یعنی تعیین باز یا بسته بودن مراکز بالقوه توزیع به کار می‌گیریم. چرا که اساساً دلیل اصلی وقت‌گیر بودن حل مسائل بزرگ توزیع چندکالایی وجود تعداد زیادی متغیر صفر و یک است که با حذف آنها مدل برنامه ریزی

f_k هزینه ثابت مربوط به احداث مرکز توزیع در محل پیشنهادی k ام

C_{ijk} هزینه ارسال یک واحد از محصول i ام از کارخانه j ام به مرکز توزیع k ام

G_{ikl} هزینه ارسال یک واحد از محصول i ام از مرکز توزیع k ام برای مشتری l ام

H_{ikm} هزینه ارسال یک واحد از محصول i ام از مرکز توزیع k ام به مرکز توزیع m ام

۳-۳- متغیرهای تصمیم‌گیری

X_{ijk} مقداری از محصول i ام که از کارخانه j ام به مرکز توزیع k ام ارسال شود

Y_{ikl} مقداری از محصول i ام که از مرکز توزیع k ام برای مشتری l ام ارسال شود

W_{ikm} مقداری از محصول i ام که از مرکز توزیع k ام به مرکز توزیع m ام ارسال شود

Z_k متغیر صفر و یک که دارای مقداری برابر یک خواهد بود اگر در محل پیشنهادی k ام مرکز توزیع احداث شود (و یا در صورت وجود فعال شود) و در غیر این صورت دارای مقدار صفر خواهد بود.

۴-۴- تابع هدف

۱- تابع هدف مدل به صورت حداقل کردن هزینه کل (هزینه حمل و نقل اقلام بین کارخانه‌ها و مراکز توزیع + هزینه حمل و نقل اقلام بین مراکز توزیع و مشتریها + هزینه حمل و نقل اقلام بین خود مراکز توزیع با یکدیگر + هزینه احداث مراکز توزیع) است

$$\min Z = \sum_i \sum_j \sum_k C_{ijk} X_{ijk} + \sum_i \sum_k \sum_l G_{ikl} Y_{ikl} +$$

$$\sum_i \sum_k \sum_m H_{ikm} W_{ikm} + \sum_k f_k Z_k$$

محدودیتها عبارت‌اند از

۲- محدودیتهای ظرفیت کارخانه‌ها

$$\sum_k X_{ijk} \leq S_{ij} \quad \forall i, j$$

خطی حاصله در زمان بسیار کمتری حل می شود. در واقع در هر تکرار از الگوریتم یک بردار \bar{Z} یعنی ترکیبی از نحوه باز و بسته بودن مراکز توزیع به مدل داده می شود و متغیر صفر و یک Z از ساختار مدل حذف و به صورت یک بردار پارامتر ورودی مدل خواهد بود. در این صورت مدل به صورت زیر کاهش می یابد

$$\text{Min } Z = \sum_i \sum_j \sum_k C_{ijk} X_{ijk} + \sum_i \sum_k \sum_l G_{ikl} Y_{ikl} + \sum_i \sum_k \sum_m H_{ikm} W_{ikm} + \sum_k f_k \bar{Z}_k \quad -7$$

Subject to:

$$\sum_k X_{ijk} \leq S_{ij} \quad \forall i, j \quad -8$$

$$\sum_k Y_{ikl} \geq D_{il} \quad \forall i, l \quad -9$$

$$\sum_i \sum_j X_{ijk} + \sum_i \sum_m W_{imk} \leq M \bar{Z}_k \quad \forall k \quad -10$$

$$\sum_i \sum_j X_{ijk} + \sum_i \sum_m W_{imk} = \quad -11$$

$$\sum_i \sum_l Y_{ikl} + \sum_i \sum_m W_{ikm} \quad \forall k$$

$$X_{ijk}, Y_{ikl}, W_{ikm} \geq 0, \quad \forall i, j, k, l, m \quad -12$$

این مدل کاهش یافته را "مسئله چندکالایی کاهش یافته"^{۱۲} می نامیم که توسط نرم افزارهای حل مسائل برنامه ریزی خطی قابل حل است و با حل آن نحوه تخصیص مشتریها به مراکز توزیع و همچنین جریانهای بین کارخانه ها و مراکز توزیع و خود مراکز توزیع با یکدیگر در همان حالت خاص باز و بسته بودن مراکز توزیع تعیین می شود. به این ترتیب هر ترکیب از باز و بسته بودن مراکز توزیع با جریانهای مربوطه، یک جواب برای مسئله خواهد بود.

