

## اثر پارامترهای بی‌بعد در چرخش داخلی قطره دوبعدی در جریان دوفازی

محمدحسن رحیمیان\* و محمد فرشچی\*\*

گروه مکانیک دانشکده فنی، دانشگاه تهران  
دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۷۹/۲/۴ - دریافت نسخه نهایی: ۸۰/۱۲/۵)

**چکیده** - این مقاله نتایج شبیه سازی چگونگی جریان در داخل و خارج قطره‌ای که توسط جریان سیال اطراف به در حرکت آمده است را ارائه می‌کند. به علت تغییر شکل و محل قطره، کلیه محاسبات یک جریان دوفازی در محدوده عدد ماخ پایین به صورت دقیق نسبت به زمان محاسبه می‌شود. میدان جریان داخل و خارج قطره در دو حالت بررسی شده است. اول قطره‌ای که به علت حرکت سیال اطراف به حرکت در می‌آید، و به آن قطره همراه جریان می‌گویند. دوم قطره‌ای که به علت نیروی مانند نیروی ثقل در سیال ساکن در حال حرکت بوده و در واقع در مقابل جریان مقاومت می‌کند، و به آن قطره مقابل جریان می‌گویند. در این مقاله نشان داده شده است که عامل اصلی چرخش در داخل قطره وجود تنش برشی، که خود ناشی از اختلاف سرعت قطره با جریان اطراف است، خواهد بود. در قطره مقابل جریان که نیروی برشی مداوم بر روی سطح قطره اعمال می‌شود، گردابه کاملاً بزرگی ایجاد خواهد شد به طوری که میدان جریان گاز اطراف را نیز متأثر کرده و نقطه جدایش کاملاً به تعویق می‌افتد. لیکن در قطره همراه جریان ابتدا به علت وجود تنش برشی چرخش ایجاد شده و سپس از بین می‌رود. عوامل موثر در میرایی چرخش نیروی لزجت و تغییر شکل هستند. با کم شدن عدد رینولدز گاز و مایع نیروی لزجت زیاد شده و چرخش با سرعت بیشتری میرا خواهد شد. از طرف دیگر با افزایش عدد وبر تغییر شکل افزایش یافته و چرخش داخل قطره را از بین می‌برد.

واژگان کلیدی: حل عددی، جریان دوفازی، حرکت قطره، چرخش داخلی قطره

## Effect of Nondimensional Parameters On the Internal Circulation of a Liquid Drop Moving with the Surrounding Gas

M. H. Rahimian and M. Farshchi

Department of Mechanical Engineering, University of Tehran  
Department of Aerospace, Sharif University of Technology

**Abstract:** *The internal flow circulation dynamics of a liquid drop moving in a co- or counter-flowing gas stream has been numerically studied. The present work is concerned with the time accurate numerical solution of the two phase flow field at the low Mach number limit with an appropriate volume tracking method to capture motion and deformation of a liquid drop. It is shown that relative velocity between gas and liquid and the parameters controlling the deformation of the drop have the strongest influence on its internal circulation, too. The effects of the liquid Weber number, ranging from 8 to 32, and of gas stream Reynolds number, ranging from 1 to 20 are studied. It was revealed that the largest and the most lasting internal circulation are observed in drops with small deformation in high Reynolds number gas streams. In the case of counter-flowing gas stream, there is a strong internal circulation inside the liquid drop. The locations of the gas separation points on the drop are strongly influenced by the internal circulation of the drop, resulting in a complex wake dynamics.*

**Keywords:** *Numerical solution, Two phase flow, Moving droplet, Droplet internal circulation*

\*\* - دانشیار

\* - استادیار

قطره می‌شود. این تنش موجب به تعویق افتادن چرخش داخل قطره خواهد شد. لازم به ذکر است که بر اساس این نظریه، گرادیان کشش سطحی فقط در قطرات و حبابهای ریز به وجود می‌آید زیرا نیروی کشش سطحی با عکس شعاع قطره و حباب متناسب است. البته این نظریه بیان می‌کند که کلیه قطرات چه ریز و چه درشت بالاخره دارای چرخش داخلی خواهند بود، در صورتی که از مواد آلوده کننده سطحی خالی باشند.

با توجه به مطالب فوق و اینکه چگونگی جریان در داخل قطره خصوصاً در قطرات ریز به آسانی ممکن نیست، لذا نویسندگان بر آن شدند که با استفاده از روش عددی میدان جریان در داخل قطره را مشاهده کنند. به همین دلیل روشی مناسب برای حل جریان دوفازی به نام حجم سیال همراه با روشی برای مشاهده سطح مشترک دو سیال که توسط اشگریز و پو [۱۰] ارائه شده به کار رفته است. به منظور انتقال سرعت و فشار در قسمت فصل مشترک دو سیال بالانس تنش برشی و تنش عمودی صورت گرفته است. روش عددی به کار رفته از نظر زمانی کاملاً ضمنی است و در دو مرحله حل میدان جریان صورت گرفته است. پس از مقدمه معادلات حاکم همراه با شرایط مرزی ارائه شده و سپس روش عددی حل جریان همراه با چگونگی مشاهده تغییر شکل و بالاخره نتایج به دست آمده از چرخش داخل قطره در اعداد رینولدز و اعداد وبر مختلف ارائه خواهد شد.

## ۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

معادلات حاکم بر میدان سیال شامل معادله پیوستگی و ممتنم است. برای مشاهده حرکت قطره لازم است این معادلات در دو فاز مایع و گاز به کار برده شوند. همچنین در فصل مشترک دو میدان، شرایط مرزی تساوی تنش و سرعت به صورت بی‌بعد به کار رفته است. برای بی‌بعد کردن معادلات حاکم قطر قطره تغییر شکل نیافته به عنوان مقیاس طول، سرعت یکنواخت ورودی  $U_0$  به عنوان سرعت مرجع،  $\rho_0 U_0^2$  به عنوان فشار مرجع و  $\rho_0$  به عنوان دانسیته گاز به کار رفته است.

وجود چرخش و گردابه در داخل قطره‌ای که سیال دیگری در حال حرکت است از جمله مسائلی است که نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. وجود چرخش می‌تواند موجب افزایش انتقال گرما، نرخ تبخیر و انتقال جرم شود و بدین وسیله در حل شدن مواد و مخلوط شدن سیالات، در یکدیگر تاثیر داشته باشند. کارهای عددی و تحلیلی زیادی تاکنون در این زمینه انجام شده است. چرخش داخل قطره با استفاده از روشهای مختلف در مرجع [۱] مشاهده شده است و تصویر گردابه‌ها به خوبی نمایشگر وجود چرخش در داخل این گونه قطرات است. خطوط جریان از نظر کیفی با حل‌های تحلیلی تطابق دارد، لیکن از نظر کمی به علت وجود آلوده‌کننده‌های سطحی این تطابق امکانپذیر نبوده است. لیکن عده‌ای از پژوهشگران این چرخش در داخل قطره را مشاهده نکرده‌اند. باند و نیوتن [۲] مشاهده کردند که قطرات و حبابهای کوچک دارای چرخش داخلی نیستند و فقط چرخش داخل قطره زمانی به وجود می‌آید که عدد ایوت  $E_0 = g \Delta \rho d_e^2 / \gamma$  از عدد چهار بزرگتر باشد. در اینجا  $g$  شتاب ثقل  $\Delta \rho$  اختلاف دانسیته دو سیال،  $d_e$  قطر معادل قطره و  $\gamma$  کشش سطحی است. این معیار به نام معیار باند شناخته شده است. لیکن آزمایشات بعدی [۳-۸] نشان داد که معیار باند همیشه کارساز نیست. کلیف و همکاران به نقل از بوزینسک [۱] اظهار داشتند که عدم وجود چرخش در داخل قطره و حباب به علت وجود لایه‌ای است که به صورت یک پوسته لزج عمل می‌کند. مهمترین دلیل برای عدم وجود چرخش داخل قطرات و حبابهای ریز توسط فرامکلین و لویچ [۹ و ۱۰] ارائه شده. آنها اظهار داشتند که با حرکت یک قطره در داخل سیالی دیگر مواد آلوده کننده که معمولاً در سطح قطره و یا حباب جمع می‌شوند از طرف جلو به طرف عقب قطره جاروب شده و قسمت جلو بدون مواد آلوده کننده باقی می‌ماند. گرادیان تمرکز مواد آلوده کننده موجب گرادبان کشش سطحی بر روی سطح قطره و حباب خواهد شد که به نوبه خود موجب ایجاد تنش مماسی در سطح

