

## روشنی برای طراحی فن های محوری

ابراهیم شیرانی\* - محمدرضا خسروی راد\*\*

### چکیده

علی رغم اینکه فن های محوری کاربرد زیادی دارند، روشهای طراحی تدوین شده ای برای این نوع فن ها کمتر به چشم می خورد. خصوصا در منابع داخلی، تاکنون روش مدونی برای طراحی فن های محوری با عملکرد بالا ارائه نگردیده است. در این مقاله سعی شده با استفاده از روش صفحات جریان، تئوری تعادل شعاعی با جریان از نوع دوران آزاد، و یک سری اطلاعات تجربی، روش نسبتا "جامعی" ارائه گردد که بر اساس آن فن های محوری با ویابدون پره های ساکن ورودی و خروجی عملا "طراحی گردند". مزیت این روش سادگی در عین جامع بودن، با لا بودن عملکرد و راندمان فن طراحی شده است. روش ارائه شده برای یک فن محوری مشخص که نمونه ساخته شده خارجی آن وجود دارد اعمال شده است و نتایج حاصل با فن موجود مقایسه گردیده است. ابعاد دست آمده با ابعاد نمونه موجود کاملا مطابقت داشته و منحنی های عملکرد این دو فن با حداکثر در صد اختلاف با یکدیگر مطابقت دارند.

### مقدمه

فن های محوری موارد استفاده زیادی در صنعت دارند. این فن ها در سرعت های مخصوص یا لاتراز  $1/5$ ، دارای راندمان بالایی بوده و مورد استفاده قرار می گیرند. فن های محوری را می توان به سه دسته ذیل تقسیم نمود:

\* استاد دیا ردا نشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

\*\* مهندسی کل نیروگاهها، کارخانه ذوب آهن اصفهان

فن های آزادیا فن های سیرکوله ، مثل پنکه ها<sup>۱</sup> ، فن های بین دوفضای بزرگ که توسط یک دیواره از یکدیگر جدا شده اند<sup>۲</sup> ، فن های داخل کانالها<sup>۳</sup> .  
در این مقاله طراحی فن های محوری داخل کانالها مورد بررسی قرار میگیرند . فن های محوری از این نوع خود می توانند به یکی از اشکال زیر ساخته شود :

- ۱- فقط بایک رتور
- ۲- با پره های ساکن بعد از رتور .
- ۳- با پره های ساکن قبل از رتور .
- ۴- با پره های ساکن قبل و بعد از رتور .
- ۵- با دوران معکوس .

فن های نوع دوم ، سوم و چهارم قادرند هدبیشتری تولید کنند . در فن های نوع سوم لازم است پره های ساکن در دبی های مختلف تغییر زاویه<sup>۴</sup> دهند . فن نوع پنجم برای قدرتهای بالا مورد استفاده قرار میگیرد . شکل (۱) نمونه ای از فن های محوری از نوع چهارم را نشان می دهد .

طراحی پروانه های محوری و تدوین تئوری پروانه ها از اواسط قرن نوزدهم تا پایان این قرن بر اساس نتایج تلاشهای فروید، رانگین، گرین هیل و دزاراویکی تدوین گردیده است و بر اساس آن دوروش برای طراحی مشخص گردیده است یکی تئوری المان پره که قدرت پروانه را با نیروهای لیفت و درگ پسره ها ارتباط می دهد و دیگری تئوری ممنتم که قدرت را مستقیما "به تغییر ممنتم سیال ربط می دهد . اساس عمده طراحی فن ها نیز همین است . البته با تکامل ماشینهای محاسباتی در دهه های اخیر ، حل عددی جریان سیال در طول رتور امکان پذیر شده و روشهای متعددی در این رابطه بکار رفته است . از آن جمله روش منفرد ، روش تابع جریان و روش انحنا ی خطوط جریان را می توان نام برد . در این روشها هوا به عنوان یک سیال ایده آل در نظر گرفته می شود . حتی برای سیال حقیقی ، حل عددی معادلات نا ویراستوکز در طول رتور انجام گردیده و به نتایج مناسبی منجر گشته است . مراجع [۲۰۱] چکیده ای از این روشها

1. Free fans;
2. Diaphragm - mounted fans;
3. Ducted fans.
4. Variable - pitch

را تشریح کرده است. البته لازم به توضیح است که جریان در فن هادر مقایسه با جریان در داخل کمپرسورها از پیچیدگی کمتری برخوردار بوده و همچنین حساسیت کمتری هم دارد. از آنجا که کمپرسورها در موتورهای جت مورد استفاده قرار می‌گیرد و در این موتورها کوچکی ابعاد موتور و بالابودن راندمان اهمیت زیادی داشته و همچنین تراکم پذیری سیال و بالابودن عدد ماخ در آنها پیچیدگی زیادی را به دنبال دارد، روشهای حل عددی جریان عمدتاً " برای بررسی جریان در کمپرسورها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تاکنون در ایران بطور اصولی بر روی طراحی فن‌ها کار نشده است و فن‌های ساخته شده عمدتاً "بر اساس طرحهای خارجی و یاکپی سازی بوده و عمدتاً " دارای راندمان بسیار پائین و سروصدای زیادی می‌باشند، در روش ارائه شده در این مقاله دز عین سادگی، از پیشرفته ترین اطلاعات موجود استفاده شده است. معیار اصلی طراحی بالابودن راندمان، پائین بودن سروصدا در موقع کار فن و سادگی در ساخت می‌باشد.

روش طراحی بر اساس بررسی جریان در صفحات جریان<sup>۱</sup> و تئوری تعادل شعاعی از نوع جریان با دوران آزاد<sup>۲</sup> می‌باشد. در این مقاله ابتدا به تعاریف مورد استفاده در طراحی اشاره شده و سپس تئوری مربوطه بطور اختصار به بحث گذاشته شده است. روش طراحی، نمونه نتایج محاسبات طراحی برای یک فن خاص و مقایسه آن با یک فن موجود آورده شده است.

### تعاریف

در این قسمت تعاریف برخی از پارامترهای مورد استفاده در تئوری آورده می‌شود. این پارامترها بعضاً "در شکل (۲) نمایش داده شده است.

۱- زوایای پره،  $\beta_1$ ،  $\beta_2$ ،  $\beta_m$ : زوایای بین بردارهای سرعت نسبی سیال و امتداد محور فن به ترتیب در ابتدا، انتهای پره و در جریان متوسط.

۲- زاویه حمله،  $\alpha$ : زاویه بین بردار سرعت نسبی متوسط و وتر

1. Quasi three - dimensional
2. Free - Vortex flow

ایرفویل (مقطع هر پره ها)

- ۳- زاویه حمله ورودی،  $i$  : زاویه برخورد سرعت نسبی با پره  
 ۴- زاویه انحراف،  $\delta$  : زاویه انحراف سیال نسبت به پره در انتهای پره

- ۵- ضریب چرخش،  $\varepsilon$  : نسبت مولفه مماسی سرعت مطلق سیال به سرعت محوری سیال

$$\varepsilon = \frac{v_{\theta}}{v_a} \quad (1)$$

- ۶- زاویه خمیدگی،  $\theta$  : معرف خمیدگی ایرفویل است و از هندسه مسئله می‌توان نشان داد که :

$$\theta = (\beta_1 - \beta_2) + (\delta - i) \quad (2)$$

- ۷- زاویه استگر،  $\xi$  : زاویه بین امتداد وتر ایرفویل و امتداد محور فن. از هندسه مسئله داریم :

$$\xi = \beta_1 - i - \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

- ۸- صلبیت،  $\sigma$  : نسبت طول وتر ایرفویل به فاصله دو پره متوالی

$$\sigma = \frac{c}{s} \quad (4)$$

- ۹- ضریب جریان،  $\lambda$ ،  $\Lambda$  : نسبت سرعت محوری سیال به سرعت خطی پره در هر شعاع دلخواه ( و در نوک پره،  $r=R$  )

$$\lambda = \frac{v_a}{\Omega r} \quad , \quad \Lambda = \frac{v_a}{\Omega R} \quad (5)$$