۴- تعیین ساختار همسایگی در حل مدل

یکی از اساسیترین گامها در حل یک مدل با استفاده از روشهای جستجو تعیین ساختار همسایگی است که برای آشنایی با قواعد طراحی یک ساختار همسایگی مناسب در شبکه های توزیع می توانید به مرجع [۷] مراجعه کنید.

ساختار همسایگی را در این مسئله به دو صورت تعریف می کنیم. یک صورت شامل حرکاتی است که در آن وضعیت یک متغیر Z_j جا به جا می شود (اگر صفر باشد به یک تغییر پیدا می کند و بالعکس) یعنی در واقع همسایه های جواب فعلی جوابهایی هستند که در آنها یکی از مراکز توزیع بازدر جواب فعلی بسته شده و یا یکی از مراکز توزیع بسته در جواب فعلی باز شود. نوع دوم همسایگی به این صورت تعریف می شود که به طور همزمان یک مرکز توزیع بسته باز شود و یک مرکز توزیع دیگر که باز بوده بسته شود. البته در هر حرکت قاعدتا تنها یکی از این حالات در نظر گرفته می شود.

با حرکت در همسایگی نوع اول یعنی حذف یا اضافه کردن یک مرکز توزیع، مقدار تابع هدف به اندازه قابل توجهی تغییر می کند. در واقع در فضای جواب یک جهش انجام می شود. معمولا اغلب جوابهای خوب دارای تعداد مشابهی مرکز توزیع باز هستند. بنابراین هرگاه با اضافه کردن مرکز توزیع بهبودی حاصل نشد، احتمالا به تعداد مطلوب مراکز توزیع باز دست یافته شده است. حال با استفاده از حرکت در همسایگی نوع دوم یعنی باز کردن یک مرکز توزیع بسته و بستن همزمان یک مرکز توزیع باز به حرکتهای کوتاه در حوالی جواب قبلی پرداخته می شود تا جواب بهتری حاصل شود. در واقع براساس اصطلاحات شرح داده شده از روش جستجوی ممنوع می توان این طور نتیجه گرفت که از همسایگی نوع حذف یا اضافه به منظور ایجاد تنوع در جوابها^{۱۳} و از همسایگی نوع بعدی یعنی حذف و اضافه همزمان به منظور بهبود کیفیت و غنی سازی جوابها^{۱۴} استفاده می شود. یعنی با حرکات حذف یا اضافه جهشهایی به سمت جوابهای بهتر صورت می گیرد و با حرکات حذف و اضافه همزمان در حوالی جواب خوب به جستجوی بهترین جواب پرداخته می شود. پس با حرکات حذف یا اضافه تعداد مناسب و صحیح مراکز توزیع باز تعیین می شوند و آن گاه با حرکات حذف و اضافه همزمان تعیین می شود که دقیقا کدام یک از مراکز باز و کدام بسته باشند.

۵- شرح روش جستجوی ممنوع برای حل مدل

در جریان روند جستجو، یک فرایند کلی تکرار به صورت زیر انجام می‌پذیرد. ابتدا یک سری حرکات حذف بهبود دهنده، سپس یک سری حرکات اضافه‌بهبود دهنده و پس از آن یک سری حرکات حذف و اضافه همزمان بهبود دهنده انجام می‌شود که منظور از حرکت بهبود دهنده این است که با انجام آن حرکت مقدار تابع هدف بهبود یابد و یا دستکم بدتر نشود و چنانچه با انجام حرکتی مقدار تابع هدف بدتر شد در قدمهایی که تاکید بر روی بهبود دهنده بودن حرکت داریم، عکس حرکت مزبور انجام می‌شود یعنی به جای قبلی بر می‌گردیم. بهترین جواب به دست آمده از نحوه ترکیب باز و بسته بودن مراکز توزیع را Local_best و بهترین مقدار تابع هدف ناشی از آن را Z-best می‌نامیم. تعداد دفعات اجرای هر نوع حرکت ثابت نیست بلکه هرگاه تعداد حرکات متوالی انجام شده از هر نوع بدون دستیابی به بهبود در مقدار Z-best از یک مقدار حداکثر تعیین شده (max_bad) فراتر رفت، آن نوع حرکت متوقف و نوع بعدی حرکت آغاز می‌شود. هر گاه بعد از یک تکرار کامل یعنی انجام هر سه نوع حرکت بهبودی در مقدار Z-best حاصل نشد، عملیات متنوع سازی آغاز می‌شود تا امکان جستجوی وسیعتری در فضای جواب حاصل شود. عملیات متنوع سازی بر روی بهترین جواب حاصله تا آن هنگام انجام می‌شود بدین صورت که وضعیت تعدادی از مراکز توزیع که در طول جستجو تا آن هنگام کمترین تعداد تغییر وضعیت (از باز به بسته یا بالعکس) را داشته‌اند جا به جا می‌شوند یعنی اگر در جواب فعلی باز باشد بسته و اگر در جواب فعلی بسته باشد باز خواهد شد.