فاز گاز:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla P + \text{Re}_g^{-1} \nabla^2 \vec{V} \quad (2)$$

$$\text{B.C.} \left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \hat{\vec{V}} \quad \text{at drop interface} \\ \vec{V} \rightarrow \hat{e}_e \quad \text{as } \vec{r} \rightarrow \infty \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\text{B.C.} \left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \hat{\vec{V}} \quad \text{at drop interface} \\ \vec{V} \rightarrow \hat{e}_e \quad \text{as } \vec{r} \rightarrow \infty \end{array} \right. \quad (4)$$

فاز مایع:

$$\nabla \cdot \hat{\vec{V}} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \hat{\vec{V}}}{\partial t} + \hat{\vec{V}} \cdot \nabla \hat{\vec{V}} = -\frac{1}{\zeta} \nabla \hat{P} + \text{Re}_{g1}^{-1} \nabla^2 \hat{\vec{V}} \quad (6)$$

$$\text{B.C.} \left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \hat{\vec{V}} \quad \text{at drop interface} \\ \left( \frac{\vec{T}}{\hat{T}} - \frac{\hat{\vec{T}}}{\vec{T}} \right) \cdot \vec{n} = \frac{\zeta}{\text{We}} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \vec{n} \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\text{B.C.} \left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \hat{\vec{V}} \quad \text{at drop interface} \\ \left( \frac{\vec{T}}{\hat{T}} - \frac{\hat{\vec{T}}}{\vec{T}} \right) \cdot \vec{n} = \frac{\zeta}{\text{We}} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \vec{n} \end{array} \right. \quad (8)$$

که  $\vec{r}$  فاصله از سطح قطره،  $\hat{e}_x$  بردار واحد در جهت  $x$  و  $\vec{T}$  تانسور تنش بدون بعد در سطح قطره در طرف گاز است و به صورت زیر تعریف می شود

$$\vec{T} = -P\vec{I} + \text{Re}_g^{-1} (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T) \quad (9)$$

و  $\hat{\vec{T}}$  تانسور تنش بدون بعد در سطح قطره در طرف مایع بوده و به صورت زیر تعریف می شود

$$\hat{\vec{T}} = -P\vec{I} + \text{Re}_{g1}^{-1} (\nabla \hat{\vec{V}} + \nabla \hat{\vec{V}}^T) \quad (10)$$

$\vec{T}$  تانسور واحد و  $\vec{n}$  بردار واحد عمود بر سطح است و علامت آن هرگاه به سمت خارج قطره اشاره کند مثبت است.  $R_1$  و  $R_2$  شعاع بدون بعد انحناهای سطح قطره در دو سطح عمود بر هم که فصل مشترک آن دو بردار  $\vec{n}$  است. علامت  $R_1$  و  $R_2$  هرگاه مرکز آن در داخل قطره باشد مثبت و گرنه منفی است. چهار گروه بی بعد در حرکت قطره در داخل سیال اطراف مطرح

است این چهار گروه عبارتند از  $\text{We} = \frac{\rho_1 U_0^2 d}{\gamma}$

$$\zeta = \frac{\rho_1}{\rho_g} \text{ و } \text{Re}_g = \frac{\rho_g U_0 d}{\mu_g}, \text{Re}_1 = \frac{\rho_1 U_0 d}{\mu_1}$$

سطحی قطره و زیرنویس  $l$  و  $g$  به ترتیب به خصوصیات مایع و گاز اشاره دارد. بالانویس  $\wedge$  به متغیرهای بدون بعد مایع اشاره می کند در حالی که متغیرهای بدون بعد گاز بدون بالانویس هستند.

در اینجا به علت محدودیتهای حافظه و سرعت رایانه ای به قطره دوبعدی پرداخته می شود. بسط روش مذکور به یک سیستم سه بعدی آسان است. بنابراین کلیه معادلات در سیستم مختصات کارترین دوبعدی نوشته می شود. در فضای دوبعدی یکی از شعاعهای انحنای سطح به بینهایت میل می کند و بنابراین تنها یکی از شعاعهای  $R_1$  و  $R_2$  باقی می ماند و شعاع محلی سطح قطره به صورت زیر در می آید.

$$\frac{1}{R} = \frac{|Y_{xx}|}{(1 + Y_x^2)} \quad (11)$$

در این معادله سطح قطره با معادله پارامتری  $Y(x)$  نشان داده می شود. معادله (۸) نشان دهنده پیوستگی تنشها در سطح قطره است. شرط پیوستگی تنش مماسی توسط معادله زیر نشان داده شده است.

$$\zeta \text{Re}_1^{-1} \frac{\partial \hat{\vec{V}}_t}{\partial n} = \text{Re}_g^{-1} \frac{\partial \vec{V}_t}{\partial n} \quad (12)$$

و شرط پیوستگی تنش عمودی توسط معادله زیر ارائه شده است.

$$\hat{P} - 2\zeta \text{Re}_1^{-1} \frac{\partial \hat{\vec{V}}_t}{\partial n} = P - 2\text{Re}_g^{-1} \frac{\partial \vec{V}_t}{\partial n} + \frac{\zeta}{\text{We}} R^{-1} \quad (13)$$

ضرایب تنش عمودی لزج در جریان با محدوده عدد رینولدز بالا در مقایسه با فشار ناچیز و قابل اغماض است.

از آنجا که در معادلات حاکم بر میدان تک فازی تنها گرادیان فشار مورد نیاز است بنابراین به محاسبه مقدار مطلق فشار نیازی نیست. در حالی که در یک میدان دوفازی که فاز دوم آن یک قطره است میدان فشار و سرعت در داخل قطره توسط تنشها و فشار در طرف گاز تعیین می شود. بنابراین به دست آوردن مقدار فشار در سطح قطره ضروری است. به منظور به دست آوردن فشار و سرعت در سطح قطره ابتدا میدان گاز حل شده و سرعت و فشار در سطح قطره به عنوان شرط مرزی برای حل میدان مایع به کار می رود. با استفاده از این شرط مرزی میدان مایع حل شده و با یک سری تکرار میدانهای سرعت و فشار همگرا خواهد شد. با همگرا شدن سرعت و فشار در یک مرحله زمانی تغییر شکل قطره به دست می آید.

