

## شبیه‌سازی شبه استاتیک فرایند جدایش در موشک‌های چندمرحله‌ای

احمد رضا پیشه‌ور\* و حسین احمدی‌کیا\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا همدان

(دریافت مقاله: ۷۸/۶/۹ - دریافت نسخه نهایی: ۸۰/۲/۱)

**چکیده:** در این مقاله فرایند جدایش موشک‌های چندمرحله‌ای با حل عددی معادلات تقارن محوری ناویر-استوکس به صورت شبه استاتیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این محاسبات از معادلات متوسط زمانی با تقریب لایه برشی نازک به همراه یک مدل جبری برای تلاطم استفاده شده است. موشک در ارتفاع فوقانی جو با عدد ماخ ۱۰ پرواز می‌کند و فشار جت تزریق حدود  $6/3 \times 10^4$  برابر فشار جریان آزاد است. برای حل عددی از یک روش TVD نوع گودنوف با دقت مکانی و زمانی مرتبه دوم استفاده می‌شود. محاسبات برای حالت متصل و به ازای فواصل مختلف سر و بدنه انجام پذیرفته است. نتایج نشان می‌دهند که امواج ضربه‌ای حاصل از اندرکنش جت تزریق و جریان پایه تأثیر زیادی در آرایش جریان داشته و نیروهای آیرودینامیکی وارد بر سطح جسم را به شدت تغییر می‌دهد. ماکزیمم فشار روی جسم در حالت متصل با تزریق جت بیش از ۲۵۰ برابر حالت بدون تزریق است. همچنین نیروی مقاوم وارد بر سر جنگی در فواصل مختلف سر و بدنه ابتدا کاهش چشمگیری یافته و سپس افزایش می‌یابد. این تغییرات شدید می‌تواند نقش به‌سزایی در یابداری حرکت و کنترل جسم ایفا کند.

واژگان کلیدی: فاز جدایش موشک، اندرکنش جت تزریق، روش TVD و مسئله ریمان

## Quasi-Static Numerical Simulation of Missile Staging

A. R. Pishehvar and H. Ahmadi Kia

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

Sub-Sea Research Institute, Isfahan University of Technology

**Abstract:** In this study, the missile staging process by implementing a side-injected jet is simulated numerically. The problem is considered to be axisymmetric and the thin shear layer approximation of Navier-Stokes equations along with an algebraic turbulence model is used in a quasi-static form for the calculations. The free stream corresponds to a very high altitude flight condition with a Mach number of 10 and an injected jet pressure ratio of about 63000. An explicit Godunov-type scheme is used in the calculations, which is second-order in time and space. Computations are performed on the attached and separated geometry for a range of distances between the body and the warhead. The intense interactions between the jet flow and the main free-stream and its overall influences on the warhead aerodynamic loading are finally demonstrated.

**Keywords:** Missile Staging, Jet Interaction flow, TVD Scheme, Riemann problem.

### ۱- مقدمه

استفاده کرد. وقتی که یک جت سیال به جریان فراصوتی<sup>۲</sup> یا ابر صوتی<sup>۳</sup> تزریق شود، میدان جریان پیچیده‌ای ایجاد می‌شود. حضور امواج ضربه‌ای و انبساطی قوی و اندرکنش‌های مختلف

برای کنترل حرکت یک جسم پرنده و یا فرایند جدا شدن<sup>۱</sup> بخشی از آن می‌تواند از تزریق جت سیال در اطراف بدنه

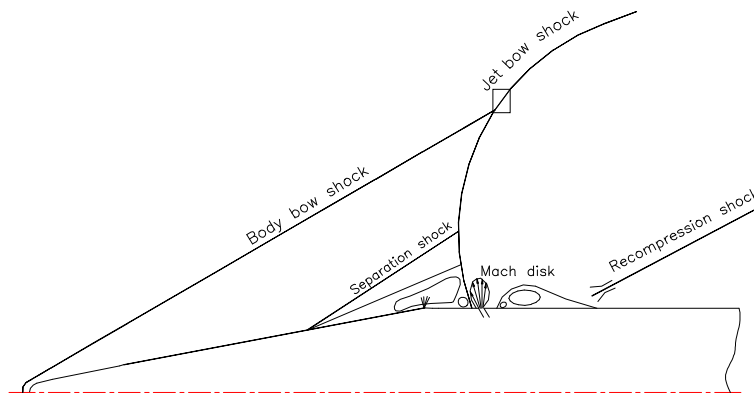
\* - استادیار

آنها با لایه لرج نزدیک دیوار و نیز تغییرات شدید خواص در حوالی نازل‌های جت تزریق شده و ناحیه حفره<sup>۴</sup> تشکیل شده بین سر و بدنه تحلیل جریان را بسیار مشکل می‌کند. در شکل (۱) خصوصیات جریان تزریق شده به جریان فراصوتی در روی یک جسم پخ<sup>۵</sup> به طور شماتیک رسم شده است. یک موج ضربه‌ای خمیده اطراف جسم را فرا گرفته که به آن موج ضربه‌ای خمیده<sup>۶</sup> جسم گفته می‌شود. جت سیالی که به جریان فراصوتی یا ابرصوتی تزریق می‌شود مانند یک مانع برای جریان اصلی عمل کرده و در نتیجه یک موج ضربه‌ای خمیده در جلوی آن تشکیل می‌شود که موج ضربه‌ای خمیده جت<sup>۷</sup> نامیده می‌شود. اگر فشار و ممتنم جت تزریق شده زیاد باشد، این موج ضربه‌ای با موج ضربه‌ای خمیده جسم اندرکنش کرده و شکل آن را تغییر می‌دهد. از طرف دیگر انتشار موج فشار در ناحیه زیرصوتی لایه مرزی به بالادست نازل یک ناحیه شبه گوشه پدید آورده که در نتیجه آن موج ضربه‌ای دیگری به نام موج ضربه‌ای جدایش<sup>۸</sup> تشکیل می‌شود. همچنین در بالادست نازل یک ناحیه لایه اختلاط بین جت و جریان اصلی به وجود می‌آیند. ناحیه جدا شده دیگری نیز در پایین دست نازل تشکیل می‌شود. خصوصیات جریان در این ناحیه مانند رفتار در پشت یک پله معکوس<sup>۹</sup> است. وقتی جریان فراصوتی است، فشار استاتیکی روی سطح بلافاصله بعد از نازل سریعاً کاهش می‌یابد. در این حالت فشار بلافاصله بعد از نازل کمتر از فشار جریان اصلی است، اما در جریان ابرصوتی فشار استاتیک بلافاصله بعد از نازل بیشتر از فشار جریان آزاد گزارش شده است [۲۰۱]. همچنین فشار در سطح پایین دست نازل سریعاً افزایش یافته و با الحاق امواج تراکمی به یکدیگر یک موج ضربه‌ای مانند جریان روی پله تشکیل می‌شود.