برای پیشگیری از دور، دو نوع لیست ممنوع تعریف می‌شود. لیست T_1 که برای حرکات حذف یا اضافه استفاده می‌شود، تعداد $|T_1|$ مرکز توزیعی که اخیراً از جواب حذف یا به آن اضافه شده‌اند را در خود نگاه می‌دارد و تا مادامی که یک مرکز توزیع در لیست T_1 باشد از تغییر وضعیت آن جلوگیری می‌شود. لیست دوم T_2 زوج مراکز توزیعی که در $|T_2|$ حرکت

جابه جایی گذشته وضعیت آنها با هم جابه جا شده است را ثبت می‌کند و هم تغییر وضعیت این مراکز توزیع و هم تکرار حرکت جابه جایی مذکور را ممنوع می‌کند. در اینجا می‌توان طول مدت ممنوع بودن^{۱۵} را به صورت ثابت و قطعی و یا به صورت مقداری تصادفی از یک بازه مشخص در نظر گرفت. این روش به صورت الگوریتم در ادامه ارائه می‌شود.

۵-۱- الگوریتم حل مدل توزیع چند کالایی تعمیم یافته

- گام شروع یک جواب ابتدایی \bar{y}_0 را با توجه به یک ترکیب دلخواه از نحوه باز و بسته کردن مراکز بالقوه تعیین و سپس مسئله "چندکالایی کاهش یافته" را حل و قرار دهید
- $$Z(\text{best}) = Z(\bar{y}_0), T_1 = T_2 = \phi, \text{total} = 0, \text{max_bad} = 5,$$
- $$\text{max_swap} = 0.3p, \text{drivers\#} = 0.2p, \text{max_total} = 14$$
- گام ۱

الف) مقدار Local_best را برابر جواب فعلی قرار دهید.
ب) شروع به حرکات حذفی غیرممنوع کنید یعنی در جواب جاری یکی از مراکز توزیع باز نظیر z را به حالت بسته در آورید با این شرط که z در لیست ممنوع T_1 نباشد. سپس مدل را حل کرده و در صورت بهبود در تابع هدف جوابها را ذخیره و مرکز توزیع z را به انتهای لیست T_1 اضافه کنید و در صورت پر بودن لیست، اولین عنصر لیست را حذف کنید و تا زمانی که از تکرار این گام بهبودی در تابع هدف حاصل می‌شود این گام را تکرار کنید. اگر بهبودی در تابع هدف حاصل نشد ابتدا عکس حرکت اخیر را انجام داده و سپس تا max_bad دفعه این گام را تکرار کنید.

ج) شروع به حرکات اضافه کردن غیرممنوع کنید یعنی در جواب جاری یکی از مراکز توزیع بسته نظیر k را به حالت باز در آورید با این شرط که k در لیست ممنوع T_1 نباشد. سپس مدل را حل کرده و در صورت بهبود در تابع هدف جوابها را ذخیره و مرکز توزیع k را به انتهای لیست T_1 اضافه کنید و در صورت پر بودن لیست، عنصر ابتدای لیست را حذف کنید و تا زمانی که از تکرار این گام بهبودی در تابع هدف حاصل

می‌شود این گام را تکرار کنید. اگر بهبودی در تابع هدف حاصل نشد ابتدا عکس حرکت اخیر را انجام داده و سپس تا \max_bad دفعه این گام را تکرار کنید.