### ۳- روش حل میدان جریان با عدد ماخ پایین

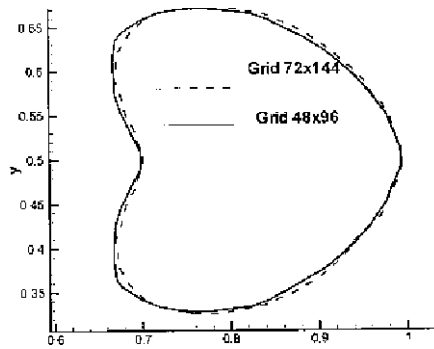
یکی از مشکلات مهم در حل میدان جریان محاسبه سرعت و دو فشار در عدد ماخ پایین است. در جریان تراکم ناپذیر به علت پایین بودن عدد ماخ سرعت صوت و یا سرعت انتشار هر گونه اغتشاش به سمت بینهایت میل می‌کند، که این موجب بروز مشکل در میدان سرعت و فشار می‌شود. در واقع در اینجا فشار مانند دانسیته با سرعت درگیر نیست بلکه فقط به عنوان یک عبارت چشمه به کار می‌رود. فشار صحیح در یک میدان فشاری است که از سرعتهایی که در معادله پیوستگی صدق می‌کند ناشی شده است. با توجه به اینکه معادله مستقلی برای فشار وجود ندارد، لازم است با استفاده از معادله پیوستگی معادله‌ای برای تصحیح فشار به دست آوریم. برای فائق آمدن بر این مشکل می‌توان تصور کرد که سرعت در دو مرحله به مقدار نهایی خود می‌رسد. در مرحله اول با حل معادلات ممتتم یک سری سرعت میانی به دست می‌آید و در مرحله دوم با استفاده از سرعتهای مرحله میانی و به کار بردن معادله پیوستگی، یک معادله پوآسنی برای تصحیح فشار به دست می‌آید که با حل این معادله، فشار تصحیح شده و سرعتهای به دست آمده نیز در معادله پیوستگی صدق می‌کند. این روش دو مرحله‌ای موجب درگیر شدن فشار و سرعت می‌شود. برای توضیحات بیشتر به مرجع [۱۳] مراجعه شود.

### ۴- روش حل عددی

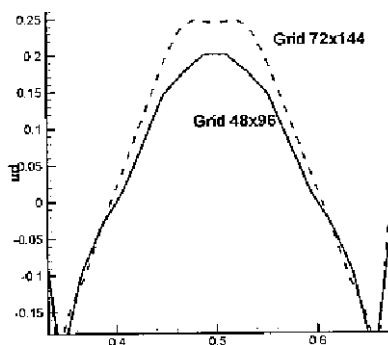
در این روش عددی معادلات حاکم در فضای مورد نیاز انتگرال‌گیری می‌شوند. مرحله اول انتخاب یک شبکه محاسباتی مناسب است که در آن بتوان کلیه متغیرها را محاسبه کرد. در یک میدان جریان دوبعدی نیاز به محاسبه دو مؤلفه سرعت و یک فشار در هر نقطه است. به طور سنتی برای جلوگیری از نوسانات فشار از شبکه متناوب استفاده می‌شده است. شبکه متناوب دارای سه شبکه جدا بوده که از نظر مکانی تداخل دارند و نقطه‌هایی که در آن سرعتها و فشار محاسبه می‌شود متفاوت است. به طوری که فشار در مرکز سلول و مؤلفه سرعتها در

جهت  $x$  و  $y$  در وجود  $x$  و  $y$  سلول محاسبه خواهند شد. طبیعتاً این روش با فیزیک میدان جریان همخوانی دارد، زیرا در هر سلولی که سرعت محاسبه می‌شود، گرادیان فشار عامل محرک بوده و لازم است در سطوح سلول محاسبه شود. پیچیدگی‌هایی که در حل مسئله دوفازی با استفاده از شبکه متناوب به وجود می‌آید، ما را بر آن می‌دارد که از یک شبکه یکسان برای کلیه متغیرها استفاده کنیم. در این شبکه یکسان که کلیه متغیرها در مرکز سلول محاسبه می‌شوند، نیازمند روش خاصی است که از نوسانات فشار جلوگیری کند. روش رای و چو [۱۱] برای رفع این مشکل به کار رفته است. این متد ابتدا گرادیان فشار را، که با استفاده از روش اختلاف مرکزی گسسته شده است، از میدان جریان میانی حذف کرده و سپس گرادیان فشاری با استفاده از فشار مرکز سلول را به آن اضافه می‌کند. این کار شبیه استفاده از شبکه متناوب است.

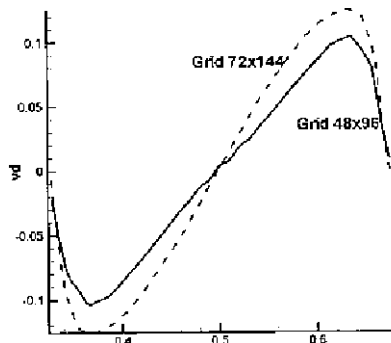
محاسبه میدانهای جریان با موانع جامد نیازمند تبدیل مختصات از میدان فیزیکی به میدان محاسباتی است. این تبدیل مختصات شبکه نایکنواخت فیزیکی را به شبکه یکنواخت محاسباتی تبدیل می‌کند به طوری که دیواره شکل پیچیده به دیواره‌ای با شکل ساده تبدیل می‌شود. این روش برای میدانهای با مرز متحرک میدان جریان بر روی قطره مناسب نیست. زیرا در این نوع جریان مرز همراه جریان حرکت کرده و با زمان تغییر می‌کند و بنابراین در هر مرحله زمانی روش نیازمند تشکیل شبکه جدید است که موجب اتلاف وقت است. روشی که در اینجا ارائه می‌شود کل میدان جریان، شامل میدان گاز و قطره، را به یک سری سلول یکنواخت تقسیم می‌کند. سلولهایی که به وسیله گاز و یا مایع پر شده‌اند با یک پارامتر  $F$  نشان داده می‌شوند. مقدار این پارامتر برای سلولهایی که از مایع پر هستند برابر یک و برای سلولهایی که از گاز پر هستند برابر صفر است. حل عددی معادله ممتتم نیازمند انتگرال‌گیری از عبارتهای پخش و جابه‌جایی در فضای سلول است. معادله ممتتم با استفاده از روش ADI حل می‌شود لیکن در خصوص عبارت جابه‌جایی لازم است برای عدد رینولدز سلولی بزرگتر از ۲



شکل ۱- مقایسه تغییر شکل قطره در دو شبکه 72x144 و 48x96



شکل ۲- مؤلفه سرعت قطره در جهت x در مقطع x=0.75



شکل ۳- مؤلفه سرعت قطره در جهت y در مقطع x=0.75

مورد بحث قرار گرفته است [۱۴]. در شکل (۱) تغییر شکل قطره برای  $We=8$ ,  $Re_t=200$ ,  $Re_g=20$  و  $\zeta=400$  در زمان بدون بعد  $0.25$  در دو شبکه  $96 \times 48$  و  $144 \times 72$  نشان داده شده است. همچنین شکل (۲) تغییرات مؤلفه سرعت نسبی داخل قطره در جهت x در مقطع  $x=0.75$  و شکل (۳) تغییرات مؤلفه سرعت قطره در جهت y در همان مقطع را نسبت به y در زمان  $t=0.25$  در دو شبکه فوق نشان می‌دهد. می‌بینیم که با نصف کردن  $\Delta x$

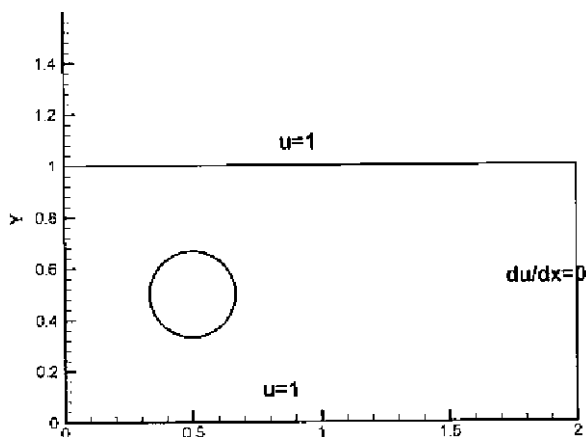
توجه خاصی مبذول داشت. به منظور به دست آوردن حل دقیقی و بدون نوسان در سالهای اخیر روشهای متعددی ارائه شده است. یکی از این روشها، روش دوگانه (هیبرید) است که در این روش نقاط با عدد رینولدز سلولی کوچکتر از دو با استفاده از روش اختلاف مرکزی گسسته شده و برای اعداد رینولدز سلولی بزرگتر از دو از روش رو به باد (آپ‌ویند) استفاده شده است. این روش برای جریانهایی که در آنها عبارت پخش غالب است نتایج خوبی نداشته است. در اینجا با استفاده از روش رو به باد با دقت درجه دوم که در یک میدان دوبعدی شش نقطه را در بر گرفته و به روش QUICK مشهور است می‌تواند کارساز باشد [۱۲].

