

# بررسی جریان آرام سیال در خمهای با مقطع مربعی - مستطیلی

احمد رضا عظیمیان\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۱/۲/۲۷ - دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۱۰/۲۹)

**چکیده** - در این مقاله جریان آرام سیال در خمهای مختلف در یک کانال با سطح مقطع مربع-مستطیل به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. در شبیه‌سازی جریان در این خمها نقش زاویه خم و ابعاد سطح مقطع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای شبیه‌سازی جریان معادلات پیوستگی و ممنتوم در دستگاه مختصات منطبق بر بدنه حل شده‌اند. برای حل معادلات سه بعدی منطبق بر مرز یک برنامه رایانه‌ای تهیه شده است. نتایج عددی به دست آمده با نتایج تحلیلی یک محفظه مربعی و نتایج تجربی موجود در یک خم ۹۰ درجه با مقطع مربعی، تطابق خوبی داشته که دقت روش عددی به کار رفته را نشان می‌دهد. پس از حصول اطمینان از کارایی برنامه رایانه‌ای آن را برای بررسی الگوی جریان و تأثیر پارامترهای هندسی، به خصوص نقش نسبت اضلاع مقطع بر روی جریان برای خم ۹۰ درجه اجرا کردیم. نتایج عددی حاصل پدیده‌های عبور جریان سیال از یک مقطع به مقطع دیگر و نقش آنها در میزان افت فشار را نشان می‌دهند. همین بررسی را در خمهای مختلف با زوایای ۳۰، ۶۰، ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ درجه انجام داده و مقدار افت آنها را با افت یک خم ۹۰ درجه در شرایط مشابه مقایسه کردیم. نتایج نشان دهنده این هستند که با افزایش زاویه خم به بیش از ۹۰ درجه میزان افت مربوطه هم افزایش می‌یابد و با کاهش آن به کمتر از ۹۰ درجه افت مربوطه نیز کاهش می‌یابد. این یافته‌ها با نتایج تجربی موجود تطابق خوبی را نشان می‌دهند.

واژگان کلیدی: افت فشار، جریان آرام سیال، خم کانالها، مختصات منطبق بر بدنه

## Laminar Flow Analysis in the Channel Bends

A. R. Azimian

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

**Abstract:** In this paper the laminar flow in the rectangular channel bends is simulated using numerical techniques. The turning angle of the channel bend and the area ratio of the channel cross-section are two important parameters to be examined. For flow simulation, the body fitted 3-D continuity and momentum equations are used and a body fitted general purpose code is developed. The existing results of a tied-driven cavity and the experimental results from a 90 degree square bend were used for code validation. After the code validation, the effect of the area change in the 90 degree bend is examined.

\* - دانشیار

The numerical results indicated that increasing the area causes changes in the flow pattern, in turn, which has a direct impact on pressure drop. Similar results were obtained for other bend angles including 30, 60, 120, 150 and 180 degree bends. The results showed that increased bend turning angle increases the pressure drop which is in good agreement with existing experimental data.

**Keywords:** Pressure drop, Laminar Flow, Bends, Body fitted co-ordinate

## فهرست علائم

RES_P باقیمانده خطای تصحیح فشار	a مقدار ثابت
$S_\phi$ چشمه	ar نسبت سطح
u مولفه x سرعت	b مقدار ثابت
U مولفه سرعت پادوردا	c مقدار ثابت
v مولفه y سرعت	d مقدار ثابت
V مولفه سرعت پادوردا	e مقدار ثابت
w مولفه z سرعت	f مقدار ثابت
W مؤلفه سرعت پادوردا	g شتاب ثقل
$(\xi_x, \xi_y, \xi_z)$ و $(\eta_x, \eta_y, \eta_z)$ و $(\varsigma_x, \varsigma_y, \varsigma_z)$ متریکها	G تولید اغتشاش
$\xi$ ضریب افت فشار	H جمله چشمه
$\Delta p$ افت فشار	i اندیس محور x
$\Delta m$ مانده جرمی	j اندیس محور y
$\theta$ زاویه خم	J ژاکوبین
$\phi$ کمیت کلی	k و K اندیس محور z
$\mu$ ضریب لزجت دینامیکی	R شعاع
$\rho$ دانسیته	

## ۱- مقدمه

جابه جایی سیال از مکانی به مکانی دیگر همواره یکی از مسایل مهم مهندسی بوده است. برای انجام این انتقالها از کانالهایی با مقاطع گوناگون استفاده می شود. این مقاطع معمولاً به صورت مربعی، مستطیلی، دایره ای و غیره هستند که مقاطع مدور و چهار گوش بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند. در مسیر انتقال سیال بر اثر وجود موانع و محدودیتهای محیطی تغییراتی در مسیر جریان به وجود می آید که سبب استفاده از اتصالاتی می شود. این اتصالات شامل خمها با زوایای مختلف، کاهشدهای سطح مقطع، افزایش دهنده سطح مقطع به صورت

تدریجی و ناگهانی، سه راهی ها و غیره اند. یکی از عوامل مهمی که در بررسی نقش مقاطع و اتصالات مد نظر قرار می گیرد میزان افت فشاری است که بر اثر حضور این مقاطع و اتصالات در جریان به وجود می آید که با صرف انرژی در قسمت پمپاژ باید آن را جبران کرد. اصولاً افت فشار کلی در این موارد به صورت تجربی اندازه گیری شده و نتایج آن به صورت جداول یا نمودارهایی منتشر می شود که نمونه هایی از آن را در مراجع [۱ و ۲] می توان یافت. بررسی تحلیلی و عددی و همچنین اندازه گیریهای دقیق الگوی جریان در مقاطع عرضی این اتصالات خود بحث دیگری است که توسط محققان

مختلفی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. مثلاً در مرجع [۳] به بررسی عددی جریان سیال در یک سه راهی پرداخته شده است. در این بررسی معادلات ناویر استوکس با استفاده از روشهای تکرار عددی که برای جریانهای چرخشی مناسباند حل شده است. و یا در مراجع شماره [۴-۱۳] جریان در خمهای مختلف ارزیابی شده‌اند که به عنوان مثال همفری و همکارانش [۴] جریان آرام را در خم ۹۰ درجه یک کانال با مقطع مربعی بررسی کرده‌اند. آنها در بررسی خود نتایج اندازه‌گیریهای پروفیل‌های جریان را که توسط یک دستگاه سیم داغ انجام گرفته مورد ارزیابی و تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. عنایت و همکارانش [۵] نیز با استفاده از یک دستگاه لیزر جریانهای آرام و مغشوش را در خم یک لوله اندازه‌گیری کرده و جریان ثانویه‌ای را با دو گردابه که در خلاف جهت هم هستند نشان داده‌اند. سود و همکارانش [۶] هم مطالعات آزمایشگاهی گسترده‌ای را بر روی یک خم ۹۰ درجه متمرکز کرده و با استفاده از یک دستگاه سیم داغ مایل جریان مغشوش درون یک خم ۹۰ درجه درون یک لوله را مطالعه کردند. بررسی عددی جریان در یک خم ۹۰ درجه در حالت آرام توسط یا‌آو و همکارانش [۷] هم دنبال شده است. آنها در این بررسی از روشهای بالا دست مرتبه اول، بالا دست مرتبه دوم و روش کوییک برای گسسته‌سازی جملات جابه جایی استفاده کرده و نتایج خود را با نتایج تجربی همفری و همکاران [۴] مقایسه کردند. بررسی ناپایداری جریان در خم ۹۰ درجه یک کانال چهار گوش در اعداد رینولدز ۱۵۰۰۰، ۲۴۰۰۰ و ۴۲۰۰۰ هم کار بلادی و همکارانش [۸] را تشکیل می‌دهد. آنها در کار خود با استفاده از یک دستگاه سیم داغ پروفیل‌های سرعت را در روی محور تقارن یک کانال اندازه‌گیری کرده و اثر ناپایداریهای موجود در جریان را بررسی کردند. تامامیدیس و آسانیس [۹] نیز با استفاده از یک روش حجم محدود جریان دایم سه بعدی تراکم ناپذیر را در یک خم ۹۰ درجه و دیگر انحنای موجود در کانالها بررسی کردند. در همین رابطه مجومدار و همکاران وی [۱۰] هم جریان در خم ۹۰ درجه و لوله خمیده S شکل را

بررسی کردند. سود و همکارانش در کار دیگری [۱۱] مطالعات مشابهی را برای یک خم ۱۸۰ درجه در یک مقطع دایره‌ای دنبال کردند. آنها در این بررسی با اندازه‌گیری جریان هوا با استفاده از یک دستگاه سیم داغ مشخصه‌های جریان و اغتشاش سیال را در موقعیتهای مختلف خم ارزیابی کردند. در همین رابطه به کار یاکوویدس و همکارانش [۱۲] برای جریان در یک خم ۱۸۰ درجه هم می‌توان اشاره کرد. بررسی جریان در یک خم ۳۰ درجه هم کار فلک و جانسون [۱۳] را تشکیل می‌دهد. آنها در بررسی خود جریان سیال را در یک تونل آب با سرعت پایین با استفاده از یک دستگاه لیزر اندازه‌گیری کردند. در هر یک از مسایل بررسی شده فوق رژیم جریان در مواردی آرام و در مواردی هم مغشوش بوده است. همان گونه که نتایج مراجع مختلف نشان می‌دهد هریک از محققان یاد شده بالا فقط به یک خم خاص پرداخته‌اند و در کمتر کاری می‌توان مجموعه این خمها را با هم ملاحظه کرده و بتوان به مقایسه آنها پرداخت. هدف مطالعه حاضر انجام یک بررسی جامع از جریان آرام سیال در خمهای مختلف است. به علت گستردگی بحث، ابتدا جریان در یک خم ۹۰ درجه با مقطع چهار گوش را بررسی کرده و سپس به خمهای مختلف از ۳۰ درجه تا ۱۸۰ درجه می‌پردازیم.

## ۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر هر پدیده فیزیکی رفتار آن پدیده را توصیف می‌کنند. این معادلات اصولاً به صورت معادلات دیفرانسیلی‌اند که در یک محدوده هندسی باید انتگرال‌گیری شوند. برای انتگرال‌گیری از این معادلات به شرایط مرزی در مرزهای محدوده مورد مطالعه نیاز است. معادلات دیفرانسیلی حاکم بر جریان یک سیال، معادلات ناویر- استوکس هستند. این معادلات را در یک دستگاه مختصات منطبق بر بدنه برای یک جریان مغشوش تراکم ناپذیر دائم سه بعدی می‌توان معرفی کرد که شامل معادله پیوستگی و سه معادله اندازه حرکت در جهت‌های سه گانه مختصات‌اند. معادلات حاکم به صورت کلی

زیر نوشته می‌شوند که دارای یک شکل بقایی بوده و اگر کمیت انتقالی عمومی  $\phi$  را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z}) + S_{\phi} \quad (1)$$

در جدول (۱) معادل کمیت‌های فیزیکی برای هر معادله مشخص شده است.

برای حل معادلات حاکم بر جریان، محدوده مورد مطالعه باید شبکه‌بندی شود. در صورتی که محدوده حل یک مکعب مستطیل باشد، از شکل کارترین معادلات حاکم استفاده می‌شود. اما در اکثر موارد محدوده مورد مطالعه شرایط فوق را ندارد و هندسه آن پیچیده است. در این موارد اگر از شبکه‌بندی سازمان یافته استفاده شود، باید معادلات را از فضای فیزیکی  $(x,y,z)$  به فضای محاسباتی  $(\xi,\eta,\zeta)$  انتقال داده و معادلات را در فضای محاسباتی حل کرد. با این تبدیل شبکه‌بندی در راستای محورهای عمومی  $(\xi,\eta,\zeta)$  قرار می‌گیرد و بنابراین شبکه منطبق بر مرز میدان حل خواهد بود. لذا اعمال شرایط مرزی در چنین شبکه‌ای بهتر انجام می‌شود. شکل (۱) شبکه فیزیکی و شبکه محاسباتی را در حالت دو بعدی نشان می‌دهد. همان گونه که در شکل سمت راست دیده می‌شود شبکه محاسباتی با خطوط  $\eta$  و  $\zeta$  ثابت نشان داده شده‌اند و خطوط متناظر آنها هم در شبکه فیزیکی مشخص‌اند. در ضمن در این شکل یک حجم معیار نمونه حول یکی از نقاط شبکه به صورت خط چین نمایش داده شده است.

به کمک مشتقات زنجیره‌ای معادله انتقال کلی (۱) را در دستگاه مختصات عمومی منطبق بر مرز به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(\frac{\rho U}{J} \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\frac{\rho V}{J} \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(\frac{\rho W}{J} \phi) = \frac{\partial}{\partial \xi}(\Gamma_{\phi} \frac{a}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\Gamma_{\phi} \frac{b}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(\Gamma_{\phi} \frac{c}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\Gamma_{\phi} \frac{d}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\Gamma_{\phi} \frac{e}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\Gamma_{\phi} \frac{d}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\Gamma_{\phi} \frac{f}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(\Gamma_{\phi} \frac{e}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(\Gamma_{\phi} \frac{f}{J} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}) + \frac{H}{J} \quad (2)$$

که در آن  $U$  و  $V$  و  $W$  سرعت‌های پادوردا هستند که به همراه ثابت‌های  $f, e, d, c, b, a$  و متریکها در پیوست (الف) آورده شده‌اند. جزییات بیشتر روش انتقال معادلات از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی در مرجع [۱۴] موجود است، که در اینجا خلاصه‌ای از آن ارائه شده است.

در معادله (۲) سه جمله سمت چپ همان جملات جابه‌جایی معادله (۱) در فضای فیزیکی‌اند که البته در فضای محاسباتی نوشته شده‌اند. به علت انحنای خطوط شبکه در فضای فیزیکی، سه جمله انتشار در معادله (۱) به نه جمله اول سمت راست معادله (۲) تبدیل می‌شوند. صرف نظر از ضرایب سه جمله اول این نه جمله، ملاحظه می‌شود که این سه جمله شبیه به جملات انتشار در فضای فیزیکی‌اند. اما شش جمله بعد این خصوصیت را ندارند. در حقیقت اگر فضای محاسباتی همان فضای فیزیکی باشد، شش جمله ناشی از انحنا حذف می‌شوند. از طرف دیگر اگر خطوط شبکه کاملاً بر هم عمود باشند باز هم این جملات ناشی از انحنا حذف می‌شوند. لذا در روشهای عددی جملات ناشی از انحنای شبکه را جدای از جملات انتشار در نظر می‌گیرند. جمله آخر در سمت راست معادله (۲) همان جمله چشمه در معادله (۱) است.

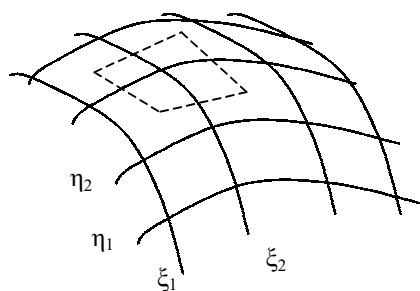
### ۳- شرایط مرزی

حل معادلات حاکم بر جریان در محدوده مشخص شده به تنهایی امکانپذیر نیست. برای حل این معادلات شرایطی را روی مرزهای محدوده حل باید اعمال کرد. این شرایط به قرار زیر هستند.

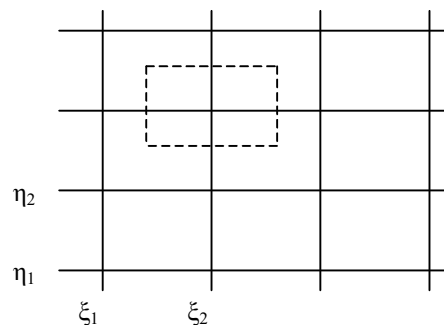
**ورودی جریان:** در مجراهای باز سیال از یک یا چند مرز میدان حل وارد محدوده حل می‌شود. حتی ممکن است که ورودی جریان قسمتی از مرزها باشد. در هر صورت به طور معمول در این مرز مقدار و توزیع تمامی کمیت‌های وابسته سیال مشخص‌اند. به عنوان مثال توزیع یکنواخت کمیت‌ها معمولترین روش برای شرط مرزی در ورودی جریان است. در مثال حاضر سرعت جریان به صورت یک پروفیل یکنواخت با  $(u=2 \text{ cm/s}, v=0, w=0)$  در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- معادل کمیتهای فیزیکی در شکل عمومی معادله انتقال

$S_\phi$	$\Gamma_\phi$	$\phi$	معادله حاکم
$\cdot$	$\cdot$	$\psi$	پیوستگی
$-\frac{\partial P}{\partial x}$	$\mu$	$u$	اندازه حرکت در جهت x
$-\frac{\partial P}{\partial y}$	$\mu$	$v$	اندازه حرکت در جهت y
$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g$	$\mu$	$w$	اندازه حرکت در جهت z



شبکه فیزیکی



شبکه محاسباتی

شکل ۱- شبکه حل میدان جریان در فضاهای فیزیکی و محاسباتی

نتیجه باعث کوچکتر شدن محدوده حل می‌شوند. با توجه به تعریف سطح تقارن، در امتداد عمود بر سطح تقارن گرادیان کمیتهای وابسته صفر خواهد بود. در مسئله حاضر سطح تقارن سطحی است که مقطع کانال را در امتداد محور Z به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، لذا شرط مرزی با معادله (۳) مشخص می‌شود با این تفاوت که  $n$  جهت عمود بر سطح تقارن است.

دیوارهای صلب: مجراها و کانالها دارای دیوارهایی هستند که مقدار کمیتهای وابسته روی این دیوارها به صورت فیزیکی و یا تجربی معلوم‌اند. به عنوان مثال در یک جریان لزج سرعت سیال روی دیوار با سرعت دیوار مساوی است که به آن شرط عدم لغزش می‌گویند (اگر دیوار ساکن باشد سرعت سیال هم صفر خواهد بود). در مسئله حاضر سطوح بالایی، پایینی و جلویی کانال که با  $k=1, j=1$  مشخص می‌شوند دیوارهای صلب‌اند و بر روی آنها سرعتها صفرند یعنی  $u = v = w = 0$ .