مسئله تزریق جت به داخل یک میدان فراصوتی توسط محققان زیادی به صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. اسپید [۳] با مشابه در نظر گرفتن جریان روی سطح تخت به همراه تزریق عمودی جت و جریان روی یک پله با ارتفاعی معادل با عمق نفوذ جت، حل تحلیلی ساده‌ای

برای تزریق جت در یک صفحه مسطح ارائه کرد. این حل‌های تحلیلی دقت کمی داشته و تنها برای جت عمودی و عمق نفوذ کم کاربرد دارند. نتایج تجربی برای جریان فراصوتی با تزریق در مراجع [۱-۵] ارائه شده‌اند. آزمایشات ارائه شده در این مراجع حکایت از چندین ناحیه چرخشی در بالادست و پایین دست نازل می‌کنند. برندیس و گیل [۱ و ۲] جریان سه بعدی روی موشک در اعداد ماخ ۲ تا ۸ در زوایای حمله مختلف و نسبت‌های فشار سکون جت تزریق به جریان آزاد ۰/۰۱ تا ۲۰ را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. این آزمایشات نشان داد که نیرو و گشتاور آیرودینامیکی وارد بر جسم تغییرات زیادی نسبت به پارامترهای مختلف از جمله زاویه حمله، عدد ماخ و نسبت فشار دارد. همچنین دامنه تغییرات نیروها در زوایای حمله صفر بیشتر از بقیه حالتها به دست آمده است. روزنهام و همکارانش [۵] جریان ابرصوتی روی یک جسم مخروطی باریک در عدد ماخ ۲۰ و شرایط اتمسفر ۱۲۵۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ فوتی از سطح دریا را به صورت تجربی بررسی کردند. آنها نشان دادند که تزریق سیال موجب جدایش در لایه مرزی و در نتیجه تغییرات ضرایب آیرودینامیکی شده است. همچنین تزریق جت به جریان ابرصوتی باعث ایجاد نوسانات فشاری زیاد می‌شود. کنالت و برن [۶] جریان فراصوتی روی صفحه تخت با تزریق سیال را به صورت عددی شبیه سازی کرده‌اند. در این شبیه سازی از مدل‌های  $k-\epsilon$  و تنش رینولدز استفاده شده است. آنها با مقایسه توزیع فشار روی سطح نشان دادند که مدل تنش رینولدز برای نسبت فشار جت تزریق به جریان آزاد نسبتاً کم دقت بهتری نسبت به مدل  $k-\epsilon$  دارد. همچنین آنها دریافتند که در نسبت‌های فشار زیاد نتایج مدل  $k-\epsilon$  تفاوت قابل ملاحظه‌ای با نتایج تجربی دارد. همچنین ازدیاد ادی لزجت در مدل  $k-\epsilon$  بین مرز مشترک دوگردابه قوی غیرفیزیکی است.

اغلب نتایج تجربی و محاسباتی برای جریان فراصوتی و تزریق به صورت عمودی ارائه شده‌اند. همچنین نسبت فشار جت و جریان آزاد در آنها چندان زیاد نیست. موشک‌های دوربرد غالباً چندمرحله‌ای ساخته می‌شوند. روش‌های متفاوتی برای جدا



شکل ۱- خصوصیات فیزیکی جریان فراصوتی به همراه تزریق

در ارتفاع ۱۰۰ کیلومتری فاصله پیمایش آزاد مولکولی  $\lambda = 1 \text{ ft}$  است. بنابراین در این ارتفاع عدد ناسن،  $Kn$  که معیاری برای درستی فرض پیوستگی است برای هندسه جسم در نظر گرفته شده حدود ۰/۳ است. بنابراین در شرایط پرواز ذکر شده فرض پیوستگی صادق است و می‌توان از معادلات ناویر-استوکس به عنوان مدل ریاضی حاکم بر مسئله استفاده کرد [۷]. بوید و گوکن [۸] جریان روی یک کره در شرایط پرواز ذکر شده را با دو فرض سیال پیوسته و ناپیوسته حل کردند و آنها نیز پیوسته بودن سیال در این شرایط را تصدیق کرده‌اند.

در فرض شبه استاتیک، موقعیت سر و بدنه نسبت به یکدیگر در زمان ثابت در نظر گرفته شده و جت سیال تزریق می‌شود تا به حل دائم برسیم. در صورتی که مقیاسهای زمانی حاضر در جریان سیال نسبت به مقیاسهای زمانی حرکت جسم کوچکتر باشند. نتایج به دست آمده از تحلیل شبه استاتیک بسیار دور از واقعیت نخواهد بود. با این وجود همان طور که قبلاً نیز اشاره شد تلاش حاضر را می‌توان به عنوان اولین قدم در راه شناخت پدیده‌های فوق‌الذکر قلمداد کرد.

در این مقاله ابتدا معادلات حاکم به اختصار شرح داده می‌شوند، سپس به روش حل عددی و شرایط مرزی خواهیم پرداخت. روش ایجاد شبکه مختصراً توضیح داده شده و در انتها نتایج به دست آمده از این شبیه سازی ارائه می‌شوند.

شدن سر و بدنه موشک وجود دارد. یکی از روشهای جدایش، استفاده از تزریق جت سیال از اطراف بدنه است. در این روش بعد از آزاد شدن اتصالات نگه دارنده سر و بدنه با تزریق جت در خلاف جهت جریان آزاد توسط نازلهایی که روی بدنه موشک قرار گرفته‌اند، عمل جدایش انجام می‌پذیرد. هدف مقاله حاضر بررسی مدل ساده شده‌ای از این فرایند است.

تحلیل دقیق فرایند جدایش با تزریق جت سیال روی موشک نیازمند حل غیردائمی و سه بعدی جریان به همراه در نظر گرفتن اثر مرزهای متحرک است که فقط با دسترسی به رایانه‌های پر قدرت امکانپذیر است. از طرف دیگر خصوصیات جریان ابرصوتی، کم بودن چگالی در ارتفاعات فوقانی جو و وجود جت تزریق با فشار زیاد بر پیچیدگی تحلیل فوق خواهد افزود. در این مقاله به عنوان اولین قدم در راه شناخت پدیده‌های ذکر شده، جریان ابرصوتی روی یک موشک دو مرحله‌ای در شرایط پرواز ۷۰ کیلومتری از سطح دریا و عدد ماخ ۱۰ به همراه تزریق سیال در فاز جدایش به صورت شبه استاتیک شبیه سازی عددی می‌شود. فرض می‌شود که سیال از اطراف بدنه به صورت تقارن محوری به جریان ابرصوتی تزریق می‌شود. تزریق از دو عدد نازل با زاویه ۲۰ درجه در خلاف جهت حرکت موشک صورت می‌گیرد. عدد ماخ و دمای جت تزریق به ترتیب ۳ و ۹۶۰ کلوین است. نسبت فشار جت به جریان آزاد حدود ۶۳۰۰۰ است.