## ۵- روش جداسازی میدان گاز و مایع

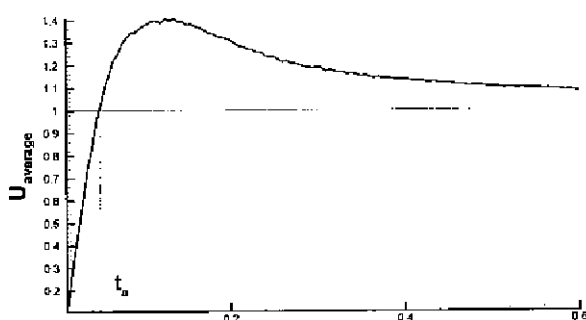
به منظور جداسازی میدان جریان گاز و مایع، روش مناسبی از پیگیری حجمی به نام FLAIR که توسط اشگریز و پو [۱۰] ارائه شده به کار رفته است. در اینجا متغیر F در کل میدان تعریف شده است تا میدان جریان و تغییر شکل قطره را نشان دهد. مقدار پارامتر F از صفر برای سلولهایی که از گاز پر هستند تا یک برای سلولهایی که از مایع پر هستند متغیر است و شکل قطره توسط ماتریس F که در کل میدان تعریف شده است مشخص می‌شود. تغییر مقادیر F بزرگتر از صفر نسبت به زمان، به علت سرعت سلولهای مایع بوده که تغییر شکل قطره را مشخص می‌سازد. تمام حالت‌های ممکن برای شیب سطح مایع در دو سلول مجاور و همچنین روش انتقال مقادیر F از یک سلول به سایر سلولها در مقاله اشگریز و پو آمده است. روش به کار رفته در مقاله مذکور به شکل بسیار دقیقتری از روش رسمی حجم سیال (VOF) مرسوم است که تغییر شکل سیال را توسط معادله  $\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla F = 0$  نشان می‌دهد.

## ۶- نتایج و بحث

عدم وابستگی تغییر شکل قطره به اندازه شبکه و همچنین مقایسه تغییر شکل با یک نتیجه تجربی در مقاله قبلی نویسندگان



شکل ۴- میدان جریان و شرایط مرزی



شکل ۵- سرعت متوسط قطره نسبت به زمان برای

$Re_g=20$  و  $Re_l=200, We=8, \zeta=400$ .

افزایش سرعت متوسط، بسته شدن میدان در زمانهای اولیه به علت وجود قطره ساکن است که با توجه به تراکم ناپذیر بودن میدان جریان، قطره مجبور به افزایش سرعت خواهد شد تا بتواند سکون اولیه خود را جبران کند.

شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) میدان جریان سرعت را در داخل و خارج قطره در زمان بدون بعد  $0.02$  و  $0.6$  برای حالت  $Re_g=20$  و  $Re_l=200, We=8$  و  $\zeta=400$  نشان می‌دهند، در این شکلهای مرز قطره با خطوط پر نشان داده شده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود، با توجه به اینکه از یک مبدأ مختصات ساکن در خارج میدان جریان استفاده شده است، میدان سرعت در داخل قطره هیچ گونه گردابه‌ای ندارد. در صورتی که به میدان جریان داخل قطره از مبدأ مختصات متحرک بر روی قطره نگاه کنیم، شکل متفاوتی خواهیم یافت. برای مشاهده این شکل، سرعت متوسط قطره را از سرعتهای هر نقطه میدان

$\Delta y$  و یا افزایش  $40\%$  شبکه سرعتها تقریباً  $10\%$  تغییر می‌کند که نشان دهنده عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه و صحت نتایج عددی است. شبکه‌ای که در این محاسبات به کار رفته است شبکه‌ای  $120 \times 60$  است که سلولهای یکنواخت مربعی دارد. زمان مورد نیاز برای اجرای برنامه بر روی رایانه پنتیوم  $200$  تا زمان بی‌بعد نهایی  $0.6$  برابر  $1/5$  ساعت است.

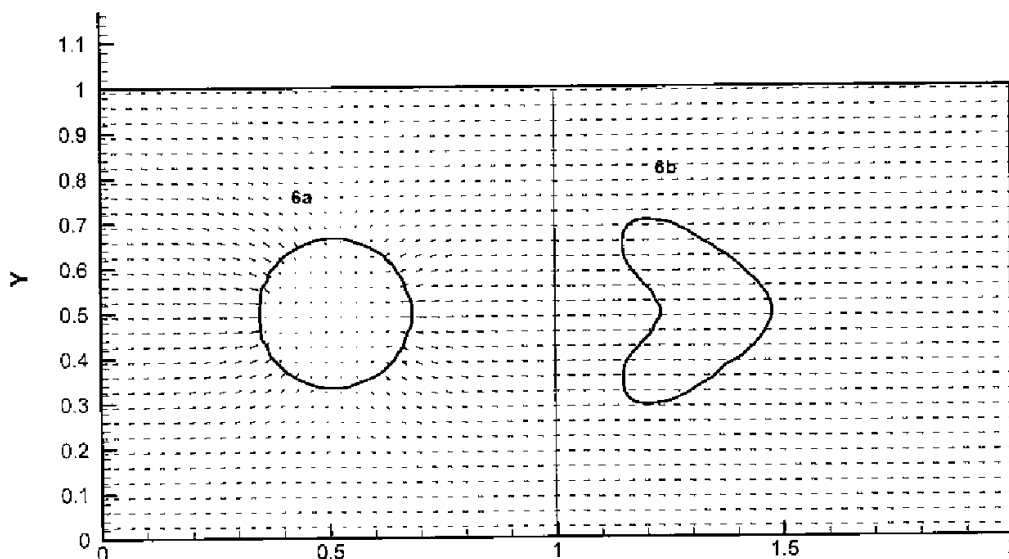
شکل (۴) میدان جریان و شرایط مرزی را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌شود میدان جریان یک کانال به ارتفاع واحد و طول دو است. سرعت ورودی گاز یکنواخت و برابر با یک و مشتق سرعت خروجی در جهت جریان برابر صفر قرار داده شده است. سرعت در بالا و پایین کانال نیز برابر واحد در نظر گرفته شده است تا کمترین اثر را بر جریان اطراف قطره داشته باشد. محدوده اعداد بی‌بعد که در این مقاله مورد محاسبه قرار گرفته است عبارت است از

$$1 \leq Re_g \leq 20, 5 \leq Re_l \leq 200, 8 \leq We \leq 32, \zeta = 400$$

در اینجا دو حالت فیزیکی خاص مورد بررسی قرار می‌گیرد. اول حالتی که قطره در ابتدا ساکن است و به علت جریان گاز اطراف به حرکت در آمده و علاوه بر تغییر شکل، جریانی در داخل آن ایجاد می‌شود. پس از موقعیت گذرای اولیه سرعت قطره به سرعت گاز اطراف رسیده و با همان سرعت در جهت حرکت گاز حرکت می‌کند. این حالت، قطره همراه جریان نامیده می‌شود. شکل (۵) سرعت متوسط قطره همراه جران را برای  $Re_g=20$  و  $Re_l=200, We=8, \zeta=400$  نسبت به زمان نشان می‌دهد. این سرعت متوسط به صورت

$$U_{average} = \frac{\sum \sum u_{ij} * F_{ij}}{\sum \sum F_{ij}}$$

تعریف شده است. در اینجا  $U_{average}$  سرعت متوسط قطره،  $u_{ij}$  سرعت سلولها و  $F_{ij}$  کسری از سلول است که به وسیله مایع پر شده است. همان گونه که در شکل (۵) مشاهده می‌شود قطره در ابتدا ساکن است و سپس سرعت متوسط آن در زمانهای اولیه تا زمان  $t_a=0.05$  به صورت خطی افزایش می‌یابد. سپس سرعت آن از سرعت ورودی گاز نیز بیشتر می‌شود. علت این