خروجی جریان: تعیین شرط مرزی در خروجی جریان به سادگی مرز ورودی نیست. در این مرز معمولاً اطلاعاتی در مورد کمیتهای وابسته در دست نیست. به همین علت در روشهای CFD<sup>۱</sup> مرز خروجی را جایی در نظر می‌گیرند که تغییرات کمیتهای وابسته در آنجا ناچیز و یا صفر است. لذا در این مرز از شرط گرادیان صفر در راستای خروجی جریان استفاده می‌شود که در مثال حاضر نیز از این شرط به صورت زیر استفاده شده است.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0.0 \quad (3)$$

که در آن  $n$  جهت عمود بر مرز خروجی است. سطح تقارن: در بسیاری از هندسه‌ها یک و یا دو سطح تقارن ممکن است وجود داشته باشد. این سطوح به شرط اینکه سطح تقارن جریان نیز باشند، به عنوان مرز جریان مشخص شده و در

## ۴- الگوریتم حل

برای حل دستگاه معادلات از الگوریتم SIMPLE [۱۵] استفاده می‌شود. دستگاه معادلات جبری با استفاده از روش TDMA حل می‌شود. مراحل حل تا رسیدن به معیار همگرایی ادامه می‌یابد. معیار همگرایی بر حسب حداکثر نرمال شده خطای معادله تصحیح فشار، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$RES\_P = \max \left\{ \frac{|\Delta \dot{m}^*|}{\dot{m}_{in}} \right\} \quad (۴)$$

که در معادله (۴) صورت کسر یعنی  $\Delta \dot{m}^*$  مانده جرمی در هر سلول محاسباتی، و منخرج کسر یعنی  $\dot{m}_{in}$  دبی جرمی کلی وارد شده به میدان جریان است. جزئیات بیشتر این الگوریتم در مرجع [۱۵] آمده است.

گفتنی است که در روش حل عددی بکار رفته در این مطالعه از شبکه تلفیقی<sup>۲</sup> برای تمام کمیتها استفاده کرده و برای وابسته کردن معادلات اندازه حرکت و معادله تصحیح فشار از روش رای-چو [۱۶] استفاده شده است.

## ۵- آزمون برنامه

برای حصول اطمینان از صحت عملکرد برنامه رایانه‌ای تهیه شده آن را برای حالتی که اطلاعات تجربی یا تحلیلی آنها در دست است باید اجرا کرده و نتایج را با هم مقایسه کرد. برای آزمون برنامه جریان آرام درون یک حفره را که نتایج تحلیلی آن موجود است به صورت عددی حل کرده و نتایج حاصل را با هم مقایسه می‌کنیم. در ضمن روشهای مختلف میانبایی (هیبرید<sup>۲</sup>، هیبرید مرتبه دوم و کوپیک<sup>۳</sup>) برای جمله جابه جایی نیز با هم مقایسه شده‌اند. برای تاکید بیشتر، برنامه را برای جریان در یک خم ۹۰ درجه که اطلاعات تجربی آن هم موجود است، اجرا کرده و در اینجا هم روشهای مختلف میانبایی را به کار برده و با نتایج تجربی مقایسه کردیم. تطابق خوب جوابهای به دست آمده با نتایج تحلیلی، کارایی برنامه رایانه‌ای را به اثبات رسانده‌اند که ذیلاً به جزئیات آنها می‌پردازیم.

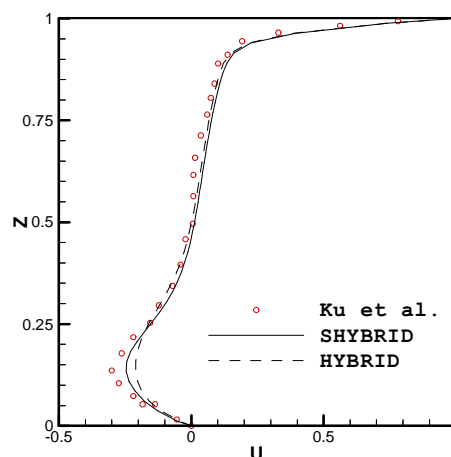
### ۱-۵ جریان آرام در حفره مکعبی با سطح فوقانی متحرک

جریان آرام در یک حفره مکعبی با سطح فوقانی متحرک

یکی از معمولترین مسائلی است که به عنوان مسأله نمونه برای امتحان کردن یک برنامه رایانه‌ای به کار می‌رود. پیچیدگی زیاد جریان به همراه وجود جریانهای ثانویه مختلف در مقاطع این میدان جریان، باعث می‌شود که این مثال محک مناسبی برای ارزیابی برنامه باشد. این هندسه مکعبی است که طول هر وجه آن یک متر است. سرعت صفحه فوقانی حفره یک متر بر ثانیه بوده و عدد رینولدز متناظر به این سرعت و طول وجه مکعب، ۱۰۰۰ انتخاب شده است. پس از مطالعه اثر تعداد نقاط شبکه، از یک شبکه یکنواخت با  $۴۳ \times ۴۳ \times ۴۳$  گره استفاده شد. ریزتر کردن شبکه بیش از مقدار فوق تاثیر بر دقت نتایج نداشته و صرفاً باعث صرف وقت زیادی می‌شود. حل عددی توسط دو روش هیبرید مرتبه اول [۱۵] و هیبرید مرتبه دوم انجام شده است. در شکل (۲) توزیع سرعت در راستای محور طولی (راستای سرعت سطح فوقانی) و روی خط مرکزی مکعب ترسیم شده است. در این شکل علاوه بر نتایج عددی که توسط دو روش فوق پیش‌بینی شده، نتایج تحلیلی کو و همکارانش [۱۷] هم نشان داده شده‌اند. همان طور که در این شکل ملاحظه می‌کنید نتایج به دست آمده توسط روش هیبرید مرتبه دوم با دقت بهتری نتایج تحلیلی را دنبال می‌کنند. به خصوص در ناحیه جریان برگشتی اختلاف نتایج دو روش محسوستر است. علت را در دقت بیشتر روش مرتبه دوم نسبت به روش مرتبه اول می‌توان دانست. در روش مرتبه اول انتشار عددی باعث می‌شود که جریانهای ثانویه با دقت مناسبی پیش‌بینی نشوند. اما روش مرتبه دوم انتشار عددی را کاهش داده و با دقت بهتری جریانهای ثانویه را پیش‌بینی می‌کند. بررسی نتایج منتشر شده توسط کوسف و استریت [۱۸] که به حل عددی جریان در درون یک حفره مکعبی در رینولدزهای مختلف می‌پردازد نیز نتایج مشابهی را برآورد می‌کنند که به عنوان نمونه برای دو عدد رینولدز مختلف به شکل (۳) که از مرجع [۱۸] اقتباس شده می‌توان مراجعه کرد.

### ۲-۵ جریان سیال در یک خم ۹۰ درجه

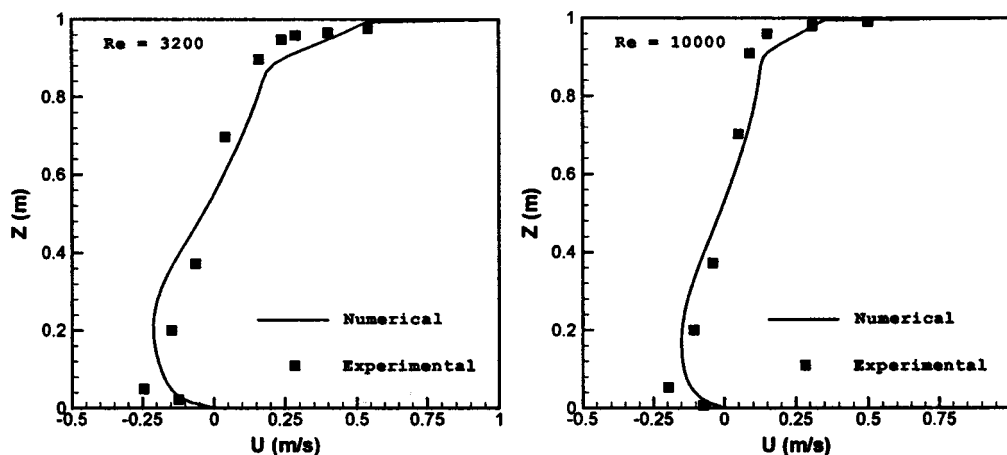
هامفری و همکارانش [۴] جریان در یک کانال با مقطع مربعی را که در آن یک خم ۹۰ درجه وجود دارد را به صورت



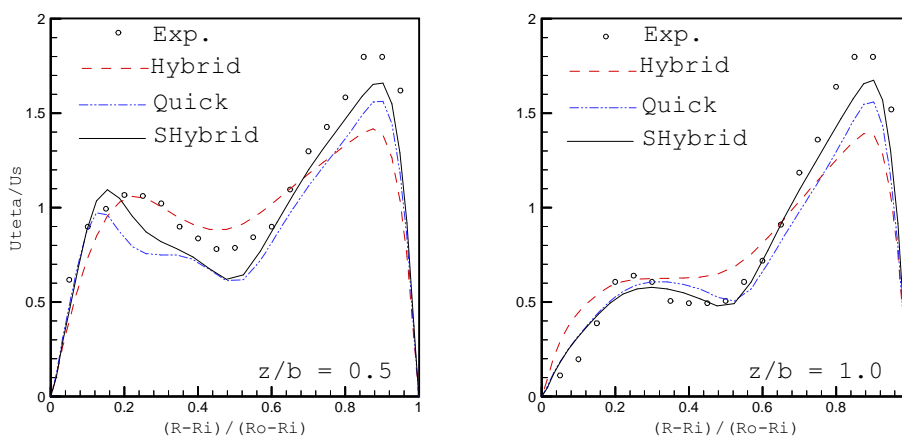
شکل ۲- توزیع سرعت طولی در خط مرکزی حفره مکعبی محاسبه شده با دو روش عددی و مقایسه با مرجع [۱۷]

شکل نتایج عددی حاصل از اجرای برنامه حاضر با استفاده از روشهای میانبایی هیبرید مرتبه اول و مرتبه دوم، روش کوئیک و نتایج تجربی همزمان با هم نشان داده شده‌اند. همان طور که در این شکلها دیده می‌شود، روشهای مرتبه اول توزیع سرعت و به خصوص نقطه ماکزیمم سرعت را با دقت کمتری پیش‌بینی می‌کنند که علت آن خطای ناشی از انتشار عددی به وجود آمده در روش مرتبه اول است. یکنواختی بیشتر توزیع سرعت در روش مرتبه اول نسبت به روشهای مرتبه دوم گواه این مطلب است. از طرف دیگر بین نتایج دو روش مرتبه دوم نیز اختلاف اندکی دیده می‌شود. اما اختلاف محسوس این دو روش را باید در ضریب مادون‌رهایبی به کار گرفته شده در روش عددی جستجو کرد. به کمک روش هیبرید مرتبه دوم توانستیم از ضریب مادون‌رهایبی بزرگتری نسبت به روش کوئیک استفاده کنیم. این ضریب برای روش هیبرید مرتبه دوم ۰/۶ انتخاب شد، در صورتی که با این ضریب و به کارگیری روش کوئیک روش عددی ناپایدار می‌شد. لذا برای جلوگیری از ناپایداری روش کوئیک به ناچار از ضریب مادون‌رهایبی کوچکتری استفاده شد. این یکی از مزایای روش هیبرید مرتبه دوم نسبت به روش کوئیک است. به همین علت در تمام مثالهای بعد از روش هیبرید مرتبه دوم برای میانبایی جملات جابه جایی استفاده شده است.