## ۲- معادلات حاکم بر جریان

معادلات ناویر-استوکس برای سیال تراکم پذیر نادائم با تقریب لایه نازک در شکل بقایی در حالت تقارن محوری به صورت برداری زیر نوشته می شوند

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + S = \text{Re}^{-1} \frac{\partial G_v}{\partial y} \quad (1)$$

که در آن بردارهای  $Q, F, G, G_v$  و  $S$  عبارت اند از

$$Q = \begin{bmatrix} \rho y^m \\ \rho u y^m \\ \rho v y^m \\ e y^m \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u y^m \\ (\rho u^2 + p) y^m \\ \rho u v y^m \\ u(e+p) y^m \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v y^m \\ \rho u v y^m \\ (\rho v^2 + p) y^m \\ v(e+p) y^m \end{bmatrix}$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} y^m \\ \tau_{yy} y^m \\ g_4 y^m \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -p y^m \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_4 = u \tau_{xy} + v \tau_{yx} + \mu \text{Pr}^{-1} (\gamma - 1)^{-1} \partial_y a^2$$

$$\tau_{xy} = \mu u_y$$

$$\tau_{yy} = \frac{4}{3} \mu v_y \quad (2)$$

در معادلات بالا  $m=1$  برای حالت تقارن محوری و  $m=0$  برای حالت دوبعدی اختیار می شود. با توجه به معادلات مربوط به گاز کامل داریم

$$p = \rho RT, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}, \quad a = \sqrt{\gamma RT} \quad (3)$$

و فشار توسط معادلات زیر به متغیرهای دیگر مرتبط می شود

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (4)$$

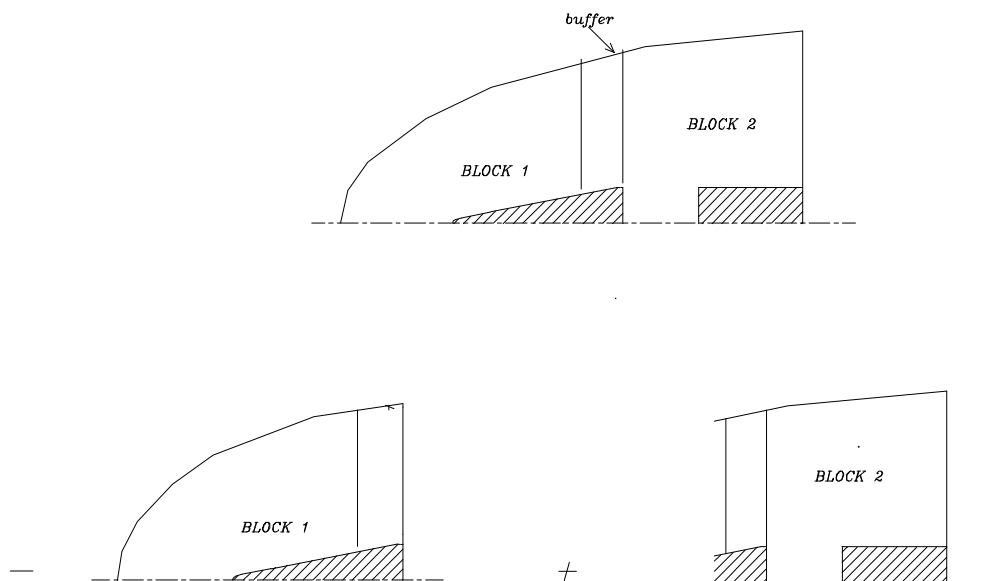
نسبت ظرفیت گرمای ویژه برای هوا  $1/4$  و ثابت در نظر گرفته می شود. در معادلات بالا  $u$  و  $v$  به ترتیب مؤلفه های دکارتی سرعت در جهات  $x$  و  $y$  هستند.  $\rho$  چگالی سیال،  $e$  انرژی داخلی و  $p$  فشار استاتیکی است.  $\mu$  لزجت ملکولی است و هنگامی که جریان متلاطم باشد لزجت متلاطم  $\mu_t$  به آن افزوده می شود. تغییرات لزجت ملکولی نسبت به دما با استفاده از رابطه سادرلند [۹] محاسبه می شود. هر چند در شرایط پرواز ذکر شده چگالی کم بوده و عدد رینولدز پایین است، اما به

واسطه پدیده اختلاط در دهانه خروجی جت و چگالی زیاد جت و نیز ناحیه جدا شده بین سر و بدنه موشک، جریان در این نواحی متلاطم است. برای تقریب اثر اغتشاش از مدل جبری بالدوین-لوماکس استفاده شده است [۱۰].

## ۳- روش حل عددی

برای افزایش قابلیت در تولید شبکه سازمان یافته و با توجه به ماهیت تقریباً سهموی معادلات حاکم در این بررسی، از یک روش پیشروی بلوکها<sup>۱۱</sup> استفاده شده است. در این روش ابتدا ناحیه حل را به دو زیرناحیه سر و حفره - بدنه تقسیم بندی می کنیم. اطلاعات از طریق ناحیه رویهم رفته مطابق شکل (۲) در هر دو زیر ناحیه تبادل می شود. به دلیل عدم تأثیرپذیری جواب از پایین دست جریان در ناحیه نزدیک به دماغه موشک، نیاز به حل کامل جواب در هر دو زیرناحیه به صورت همزمان نیست. بنابراین ابتدا حل در بلوک اول کاملاً همگرا شده و سپس با نگاه داشتن شرایط جریان در ناحیه رویهم رفته با جواب به دست آمده از بلوک اول، جواب را در زیر ناحیه دوم (قسمت حفره-بدنه) به دست خواهیم آورد. این مسئله به تسریع همگرایی جواب کمک بسیاری می کند و بنابراین زمان محاسبات را کاهش می دهد.