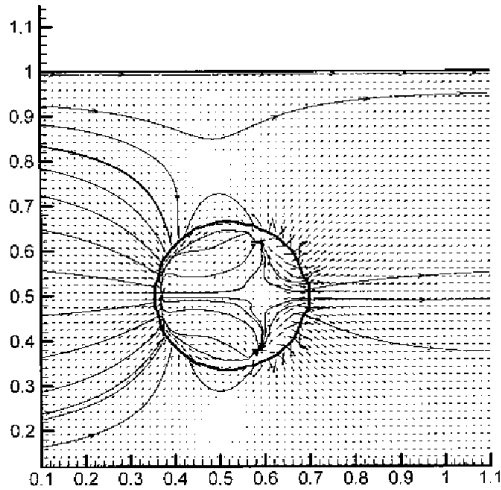


شکل ۶ - سرعت‌های داخل و خارج قطره در زمانهای  $t=0.02$  و  $t=0.6$  از دید ناظر ساکن

عدد وبر می‌پردازیم. مقایسهٔ شکل‌های (۹) تا (۱۲) با شکل‌های (۱۴) تا (۱۷) که میدان جریان داخل قطره را در زمانها  $0.05$ ،  $0.15$ ،  $0.3$  و  $0.6$  با  $Re_p=200$ ،  $Re_p=20$  و  $Ca=400$  نشان می‌دهد و تنها عدد وبر شکل‌های اول برابر ۸ و شکل‌های دوم برابر ۳۲ است. به وضوح مشاهده می‌شود که میدان جریان در زمانهای اولیه در دو قطره کاملاً یکسان است لیکن در زمانهای بعدی در داخل قطره با وبر ۳۲ چرخش داخلی ایجاد نمی‌شود. علت عدم تشکیل گردابه را می‌توان در تغییر شکل قطره دانست. با توجه به اینکه قطره با  $We=32$  در زمان  $0.6$  تغییر شکل زیادتری از همان قطره با  $We=8$  دارد لذا این تغییر شکل موجب جلوگیری از چرخش داخل قطره خواهد شد. از طرف دیگر همان گونه که در شکل (۱۳) دیده می‌شود ماکزیمم سرعت متوسط در قطره با عدد وبر ۳۲ برابر با  $1/32$  است و این ماکزیمم سرعت در زمان  $0.11$  اتفاق افتاده است، در حالی که شکل (۵) که سرعت متوسط قطره با وبر ۸ را نشان می‌دهد سرعت  $1/32$  در زمان  $0.8$  اتفاق افتاده است و این نشان می‌دهد که شتاب قطره با وبر ۸ حدود  $37/5$  درصد بیشتر است. بنابراین می‌توان یکی از دلایل بیشتر شدن چرخش در قطره با وبر ۸ را وجود تنش برشی بیشتر ناشی از اختلاف سرعت قطره نسبت به گاز اطراف دانست. ماکزیمم عرض قطره در وبر ۸،  $0.4$  و در وبر  $0.37$ ،  $0.32$

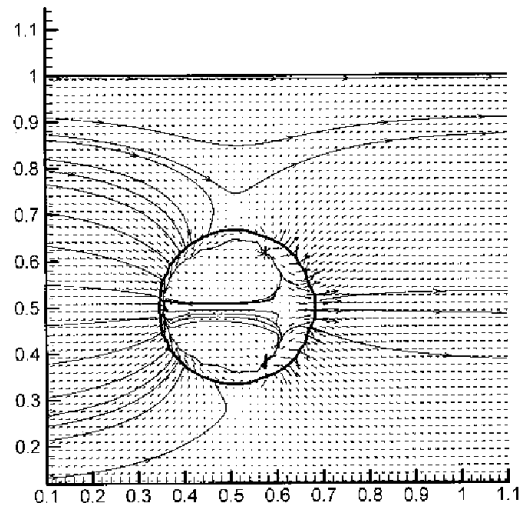
جریان کسر می‌کنیم. شکل‌های (۷) تا (۱۲) میدان جریان در داخل قطره فوق، از دید ناظری که با سرعت متوسط قطره در حال حرکت است را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌شود، در زمانهای اولیه یعنی از زمان صفر تا  $t_a$  که در آن سرعت متوسط قطره به سرعت واحد می‌رسد، چرخش قابل توجهی در داخل قطره مشاهده نمی‌شود. در این زمانها فشار و تنش عمودی علت اصلی حرکت قطره است و تنش برشی بر روی سطح قطره ناچیز است. خطوط جریان که به سطح قطره منتهی می‌شوند، مبین وجود تنش عمودی بر سطح قطره‌اند. پس از زمان  $t_a$  سرعت قطره از سرعت گازهای اطراف بیشتر شده و تنش برشی بر سطح قطره شروع می‌شود. شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) نشان‌دهندهٔ سرعت‌های داخل قطره در زمانهای  $0.15$ ،  $0.3$  و  $0.6$  است. از آنجا که با توجه به شکل (۵) در این زمانها سرعت قطره از سرعت گاز اطراف بیشتر است یک جریان چرخشی در جهت عکس عقربه‌های ساعت در داخل قطره مشاهده می‌شود. اگر چه بردارهای سرعت در شکل (۱۲) از نظر مقداری کوچک است لیکن هنوز در داخل قطره چرخش وجود دارد، که این چرخش در حال میرا شدن است. عامل میرایی همان لزجت مایع است.

برای مطالعهٔ اثرات کشش سطحی ابتدا به مطالعهٔ تغییرات



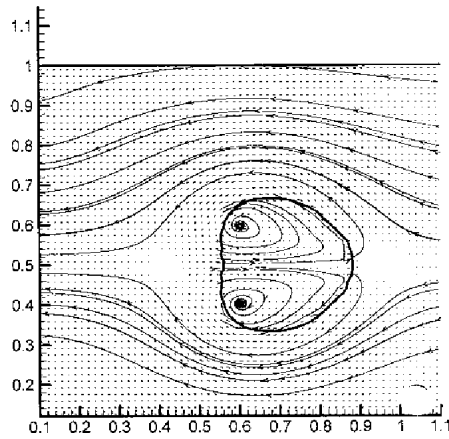
شکل ۸ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.05$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



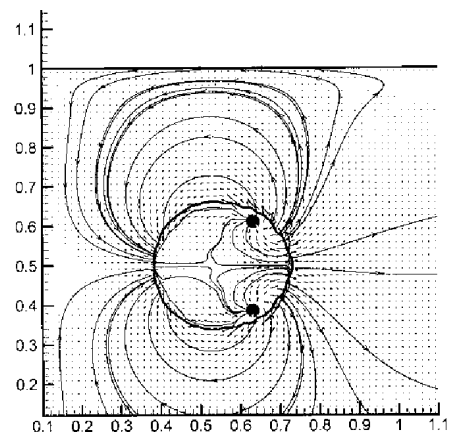
شکل ۷ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.005$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



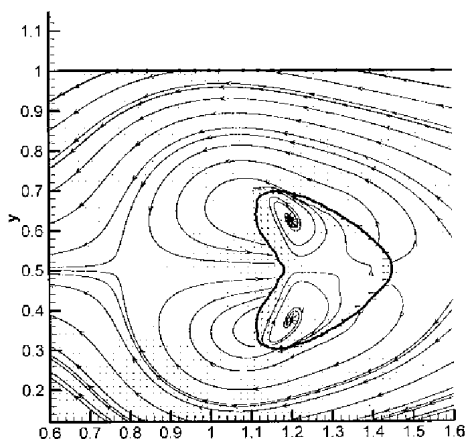
شکل ۱۰ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.15$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