تجربی بررسی کرده‌اند. بر اساس مدل آزمایشی آنها مقطع کانال مربعی به طول ۴ سانتیمتر بوده و طول قسمتهای افقی و عمودی کانال به ترتیب ۱/۸ و ۱/۲ متر هستند. دو قسمت افقی و عمودی کانال توسط یک خم با شعاع متوسط ۹/۲ سانتیمتر به هم متصل می‌شوند. جریان سیال از قسمت افقی کانال وارد شده و از قسمت عمودی آن خارج می‌شود. طبق مدل تجربی هامفری، عدد رینولدز جریان بر اساس سرعت متوسط ورودی و قطر هیدرولیکی مقطع کانال ۷۹۰ انتخاب شده است. پس از مطالعه اثر تعداد نقاط شبکه در حل عددی از شبکه‌ای با تعداد نقاط ۱۷×۳۲×۴۷ استفاده شد که شبکه فوق در مجاورت دیوارها و خم کانال تراکم شده است. به علت وجود یک سطح تقارن تنها نیمه متقارن کانال به هنگام حل در نظر گرفته شد. وجود جریانهای ثانویه پیچیده در مقطع این کانال، به خصوص در خم آن، که به علت نیروهای گریز از مرکز و گرادیانهای فشار به وجود می‌آیند، باعث می‌شود که نتایج عددی به دست آمده در این کانال وابستگی زیادی به روش میانبایی انتخاب شده داشته باشند. شکل (۴) توزیع سرعت هم راستای کانال را در دو موقعیت از مقطع خروجی خم کانال نشان می‌دهد (در این شکل  $Z/b=1$  به صفحه تقارن مربوط بوده و  $Z/b=0/5$  هم به صفحه میانی واقع بین صفحه تقارن و دیوار مربوط می‌شود). در این



شکل ۳- توزیع سرعت در راستای طولی و در خط مرکزی حفره مکعبی در دو رینولدز مختلف اقتباس از مرجع [۱۸]



شکل ۴- مقایسه توزیع سرعت در دو موقعیت خروجی خم با نتایج مرجع [۴]

مرتبه دوم در محاسبات استفاده شده است.

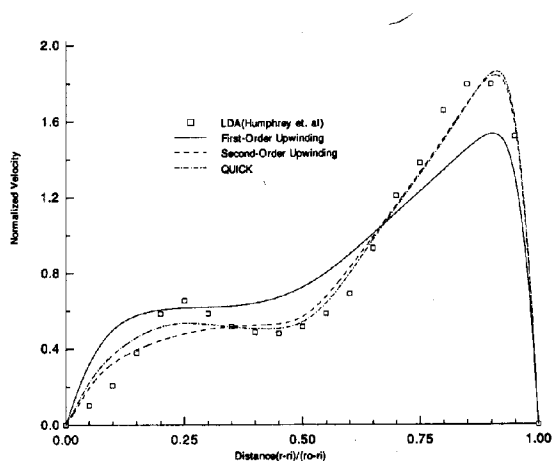
## ۶- نتایج

پس از حصول اطمینان از صحت عملکرد برنامه که در یک حفره مکعبی و همچنین یک خم ۹۰ درجه که نتایج تجربی آن در دسترس بود اینک جریان آرام در کانالی با مقطع مربعی و خمهای با زوایای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. زاویه این خمها به ترتیب ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ درجه‌اند.

ابتدا جریان را در یک خم ۹۰ درجه که اطلاعات تجربی آن هم موجود است، بررسی می‌کنیم، خم ۹۰ درجه کاربرد زیادتری داشته

بررسی نتایج ارائه شده توسط یاو و همکارانش [۷] نتایج مشابهی را نشان می‌دهد. در نتایج ارائه شده توسط آنها هم نتایج حل عددی با استفاده از روشهای بالا دست مرتبه اول، بالا دست مرتبه دوم و کوپیک با نتایج تجربی مرجع [۴] مقایسه شده‌اند، شکل (۵) را ببینید. همان گونه که از این شکل دیده می‌شود نتایج حاصل از روشهای بالا دست مرتبه دوم نتایج تجربی را به خوبی دنبال می‌کنند. این همان نتیجه‌ای است که از بررسی شکل (۴) نیز می‌توان ملاحظه کرد که نتایج مربوط به حالت هیبرید مرتبه دوم به نتایج تجربی مرجع [۴] بسیار نزدیک‌ترند و بنابراین در بررسیهای انجام شده فقط از هیبرید





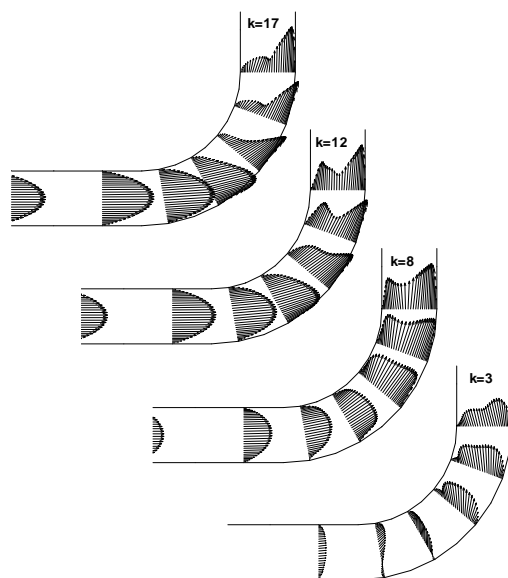
شکل ۵- توزیع سرعت در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه اقتباس از مرجع [۷]

کرد. برخورد برخی از کانتورها با سطوح جامد ناشی از عبور جریانهای عرضی از این صفحه به صفحات دیگر است که نرم افزار Tecplot (که با آن شکلها رسم شده) آنها را این گونه نشان می دهند و علت اصلی آن هم همان سه بعدی بودن جریان است.

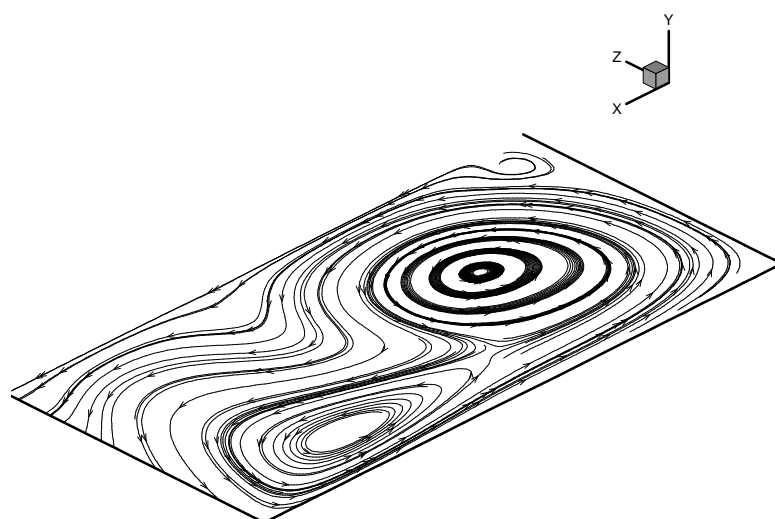
همان گونه که در این شکل دیده می شود وجود دو جریان گردابی قوی (جریانهای ثانویه) در مقطع عرضی کانال، جریان در مقطع طولی را که در شکل (۶) نشان داده شده به شدت تحت تاثیر قرار می دهد. با مراجعه مجدد به شکل (۶) ملاحظه می شود که با دور شدن از کناره های جداره یعنی مقادیر بزرگتر،  $K=17$  و  $K=12$  و  $K=8$  که به سطح تقارن میانی کانال نزدیکتر می شویم یعنی با کم شدن اثرات جداره نقش نیروی گریز از مرکز بارزتر شده و جریان به سمت دیواره بیرونی خم ۹۰ درجه رانده می شود. در نزدیک سطح تقارن مجدداً بر اثر جریانهای ثانویه موجود در مقطع کانال پروفیلهای سرعت که در ورودی به صورت سهموی و توسعه یافته اند به کلی تغییر شکل می دهند.