در حضور ناپیوستگیهای شدید همانند امواج تراکمی و انبساطی و اندرکنشهای قوی بین آنها، کم بودن چگالی و فشار جریان آزاد و نیز نسبت فشار زیاد جت تزریق شده به محیط، شبیه سازی عددی شارهای جابه جایی مشکلات زیادی پدید خواهد آورد. در بررسی این مسئله از یک روش TVD<sup>۱۱</sup> با دقت مکانی و زمانی مرتبه دوم استفاده شده است. در این روش معادلات ناویر-استوکس در شکل (۱) به دو بخش هذلولوی و سهموی تقسیم می شود [۱۱]. بخش هذلولوی توسط یک روش مرتبه دوم نوع گودنف [۱۲] که به کمک روش تقسیم اپراتورها به دو بعد فضا تعمیم یافته است و بخش سهموی به روش ضمنی ADI با دقت مرتبه دوم مکانی حل می شود. برای بررسی روش بخش هذلولوی معادله (۱) را در نظر



شکل ۲- روش تقسیم بلوکها برای حل میدان جریان

$$x \in [x_{j-1/2}, x_{j+1/2}] \quad (8)$$

۲- حل قوانین بقا به صورت دقیق با شرایط اولیه بالا در هر

سلول در یک گام زمانی کوچک  $t^n < t < t^{n+1}$

۳- متوسط گیری از متغیرها در زمان  $t^{n+1}$  به منظور تعیین  $\bar{U}_j^{n+1}$  توسط معادله (۷).

شرط لازم برای داشتن الگوریتم با دقت مرتبه دوم این است که شبیهی  $S_j^n$  به طور موضعی از اختلافهای طرف چپ و راست متوسط گیری وزنی شوند. از طرف دیگر به منظور اجتناب از نوسانات ناواقعی نیاز به وارد کردن قیدی بر روی مقدار شیب در هر سلول توسط تابع محدودکننده خواهیم داشت. در اغلب محاسبات انجام شده از محدودکننده شیب با اختلاف مرکزی یکنوا شده MCD که توسط فون لیر [۱۴] در روش MUSCL ارائه شده است، استفاده می شود.

$$S_j(a_j, b_j) = \min \left( \frac{a_j + b_j}{2}, 2 \min \text{mod}(a_j, b_j) \right) \quad (9)$$

که در آن  $a_j$  و  $b_j$  اختلافهای راست و چپ هستند و عبارتاند از

$$a_j = \frac{\bar{U}_{j+1}^n - \bar{U}_j^n}{\Delta x}, \quad b_j = \frac{\bar{U}_j^n - \bar{U}_{j-1}^n}{\Delta x} \quad (10)$$

بگیرید که تنها شامل شار جابه جایی در جهت  $x$  است.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

با انتگرال گیری از معادله (۵) روی سلولی در فاصله مکانی

$[x_{j-1/2}, x_{j+1/2}]$  و گام زمانی  $[t^n, t^{n+1}]$  داریم

$$\bar{U}_j^{n+1} = \bar{U}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\hat{F}_{j+1/2} - \hat{F}_{j-1/2}] \quad (6)$$

$\bar{U}_j^n$  متوسط مقدار سلول در زمان  $t^n$  است و  $\hat{F}_{j+1/2}$  مقدار تابع شار عددی است که توسط معادله زیر تعریف می شود.

$$\hat{F}_{j+1/2} = \int_{t^n}^{t^{n+1}} F[U(x_{j+1/2}, t)] dt \quad (7)$$

برای تدوین الگوریتم عددی، شماره های بالا توسط روش مرتبه دوم نوع گودنفر محاسبه می شوند [۱۳]. به کارگیری این روش در سه قدم متمایز زیر انجام می شود (هر چند در عمل قدمهای ۲ و ۳ معمولاً با یکدیگر ادغام می شوند).

۱- بازسازی جواب از مقادیر متوسط سلولی  $\bar{U}_j^n$  در زمان اولیه  $t^n$  تا دقت مرتبه دوم با یک تابع خطی در هر فاصله سلولی

$$U^n(x, t^n) = \bar{U}_j^n + \frac{x - x_j}{2} S_j^n$$

برای

و تابع  $\min \text{mod}$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\min \text{mod}(a, b) = \text{sgn}(a) \cdot \max\{0, \min[|a|, b \text{sgn}(a)]\} \quad (11)$$

برای حفظ دقت مرتبه دوم زمانی در معادله (۷) شار عددی  $\hat{F}_{j+1/2}$  در وسط گام زمانی در مرز مشترک هر سلول به شکل زیر محاسبه می‌شود

$$\hat{F}_{j+1/2} = F_{j+1/2}^R + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\partial F}{\partial t} \right)_{j+1/2}^n \quad (12)$$

که در آن شار  $F_{j+1/2}^R$  جواب مسئله ریمان به دست آمده از مقادیر اولیه متغیرها در مرز مشترک سلولهاست. به دلیل عدم وجود یک جواب بسته برای مسئله ریمان، در نواحی پیوسته جواب از یک حل تقریبی مبتنی بر در نظر گرفتن دو موج اکوستیک خطی استفاده می‌شود. با این وجود در نواحی ناپیوسته الگوریتم از حل دقیق مسئله ریمان استفاده خواهد کرد. در این صورت استفاده از حل تقریبی به عنوان یک تخمین اولین همگرایی را تسریع خواهد کرد. همچنین در صورت عدم همگرایی حل دقیق به دلیل وجود انبساطهای بسیار شدید از جواب تقریبی روش HLL [15] استفاده خواهد شد. مشتقهای

زمانی  $\frac{\partial F}{\partial t}$  توسط یک رابطه بسته که توسط بن و آرتزی [13] ارائه شده است، محاسبه می‌شوند. حال اگر  $L_x^{\Delta t}$  و  $L_y^{\Delta t}$  عملگرهایی باشند که بخش هذلولی جواب را به ترتیب در جهتهای  $x$  و  $y$  تکامل می‌دهند و همچنین  $L_{yv}^{\Delta t}$  عملگری باشد که بخش سهموی جواب را در زمان تکامل دهد، آن گاه برای به دست آوردن دقت مرتبه دوم عملگرهای تقسیم شده فوق برای معادلات TLNS، به صورت زیر به کار گرفته خواهند شد.

$$\bar{U}_{j,k}^{n+1} = L_{yv}^{\Delta t/2} L_y^{\Delta t/2} L_x^{\Delta t} L_y^{\Delta t/2} L_{yv}^{\Delta t/2} \bar{U}_{j,k}^n \quad (13)$$

که برای نمونه  $L_x^{\Delta t} \bar{U}_{j,k}^n$  عبارت است از

$$L_x^{\Delta t} \bar{U}_{j,k}^n = \bar{U}_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\hat{F}_{j+1/2,k} - \hat{F}_{j-1/2,k}] \quad (14)$$

این نحوه تقسیم اپراتورها دقت مرتبه دوم جواب را در فضا و مکان تضمین خواهد کرد. در عمل از گامهای زمانی ترکیبی برای کاهش تقسیمات استفاده می‌شود.