- ۱۰- ماکزیمم خمیدگی ایرفویل،  $b$  : در صورتیکه ایرفویل قوسی از دایره باشد، می‌توان از هندسه مسئله نشان داد که ماکزیمم خمیدگی برای ایرفویلی که از یک قوس دایره تشکیل شده، برابر است با :

$$b = \frac{1}{2} c \tan \frac{\theta}{2} \quad (6)$$

- ۱۱- ضریب لیفت،  $C_L$  :

$$C_{L_i} = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c v_m^2} \quad (7)$$

۱۲- ضریب درگ ایرفویل،  $C_{Dp}$  :

$$C_{Dp} = \frac{D_p}{\frac{1}{2} \rho c v_m^2} \quad (8)$$

۱۳- سرعت مخصوص،  $\Omega_s$  :

$$\Omega_s = \frac{\Omega \sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \quad (9)$$

که در آن  $Q$  دبی حجمی،  $H$  هدفن،  $\Omega$  سرعت زاویه‌ای محور و  $\Omega_s$  بدون بعد است.

۱۴- ضرایب افت در وسط پره،  $K_R$ ،  $K_p$  و  $K_s$ ؛ به ترتیب ضرایب افت در وسط پره‌های متحرک، ساکن ورودی و ساکن خروجی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$K = \left( \frac{\Delta P_1}{\frac{1}{2} \rho V_a^2} \right)_{Ms} \quad (10)$$

زیر نویس  $Ms$  معرف شرایط در وسط پره و  $\Delta P_1$  افت فشار است.

۱۵- ضرایب افت،  $k_R$ ،  $k_p$  و  $k_s$ ؛ به ترتیب عبارت از ضرایب افت فشار در رتور، در پره‌های ساکن ورودی و نیز خروجی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$k = \frac{\Delta P_1}{\frac{1}{2} \rho v_a^2} \quad (11)$$

۱۶- ضریب افزایش فشار،  $K_{th}$ ؛ نسبت افزایش فشار استاتیکی تئوری به

$$K_{th} = \frac{\Delta P_{th}}{\frac{1}{2} \rho v_a^2} \quad (12)$$

می‌باشد:

## اطلاعات تئوریک لازم برای طراحی

در این بخش اطلاعات مربوط به خواص آئرو دینا میکی ایرفویلها که در طراحی پره های ساکن و متحرک فن ها مورد استفاده قرار می گیرند و نیز معادلات طراحی پره های ساکن و متحرک به اختصار آورده می شود. همچنین اطلاعات مورنیا ز در طراحی که عمدتاً "از طریق تجربی کسب شده است، نیز ذکر می گردد.

۱- ایرفویل های مناسب برای پره های فن :

بطور کلی انواع مختلفی از ایرفویلها برای پره های فن ها مورد استفاده قرار گرفته است. در فن های با افزایش فشار زیاد اصولاً از ایرفویلها با خمیدگی دایره ای، در فن های با افزایش فشار کم از ایرفویلها یک طرف تخت و در فن های با دوران معکوس از ایرفویلها با مقطع بیضوی استفاده می شود. در فن های با راندمان اندکی کمتر از حالات فوق، از ایرفویلها با ضخامت ثابت (صفحات خمیده) استفاده می شود. مزیت چنین ایرفویلها ئی آسانی ساخت آنهاست. متداولترین ایرفویلها ئی مورد استفاده در فن ها، ایرفویلهای سری F (اصلاح شده ایرفویلهای سری C<sub>4</sub>)، ایرفویلهای سری NACA-65، ایرفویلها ئی با سطح زیرین تخت، ایرفویلها ئی بیضوی و ایرفویلها ئی با صفحات خمیده می باشند.

از آنجا که ایرفویلها ئی با صفحات خمیده بیشترین استفاده را در فن ها دارند، در اینجا صرفاً "اطلاعات مربوط به چنین ایرفویلها ئی را ارائه می دهیم. مشخصات سایر ایرفویلها ئی را می توان از مراجع [۳، ۴] بدست آورد. ایرفویلها ئی با صفحات خمیده دارای مزایای زیادی هستند. در صورتیکه صفحات بدرستی شکل داده شوند و نیز نحوه برخورد هوای ورودی به پره ها مناسب باشد، این ایرفویلها ئی راندمان و عملکرد مناسبی می باشند. علت استفاده از این ایرفویلها ئی، سادگی ساخت و نیز عملکرد مناسب آنهاست. مشخصات آئرو دینا میکی این ایرفویلها ئی در شکل (۳) آورده شده است. در این شکل منحنی ضریب لیفت بر حسب زاویه حمله

برای خمیدگی ماکزیمم متفاوت ، عدد رینولدز  $6 \times 10^5$  وضامت نسبی  $\frac{t}{c} = 0.02$  نمایش داده شده است . در حوالی عدد رینولدز ذکر شده در فوق و در محدوده زاویای حمله ۱- تا  $7^\circ$  ، ضریب درگ پروفیل این ایرفویلها در حدود  $0.05 \pm 0.02$  می باشد . آزمایشات نشان می دهد در محدوده  $3.0 \times 10^5 < Re < 1.7 \times 10^7$  ، ضرایب لیفت و درگ تغییر چندانی با عدد رینولدز نمی کند . علاوه بر ضریب درگ پروفیل ایرفویل ، افت در اثر جریان ثانویه را می توان در قالب ضریب درگ ثانویه بیان کرد . این ضریب را می توان با رابطه ۶ :

$$C_{Dsf} = a C_L^2 \quad (13)$$

تخمین زده در آن ضریب a بین ۰/۰۲ تا ۰/۰۴ تغییر می کند و در Re های بالا حتی تا ۰/۱۵ کاهش می یابد .  
۲- کسکید پره ها

نتایج داده شده در فوق برای یک ایرفویل مجزا صادق است . در حالت کلی پره های بریکدیگر اثر گذاشته و اثر داخل باید در نظر گرفته شود . شکل (۴) نسبت ضریب لیفت واقعی به ضریب لیفت مجزا ،  $C_{Li}/C_{Li}$  را بر حسب صلبیت و زاویه استگر نشان می دهد [۴] . همچنین به علت طول محدود پره ها و یکسان نبودن مقطع پره ها در طول ، اثرات در بعد سوم ( در طول پره ها ) را باید در نظر گرفت . روش بکار گرفته در این مورد بر مبنای کار گلاورت [۵] ، می باشد ، که بر اساس آن ، جریان در حالت تعادل شعاعی و با دوران آزاد در نظر گرفته می شود و پره ها بر همین اساس طراحی می گردند .

صلبیت پره ها به عوامل متعددی بستگی دارد . روابط تجربی متعددی برای محاسبه صلبیت پیشنهاد شده است که از آن جمله در مراجع [۶ ، ۷ ، ۸] آورده شده است . رابطه ای که توسط زوایفل پیشنهاد شده ، به شرح ذیل می باشد :

$$\frac{\cos^2 \beta_2}{\sigma \cos \xi} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) = 0.4 \quad (14)$$

## استقلال

جهت محاسبه ضریب بهینه درفن های بدون پره های ساکن ورودی و نیز برای فن های بدون پره ساکن خروجی به ترتیب می توان از اشکال (۵) و (۶) استفاده نمود. توجه کنید که ضریب چرخش ورودی درفن های بدون پره های ساکن ورودی ( $\epsilon_p$ ) و نیز ضریب چرخش خروجی درفن های بدون پره های ساکن خروجی ( $\epsilon_s$ ) برابر صفر است. حدود بالائی مقادیر ضریب چرخش در ورود و خروج از ترتیب ترتیب  $\epsilon_p = 1.4$  و  $\epsilon_s = 1.0$  توصیه شده است. لازم به توضیح است که حدود بالائی در ریشه پره متحرک اعمال می شود.