د) شروع به حرکات حذف و اضافه همزمان غیرممنوع کنید یعنی در جواب جاری یک جفت از مراکز توزیع مانند (l,m) را که در جواب جاری یکی در وضعیت باز و دیگری در وضعیت بسته قرار دارد انتخاب و وضعیت آنها را برعکس کنید. با این شرط که زوج انتخابی از عناصر لیست ممنوع T_2 نباشد. سپس مدل را حل کرده و در صورت بهبود در تابع هدف جوابها را ذخیره و و زوج (l,m) را به انتهای لیست T_2 اضافه کنید و در صورت پر بودن لیست، عنصر ابتدای لیست را حذف کنید و تا زمانی که از تکرار این گام بهبودی در تابع هدف حاصل می‌شود این گام را تکرار کنید. اگر بهبودی در تابع هدف حاصل نشد ابتدا عکس حرکت اخیر را انجام داده و سپس تا \max_swap دفعه این گام را تکرار کنید.

• گام ۲:

اگر در طول تکرار صورت گرفته (سراسر گام ۱) هیچ گونه بهبودی در مقدار Z -best حاصل نشده باشد، عملیات متنوع‌سازی را به منظور شناسایی یک جواب کنونی جدید انجام دهید. برای این منظور ابتدا فهرستی از تعداد جابه‌جایی در تغییر وضعیت هر یک مراکز توزیع را تهیه کرده و سپس به تعداد $\text{divers}\#$ از مراکز توزیع را که کمترین جابه‌جایی را در تغییر وضعیت داشته‌اند و به عبارتی تا کنون کمتر مورد توجه قرار گرفته‌اند را انتخاب و وضعیت باز و بسته بودن آنها را عکس کنید که در آن $\text{divers}\#$ تعداد مراکز توزیعی است که در فرایند متنوع‌سازی وضعیت آنها عکس می‌شود.

• گام ۳:

شمارنده total را یک واحد افزایش دهید و اگر این شمارنده به تعداد \max_total رسیده بود متوقف شوید در غیر این صورت به گام ۱ بروید. توجه داشته باشید که هر ترکیب دلخواه از نحوه باز و بسته بودن مراکز منجر به یک مسئله "چندکالایی کاهش یافته" می‌شود. بنابراین، جواب اولیه به

سادگی قابل دستیابی است. برای تعیین مقادیر پارامترهای موجود در الگوریتم باید توجه داشت که در وهله نخست ملاحظات نظری و نقطه نظرات و تجربیات محققان در سایر مسایل حل شده توسط روش جستجوی ممنوع که در مراجع [۶-۸] و [۱۱ و ۱۲] ذکر شده است و همچنین ساختار ویژه مسایل توزیع که در مراجع [۹ و ۱۰] به تفصیل بحث شده است مد نظر بوده و در پارامترهایی که تخمین مقادیر وابسته به مدل بوده است تجزیه و تحلیل حساسیت مدل با توجه به مقادیر مختلف از آن پارامتر بر روی مسایل نمونه انجام شده و سعی شده است که تخمین قابل قبولی از آن پارامتر با توجه به دو عامل دقت جواب و زمان اجرا بدست آید.

الف) برای تعیین حداکثر تعداد حرکتهای متوالی بدون بهبود از هر نوع در مقدار تابع هدف یعنی پارامتر \max_bad باید در نظر داشت که اگر تعداد این حرکات خیلی کوچک فرض شود احتمال حذف تعدادی از جوابهای خوب وجود داشته و اگر تعداد این حرکات نیز خیلی بزرگ باشد زمان اجرای الگوریتم طولانی خواهد شد. معمولاً در اغلب مسایلی که به کمک روش جستجوی ممنوع حل شده اند مقدار این پارامتر در بازه [۵ و ۱۰] در نظر گرفته شد که با توجه به نتایج محاسباتی تخمین مناسبی برای آن است.

ب) حداکثر تعداد حرکات حذف و اضافه بهبود دهنده در هر تکرار یعنی \max_swap برابر ۳۰ درصد تعداد کل مراکز توزیع در نظر گرفته می‌شود. باید توجه داشت که این پارامتر به شدت بر زمان اجرای الگوریتم تاثیر می‌گذارد و با توجه به نتایج محاسباتی انتخاب مقادیر بزرگتر برای آن توصیه نمی‌شود. ج) تعداد مراکز توزیعی که در فرایند متنوع‌سازی وضعیت آنها عکس شود یعنی $\text{divers}\#$ برابر ۲۰ درصد تعداد کل مراکز توزیع در نظر گرفته می‌شود. اگر مقدار این پارامتر بزرگ باشد احتمال آنکه به یک جواب خوب در همسایگی جواب فعلی برسیم کم خواهد بود و انتخاب مقدار کوچک برای این پارامتر

نیز ممکن است باعث شود که اصولاً از جواب فعلی زیاد دور نشویم.