در شکل (۸) چگونگی شکل گیری و توسعه جریانهای ثانویه در مقطع عرضی یک خم ۹۰ درجه از ورود تا خروج خم و در فواصل زاویه ای مساوی ۳۰ درجه با بردارهای سرعت نشان داده شده اند. همان گونه که در این شکل دیده می شود در ابتدای ورود جریان به داخل خم هیچ گونه جریان ثانویه ای وجود ندارد ولی با پیشروی جریان به سمت جلو و در فاصله ای به اندازه ۳۰ درجه از مقطع ورودی تشکیل یک مرکز

و بنابراین بیشتر مورد توجه است. سپس به دیگر خمها می پردازیم. البته شایان ذکر است که در همه این خمها مقطع کانال مورد بررسی مربع و یا مستطیل است. برای تجزیه و تحلیل بیشتر جریان پروفیلهای سرعت در چهار مقطع مختلف خم ۹۰ درجه ترسیم شده اند. همان گونه که در شکل (۶) دیده می شود این پروفیلها برای چهار مقدار مختلف  $K$  رسم شده اند.  $K$  اندیسی است که موقعیت گره ها را در راستای محور  $Z$  مشخص می کند به طوری که  $K=1$  در روی دیوار صلب قرار دارد و با افزایش مقدار آن به سمت محور تقارن پیش می رویم. به هر حال در شکل (۶)،  $K=3$  نزدیک دیوار صلب بوده و  $K=17$  منطبق بر محور تقارن کانال است. در نزدیک جداره ها،  $K=3$  به علت اثرات دیواره در کاهش سرعت، پروفیلهای سرعت در ورود به کانال بسیار باریک اند و با جلو رفتن در داخل خم جدایی جریان و حتی جریانهای برگشتی ضعیفی قابل تشخیص اند ولی هنگامی که زاویه خم به حدود ۴۵ درجه و بیشتر می رسد این پروفیلها رشد قابل ملاحظه ای را نشان می دهند که این ناشی از جریانهای عرضی و ثانویه در مقطع کانال است که از صفحات دیگر وارد این صفحه شده اند. با نزدیک شدن به مقطع خروجی یعنی زاویه ۹۰ درجه این پروفیلها به شکل نهایی خود نزدیک می شوند. برای درک بهتر موضوع و نشان دادن چگونگی عبور جریان از صفحات دیگر به این صفحه خوب است که به وضعیت خطوط جریان در مقطع خروجی (زاویه ۹۰ درجه) که در شکل (۷) رسم شده توجه



شکل ۶- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۹۰ درجه



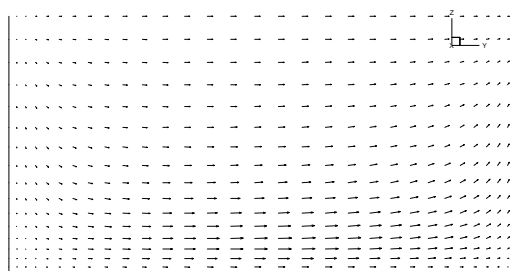
شکل ۷- خطوط جریان در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه

و پس از خروج از خم کانال نیروهای لزجت باعث مستهلک شدن این گردابه‌های ضعیف شده و سبب توسعه یافتن جریان به سمت خروجی می‌شوند.

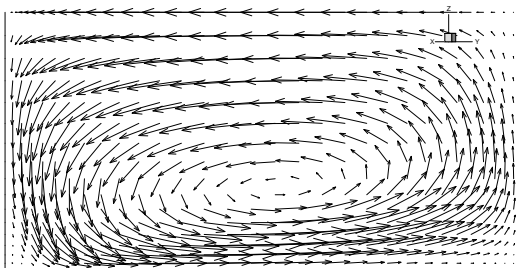
#### ۶-۱- اثرات سطح مقطع کانال در خم ۹۰ درجه

به منظور ارزیابی اثرات شکل سطح مقطع کانال، چند حالت دیگر را برای خم ۹۰ درجه بررسی کردیم. در هر حالت مقطع

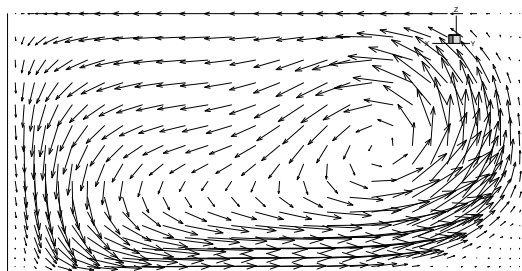
گردابه‌ای که محور آن نزدیک جداره مقابل سطح تقارن کانال است شکل گرفته و با پیشروی به جلو این گردابه شکسته و به دو گردابه ضعیفتر تبدیل می‌شوند. البته در مقطع خروجی آثاری از شکل‌گیری گردابه سوم ضعیفی در نزدیکی محور تقارن نیز به چشم می‌خورد. در حقیقت با ورود جریان به خم، یک گردابه ساده ولی قوی تشکیل می‌شود و به مرور با گذر از خم کانال این گردابه قوی به گردابه‌های ضعیفتری شکسته شده



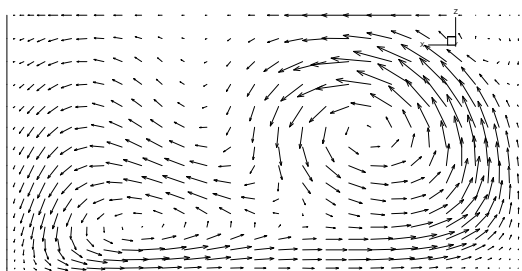
زاویه صفر درجه در خم ۹۰ درجه (ورودی)



زاویه ۳۰ درجه در خم ۹۰ درجه



زاویه ۶۰ درجه در خم ۹۰ درجه



زاویه ۹۰ درجه در خم ۹۰ درجه (خروجی)

شکل ۸- بردارهای سرعت در مقاطع مختلف خم ۹۰ درجه از ورودی تا خروجی

**حالت اول:** در حالت اول که آن را با نسبت اضلاع ( $ar=2$ ) معرفی می‌کنیم، پهنای کانال را در راستای محور  $z$  به مقدار ۳ سانتیمتر کاهش داده و ارتفاع مقطع کانال را به مقدار ۶ سانتیمتر افزایش می‌دهیم. در نتیجه قطر هیدرولیکی آن همانند قبل (مقطع مربعی) ثابت می‌ماند. نتایج حاصل از اجرای برنامه برای

مربعی خم ۹۰ درجه به گونه‌ای به یک مقطع مستطیلی تغییر شکل داده شد که قطر هیدرولیکی مقطع مستطیلی حاصل با قطر هیدرولیکی مقطع مربعی برابر باشد. به این ترتیب عدد رینولدز و سرعت متوسط ورودی همه این کانالها ثابت باقی می‌ماند. این حالتها به قرار زیرند:

این حالت به صورت بردارهای سرعت در مقطع طولی کانال در شکل (۹) نشان داده شده است. در این شکل الگوهای طولی جریان فقط در مقاطع، ۱۳ و ۸ و  $K=3$  نشان داده شده‌اند. همان گونه که در این شکل دیده می‌شود، الگوی کلی جریان همانند قبل است ولی به علت افزایش محدوده میدان جریان در راستای عرضی، گردابه‌های میانی موجود کشیده شده و مرکز آنها از هم دور می‌شوند، شکل (۱۰) را ببینید. در ضمن وسعت گردابه کوچکی که در مجاورت دیواره خارجی خم و سطح تقارن کانال قرار دارد کوچکتر شده است.

**حالت دوم:** در حالت دوم مقادیر پهنا و ارتفاع مقطع کانال را با هم عوض می‌کنیم و آن را با نسبت اضلاع،  $(ar=0/5)$  معرفی می‌کنیم. الگوی طولی جریان برای این حالت در چهار مقطع، ۲۳ و ۱۷ و ۱۰ و  $K=3$  در شکل (۱۱) نشان داده شده است. در شکل (۱۲) نیز خطوط جریان در مقطع خروجی خم برای این حالت نشان داده شده‌اند. این شکل نشان می‌دهد که کاهش نسبت اضلاع مقطع درست در جهت عکس حالت قبل روی الگوی جریان در مقطع خروجی خم تأثیر گذاشته است، یعنی کاهش نسبت اضلاع مقطع باعث می‌شود که دو گردابه میانی مقطع خروجی خم به هم نزدیکتر شده و وسعت گردابه‌ای که در مجاورت دیواره خارجی خم و سطح تقارن کانال قرار دارد افزایش یابد.

از آنجا که توده جریان این بار در راستای محور تقارن دارای تحرک است تا در امتداد دیگر، الگوهای جریان با حالت قبل تفاوت کلی حاصل کرده‌اند و به جای تشکیل دو گردابه در مقطع عرضی این بار سه عدد گردابه تشکیل می‌شود که امتداد گسترش آن به سمت سطح تقارن است، شکل (۱۲) را ببینید.

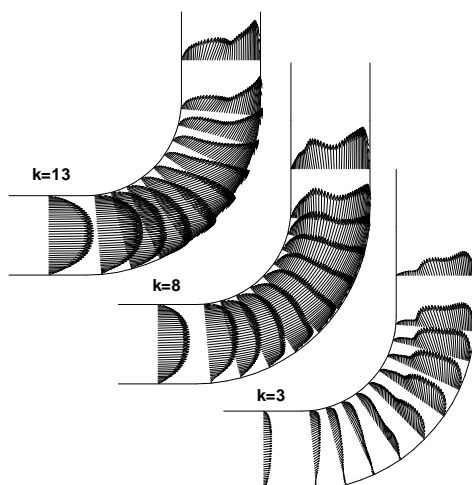
پروفیل‌های طولی جریان که در شکل (۱۱) نشان داده شده‌اند دارای یکنواختی کمتری بوده و اثرات شدید ورود جریان از صفحات دیگر به این صفحه بسیار افزایش یافته است و همان گونه که گفته شد توده جریان در اینجا به سمت محور تقارن رانده شده است. با مقایسه این دو نتیجه می‌توان پیش‌بینی کرد که در نسبت اضلاع بزرگتر ممکن است دو گردابه اصلی به

صورت یک گردابه واحد و کشیده تبدیل شوند. زیرا این دو گردابه در یک گردابه با محدوده بزرگتر محصور شده‌اند، شکل‌های (۱۰) و (۱۲) را ببینید. این بررسی پیچیدگیها و مسایل گوناگون مطرح در جریان آرام در یک خم ۹۰ درجه را نشان داده و اهمیت توجه هر چه بیشتر به آنها را گوشزد می‌کند.