## ۳- معادلات طراحی رتور

در این قسمت معادلات لازم برای طراحی پره ها و روش بدست آوردن آنها مختصراً "ارائه می شود. برای بدست آوردن معادلات، یک حجم معیار دیفرانسیلی مطابق شکل (۱) در نظر می گیریم. این حجم معیار دارای ارتفاع  $dx$  در امتداد شعاع بوده و عرض آن برابر فاصله دو پره متوالی،  $S$ ، است که توسط دو خط جریان محصور می شود. با فرض اینکه جریان از نوع دوران آزاد بوده و مولفه شعاعی نداشته باشد، معادلات ممنتم را برای حجم معیار مذکور در امتداد محور فن و نیز امتداد جهت دوران محور نوشته، ساده می کنیم. پس از ساده کردن ضریب افزایش فشار استاتیک تئوری بدست می آید [۴]:

$$K_{th} = \frac{2}{\lambda} (\epsilon_s + \epsilon_p) \quad (15)$$

همچنین ضرایب لیفت و درگ حاصل از ساده کردن معادلات ممنتم پس از حذف عبارات کوچک عبارتند از:

$$C_D = \frac{1}{\sigma} k_R \cos^3 \beta_m \quad (16)$$

و

$$C_L = \frac{2}{\sigma} (\epsilon_s + \epsilon_p) \cos \beta_m - c \tan \beta_m \quad (17)$$

که در آن  $\beta_m$  زاویه بین سرعت متوسط جریان،  $v_m$  و امتداد محور فن



است و داریم :

$$\tan \beta_m = [1 - \frac{1}{2} (\epsilon_s - \epsilon_p) \lambda] / \lambda = \frac{1}{2} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2) \quad (18)$$

همچنین با استفاده از مثلثهای سرعت ورودی و خروجی می‌توان نوشت :

$$\tan \beta_1 = (1 + \epsilon_p \lambda) / \lambda \quad , \quad \tan \beta_2 = (1 - \epsilon_s \lambda) / \lambda \quad (19)$$

با استفاده از روابط (۱۵)، (۱۶) و (۱۰) ، داریم :

$$\frac{K_R}{K_{th}} = \frac{C_{Dp} + C_{Dsf}}{C_L} \left( \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} \right) Ms = \frac{C_D}{C_L} \left( \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_m} \right) Ms$$

با جایگزینی  $\beta_m$  در رابطه فوق و اینکه  $\lambda = \frac{\Lambda}{X}$  ، که در آن  $X = \frac{r}{R}$  ، داریم :

$$\frac{K_R}{K_{th}} = \frac{C_D}{C_L} \left[ \frac{\Lambda}{X} + \frac{X}{\Lambda} - (\epsilon_s - \epsilon_p) + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_p)^2}{4X} \right] Ms \quad (20)$$

۴- معادلات طراحی پره‌های ساکن :

با روشی مشابه نحوه بدست آوردن معادلات رتور، معادلات پره‌های ساکن قبل از رتور<sup>۱</sup> (p) و پره‌های ساکن بعد از رتور<sup>۲</sup> (s) بدست می‌آید. توجه کنید که  $\beta_{1p} = 0$  و  $\beta_{2s} = 0$  بوده و

$$\beta_{ms} = \tan^{-1} \frac{\epsilon_s}{2} \quad , \quad \beta_{mp} = \tan^{-1} \left( \frac{\epsilon_p}{2} \right) \quad (21)$$

$$C_{Ls} = \frac{2}{\sigma} \epsilon_s \cos \beta_{ms} \quad , \quad C_{Lp} = \frac{2}{\sigma} \epsilon_p \cos \beta_{mp} \quad (22)$$

$$C_{Ds} = \frac{1}{\sigma} k_s \cos^3 \beta_{ms} \quad , \quad C_{Dp} = \frac{1}{\sigma} k_p \cos^3 \beta_{mp} \quad (23)$$

1. Prerotor ;

2. Straightener

با استفاده از رابطه کارتر [۹] ، زاویه انحراف سیال بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$\delta = \frac{m \theta}{\sqrt{\sigma}} \quad (24)$$

از طرفی با اعمال رابطه فوق در رابطه (۲) ، داریم:

$$\theta = \frac{\beta_1 - \beta_2 - i}{1 - \frac{m}{\sqrt{\sigma}}} \quad (25)$$

که در آن  $m$  مقدار ثابتی است . در بهترین حالت ، برای پره‌های ساکن بعد از رتور  $m = 0.26$  و برای پره‌های ساکن قبل از رتور ،  $m = 0.19$  پیشنهاد شده است . و مقدار  $i$  نیز برابر صفر در نظر گرفته می‌شود . لذا :

$$\theta_s = \frac{\beta_1}{1 - \frac{0.26}{\sqrt{\sigma}}} \quad , \quad \theta_p = \frac{\beta_2}{1 - \frac{0.19}{\sqrt{\sigma}}} \quad (26)$$

همچنین از رابطه (۳) ، زاویه استگر برای پره‌های ساکن به شرح ذیل است :

$$\xi_s = \beta_1 - \frac{\theta}{2} \quad , \quad \xi_p = \frac{\theta}{2} \quad (27)$$

شکل (۷) منحنی تغییرات ضریب بر حسب ضریب چرخش را برای پره‌های ساکن نمایش می‌دهد . پس از ساده کردن معادله ممتنع ، ضریب افت پره‌های ساکن بصورت زیر در می‌آید :

$$\frac{k_s}{K_{th}} \frac{C_L}{C_D} = \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_{ms}} \frac{\epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_p} \quad , \quad \frac{k_p}{K_{th}} \frac{C_L}{C_D} = \frac{\lambda}{\cos^2 \beta_{mp}} \frac{\epsilon_p}{\epsilon_s + \epsilon_p} \quad (28)$$

و یا با جایگزینی  $\beta_m$  و  $\lambda$  ، ضریب افت فشار در وسط پره عبارت است از :

$$\frac{K_s}{K_{th}} = \left[ \frac{\Lambda}{X} (0.032 + 0.01 \epsilon_s) \frac{\epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_p} \right]_{Ms} \quad (29)$$

$$\frac{K_p}{K_{th}} = \left[ \frac{\Lambda}{X} (0.025 + 0.024 \varepsilon_p) \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s + \varepsilon_p} \right]_{Ms} \quad (30)$$

ضریب درگ پره‌های ساکن بعد از رتور در  $Re_c \leq 2 \times 10^5$  و در صلبیت‌های بالا، حدود  $C_{Dps} = 0.016$  می‌باشد. برای اعداد رینولدز بالاتر تا حدود  $6 \times 10^5$ ، ضریب درگ 20% تا 25% کاهش می‌یابد. ضریب درگ ثانویه این نوع پره‌ها از رابطه  $C_{Dsfs} = 0.018 C_1^2$  بدست می‌آید. در مورد پره‌های ساکن قبل از رتور برای  $Re_c \leq 2 \times 10^5$  و  $40^\circ < \beta_2 < 65^\circ$  و  $0.02 < C_{Dpp} < 0.04$ ، می‌باشد و در اعداد رینولدز تا حدود  $6 \times 10^5$  ضریب درگ 20% تا 25% کاهش می‌یابد. ضریب درگ ثانویه برای این نوع پره‌ها از رابطه ساخته شده از صفحات خمیده با ضخامت ثابت، به علت افزایش افت در اثر جدائی در لبه جلویی ایرفویل، ضرایب درگ 1/5 برابر می‌شود.