#### ۴- شرایط مرزی

شرط عدم لغزش برای جریان لزج روی سطوح جامد اعمال شده است. همچنین در این سطوح گرادیان فشار و چگالی صفر در نظر گرفته شده‌اند. از شرط مرزی بی‌دررو<sup>۱۲</sup> برای معادله انرژی بر روی این سطوح استفاده می‌شود. از آنجایی که جریان فراصوتی است، جریان ورودی همواره در شرط ثابت جریان آزاد با عدد ماخ جریان آزاد  $M_\infty = 10$  و ارتفاع ۷۰ کیلومتری از سطح دریا قرار می‌گیرد. جریان خروجی نیز غالباً فراصوتی است، بنابراین برونیابی مرتبه صفر کافی است. بر روی محور تقارن شرط انعکاسی قرار داده شده است. با توجه به ارتفاع پرواز و هندسه سطح مقطع گلوگاه نازل، عملکرد نازل به صورت یک جت با انبساط ناقص است. در این صورت می‌توان فشار، چگالی و سرعت خروجی از دهنه نازلها را به صورت یک شرط مرزی دیریکه در نظر گرفت.

#### ۵- شبکه میدان حل

برای ایجاد شبکه روی جسم از روش جبری ایسمن [۱۶] استفاده شده است. در این روش علاوه بر سطوح مرزی شبکه چند سطح کنترل بین آنها اختیار می‌شوند. برای این منظور مطابق شکل (۳) دو سطح در نزدیکی سطوح مرزی انتخاب شده و از تابع چندجمله‌ای درجه سوم زیر برای درونیابی نقاط داخلی استفاده می‌شود.

$$P(r, t) = (1-r)^2 [1-a_1 r] \bar{P}_1(t) + (a_1+2)(1-r^2) r \bar{P}_2(t) + r^2 [1-a_2(1-r)] \bar{P}_4(t) + (a_2+2)r^2(1-r) \bar{P}_2(t) \quad (15)$$

که در آن

$$a_2 = \frac{2}{3r_2-1}, \quad a_1 = \frac{2}{3(1-r_2)-1}$$

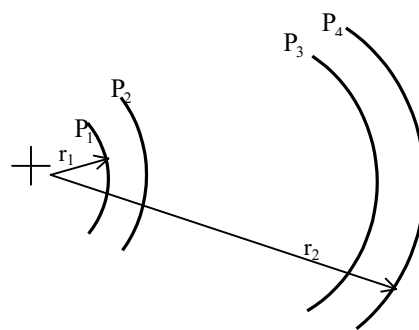
$$0 = r_1 < r_2 < r_3 < r_4 = 1$$

$r$  یک پارامتر بین صفر و یک در جهت عمود بر سطوح  $P_1$  تا  $P_4$  است. منحنیهای  $P_1$  و  $P_4$  به ترتیب مرزهای داخلی و خارجی  $P_2$  و  $P_3$  دو سطح کنترل کننده بین آنهاست. انتخاب منحنیهای  $P_2$  و  $P_3$  تأثیر زیادی در کیفیت شبکه دارند. برای انتخاب آنها

## ۶- بررسی نتایج

به منظور تأیید و تصدیق الگوریتم به کار برده شده، در ابتدا تزریق یک جت در شرایط سونیک و به صورت عمودی به یک جریان پایه فراصوتی متلاطم از روی صفحه تخت مورد بررسی قرار گرفته است [۱۷]. مقایسه نتایج به دست آمده از این بررسی با نتایج تجربی تطابق خوبی را بین آزمایش و محاسبه نشان می‌دهد [۱۷]. سپس جریان روی موشک به همراه تزریق سیال در حالت متصل بررسی شده است. عدد ماخ پرواز ۱۰ و ارتفاع پرواز ۷۰ کیلومتر از سطح دریا در این محاسبات در نظر گرفته شد. خطوط همتراز فشار و عدد ماخ روی جسم در حالت سر و بدنه متصل (بدون ناحیه حفره) به همراه تزریق سیال در شکل (۵) نشان داده شده است. فشار در نوک سرجنگی حدود ۱۱/۹ برابر فشار جریان آزاد به دست آمده است که با نتایج تحلیلی تطابق دارد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود حضور جت سیال موجب تغییرات زیادی در آرایش جریان نسبت به حالت بدون تزریق می‌شود و بنابراین تغییرات زیادی را در نیروها و ممانهای وارد بر جسم ایجاد می‌کند. در شکل (۵) موج ضربه‌ای خمیده جت، موج ضربه‌ای خمیده جسم و موج ضربه‌ای جدایش مشهودند. مشاهده می‌شود که تنها بخش کوچکی از موج ضربه‌ای جسم در حوالی دماغه بدون تغییر باقی ماده است. تغییرات فشار و چگالی در خروجی نازل باعث تشکیل یک دیسک ماخ<sup>۱۳</sup> در جلوی آن شده است که نشان دهنده انبساط سریع در این ناحیه است. با توجه به فشار زیاد جت تزریق شده از خطوط همتراز عدد ماخ کاملاً مشخص است که عمق نفوذ جت بیشتر از ۱/۱ برابر قطر موشک است. از آنجایی که جریان جت دارای یک مؤلفه مخالف با جهت جریان اصلی است، یک موج ضربه‌ای نزدیک نازل تشکیل شده است. این موج ضربه‌ای باعث تغییر جهت حرکت سیال از جریان اصلی به جریان جت شده و قدرت آن کم است.

خطوط همتراز فشار روی موشک در فاز جدایش برای فواصل سر و بدنه  $d, 0.5d, 2d$  و  $4d$  در شکل (۶) رسم شده



شکل ۳- نحوه انتخاب سطوح کنترل برای تولید شبکه

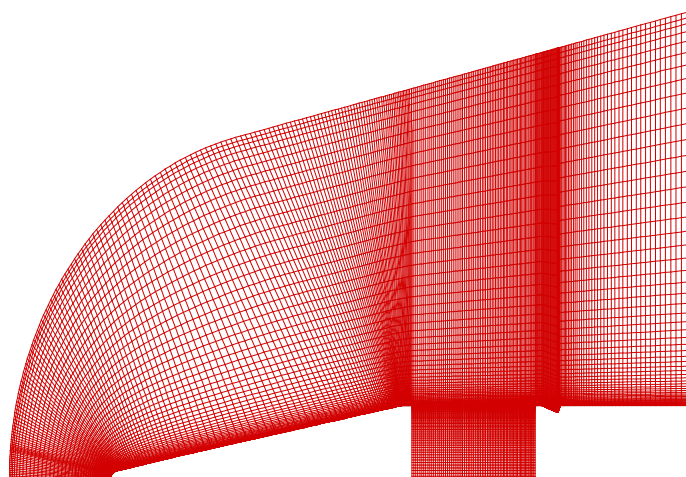
مقادیر  $S_1$  و  $S_2$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$S_1 = (\bar{P}_2 - \bar{P}_1) \bar{\tau} \quad , \quad S_2 = (\bar{P}_4 - \bar{P}_3) \bar{\tau} \quad (16)$$