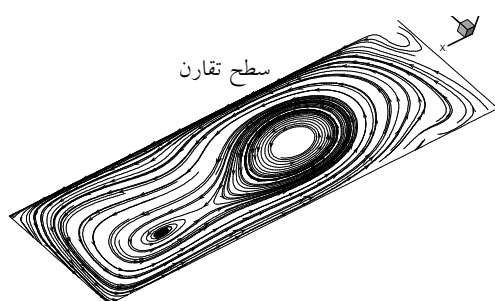
پس از این بررسی دو حالت جدید دیگر هم مورد مطالعه قرار گرفتند به طوری که در یکی از این حالات  $(ar=3)$  بود (حالت سوم)، و در حالت دیگر (حالت چهارم)  $(ar=0/334)$  که نقطه مقابل آن است. ذیلاً به بررسی هر یک از این حالات نیز می‌پردازیم.

**حالت سوم:** در این حالت که آن را با نسبت اضلاع  $(ar=3)$  معرفی می‌کنیم، پهناي کانال را در راستای محور  $z$  کاهش داده و ارتفاع مقطع کانال را به گونه‌ای افزایش می‌دهیم که قطر هیدرولیکی آن همانند قبل (مقطع مربعی) ثابت بماند. نتایج حاصل از اجرای برنامه برای این حالت به صورت بردارهای سرعت در مقطع طولی کانال در شکل (۱۳) نشان داده شده‌اند. از بررسی این شکلها دیده می‌شود که الگوی کلی جریان همانند قبل است ولی به علت افزایش محدوده میدان جریان در راستای عرضی، گردابه میانی موجود کشیده شده است، شکل (۱۴) را ببینید. در ضمن وسعت گردابه کوچکی که در مجاورت دیواره خارجی خم و سطح تقارن کانال قرار دارد کوچکتر شده است.

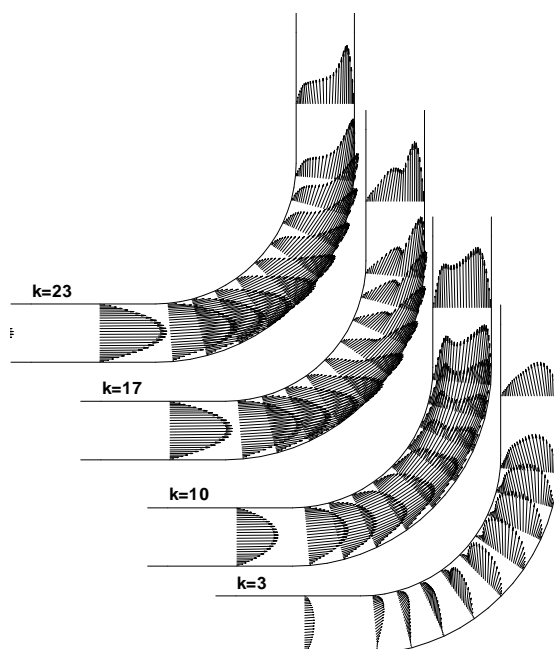
**حالت چهارم:** در این حالت که آن را با نسبت اضلاع  $(ar=0/334)$  معرفی می‌کنیم، پهناي کانال را در راستای محور  $z$  افزایش داده و ارتفاع مقطع کانال را به گونه‌ای کاهش می‌دهیم که مجدداً قطر هیدرولیکی آن همانند قبل (مقطع مربعی) ثابت می‌ماند. نتایج حاصل از اجرای برنامه برای این حالت به صورت بردارهای سرعت در مقطع طولی کانال در شکل (۱۵) نشان داده شده است. از مطالعه این شکلها دیده می‌شود که الگوی کلی جریان که در سطح مقطعی، ۱۹ و ۱۲ و  $K=3$  نشان داده شده همانند قبل است ولی به علت افزایش محدوده میدان جریان در راستای طولی، گردابه میانی موجود کشیده شده و به یک گردابه واحد



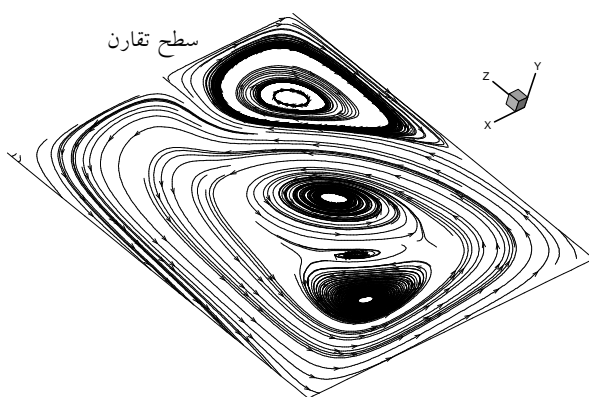
شکل ۹- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۹۰ درجه  $ar = 2$



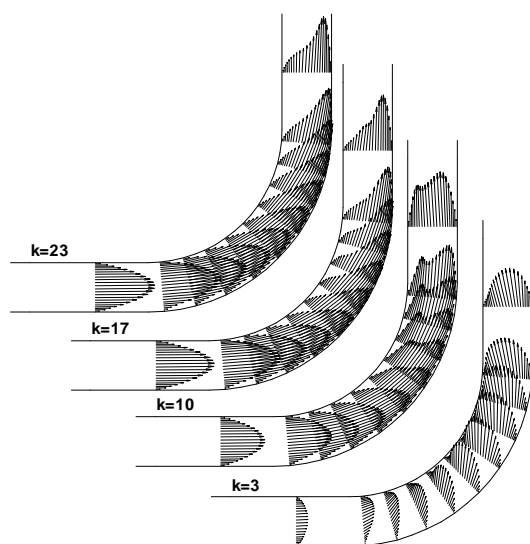
شکل ۱۰- خطوط جریان در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه



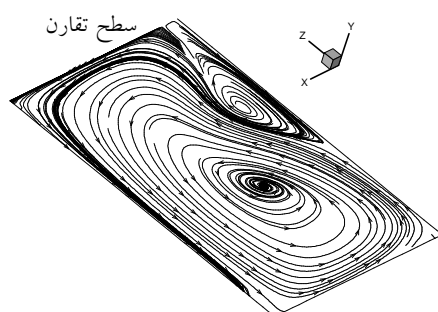
شکل ۱۱- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۹۰ درجه  $ar = 0.5$



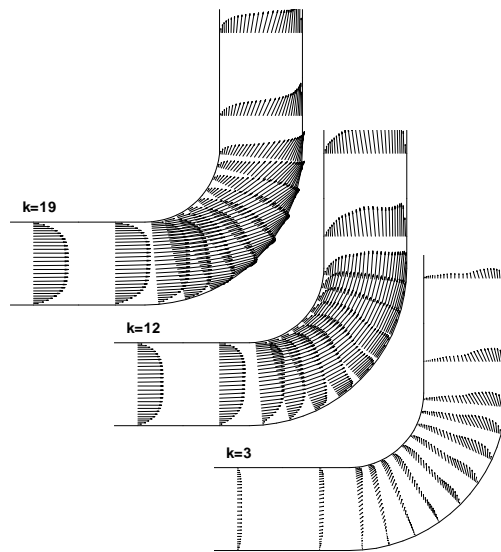
شکل ۱۲- خطوط جریان در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه



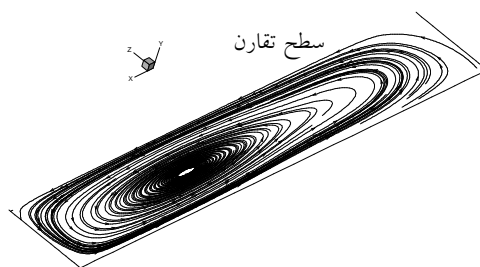
شکل ۱۳- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۹۰ درجه  $ar = 3$



شکل ۱۴- خطوط جریان در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه



شکل ۱۵- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۹۰ درجه  $ar=0.334$



شکل ۱۶- خطوط جریان در مقطع خروجی خم ۹۰ درجه

ضریب افت فشار بی بعد را از معادله زیر به دست می‌آوریم:

$$\xi = \frac{2\Delta p}{\rho U^2} \quad (5)$$

در جدول (۲) نتایج به دست آمده برای حالت اولیه و چهار حالت فوق که جمعاً پنج حالت مختلف می‌شوند، ارائه شده‌اند. بررسی نتایج این جدول نشان می‌دهد که برای یک عدد رینولدز مشخص حداقل افت فشار در مقطع مربعی اتفاق

تبدیل می‌شود، شکل (۱۶) را ببینید. در ضمن از گردابه کوچکی که در مجاورت دیواره خارجی خم و نزدیک سطح تقارن کانال تشکیل می‌شد خبری نیست.