علاوه بر افت فشار در طول پره‌ها، در نواحی ورودی و خروجی فن افت فشار ایجاد می‌شود. با طراحی مناسب این نواحی می‌توان از ایجاد جدائی جلوگیری نمود و از میزان افت فشار کاست. در شکل (۱)، زاویه دماغه جلویی، یک جسم با تقارن محوری است که در بهترین حالت نسبت قطر به طول آن ۷۵٪ توصیه می‌شود. البته در صورت محدودیت در فضای اشغال شده توسط زاویه، این مقدار را می‌توان تغییر داد. ابعاد زاویه مخروط ناقص انتهای رتور نیز بایستی به دقت انتخاب شود. جدول صفحه بعد زاویه راس مخروط را بر حسب نسبت شعاع نوک پره‌ها به ریشه آنها،  $X_p$ ، نشان می‌دهد.

جدول ۱- تغییرات  $X_b$  بر حسب  $\eta$ 

$X_b$	0.4	0.5	0.7	0.75
زاویه راس مخروط (درجه) $\eta$	18	17	14	12

ضریب افت ناشی از ناحیه انتهای رتور،  $K_D$ ، با مشخصات فوق را می‌توان بطور تجربی تعیین نمود. مقدار پیشنهاد شده برابر  $K_D = 0.1$  می‌باشد.

۵- راندمان کل و قدرت فن

با توجه به تعریف، راندمان کل فن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta_T = \frac{K_{th} - K_R - K_s - K_p - K_D}{K_{th}} \quad (31)$$

قدرت فن نیز طبق تعریف، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \frac{1}{2} \rho v_a^2 K_{th} \eta \rho Q = \frac{1}{2} \rho v_a^2 K_{th} \left( \frac{2\pi N}{60} \right) \Lambda (1-X_b)^2$$

(۳۲)

که در آن  $N$  دور محور بر حسب دور در دقیقه است.

۶- بهینه کردن طرح

از رابطه (۳۱) و با جایگزینی روابط ضرایب افت، داریم:

$$\eta = 1 + C_1 - \frac{C_2}{\Lambda} + C_3 \Lambda \quad (33)$$

که در آن  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  توابعی از  $\frac{L}{D}$ ،  $X_b$  و  $K_D$  می‌باشند و برای یک طرح بخصوص می‌توانند مقدار ثابتی باشند. با مشتق گرفتن از رابطه فوق بر حسب  $\Lambda$ ، مقدار  $\Lambda$  بهینه برای راندمان ماکزیمم بدست می‌آید:

$$\Lambda_{opt} = \sqrt{\frac{C_2}{C_3}} \quad (34)$$

منحنی شکل (۸) ، بعنوان مثال برای مقادیر خاص  $\varepsilon_s = 1.0$  و  $\frac{L}{D} = 34$  ،  $\Lambda_{opt}$  را بر حسب  $K_D$  و  $x_b$  نشان می‌دهد. همچنین شکل (۹) منحنی سرعت مناسب سیال در ورود رادر  $\Lambda_{opt}$  ، برای  $K_D$  و  $x_b$  های مختلف نمایش می‌دهد. این منحنی برای سرعت نوک پره  $R\Omega = 100 \text{ m/sec}$  رسم شده است. سرعت نوک پره‌ها با توجه به نیروی گریز از مرکز و تراکم ناپذیری جریان محدود بوده و مقدار  $100 \text{ m/sec}$  برای طراحی توصیه می‌شود.

### روش طراحی

حداقل اطلاعات مورد نیاز برای طراحی فن عبارت از مقادیر افزایش فشار و دبی هوای می‌باشد. همچنین برای طراحی فن لازم است برخی پارامترها بطریق مناسب انتخاب گردند بطوریکه محدودیت‌های مورد نظر طراح تامین گردد. بعنوان مثال نسبت ریشه به نوک پره ها ،  $x_b = \frac{r_b}{R}$  ، برای  $\Lambda = 0.2$  در حدود  $0.4 < \Lambda < 0.2$  در محدوده  $0.5$  تا  $0.7$  توصیه شده است که مقدار انتخابی  $x_b$  بسته به محدودیت‌های طراح تعیین می‌گردد. از جمله پارامترهای انتخابی دیگر در فن ها ، سرعت نوک پره‌هاست که معمولاً  $R\Omega = 100 \text{ m/sec}$  انتخاب می‌شود. بالاخره در فن‌های با پره‌های ساکن قبل از رتور ، در ریشه پره‌ها  $\varepsilon_p = 1.4$  ، در فن‌های با پره‌های ساکن بعد از رتور ، در ریشه پره‌ها  $\varepsilon_s = 1.0$  انتخاب می‌گردد.

با داشتن اطلاعات مورد نیاز طراحی و نیز پارامترهای انتخابی که در بالا آورده شد، مراحل طراحی را می‌توان به شرح ذیل دنبال کرد:

۱- تعیین ضریب جریان بهینه ،  $\Lambda_{opt}$  : با استفاده از منحنی شکل (۸) ،  $\Lambda_{opt}$  بدست می‌آید. این منحنی برای  $\varepsilon_s = 1.0$  و  $\frac{L}{D} = 34$  صادق

- است. برای سایر حالات می‌توان از منحنی های مشابه در [۴] و یا از روش ارائه شده در این مقاله (رابطه ۳۴) استفاده کرد.
- ۲- تعیین قطر فن: از منحنی شکل (۹) سرعت متوسط ورودی سیال قبل از پره،  $v_i$  بدست می‌آید. و با استفاده از رابطه  $Q = \frac{\pi}{4} D^2 v_i$  قطر نوک پره‌ها محاسبه می‌شود. محدوده‌ای از این قطرها بر حسب میلی‌متر عبارتند از: ۳۱۵، ۴۰۰، ۵۰۰، ۶۳۰، ۸۰۰، ۱۰۰۰، ۱۲۵۰، ۱۶۰۰ و ۲۰۰۰. لذا قطر محاسبه شده با توجه به نزدیکترین قطراستاندارتصحیح می‌شود.
- ۳- محاسبه سرعت محوری،  $v_a$ : با استفاده از رابطه دیسی،  $Q = v_a \pi (R^2 - r_b^2)$  محاسبه می‌شود.
- ۴- تعیین دورفن،  $N$ : با توجه به اینکه  $R \Omega = 100 \text{ m/sec}$  انتخاب شد و  $\Omega = 2\pi N/60$  است، دورفن محاسبه می‌شود. این دور بر اساس دورهای الکتروموتورهای AC باید تصحیح شود.
- ۵- بدست آوردن راندمان بهینه: با انتخاب  $\frac{C_L}{C_D} = 34$  (برای صفحات خمیده، و یا هر مقدار دیگر بسته به نوع ایرفویل) داشتن  $\Lambda$  و  $X$  در وسط پره‌ها و نیز انتخاب  $\varepsilon = 1$  در ریشه پره‌ها، از روابط (۲۰)، (۳۰) و (۲۹) ضرایب  $\frac{K_R}{K_{th}}$ ،  $\frac{K_P}{K_{th}}$  و  $\frac{K_S}{K_{th}}$  بدست می‌آید و لذا راندمان از رابطه (۳۱) محاسبه می‌شود. پس از مشخص شدن مقاطع پره‌ها و تعیین مقدار دقیق‌تر  $\frac{C_L}{C_D}$  و سایر پارامترهای فوق، می‌توان راندمان را بطور دقیق‌تری بدست آورد.
- ۶- محاسبه  $K_{th}$ : با توجه به معلوم بودن افزایش فشار، افزایش فشار تئوری  $\Delta P_{th} = \Delta P/\eta$ ، محاسبه و از رابطه (۱۲)،  $K_{th}$  بدست می‌آید.
- ۷- اصلاح مقادیر  $\Lambda$ ،  $\eta$  و  $K_{th}$ : با توجه به انتخاب قطراستاندارد و دور مناسب برای الکتروموتور، این پارامترها مجدداً محاسبه می‌شوند.