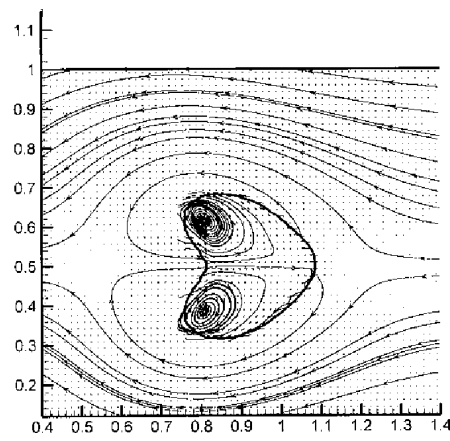
شکل ۹ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.1$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



شکل ۱۲ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.6$  برای

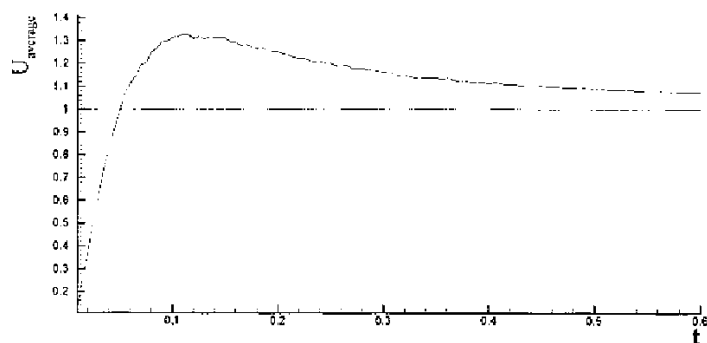
$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



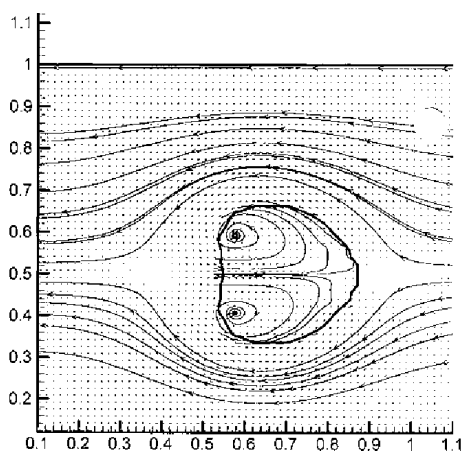
شکل ۱۱ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.3$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=8$ ,  $\zeta=400$



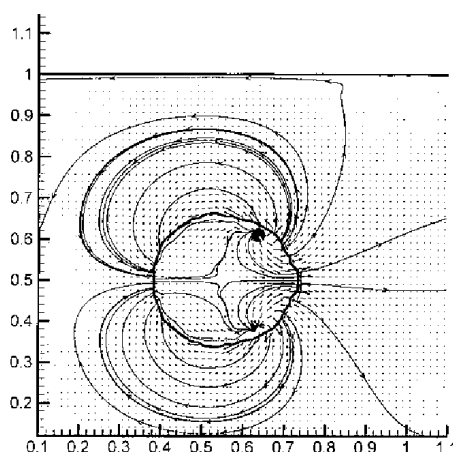


شکل ۱۳ - سرعت متوسط قطره نسبت به زمان  $Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



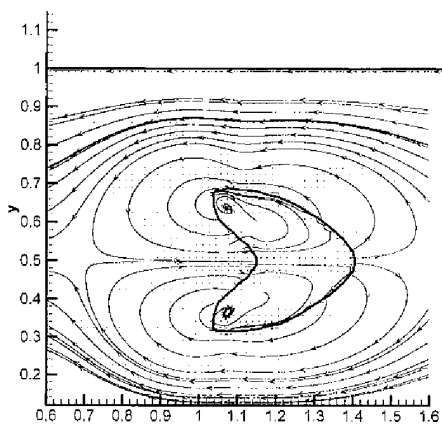
شکل ۱۵ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.15$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



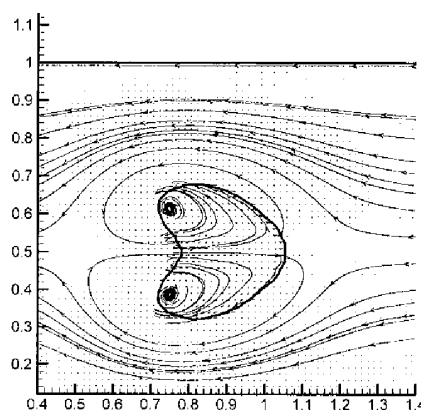
شکل ۱۴ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.05$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



شکل ۱۷ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.6$  برای

$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

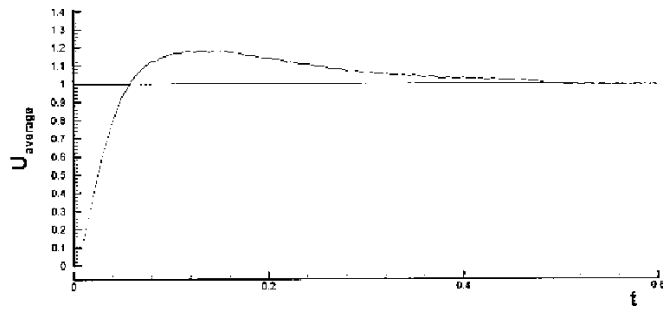


شکل ۱۶ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.3$  برای

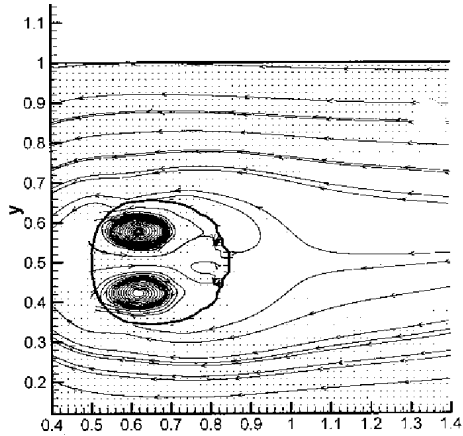
$Re_i=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

برای بررسی اثر رینولدز گاز در جریان داخلی قطره دو نوع جریان با اعداد بی بعد یکسان  $Re_i=200$ ,  $We=8$  و  $\zeta=400$  مقایسه می شوند. شکل‌های (۱۹)، (۲۰) و (۲۲) جریان داخل قطره با  $Re_g=1$  در زمانهای  $0/05$ ،  $0/15$  و  $0/3$  و شکل‌های (۹)،

است بنابراین قطره با وبر ۸ موجب بسته شدن بیشتر مسیر شده و موجب شده است که ماکزیمم سرعت در شکل (۵) برابر  $1/4$  باشد در حالی که ماکزیمم سرعت در شکل (۱۳) برابر  $1/32$  است.