#### ۲-۶ افت فشار و استهلاک انرژی در خمهای ۹۰ درجه

پس از بررسی کمی و کیفی فوق اینک به بررسی میزان استهلاک انرژی در گذر از خم ۹۰ درجه می‌پردازیم. برای این کار افت فشار را از ورودی تا خروجی خم ۹۰ درجه محاسبه کرده و

جدول ۲- افت فشار و ضریب افت فشار بی بعد در پنج خم ۹۰ درجه مختلف

ar=۳	ar=۲	ar=۱	ar=۰/۵	ar=۰/۳۳۴	
۰/۴۰۱۱۹۶	۰/۱۵۸۰۹۷	۰/۱۰۳۹۶	۰/۱۴۱۹۸۵	۰/۲۰۰۲۴۶	$\Delta p_b$
۲/۰۵۷	۰/۸۱۰۶۲	۰/۵۳۳	۰/۷۲۸	۱/۰۲۶۷	$\xi$
۳/۸۶	۱/۵۲	۱	۱/۳۶۵۸	۱/۹۲۶	$\frac{\xi}{\xi_{ar=1}}$

مثلا در خروجی خمهای ۳۰ و ۶۰ درجه فقط یک گردابه قابل شناسایی است در حالی که در خم ۱۲۰ درجه تعداد گردابه‌ها به ۳ تا ۴ عدد افزایش می‌یابد.

برای ارزیابی اثر زاویه خم در زوایای بزرگتر شاید بهتر باشد که همه این خم‌ها در زاویه ۹۰ درجه با هم مقایسه شوند. این موضوع را با مراجعه به شکل‌های (الف-۱۸) الی (د-۱۸) می‌توان دنبال کرد. همان گونه که در این شکل‌ها دیده می‌شود، خطوط جریان در مقطع ۹۰ درجه خم‌های مختلف رسم شده‌اند و چنانکه دیده می‌شود با افزایش زاویه خم از ۹۰ به ۱۸۰ درجه تعداد گردابه‌ها در زاویه ۹۰ درجه از ۲ به ۴ افزایش یافته است.

#### ۶-۴- افت فشار و استهلاك انرژی در خمهای مختلف

برای ارائه یک مقایسه کمی برای جریان در خمهای مختلف ضریب افت بی بعد را برای کلیه این خم‌ها محاسبه کرده و نتایج آن را در جدول (۳) ارائه می‌کنیم. در این جدول مقدار ضریب افت هر خم به طور مستقل و مقدار نسبی آن در مقایسه با خم ۹۰ درجه نشان داده شده‌اند.

همان گونه که نتایج این جدول نشان می‌دهد با افزایش زاویه خم از مقدار ۹۰ درجه ضریب افت به ترتیب به میزان ۱/۷، ۱/۲۴ و ۵۱ درصد برای خمهای ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ درجه افزایش می‌یابد در حالی که برای خمهای ۶۰ و ۳۰ درجه ضریب افت به میزان ۲/۱ و ۴۲/۵ درصد کاهش می‌یابد. نتایج تجربی و آزمایشگاهی هم این مطلب را تأیید می‌کنند [۱]، برای این منظور جدول (۴) را که از مرجع [۱] تلخیص شده می‌توان به عنوان نمونه آورد. همان گونه که نتایج این جدول نشان می‌دهند با کاهش زاویه خم ضریب افت هم کاهش می‌یابد و

می‌افتد و با دور شدن نسبت اضلاع مقطع کانال از عدد یک (مقطع مربعی)، افت فشار در گذر از خم ۹۰ درجه افزایش پیدا می‌کند.

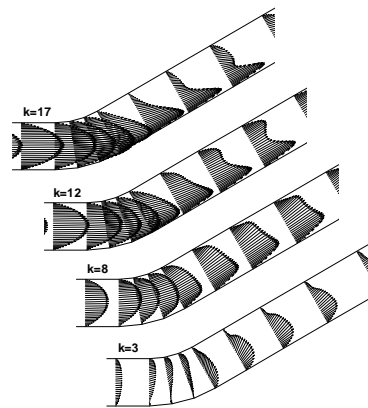
بررسی دقیقتر نتایج جدول (۲) گویای این امر است که به هنگام عبور جریان از یک خم ۹۰ درجه اگر جهت خم کردن به گونه‌ای باشد که دو دیوار مقابل هم به یکدیگر نزدیکتر باشند میزان افت فشار بیشتر بوده و بر عکس اگر خمیدگی در جهتی باشد که دیوارهای خم شده از هم دور باشند میزان افت فشار کمتر خواهد شد ولی در هر صورت افت ایجاد شده در یک مقطع مستطیلی از یک مقطع مربعی معادل بیشتر است.

#### ۶-۳- جریان آرام در یک کانال مربعی با خمهای مختلف

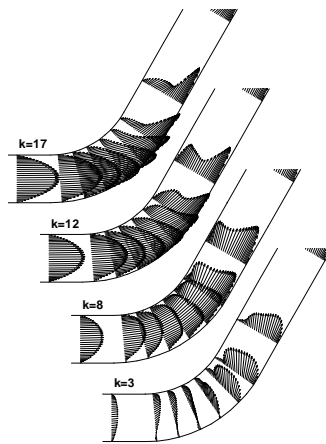
پس از بررسی خم ۹۰ درجه پنج خم مختلف دیگر مورد بررسی قرار گرفتند. این خم‌ها شامل دو خم ۳۰ و ۶۰ درجه‌اند که کمتر از ۹۰ درجه‌اند و به دنبال آن سه خم دیگر در زوایای ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ درجه مورد مطالعه قرار گرفتند که بیشتر از ۹۰ درجه بودند. همانند قبل در تمامی این خم‌ها نیز مقطع کانال بکار رفته یک مقطع مربعی شکل است که به علت وجود تقارن در آن فقط نصف آن حل شده است و بنابراین در اینجا نیز کلیه شکل‌ها دارای محور تقارن‌اند که با  $K=17$  مشخص می‌شوند.

نمودارهایی همانند نمودارهای مربوط به خم ۹۰ درجه برای هر حالت استخراج شده که بردارهای مربوط به پروفیل‌های طولی سرعت در شکل‌های (الف-۱۷) الی (ه-۱۷) رسم شده‌اند. بررسی کلی این نمودارها نشان می‌دهد که الگوی کلی جریان طولی روند مشابهی را دنبال می‌کند ولی بررسی دقیق الگوهای عرضی که در اینجا نشان داده نشده‌اند حکایت از افزایش تعداد گردابه‌ها با افزایش زاویه خم دارد به طوری که

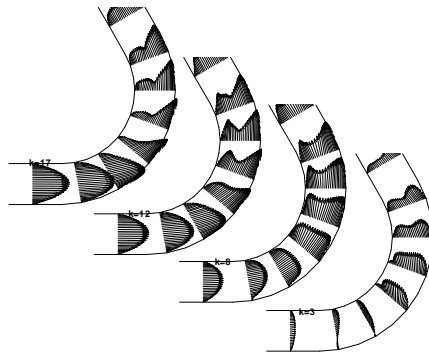




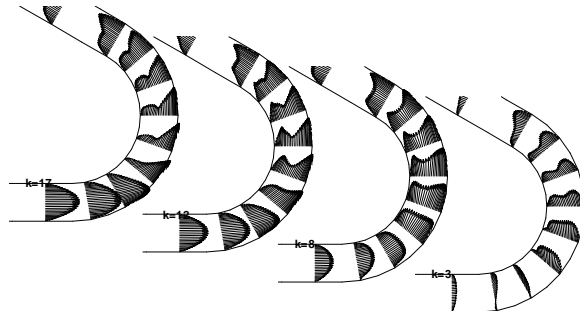
شکل ۱۷- الف - پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۳۰ درجه



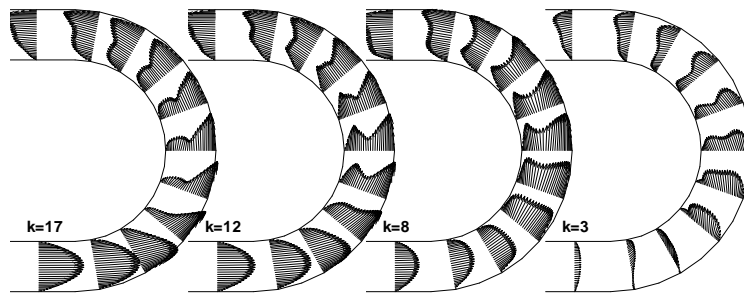
شکل ۱۷- ب - پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۶۰ درجه



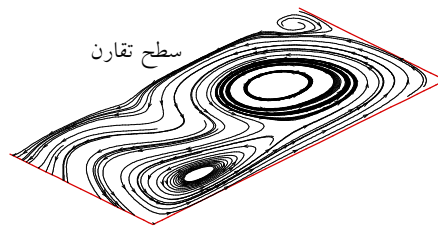
شکل ۱۷- ج - پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۱۲۰ درجه



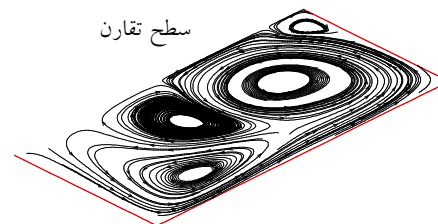
شکل ۱۷- د - پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۱۵۰ درجه



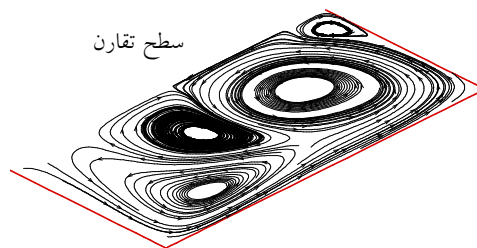
شکل ۱۷- ه- پروفیل‌های سرعت در مقاطع طولی خم ۱۸۰ درجه