۸- محاسبه مقادیر  $\lambda$ ،  $\epsilon_s$ ،  $\beta_m$ ،  $C_L \sigma$ ،  $\beta_1$  و  $\beta_2$  برای رتور در شعاع‌های مختلف به ترتیب با استفاده از روابط (۵)، (۱)، (۱۸)، (۱۷) و (۱۹).

۹- تعیین ضریب  $\sigma$  : ضریب با استفاده از منحنی شکل (۶) یا شکل (۷) و یا رابطه (۱۴) برای رتور، بدست می‌آید.

۱۰- محاسبه ضریب لیفت رتور: با داشتن  $\sigma$  و  $C_L \sigma$  محاسبه می‌شود.

۱۱- محاسبه  $\frac{nc}{R}$  با استفاده از رابطه  $\frac{nc}{R} = 2\pi\sigma\chi$  محاسبه می‌گردد.

۱۲- رسم  $\frac{nc}{R}$  بر حسب  $\chi$  و بررسی توزیع طول و ترمقطع پره‌های رتور بر حسب شعاع و اصلاح احتمالی منحنی به نحوی که توزیع مناسب و هموار باشد.

۱۳- انتخاب توزیع خطی برای  $b/c$ ، بطوریکه با افزایش شعاع  $b/c$  کاهش یابد. محدوده  $b/c$  در طول پره را طوری انتخاب می‌کنیم که  $C_L$  محاسبه شده در محدوده جدائی (۹) واقع نشود. برای این کار یک فرآیند سعی و خطا لازم است به این ترتیب که ابتدا  $b/c$  را در طول پره در یک محدوده مناسب مثلاً بین ۰/۰۴ تا ۰/۰۸ انتخاب می‌کنیم. سپس از رابطه (۶)،  $\theta$  و از رابطه (۳)،  $\epsilon$  را محاسبه می‌کنیم. از منحنی شکل (۴)،  $C_L/C_{L1}$  محاسبه می‌شود و بالاخره از منحنی شکل (۳)، زاویه  $\alpha$  بدست می‌آید. در صورتیکه  $\alpha$  در ناحیه جدائی باشد، محدوده  $b/c$  را تغییر می‌دهیم. تا این اشکال برطرف گردد.

۱۴- محاسبه تعداد پره‌های رتور: عوامل متعددی منجمله ضریب است، تغییر سطوح لیفت دهنده، نیروی تراست و تنش ایجاد شده در طول پره‌ها به تعداد پره‌ها بستگی دارند. از طرفی رابطه مشخصی برای تعداد پره‌ها وجود ندارد. معمولاً حداقل تعداد پره‌ها را چهار تا در نظر می‌گیرند و تعداد پره‌ها را طوری انتخاب می‌کنند که نسبت طول به پهنای پره‌ها در حدود دو گردد.

۱۵- به روش مشابهی پره‌های ساکن طراحی می‌شوند. به این ترتیب که

## استقلال

ابتدا با داشتن مقادیر  $\varepsilon_s$  و  $\varepsilon_p$  از قسمت طراحی رتور، صلبیت را با استفاده از شکل (۷) بدست می‌آورند. سپس با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۵) تا (۲۷)، مقادیر زاویه متوسط جریان، زاویه چرخش زاویه انحراف و زاویه استگر در شعاع‌های مختلف محاسبه می‌شود. زوایای  $\beta_{1s}$  و  $\beta_{2p}$  را نیز می‌توان از رابطه (۱۸) بدست آورد. بالاخره ضریب لیفت و نسبت  $b/c$  به ترتیب از روابط (۲۲) و (۶) محاسبه می‌شود.

تعداد پره‌های ساکن را نیز از روشی مشابه با روش محاسبه پره‌های متحرک بدست می‌آورند. البته به علت وجود جریان‌های غیردائمی پریودیک در رتور، تعداد پره‌های ساکن را معمولاً "مضرب صحیحی از تعداد پره‌های متحرک انتخاب نمی‌کنند."

۱۶- برای مطالعه عملکرد فن در دبی‌های مختلف قدم‌های زیر برداشته می‌شود:

- انتخاب دبی و محاسبه سرعت محوری،  $v_a$ ، ضریب دبی،  $\lambda$  و ضریب دبی در نوک پره‌ها  $\lambda$ .
- محاسبه زاویه  $\beta_1$  جدید از رابطه (۱۹) و زاویه برخورد موضعی زاویه برخورد موضعی به رتور،  $i$ ، برابر است با تفاضل  $\beta_1$  جدید و  $\beta_1$  نقطه طرح.
- محاسبه زاویه  $\beta_2$  از رابطه (۲۵).
- محاسبه  $\varepsilon_s$  از رابطه (۱۹).
- محاسبه  $K_{th}$  از رابطه (۱۵).
- محاسبه  $\beta_m$  از رابطه (۱۸).
- محاسبه  $C_L$  از رابطه (۱۷).
- محاسبه  $C_{Li}$  با استفاده از منحنی شکل (۴).
- محاسبه  $\frac{K_R}{K_{th}}$ ،  $\frac{K_S}{K_{th}}$  و  $\frac{K_D}{K_{th}}$  و محاسبه راندمان با استفاده از روابط (۲۰)، (۲۹)، (۳۰) و (۳۱).
- محاسبه هد با استفاده از مقدار راندمان و تعریف  $K_{th}$ .



– محاسبه قدرت با استفاده از رابطه (۳۲) .

لازم به تذکر است که پس از محاسبه  $C_{Li}$  باید چک شود در جریان روی پره ها جدائی ایجاد نشود. لذا حداقلی دبی به این صورت تعیین می گردد. حداقلی دبی جریان نیز باید طوری باشد که افزایش فشار در فن لااقل معادل فشار دینامیک سیال در ورود یعنی  $\frac{1}{2} \rho v_i^2$  باشد.

### نمونه نتایج طراحی

روش ارائه شده برای یک فن محوری که دارای پره های ساکن بعد از تورولی فاقد پره های ساکن قبل از توروست، اعمال شده است. در اینجا نتایج محاسبات ارائه می گردد [۱۰]. مشخصات فن در نقطه طراحی که به عنوان اطلاعات ورودی مورد استفاده قرار گرفته است، عبارتند از: هدفن  $\Delta p = 2000 \text{ pa}$ ، دبی هوا  $Q = 36 \text{ m}^3/\text{sec}$ ، دور محبوسور  $N = 1490 \text{ r.p.m.}$  و نسبت شعاع ریشه به نوک پره  $X_p = 0.53$ . لازم به توضیح است که این اطلاعات مربوط به یک فن محوری ساخت کارخانه زیمنس آلمان غربی با مدل 2cQ5 - 120 می باشد. نتایج حاصل از طراحی، اعم از ابعاد کلی و منحنی های عملکرد فن با ابعاد کلی و منحنی های عملکرد تجربی فن ساخت زیمنس مقایسه گردیده است و بدین ترتیب در این قسمت روش ارائه شده مورد آزمایش قرار گرفته است.

جدول (۲) نتایج محاسبات مربوط به طراحی رتور فن را نشان می دهد. در این جدول زوایای پره ها، زاویه استگر، ضریب لیفت، طول و تروصلبیت بر حسب شعاع ارائه شده است. جدول (۳) نتایج مشابهی برای پره ساکن بعد از رتور را نمایش می دهد. جدول (۴)، محاسبات عملکرد خارج از نقطه طرح فن را نشان می دهد. در این جدول منحنی های فن از قبیل راندمان، هد، زوایای برخورد سیال، ضرایب لیفت و درگ و غیره را بر حسب دبی نشان می دهد. دبی های بکار رفته در این جدول تا حدود  $\pm 30\%$  درصد دبی نقطه طرح تغییر کرده است. شکل (۱۰)، منحنی تغییرات هد بر حسب دبی فن طراحی شده و فن زیمنس را نمایش می دهد.