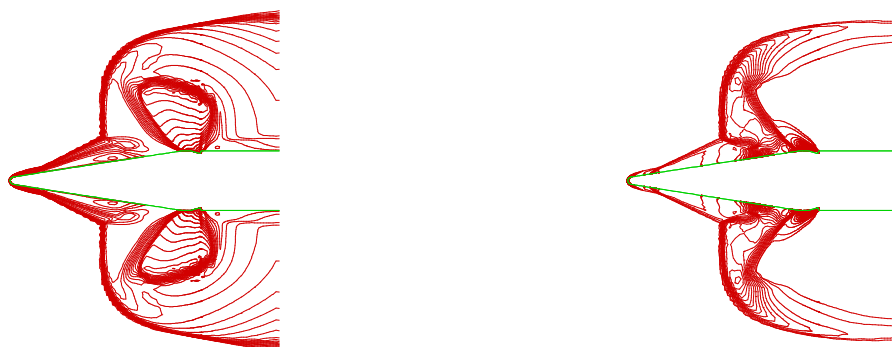
$$\bar{\tau} = \frac{\bar{P}_4 - \bar{P}_1}{|\bar{P}_4 - \bar{P}_1|}$$

$S_1$  و  $S_2$  تصاویر بردارهای  $\bar{P}_2 - \bar{P}_1$  و  $\bar{P}_4 - \bar{P}_3$  روی بردار ایجاد شده توسط اتصال دو نقطه مرزی اند. برای سطوح با اعوجاج کم مقادیر  $S_1$  و  $S_2$  به ترتیب ۰/۱ و ۰/۹ پیشنهاد می‌شوند. علاوه بر انتخاب منحنیهای  $P_2$  و  $P_3$  توزیع نقاط روی آنها نیز مهم است. معمولاً این نقاط طوری انتخاب می‌شوند که حالت تعامد خطوط شبکه در سطوح مرزی رعایت شود. بنابراین منحنی  $P_2$  نزدیک منحنی مرزی  $P_1$  و منحنی  $P_3$  نزدیک مرز  $P_4$  انتخاب می‌شود.

این روش برای هندسه با اعوجاج زیاد سطح مناسب نیست و موجب تداخل خطوط شبکه می‌شود. در شکل (۴) شبکه میدان حل روی سرجنگی با ۱۸۰ گره در امتداد بدنه و ۸۰ گره در جهت عمود بر آن نشان داده شده است. خطوط شبکه در جهت عمود بر سطح و در نقاط ابتدایی و انتهایی حفره تمرکز یافته‌اند. همچنین در حوالی نازلها خطوط شبکه فشرده شده‌اند.  $\Delta y_{\min} / d = 0.001$  (d قطر موشک) انتخاب شده است. در این حالت فاصله سر از بدنه  $d$  و داخل حفره ۵۰ گره در راستای جریان و ۲۰ گره عمود بر آن قرار داده شده است. تعداد گره روی شکل هندسی نازل ۴۰ و در دهنه نازل ۱۰ عدد است.



شکل ۴- شبکه میدان حل



خطوط همتراز عدد ماخ

خطوط همتراز فشار

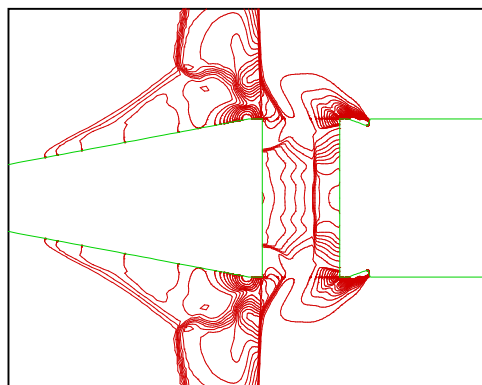
شکل ۵- خطوط همتراز فشار و عدد ماخ روی موشک در حالت متصل

ضربه‌ای تقریباً عمودی داخل حفره نزدیک بدنه تشکیل می‌شود (برای فاصله  $d$ ). این موج ضربه‌ای با افزایش فاصله بین سر و بدنه (فاصله  $2d$ ) به شکل یک موج ضربه‌ای خمیده درآمده و از قدرت آن کاسته شده است، زیرا تحت تأثیر دنباله<sup>۱۴</sup> سرچنگی قرار گرفته است.

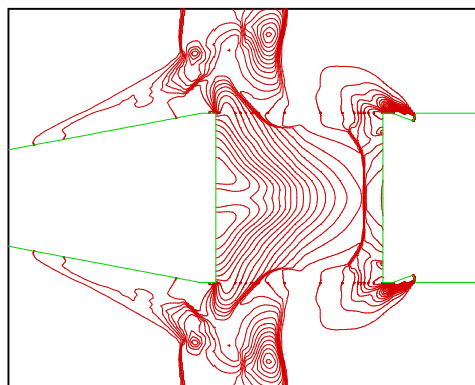
بردارهای سرعت داخل حفره بین سرچنگی و بدنه برای فواصل سر و بدنه  $d, 0.5d, 2d$  و  $4d$  در شکل (۷) نشان داده شده‌اند. لایه برشی قسمت بالای حفره و نواحی برگشتی جریان روی شکل کاملاً مشخص‌اند. جریان چرخشی نسبتاً ضعیفی در فاصله سر و بدنه  $0.5d$  وجود دارد. با افزایش فاصله سر از بدنه

است. برای مدل کردن تلاطم در فاصله حفره بین سر و بدنه، پارامتر طول اختلاط از محور لایه برشی آزاد در پشت سرچنگی اندازه‌گیری می‌شود. موج ضربه‌ای خمیده جسم، موج ضربه‌ای خمیده جت و موج ضربه‌ای جدایش در کلیه شکلها کاملاً مشخص هستند، اما اندازه و شکل آنها تحت تأثیر فاصله بین سر و بدنه قرار گرفته است. با افزایش فاصله بین سر و بدنه ناحیه چرخشی بالادست نازل کوچکتر شده است، به همین ترتیب طول موج ضربه‌ای جدایش که حاصل تداخل جریان اصلی با ناحیه جریان برگشتی است با افزایش فاصله بین سر و بدنه کاهش یافته است. با افزایش ناحیه بین سر و بدنه یک موج