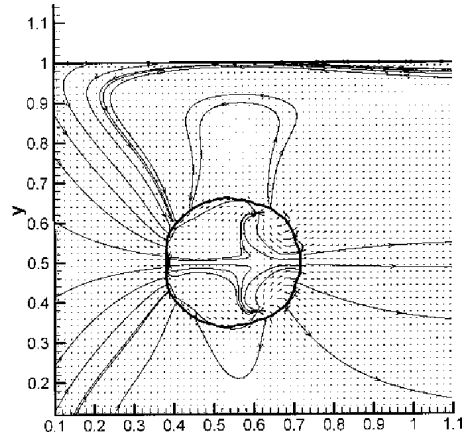


شکل ۱۸ - سرعت متوسط قطره نسبت به زمان  $\zeta=400$ ,  $We=32$ ,  $Re_g=1$  و  $Re_l=200$



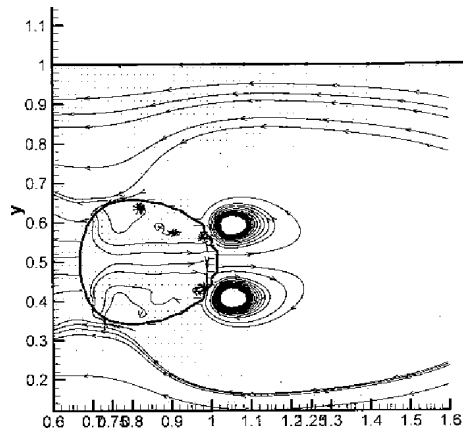
شکل ۲۰ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.15$  برای

$Re_l=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



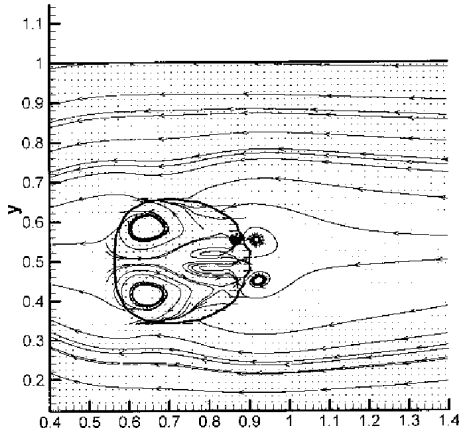
شکل ۱۹ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.05$  برای

$Re_l=200$  و  $Re_g=20$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



شکل ۲۲ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.6$  برای

$Re_l=200$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

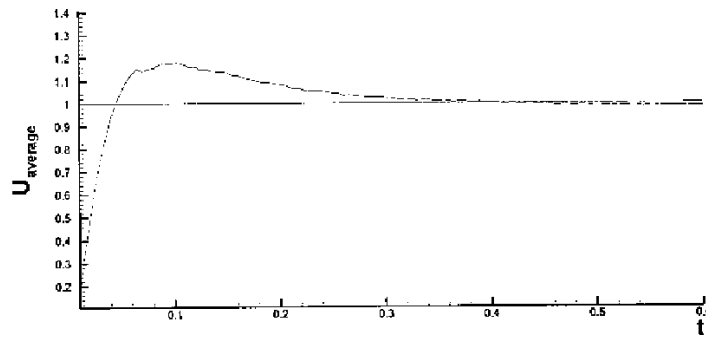


شکل ۲۱ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.3$  برای

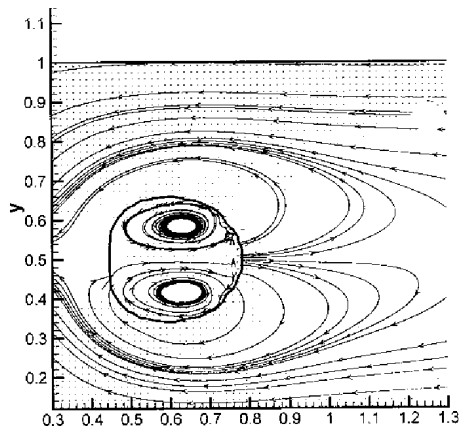
$Re_l=200$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

چرخش داخل قطره زیاد است. با توجه به شکل (۱۸) به علت بالا بودن لزجت گاز اختلاف سرعت بین گاز و قطره سریعاً کم شده و به محض کم شدن این اختلاف سرعت تنش روی سطح قطره کم شده و چرخش داخلی قطره متوقف می‌شود.

(۱۰) و (۱۱) برای  $Re_g=20$  را در همان زمانها نشان می‌دهد. تنش برشی لزج بر روی سطح قطره در  $Re_g=1$  به مراتب بزرگتر از تنش برشی لزج در  $Re_g=20$  است. از طرف دیگر در شکل‌های مربوط به  $Re_g=1$  تغییر شکل کم بوده و بنابراین

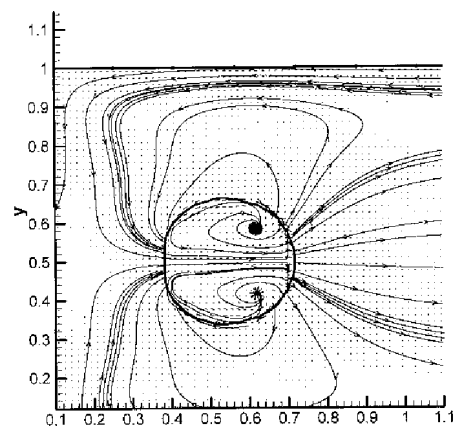


شکل ۲۳ - سرعت متوسط قطره نسبت به زمان  $\zeta=400$ ,  $We=32$ ,  $Re_g=1$  و  $Re_l=200$



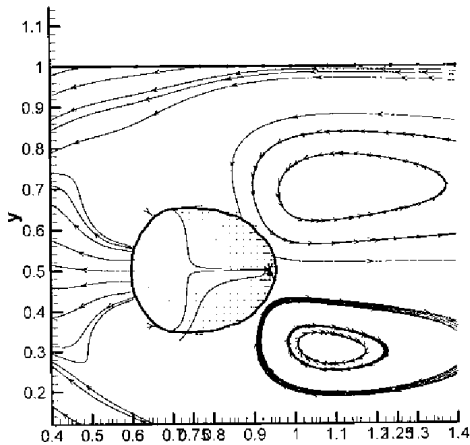
شکل ۲۵ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.15$  برای

$Re_l=5$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



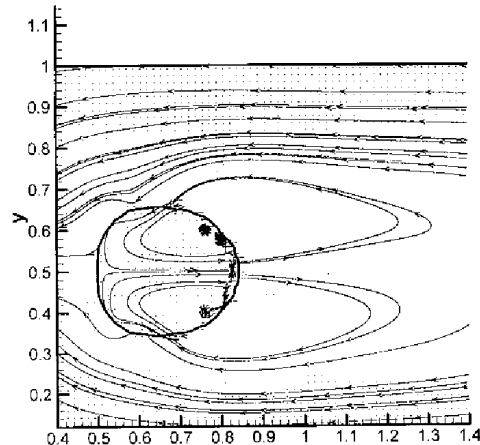
شکل ۲۴ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.05$  برای

$Re_l=5$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$



شکل ۲۷ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.6$  برای

$Re_l=5$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

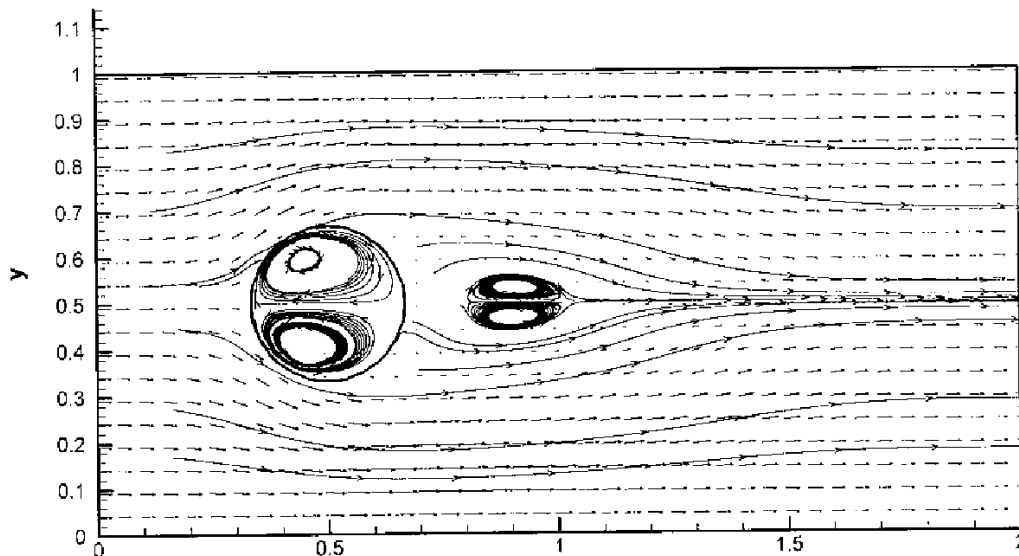


شکل ۲۶ - میدان جریان در داخل و خارج قطره در  $t=0.3$  برای

$Re_l=5$  و  $Re_g=1$ ,  $We=32$ ,  $\zeta=400$

رینولدز مایع تنها چرخش در داخل قطره در حدود زمان ۰/۰۵ تا ۰/۱ به وجود آمده و سپس به زودی از بین می‌رود، به طوری که چرخش در زمان ۰/۱۵ در شکل (۲۶) به طور کامل از بین رفته است. مقایسه شکل‌های (۲۳) و (۱۸) نشان می‌دهد که