شکل (۱۱) ، شکل هندسی پره‌های متحرک وساکن فن طراحی شده را نشان می‌دهد. در این شکل ، طول مقطع پره‌های ساکن از هر طرف به اندازه ۰.۱c افزوده شده است. علت این امر کاهش زاویه انحراف و یکنواخت نبودن سرعت در امتداد انتهای پره‌های ساکن است. از مقایسه نتایج بدست آمده که در محدوده دبی  $20\% \pm$  دبی نقطه طرح ، نتایج روند مشابهی را داشته و بسیار بهم نزدیک می‌باشند. بطوریکه در صداختلاف در راندمان و هدفن طراحی شده با فن زیمنس حداکثر حدود ده درصد می‌باشد.

#### نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از روش بررسی جریان در " صفحات جریان " و فرض جریان با دوران آزاد در هر مقطع ، معادلات جریان ساده شده و در نهایت روابط ساده‌ای که عملکرد کلی توربو ماشین را بر اساس خصوصیات آئرو دینامیکی و هندسی پره‌ها می‌دهند ، بدست آمده است. علی‌رغم اینکه روش ساده بوده و جزئیات کاملاً پیچیده جریان بین پره‌ها را مورد بررسی قرار نداده و عمدتاً " جریان را بصورت یک بعدی در نظر می‌گیرد ، نتایج حاصل چشمگیر بوده و می‌تواند با تقریب بالایی در طراحی کلی فن‌ها مورد استفاده قرار گیرد .

با توجه به نتایج حاصل از اعمال روش برای طراحی یک فن موجود ملاحظه می‌شود که نتایج حاصل روند معقولی را داشته و با نتایج تجربی حاصل از آزمایش روی فن موجود مطابقت قابل قبولی دارد. البته در نقاط ، نسبتاً " دور از نقطه طرح ، اختلاف بین نتایج طراحی و نتایج آزمایش زیادتر می‌شود. علت اصلی آن صادق نبودن فرض جریان با دوران آزاد در خارج از نقطه طرح فن می‌باشد. لذا هر چه از نقطه طرح دور می‌شویم ، اختلاف زیادتر می‌شود. البته در محدوده معقولی خارج از دبی در نقطه طرح ، اختلافها در حد خطای مهندسی بوده و مثلاً " در مثال ارائه شده دیدیم که در  $20\% \pm$  دبی طرح حداکثر اختلاف در راندمان و هدفن ده درصد می‌باشد.

جدول ۲ - نتایج طراحی رتور

x	0.53	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\lambda$	0.789	0.697	0.598	0.523	0.465	0.418
$\epsilon_s$	0.955	0.843	0.723	0.633	0.562	0.506
$\beta_m$	38.3	45.4	52.7	57.9	61.8	64.9
$C_{L\sigma}$	1.499	1.184	0.877	0.672	0.53	0.428
$\beta_1$	51.7	55.1	59.1	62.4	65.1	67.3
$\beta_2$	17.4	30.6	43.5	52	57.8	62.1
$\beta_1 - \beta_2$	34.3	24.5	15.6	10.4	7.3	5.2
$C_L$	0.643	0.704	0.769	0.8	0.803	0.75
$C_{L_i}$	1.65	1.35	1.01	0.842	0.8	0.75
%b/c	10	9.1	7.8	6.6	5.3	4
nc/R	7.76	6.33	5	4.22	3.74	3.6
$\frac{(n=12)}{C/R}$	0.646	0.527	0.417	0.351	0.312	0.3
$\theta$	45.2	41.2	35.3	29.9	24	18.1
$\alpha$	7.5	6	3.2	2.7	3.1	3.8
$\xi = \beta_m - \alpha$	30.8	39.4	49.5	55.2	58.7	61.1
$\phi = 90 -$	59.2	50.6	40.5	34.8	31.3	28.9
$C(n=12)$	0.404	0.329	0.260	0.220	0.195	0.187

جدول ۳ - اطلاعات حاصله از طرح پره ساکن بعد از زرتور

X	0.53	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\epsilon_s$	0.955	0.843	0.723	0.633	0.562	0.506
s/c	0.476	0.6	0.854	1.02	1.2	1.35
$C_L$	0.827	0.943	1.12	1.24	1.285	1.292
$\theta^\circ$	53.8	51.2	47.3	43.8	40.7	38.1
$\eta^\circ$	17.7	15.4	12.7	11.2	8.8	8.1
$b/c = (1/2)tg(\theta/4)$	11.9	11.3	10.5	9.7	9	8.4
$nc/R = 2\pi X/(s/c)$	7	6.28	5.15	4.95	4.71	4.65
$(n=11) \quad c/R$	0.636	0.571	0.468	0.45	0.428	0.423

جدول ۴- نتایج حاصل از بررسی عملکرد

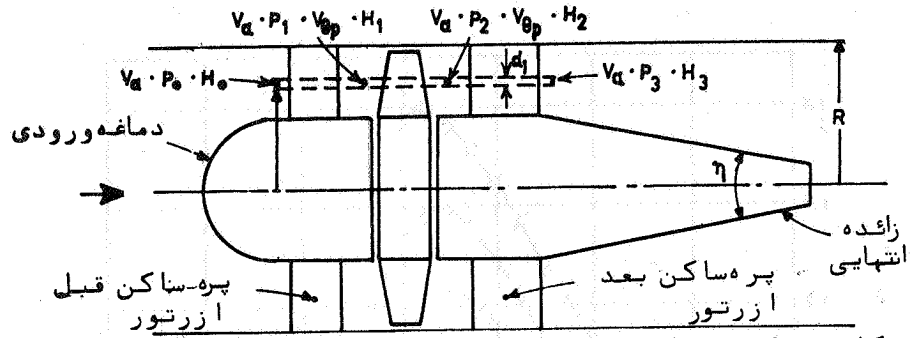
$Q$	$m^3/s$	28	32	36	40	44	48
$Va$	$m/s$	31.7	36.3	40.8	45.3	49.9	54.4
$\lambda = Va/r\Omega$		0.406	0.465	0.523	0.581	0.64	0.697
$\Lambda = Va/R\Omega$		0.325	0.372	0.418	0.465	0.512	0.558
$\beta_1 = \text{tg}^{-1}(1/\lambda)$		67.9	65.1	62.4	59.4	57.4	55.1
$i = \beta_1 - 70$		-2.1	-4.9	-7.6	-10.2	-12.6	-14.9
$\beta_2 = \beta_1 - (18.15 + i)$		52	52	52	52	52	52
$\text{tg } \beta_2$		1.27	1.27	1.27	1.27	1.27	1.27
$\epsilon_s = 1/\lambda - \text{tg } \beta_2$		1.19	0.88	0.642	0.451	0.292	0.165
$K_{th} = 2 \epsilon_s / \lambda$		5.86	3.78	2.42	1.55	0.913	0.473
$\beta_m = \text{tg}^{-1}(1/2)(\text{tg } \beta_1 + \text{tg } \beta_2)$		61.8	60	57.9	56.2	54.8	53.5
$C_{L, \sigma} = z \epsilon_s \cos \beta_m$		1.125	0.88	0.862	0.502	0.337	0.196
$C_L$		1.34	1.05	0.81	0.6	0.4	0.234
$C_{L_i}$		1.4	1.1	0.85	0.63	0.42	0.25

روشی برای طراحی :