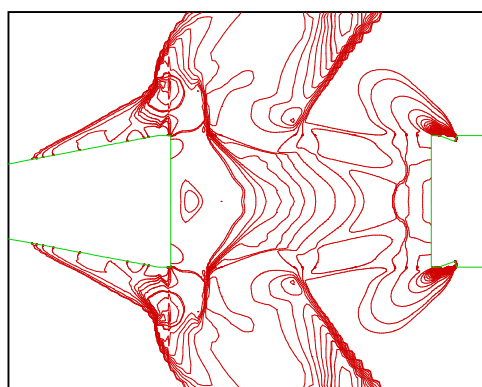




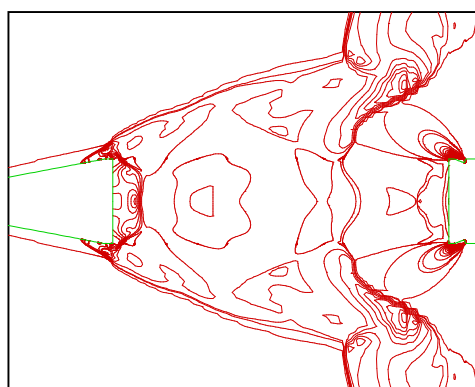
$xsep=d$



$xsep=2d$



$xsep=4d$



شکل ۶- خطوط همتراز فشار در فواصل مختلف سر و بدنه

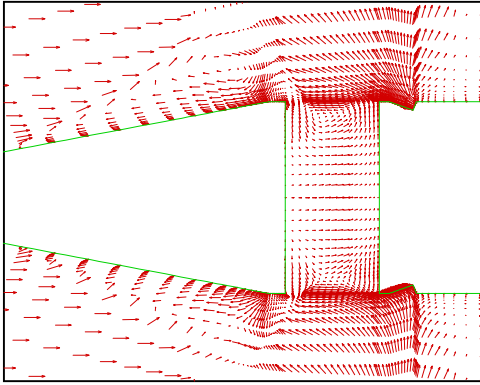
نسبت فشار بسیار زیاد جت تزریق به جریان آزاد است. در شکل مشاهده می‌شود که بخش اعظم سطح تحت توزیع فشار حاصل از جریان جت قرار گرفته است و فشار سطح در بعضی نقاط بیش از ۱۰ برابر حالت بدون تزریق رسیده است. واضح است که با افزایش فاصله سر و بدنه توزیع فشار بر روی سطح تغییر می‌کند.

در شکل (۹) ضریب نیروی پسا روی سرجنگی به ازای فواصل مختلف سر و بدنه ترسیم شده است. در فواصل سر و بدنه کم فشار داخل حفره کم بوده و در نتیجه نیروی پسا زیاد است. مشاهده می‌شود که در ابتدا نیروی پسا خلاف جهت حرکت سرجنگی است. با افزایش سر و بدنه جریان جت و جریان آزاد به داخل حفره نفوذ کرده و جریانهای چرخشی و

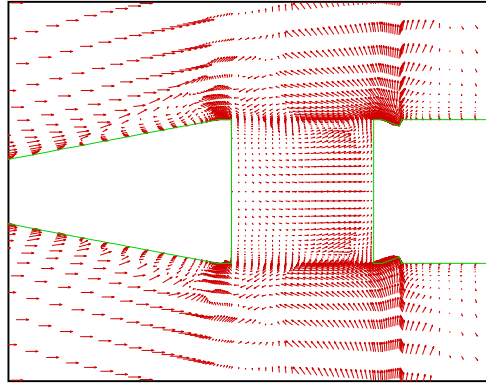
تبادل جرم بین جریان داخل حفره با جریان خارجی جت و جریان آزاد آرایش جریان داخل حفره به طرز پیچیده‌ای تغییر می‌کند.

توزیع فشار روی سطح سرجنگی در شکل (۸) برای حالت متصل بدون تزریق و حالت جدا شده با تزریق در فواصل سر و بدنه  $0.5d$ ،  $d$ ،  $2d$  و  $4d$  رسم شده است. ماکزیمم فشاری در نوک سرجنگی برای تمام حالتها وجود دارد که مربوط به نقطه سکون در دماغه موشک است. اگر تزریق وجود نداشته باشد، فشار روی سطح سریعاً از فشار سکون کاهش یافته تا آن که به مقدار ثابتی میل می‌کند، اما تزریق جت سیال باعث تغییر زیادی در توزیع فشار روی سطح می‌شود. مشاهده می‌شود که یک پیک شدید فشار نیز در موقعیت نازل قرار دارد که به دلیل