شکل‌های (۲۴) تا (۲۷) جریان داخلی برای حالت  $Re_g=1$ ،  $Re_l=5$ ،  $We=8$  و  $\zeta=400$  در زمان‌های ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۱۵ را نشان می‌دهند. مقایسه این شکل‌ها با شکل‌های (۱۹) و (۲۰) که در آنها  $Re_l=200$  است نشان می‌دهد که با کم شدن عدد



شکل ۲۸ - میدان جریان در داخل و خارج قطره مقابل جریان  $\zeta=187.5$ ,  $We=8$ ,  $Re_g=33$  و  $Re_f=167$

### ۷- نتیجه گیری

این مقاله به تحلیل جریان دو فازی قطره و گاز اطراف می‌پردازد و دو نوع جریان را مشخص می‌کند. اول قطره همراه جریان، که عامل حرکت گازهای اطراف قطره است. دوم قطره مقابل جریان که عامل حرکت نیروی حجمی مانند نیروی ثقل است. در این مقاله نشان داده شده است که در ابتدای جریان گاز از روی قطره ساکن فشار و تنشهای عمودی عامل حرکت قطره شده به طوری که نه تنها اختلاف سرعت از بین رفته بلکه موجب افزایش سرعت قطره به مقادیری بیشتر از سرعت گاز ورودی خواهد شد. این افزایش سرعت متوسط قطره موجب چرخش داخلی قطره می‌شود. عامل اصلی چرخش در داخل قطره وجود تنش برشی که خود ناشی از اختلاف سرعت ثانویه قطره با جریان اطراف است، خواهد بود. لزجت و تغییر شکل قطره، عوامل مؤثر در میرایی چرخش در داخل قطره است. اختلاف سرعت با توجه به وجود لزجت پس از زمانی از بین رفته و چرخش نیز از بین خواهد رفت. با کم شدن عدد رینولدز گاز و مایع نیروی لزجت زیاد شده و چرخش با سرعت بیشتری میرا خواهد شد. از طرف دیگر با افزایش عدد وبر تغییر شکل افزایش یافته و چرخش داخل قطره را از بین می‌برد. در قطره مقابل جریان که نیروی برشی مداوم بر روی

سرعت متوسط قطره با  $Re_f=5$  در زمان  $0.45$  به سرعت واحد می‌رسد در حالی که این سرعت برای قطره با  $Re_f=200$  در زمان  $0.0585$  اتفاق می‌افتد. بنابراین شتاب قطره با لزجت مایع بیشتر یعنی شکل (۲۳) حدود  $30\%$  بیشتر است. از طرف دیگر سرعت متوسط قطره با  $Re_f=5$  پس از زمان  $0.45$  با سرعت گازهای اطراف یکی شده و نشان دهنده این است که با افزایش لزجت مایع ضریب درگ قطره افزایش یافته و به این صورت هر اختلاف سریعاً میرا شده و چرخش داخلی نیز بالتبع حذف خواهد شد.

دومین حالت فیزیکی به قطره‌ای است که به علت یک نیروی حجمی نظیر نیروی ثقل در مقابل گاز اطراف مقاومت کرده و دارای سرعت حدی غیر صفر است. در این حالت از نظر ناظری که بر روی سطح قطره نشسته است، مؤلفه عمودی سرعت در سطح قطره برابر صفر است. شکل (۲۸) یک قطره مقابل جریان را با  $We=8$ ,  $Re_f=167$ ,  $Re_g=33$  و  $\zeta=187.5$  را نشان می‌دهد. همان گونه که دیده می‌شود چرخش شدیدی در داخل قطره به وجود آمده است. به علت حرکت چرخشی سطح قطره، مکان جدایش جریان گاز از سطح قطره به عقب کشیده شده است. به طوری که گردابه‌های پشت قطره کاملاً به طرف جلو رانده شده است.

اختیار گذاشتن کد FLAIR و همچنین راهنمایهای ارزنده ایشان اعلام می‌کنند. همچنین نویسنده اول از معاونت پژوهشی دانشگاه تهران به خاطر در اختیار گذاشتن امکانات مالی تشکر می‌نماید.

سطح قطره اعمال می‌شود، گردابه کاملاً بزرگی ایجاد خواهد شد به طور که میدان جریان گاز اطراف را نیز متأثر کرده و نقطه جدایش کاملاً به تعویق می‌افتد.

## قدردانی

نویسندگان مقاله مراتب تشکر و سپاس خود را از جناب آقای دکتر اشگریز استاد دانشگاه ایالتی نیویورک به خاطر در

## واژه نامه

1. time accurate
2. Eotuos
3. Boussinesq

## مراجع

1. Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E., *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic Press, New York, 1978.
2. Bond, W. N., and Newton, D. A., "Bubbles, Drops, and Stokes' Law," *Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 5, series 7, pp. 794-800, March 1928.
3. Garner, F. H., and Hammerton, D., "Circulation Inside Gas Bubbles," *Chemical Engineering Science*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-11, 1954.
4. Garner, F. H., and Haycock, P. J., "Circulation in Liquid Drops," *Proceeding of Royal Society of London*, series A, Vol. 252, pp. 457-475, 1959.
5. Garner, F. H., and Skelland, A. H. P., "Some Factors Affecting Droplet Behavior in Liquid-Liquid System," *Chemical Engineering Sciences*, Vol. 4, No. 4, pp. 149-158, 1955.
6. Linton, M., and Sutherland K. L., "Dynamic Surface Forces, Drop Circulation, and Liquid-Liquid Mass Transfer," *Proceeding of the 2nd International Congress on Surface Activity*, Vol. 1, pp. 494-502, 1957.
7. Harper, J. F., Moore, D. W., and Pearson, J. R. A., "The Effect of the Variation of Surface Tension with Temperature on the Motion of Bubbles and Drops," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 27, part 2, pp. 361-366, 1967.
8. Kenning, D. B. R., "The Effect of Surface Energy Variations on the Motion of Bubbles and Drops," *Chemical Engineering Sciences*, Vol. 24, No. 8, pp. 1385-1386, 1969.
9. Levich, V. G., *Physicochemical Hydrodynamics*, translated by Scripta Technica, inc. [2d ed.] Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1962.
10. Ashgriz, N., and Poo, J. Y., "FLAIR: Flux Line Segment Model for Advection and Interface Reconstruction," *Journal of Computational Physics*, Vol. 93, No. 2, p. 449, 1991.
11. Rhie, M., and Chow, W. L., "Numerical Study of the Trubulent Flow Passed an Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, p. 19, 1983.
12. Leonard, B. P., "The QUICK Algorithm: A Uniformly Third-order Finite Difference Method for Highly Convective Flows," *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, Vol. 19, p. 59, 1979.
13. Farshchi, M., Rahimian, M. H., and Ashgriz, N., "Chemically Reacting Liquid Droplet Flow Field Calculation," *Transport Phenomena in Combustion*, Edited by S. H. Chan, Vol. 1, pp. 872-878, Taylor & Francis, 1995.
14. Farshchi, M., and Rahimian, M. H., "Unsteady Deformation and Internal Circulation of a Liquid Drop in a Zero Gravity Uniform Flow," *Journal of Fluid Eng.* Vol. 121, No. 3, p. 665, 1999.