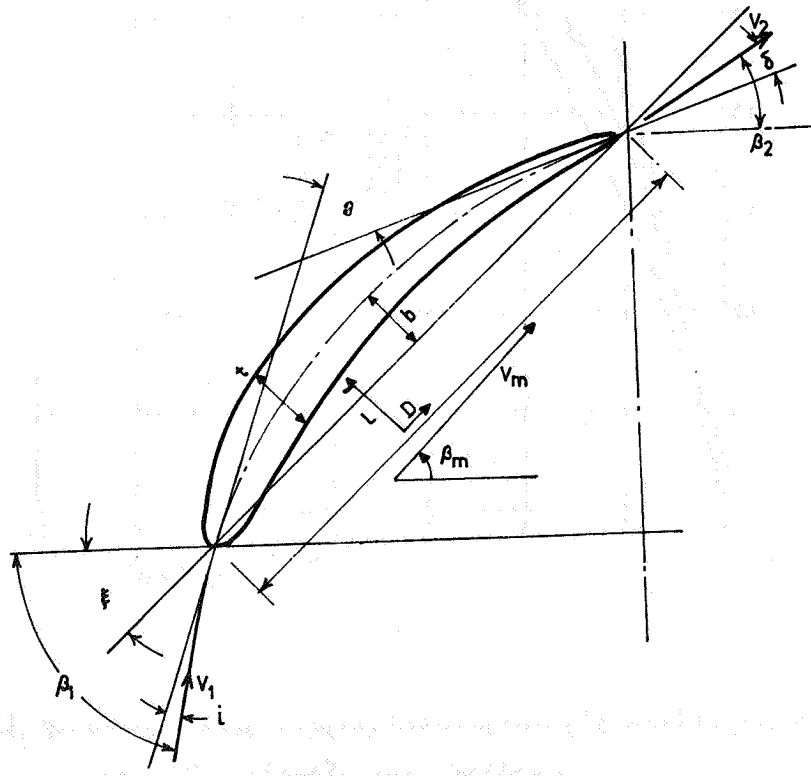
استقلال

اداءهء جدول ٤

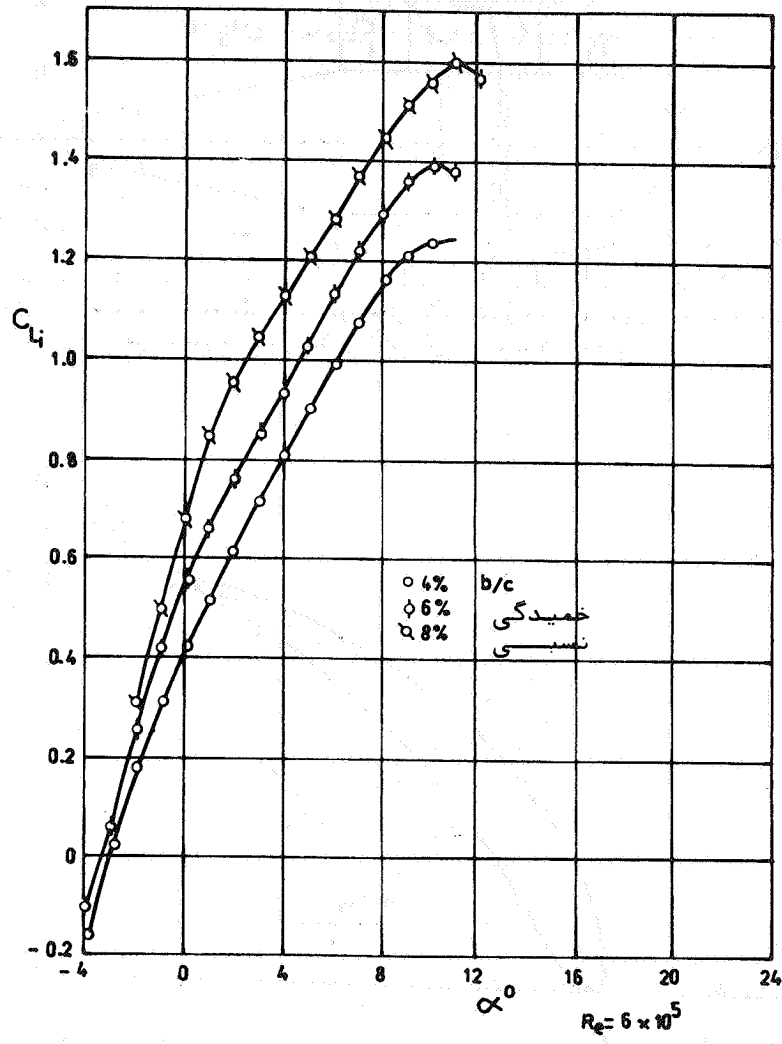
$Q$	$m^3/s$	28	32	36	40	44
$b(C_{D_s} = bC_L^2)$		0.040	0.033	0.025	0.021	0.018
$(C_{D_p} + C_{D_s})/C_L$		0.0685	0.0537	0.045	0.0459	0.0572
$K_R / K_{th}$		0.0125	0.10	0.083	0.086	0.110
$1.5 K_s / K_{th}$		0.027	0.0285	0.03	0.032	0.034
$K_{DL} / K_{th}$		0.017	0.0265	0.041	0.065	0.11
$\eta_T$ %		83.1	84.5	84.6	81.7	74.3
$\Delta H$ Pa		2754	2411	1920	1464	952
HP KW		92.8	91.3	81.7	71.7	56.4



شکل ۱- شکل شماتیک یک فن با پره های ساکن قبل و بعد از رتور. حجم معین در شکل در شکلی نمایش داده شده است.

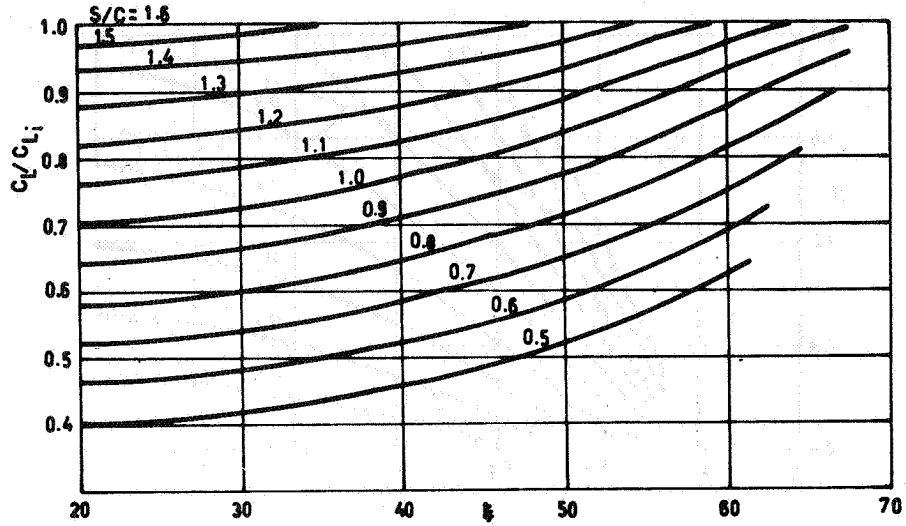


شکل ۲ - هندسه یک ایرفویل

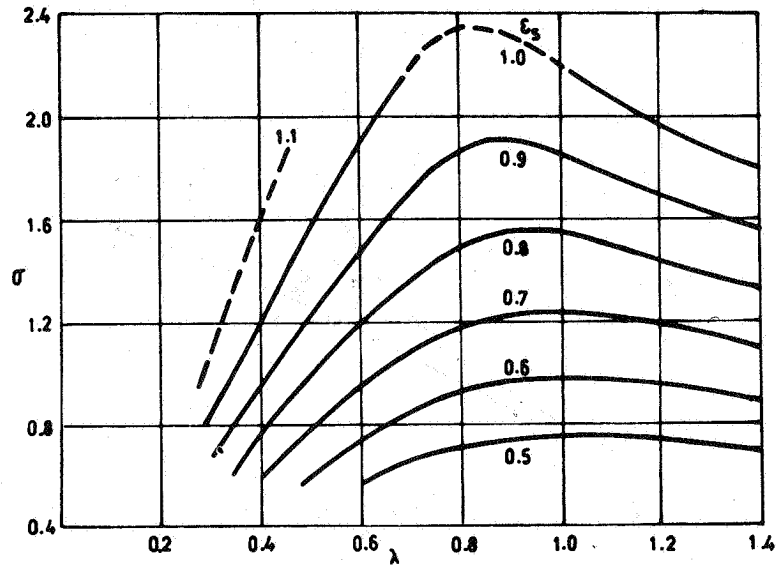


شکل ۳- منحنی تغییرات ضریب لیفت بر حسب زاویه حمله برای صفحات نسبی 0.02 و خمیدگی نسبی مختلف .