د) طول مدت ممنوعیت یا همان تعداد عناصر لیستهای ممنوع به صورت تصادفی از میان بازه [۵و۲] انتخاب می شود. انتخاب تصادفی این پارامتر که منطبق بر "قانون ممنوعیت دینامیکی"^{۱۶} است که در مرجع [۶] به تفصیل در مورد آن بحث شده است بر انتخاب یک مقدار ثابت به دلایل متعدد از جمله افزایش سرعت الگوریتم برتری دارد.

ه) حداکثر تعداد تکرار در طول کل فرایند جستجو یعنی max_total بستگی شدیدی به ابعاد مسئله دارد. حداکثر مقدار این پارامتر برای مسائل نمونه حل شده ۱۴ در نظر گرفته شده است که در تمامی مسایل نمونه منجر به جواب بهینه شده است.

۶- پیاده سازی روش و نتایج محاسباتی

در مورد مدل کلاسیک توزیع چند کالایی محققان مجموعه مسایل نمونه استاندارد را تهیه کرده اند که در اغلب مقالاتی که به ارائه روشی برای حل این مدل می پردازد استفاده شده است. علاقه مندان به منظور دستیابی به آن می توانند به تارنمای زیر مراجعه کنند

<http://www.di.unipi.it/~frangio/>

به دلیل آنکه مدل مورد بحث در این مقاله گونه ای خاص از مدل کلاسیک است امکان استفاده از مسایل موجود در مجموعه بالا میسر نبود به همین خاطر برای سنجش کارایی الگوریتم ارائه شده برای حل مدل ابتدا بسته نرم افزاری برای تولید مسایل نمونه برای مدل "توزیع چند کالایی تعمیم یافته" تهیه شد.

برای پیاده سازی روش جستجوی ممنوع مطابق الگوریتم بیان شده در این مقاله نیز نرم افزاری به زبان C تهیه شد که مطابق گامهای ذکر شده مسئله نمونه را حل می کند. در نرم افزار تهیه شده برای حل "زیر مسئله چندکالایی کاهش یافته" در هر تکرار نیز از نرم افزار Lingo نسخه ۳ استفاده می شود.

در جدول (۱) نتایج محاسباتی حاصل از حل ۲۵ مسئله نمونه ارائه شده است. برای آنکه کارایی جواب حاصل از مدل مشخص شود ابعاد مسائل نمونه به گونه ایی در نظر گرفته شده است که قادر باشیم جواب بهینه آن را با استفاده از نرم افزارهای عمومی حل مسائل MIP نیز به دست آوریم اگرچه در حقیقت کارایی واقعی مدل ما هنگامی مشخص می شود که ابعاد مدل آن قدر بزرگ باشد که حل آن از نرم افزارهای موجود امکانپذیر نباشد. برای این منظور کلیه مسائل نمونه با کمک نرم افزار Lingo نسخه 3.0 نیز به طور جداگانه حل شده اند. در ستونهای جدول به ترتیب از سمت چپ نام مسئله نمونه (TP)؛ تعداد مراکز عرضه (n)؛ تعداد مراکز توزیع (p)؛ تعداد مراکز تقاضا (r)؛ تعداد کالاها (q)؛ جواب حاصل از الگوریتم جستجوی ممنوع (TS)؛ جواب بهینه مسئله (OS)؛ تکراری از الگوریتم که در آن به بهترین جواب رسیده ایم (BI)؛ مقدار max_total در نظر گرفته شده (MT) زمان یافتن جواب بهینه با استفاده از حل مدل با نرم افزار Lingo برحسب ثانیه (T1) و زمان اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع برحسب ثانیه (T2) و با استفاده از رایانه شخصی با پردازنده 450MHz با ۳۲ مگابایت حافظه اصلی آمده است.