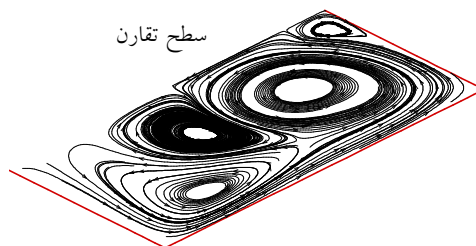
شکل ۱۸- الف- خطوط جریان در مقطع ۹۰ درجه خم ۹۰ درجه



شکل ۱۸- ب- خطوط جریان در مقطع ۹۰ درجه خم ۱۲۰ درجه



شکل ۱۸- ج- خطوط جریان در مقطع ۹۰ درجه خم ۱۵۰ درجه



شکل ۱۸- د- خطوط جریان در مقطع ۹۰ درجه خم ۱۸۰ درجه

جدول ۳- ضریب افت فشار بی‌بعد در خمهای مختلف

۱۸۰	۱۵۰	۱۲۰	۹۰	۶۰	۳۰	$\theta$
۰/۸۰۵۶	۰/۶۶۴۹	۰/۵۳۸۹	۰/۵۳۳۰	۰/۵۲۲۱	۰/۳۰۶۹	$\xi$
۱/۵۱۰	۱/۲۴۷	۱/۰۱۱	۱/۰	۰/۹۷۹	۰/۵۷۵	$\xi_{90} / (\xi)$

جدول ۴- ضریب افت فشار بی‌بعد در خم ۹۰ درجه با شعاع انحناهای مختلف (اقتباس از مرجع [۱])

۹۰	۶۰	۴۵	۲۲.۵	۱۵	۰	$\theta$ (درجه)	
۱/۰۰۰	۰/۹۰۴	۰/۶۷۰	۰/۳۲۲	۰/۲۱	۰	$r/d=1$	$\xi_{90} / (\xi)$
۱/۰۰۰	۰/۸۶۰	۰/۶۴۰	۰/۳۲۲	۰/۲۱	۰	$r/d=2$	$\xi_{90} / (\xi)$
۱/۰۰۰	۰/۹۱۰	۰/۷۲۷	۰/۳۲۲	۰/۲۱	۰	$r/d=3$	$\xi_{90} / (\xi)$
۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۳۳	۰/۳۲۲	۰/۲۱	۰	$r/d=4$	$\xi_{90} / (\xi)$

این خمها ممکن است که بر وسایل پایین دست آنها اثرگذار باشد (برای مثال در جریانی که وارد یک اتاق احتراق می‌شود جریانهای ثانویه در بر هم زدن مخلوط هوا و سوخت می‌توانند کمک کننده باشند در صورتیکه در یک شیپوره یا ورودی یک توربین این امر می‌تواند آثار مخربی برجای گذارد) باید تمهیداتی نظیر قرار دادن لوله‌ای مستقیم و طولانی برای کاهش و یا از بین بردن جریانهای ثانویه به عمل آورد تا در وسایل پایین دست افت بیشتری را سبب نشده و عملکرد آنها را تحت الشعاع کمتری قرار دهد. بنابراین در به کارگیری این خمها باید دقت لازم را به کار برد و به اثراتی که این خمها بر عملکرد وسایل پایین دست آنها می‌گذارند توجه کرد.

### قدردانی

نویسنده مقاله از قطب CFD که امکانات رایانه‌ای را در اختیار وی قرار داد، صمیمانه قدردانی و تشکر می‌نماید.

این همان چیزی است که جدول (۴) هم که از مرجع [۱] اقتباس شده آن را نشان می‌دهد. البته چون هندسه سطح مقطع و شعاع انحنا در دو حالت یکسان نیستند، انتظار می‌رود که جوابها هم از نظر کمی متفاوت باشند ولی روند آنها یکسان است.

### ۷- نتیجه گیری

بررسی جریان در کانالهای با خمهای مختلف نشان داد که این جریانها دارای پیچیدگیهای خاصی بوده و بسته به میزان زاویه خم و هندسه مقطع کانال، جریانهای ثانویه کاملاً متفاوتی در پایین دست این مقاطع تشکیل می‌شود که بر میزان افت فشار حاصل اثر خاص خود را می‌گذارد. بدین ترتیب که با افزایش زاویه خم به علت تشدید اثرات جریانهای ثانویه اثرات افتها بیشتر شده و میزان تلفات انرژی در کانالها افزایش می‌یابد و این خود گویای این امر است که باید از قدرت پمپاژ بیشتری استفاده کرد. علاوه بر این از آنجا که الگوی جریان خروجی از

- |                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| 1. Computational Fluid Dynamics | 3. Hybrid |
| 2. Non-Staggered Grid           | 4. Quick  |

## مراجع

1. Fox, R.W., and McDonald, A.T., "Introduction to Fluid Mechanics," 3rd Edition, John Wiley & Sons, pp. 500-513, 1985.
2. Hucho, W.H., "Aerodynamics of Road Vehicles," Society of Automotive Engineers Inc., 1998.
3. Samagaio, A., and Vlachos, N.S., "Calculation of Three-Dimensional Laminar Flows in T-Shaped Junctions," *Computer Meth. In Appl. Mech. and Eng.*, 75, pp. 393-407, 1989.
4. Humphrey J.A.C., Taylor A.M.K., and Whitelaw J.H., "Laminar Flow in a Square Duct of Strong Curvature," *J. Fluid Mech.*, 83: 509-527, 1977.
5. Enayat, M.M., Gibson, M.M., and Taylor, A.M.K.P., "Laser-Dopler measurements of Laminar and Turbulent Flow in a Pipe Bend," *Int. J. Heat & Fluid Flow*, pp. 213-219, 1982.
6. Sudo, K., Sumida, M., and Hibara, H., "Experimental Investigation on Turbulent Flow in a Circular-Sectioned 90-Degree Bend," Experiments in Fluids 25, pp. 42-49, Springer-Verlag 1998.
7. Yeo, R.W., Wood, P.E., and Hrymak, A.N., "A Numerical Study of Laminar 90-Degree Bend Duct Flow with Different Discretization Schemes," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.113, pp. 563-568, 1991.
8. Belaidi, A., Johnson, M.W., and Humphrey, J.A.C., "Flow Instability in a Curved Duct of Rectangular Cross Section," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.114,pp.585-592, 1992.
9. Tamamidis, P., and Assanis, D.N., "Prediction of Three-Dimensional Steady Incompressible Flows Using Body-Fitted Coordinates," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.115,pp.457-462,1993.
10. Majumdar,S., Rodi, W., and Zhu, J., "Three-Dimensional Finite Volume Method for Incompressible Flows With Complex Boundaries," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 114, pp. 496-503, 1992.
11. Sudo, K., Sumida, M., and Hibara, H., "Experimental Investigation on Turbulent Flow in a Circular-Sectioned 180-Degree Bend," Experiments in Fluids 28, pp. 51-57, Springer-Verlag 2000.
12. Iacovides, H., Launder, B.E., Loizou, P.A., and Ahaio, H. H., "Turbulent Boundary-Layer Development Around a Square Sectioned U-Bend: Measurements and Computation," *Journal of Fluids Engineering*, Vol.112, pp.409-415, 1990.
13. Flack, K.A., and Johnston, J. P., "Near-Wall Flow in a Three-Dimensional Boundary Layer on the Endwall of a 30-Degree Bend," Experiments in Fluids 24, pp. 175-184, Springer-Verlag 1998.
14. Klaus A. Hoffmann, and Steve T. Chiang, *Computational Fluid Dynamics for Engineering*, Wichita, Kan.: Engineering Education System, 1993, Chap. 11.
15. Patankar, S., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, McGraw Hill Book Co., New York, 1980.
16. Rhie, C. M., and Chow, W. L., "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation", *AIAA J.*, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
17. Ku, H. C. , Hirsh, R. S., and Taylor, T. D., "A Pseudospectral Method for Solution of the Three-Dimensional Incompressible Navier- Stokes Equations," *J. Comp. Phys.*, Vol. 70, pp. 439-462, 1987.
18. Koseff, K.R., and Street, R.L., "The Lid -Driven Cavity Flow: A Synthesis of Qualitative and Quantitative Observations," *Trans. ASME / Journal of Fluids Engineering*, Vol.106,pp.390-399,1984.

پیوست الف:

$$U = u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z$$

$$V = u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z$$

$$W = u\zeta_x + v\zeta_y + w\zeta_z$$

الف-۱

و

$$a = \xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2$$

$$b = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2$$

$$c = \zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2$$

$$d = \xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y + \xi_z\eta_z$$

$$e = \xi_x\zeta_x + \xi_y\zeta_y + \xi_z\zeta_z$$

$$f = \zeta_x\eta_x + \zeta_y\eta_y + \zeta_z\eta_z$$

الف-۲

در معادلات بالا متریکها از دسته معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\xi_y = J(x_\zeta z_\eta - x_\eta z_\zeta) \quad \xi_z = J(y_\zeta x_\eta - y_\eta x_\zeta) \quad \xi_x = J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta)$$

$$\eta_y = J(x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi) \quad \eta_z = J(y_\xi x_\zeta - y_\zeta x_\xi) \quad \eta_x = J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta)$$

$$\zeta_y = J(x_\eta z_\xi - x_\xi z_\eta) \quad \zeta_z = J(y_\eta x_\xi - y_\xi x_\eta) \quad \zeta_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)$$

که  $J$  ژاکوبین تبدیل است و از معادله زیر به دست می‌آید:

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \frac{1.0}{x_\xi(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)}$$