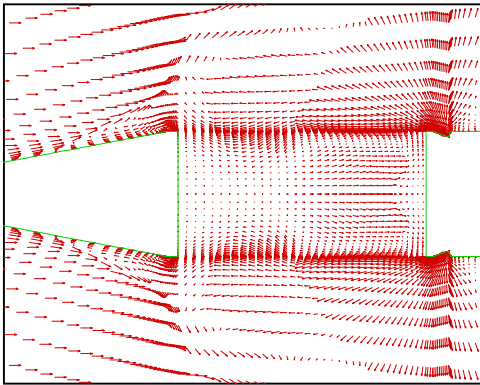
$x_{sep}=0.2d$



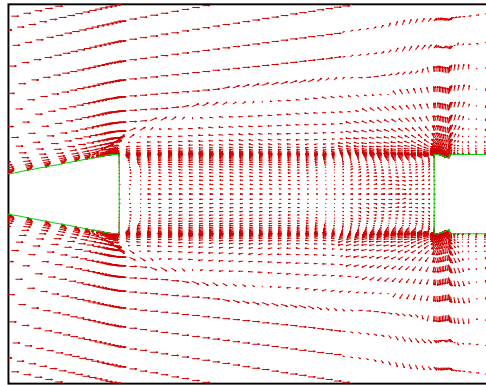
$x_{sep}=d$



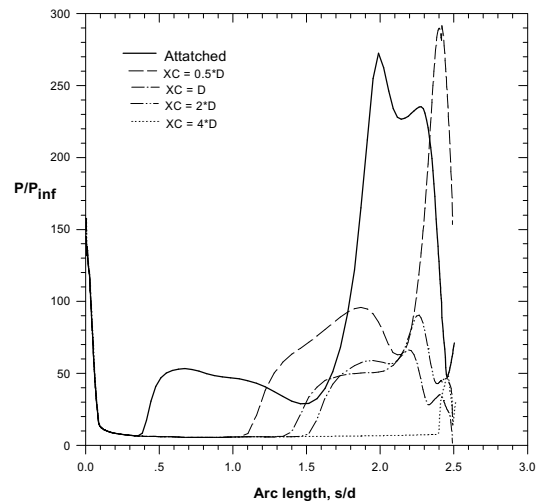
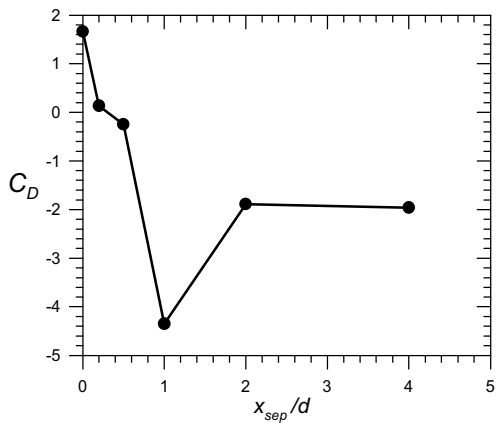
$x_{sep}=2d$



$x_{sep}=4d$



شکل ۷- بردارهای سرعت در فواصل مختلف سر و بدنه



شکل ۸- توزیع فشار بر روی سطح سرجنگی برای حالت متصل و فواصل مختلف سر و بدنه  
شکل ۹- ضریب نیروی مقاوم روی سرجنگی در فواصل مختلف سر و بدنه

فاصله سر و بدنه به دلیل افزایش نیروهای فشاری حاصل از جت در پشت سرجنگی، سرجنگی در راستای حرکت خود شتاب می‌گیرد. با افزایش فاصله سر و بدنه این نیرو کاسته شده و در جهت خلاف حرکت موشک خواهد شد. این تغییرات سریع در نیروهای آیرودینامیکی کنترل حرکت موشک را دشوار می‌سازد. هر چند تحلیل جریان تقارن محوری می‌تواند تا حدودی خصوصیات کیفی جریان را تعیین کند، اما به دلیل اهمیت نیروهای آیرودینامیکی در لحظه جدایش، تحلیل سه‌بعدی و نادانمی بر روی موشک لازم به نظر می‌رسد.

### قدردانی

این تحقیق با پشتیبانی مجتمع صنعتی شهید همت در پژوهشکده علوم دریایی دانشگاه صنعتی اصفهان انجام شده است. نگارندگان از همکاری این دو مؤسسه کمال تشکر و قدردانی را دارند. همچنین از زحمات آقای دکتر مهدی کشمیری که در انجام این پروژه ما را یاری کردند سپاسگزاریم.

1. missile staging
2. supersonic
3. hypersonic
4. cavity
5. blunt body

6. body bow shock
7. jet bow shock
8. separation shock
9. reward-facing step
10. block marching

11. total variations diminishing
12. adiabatic
13. Mach disk
14. wake

### واژه نامه

### مراجع

1. Brandeis, J., and Gill, J., "Experimental Investigation of Side-Jet Steering for Supersonic and Hypersonic Missiles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 3, pp. 346-352, 1996.
2. Brandies, J., and Gill, J., "Experimental Investigation of Super and Hypersonic Jet Interaction on Missile Configurations," *Journal of Spacecraft and rockets*, Vol. 35, No. 3, pp. 296-302, 1998.
3. Spaid, F. W., "A Study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flow," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 2, pp. 205-211, 1968.
4. Spaid, F. W., "Two-Dimensional Jet Interaction Studies at Large Values of Reynolds and Mach

امواج ضربه‌ای پیچیده‌ای را در ناحیه حفره ایجاد می‌کند، شکل (۶). تغییرات آرایش جریان موجب افزایش فشار در پشت سرجنگی شده و در نتیجه نیروی پسا کاهش می‌یابد. بنابراین به دلیل منفی شدن نیروی پسا، سرجنگی در جهت حرکت موشک شتاب می‌گیرد. بدیهی است که در فواصل سر و بدنه زیاد جریان داخل حفره مانند جریان دنباله پشت جسم شده و در نتیجه نیروی مقاوم تغییرات کمی داشته و خلاف جهت حرکت موشک می‌شود.

### ۷- جمع‌بندی

جریان تقارن محوری روی موشک در حالت جدا شده و شبه استاتیک به همراه تزریق جت شبیه سازی عددی شد. نتایج نشان دادند که مرتبه تغییرات فشار بر روی سطح جسم و دیواره‌های پشت سرجنگی بسیار بیشتر از فشار جریان آزاد است. در ابتدا که فاصله سر و بدنه کم است، نیروی مقاوم وارد بر موشک در خلاف جهت حرکت آن است، اما با افزایش

- Numbers," *AIAA Journal*, Vol. 133, No. 11, pp. 1430-1434, 1975.
5. Rosenbaum, H., Siegelman, D., and Boger, R. C., "Flow Field Interactions Induced by Massive Lateral Injection," *AIAA Journal*, Vol. 13, No. 11, pp. 1441-1447, 1975.
6. Chenault, C. F., and Beran, P., "k-ε and Reynolds Stress Turbulence Model Comparisons for Two-Dimensional Injection Flows," *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 8, pp. 1401-1432, 1998.
7. Anderson, J. D., *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*, McGraw-Hill Book Company, 1989.
8. Boyd, D. B., and Gokcen, T., "Computation of Axisymmetric and Ionized Hypersonic Flows Using

- Particle and Continuum Methods," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 9, pp. 1828-1835, 1994.
9. Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill, Newyork, pp. 327-339, pp. 60-63, 1979.
  10. Baldwin, B. S., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow," *AIAA Paper*, pp. 78-257, 1978.
  11. Yee, H. C., Warming, R. F., and Harten, A., "Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 57, 1985.
  12. Yanenko, N. N., and Kovenja, V. M., *The Splitting Method for the Numerical Solution of Gas Dynamics, Numerical Method in Fluid Dynamics*, MIR Publisher, 1984.
  13. Ben-Artizi, M., and Falcowitz, J., "A Second-Order Godonov-Type Scheme for Compressible Fluid Dynamics," *Journal of Computational Physics*, Vol. 55, 1984.
  14. Van Leer, B., "Toward the Ultimate Conservative Difference Schemes V, a Second-Order Sequel to Godonov's Method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, 1979.
  15. Einfeldt, B., "On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, No. 2, 1988.
  16. Eiseman, P. R., "A Multi-Surface Method of Coordinate Generation," *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 118-150, 1970.
  17. Pischevar, A., and Ahmadikia, H., "On Credibility of an Algebraic Turbulence Model in Predicting Two-Dimensional Injection Flow," Accepted in Iranian Journal of Science and Technology.