همان گونه که از نتایج حاصل مشخص می شود در ۲۲ مسئله نمونه یعنی ۸۸ درصد مسایل نمونه جواب حاصل از روش جستجوی ممنوع بهینه بوده است. در مسائل TP16, TP7, TP6 نیز که جواب حاصل از روش نزدیک به بهینه بوده است با افزایش تعداد max_total از مقدار ۱۰ به ۱۴ جواب بهینه به دست می آید. حداکثر تعداد دفعاتی که زیر مسئله چندکالایی کاهش یافته در مسائل نمونه حل شده است ۱۵۷ بار و متعلق به TP21 و حداقل آن نیز به تعداد ۲۳ بار متعلق به TP4 است و میانگین آن در کلیه مسائل حل شده ۴۶ بار بوده است.

حداکثر زمان اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع ۳۰۳۵ ثانیه و مربوط به مسئله TP24 بوده است. میانگین زمان اجرای الگوریتم بر روی مسائل داده شده ۶۵۳ ثانیه است حال آنکه

جدول ۱- نتایج محاسباتی حاصل از اجرای الگوریتم بر روی مسائل نمونه

TP	n	p	r	q	TS	OS	BI	MT	T1	T2
TP1	5	5	5	5	15454	15454	2	10	60	205
TP2	10	5	5	5	11427	11427	2	10	40	172
TP3	15	5	5	5	10731	10731	2	13	100	257
TP4	20	5	5	5	11353	11353	3	10	140	132
TP5	5	10	5	5	10554	10554	8	10	351	593
TP6	5	15	5	5	9546	8259	3	10	1260	977
TP7	5	20	5	5	10152	9916	3	10	5062	1210
TP8	5	5	10	5	19994	19994	2	10	90	139
TP9	5	5	15	5	29086	29086	10	10	136	192
TP10	5	5	20	5	30137	30137	1	10	130	152
TP11	5	5	5	10	24654	24654	2	10	170	209
TP12	5	5	5	15	33537	33537	2	10	183	208
TP13	5	5	5	20	41487	41487	2	10	290	326
TP14	5	5	10	10	38413	38413	4	10	280	281
TP15	5	10	10	5	3811	3811	1	10	700	318
TP16	10	10	5	5	11606	10047	1	10	590	551
TP17	10	5	5	10	18464	18464	4	10	480	219
TP18	10	15	5	5	12062	12062	1	10	1992	1140
TP19	10	5	15	5	23798	23798	2	10	250	223
TP20	15	10	15	5	23291	23291	3	10	1290	714
TP21	15	15	15	10	22523	22523	5	10	7320	1214
TP22	10	15	20	10	28360	28360	3	10	4712	1723
TP23	10	30	10	10	26018	26018	1	14	8730	1410
TP24	15	15	15	15	34745	34745	2	10	6184	3035
TP25	10	10	40	10	67214	67214	3	14	3606	1930

نمونه‌ای که مقدار حداقل دو پارامتر از بین پارامترهای n, p, r, q برابر ۱۰ و یا بیشتر انتخاب شد روش جستجوی ممنوع نسبت به نرم افزار Lingo سریعتر بوده به نحوی که به طور میانگین سرعت رسیدن به جواب بهینه در آن بیش از دو برابر است و در برخی از مسائل نظیر TP21, TP23 این سرعت به بیش از ۶ برابر رسیده است. لازم به ذکر است که اگر در هنگام حل این دسته از مسائل حداکثر تعداد تکرار موجود در الگوریتم را برابر ۵ نیز فرض می کردیم بازهم ضمن رسیدن به جواب بهینه، الگوریتم به طور متوسط تا ۴ برابر سریعتر اجرا می شد. همچنین در هنگام تولید مسائل نمونه‌ای که تعداد کالاها و مراکز توزیع بیش از ۲۰ و تعداد مراکز عرضه و تقاضا نیز حداقل ۱۵ در نظر گرفته شده است به دلیل افزایش تعداد متغیرهای مدل، نرم افزار Lingo قادر به حل آن نیست حال

حداکثر زمان حل مسائل با نرم افزار Lingo ۸۷۳۰ ثانیه و میانگین زمان اجرا نیز ۱۷۶۵ ثانیه است که ۲،۷ برابر روش جستجوی ممنوع است. ۷۲٪ مسائلی که حل آن با نرم افزار Lingo نسبت به روش جستجوی ممنوع سریعتر جواب داده است مسائلی بوده اند که در آن تعداد مراکز عرضه (n) و توزیع (p) برابر ۵ هستند یعنی مسائلی که از نقطه نظر عرضه و توزیع بسیار کوچک‌اند اما در همین مسائل نیز با افزایش تعداد مراکز تقاضا (r) و یا تعداد کالاها (q) این تفاوت به شدت کاهش می یابد به نحوی که میانگین سرعت حل با نرم افزار Lingo نسبت به روش جستجوی ممنوع در این دسته از مسائل تنها ۲۵٪ سریعتر است. اما در مقابل با افزایش پارامترهای موجود در مسئله کارایی روش جستجوی ممنوع مشخص می‌شود. در تمام مسائل

کردن زمان رسیدن به جواب در مسائل با مقادیر بیش از ۲۰ برای پارامترهای موجود در مسئله می‌توان حداکثر تعداد تکرارهای در نظر گرفته شده را نسبتاً کوچک فرض کرد.

از جمله مواردی که برای ادامه تحقیقات در مدل "توزیع چند کالایی تعمیم یافته" و روش حل ارائه شده در این مقاله پیشنهاد می‌شود می‌توان به بررسی اثرات ناشی از در نظر گرفتن ظرفیت برای مراکز تولید و توزیع و نیز وجود محدودیت در ارسال تعداد کالاها در بین مراکز اشاره کرد.

آنکه با استفاده از روش جستجوی ممنوع جوابی برای آن تولید خواهد شد که با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان انتظار داشت که نزدیک به بهینه باشد.

در ۲۳ مسئله از ۲۵ مسئله مورد بررسی بهترین جواب در تکرارهای اولیه به دست آمده است به نحوی که به طور میانگین بهترین جواب برای مسائل نمونه در تکرار ۳ حاصل شده است. به عبارت دیگر به طور متوسط ۳۰٪ زمان اجرای الگوریتم صرف یافتن بهترین جواب و ۷۰٪ باقیمانده صرف تایید آن به عنوان بهترین جواب می‌شود بنابراین برای سریعتر

واژه نامه

- | | | |
|--|----------------------|---|
| 1. multicommodity distribution problem | 6. meta heuristic | 12. reduced multicommodity distribution problem |
| 2. tabu search | 7. adaptive memory | 13. diversification |
| 3. descent method | 8. cycling | 14. intensification |
| 4. steepest descent method | 9. tabu list | 15. tabu tenure |
| 5. elementary move | 10. aspiration level | 16. dynamic tabu rule |
| | 11. large scale | |

مراجع

- Ahuja, R.K., Magnanti, T.L., and Orlin, J.B., *Network Flows*, pp. 649-694, Prentice Hall, 1993.
- Pirlot, M., "General Local Search Methods," *European Journal of Operational Research*, No. 92, pp. 493-511, 1996.
- Aarts, E., and Lenstra, J.K., *Local Search in Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, 1997.
- Glover, F., "Tabu Search : Part I," *ORSA Journal on Computing 1*, pp. 190-206, 1989.
- Pirlot, M., "General Local Search Heuristics in Combinatorial Optimization : A Tutorial," *JORBEL Belgian Journal of Operations Research*, pp. 7-67, 1992.
- Glover, F., and Laguna, M., *Tabu Search*, Kluwer, 1997.
- Gendron, B., Potvin, J.Y., and Soriano, P., "Tabu Search with Exact Neighbor Evaluation for Multicommodity Location with Balancing Requirements," *INFOR*, 37:(3), pp. 255-270, 1999.
- Gendreau, M., Laporte, G., and Potvin, J. Y., *Vehicle Routing : Modern Heuristics, Local Search in Combinatorial Optimization (Edited by E.Aarts and J.K. Lenstra)*, pp. 311-336, John Wiley & Sons, 1997.
- Castro, J., and Nabona, N., "An Implementation of Linear and Nonlinear Multicommodity Network Flows," *European Journal of Operational Research*, Vol. 92, pp. 37-53, 1996.
- McBride, R.D., "Progresses Made in Solving the Multicommodity Flow Problem," *SIAM Journal of Optimization*, Vol. 8, No. 4, pp. 947-955, 1998.
- Gendreau, M., Hertz, A., and Laporte, G., "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem," *Management Science*, Vol. 40, No.10, 1994.
- Barbarosoglu, G., and Ozgur, D., "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem," *Computers & Operations Research*, Vol. 26, pp. 255-270, 1999.