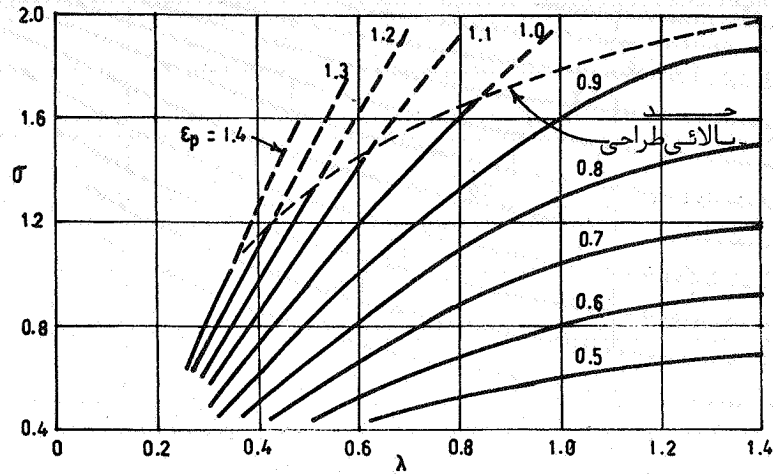




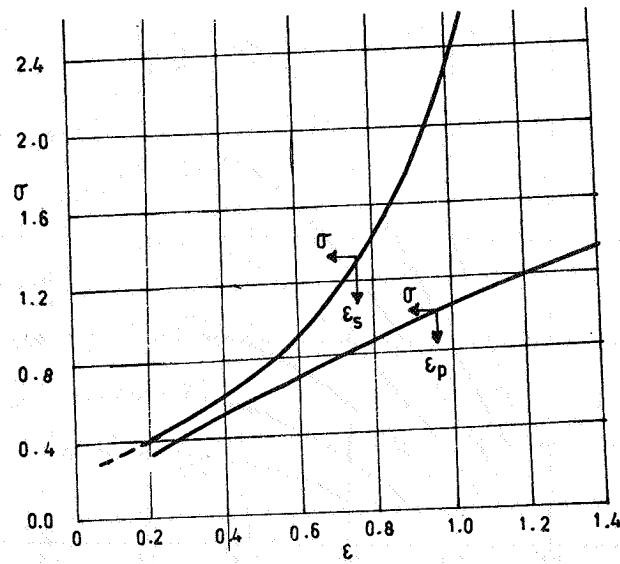
شکل ۴- اثر تداخل بر حسب زاویه استکرو عکس صلبیت



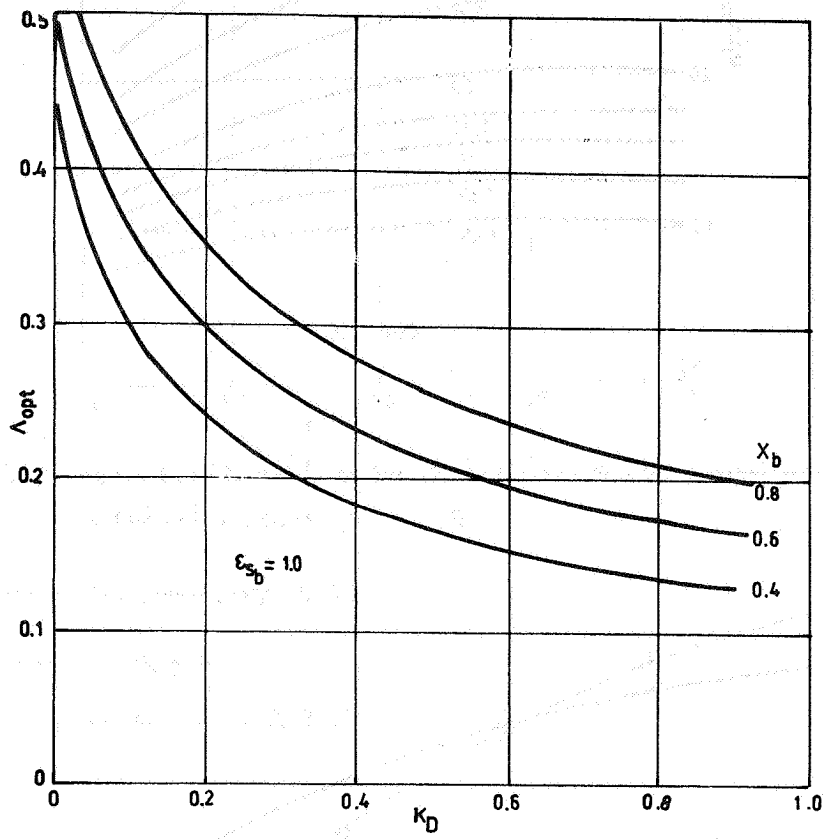
شکل ۵- صلبیت بهینه رتور بر حسب ضریب چرخش و ضریب جریان برای فن‌های با پره‌ساکن بعد از رتور ( $\epsilon_p = 0$ )



شکل ۳- صلبیت رتور بر حسب ضریب چرخش و ضریب جریان برای فن‌های با پره‌ساکن قبل از رتور ( $\epsilon_p = 0$ )

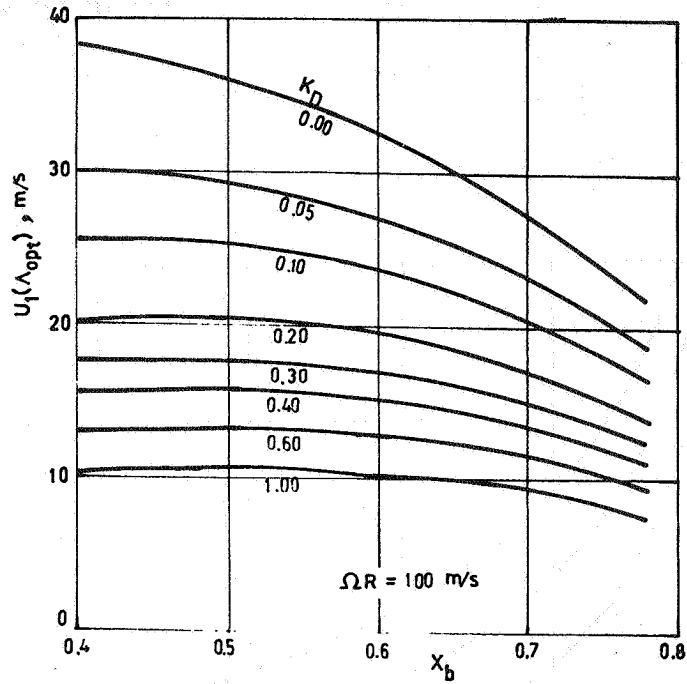


شکل ۴- صلبیت در پره‌های ساکن قبل و بعد از رتور بر حسب ضریب چرخش

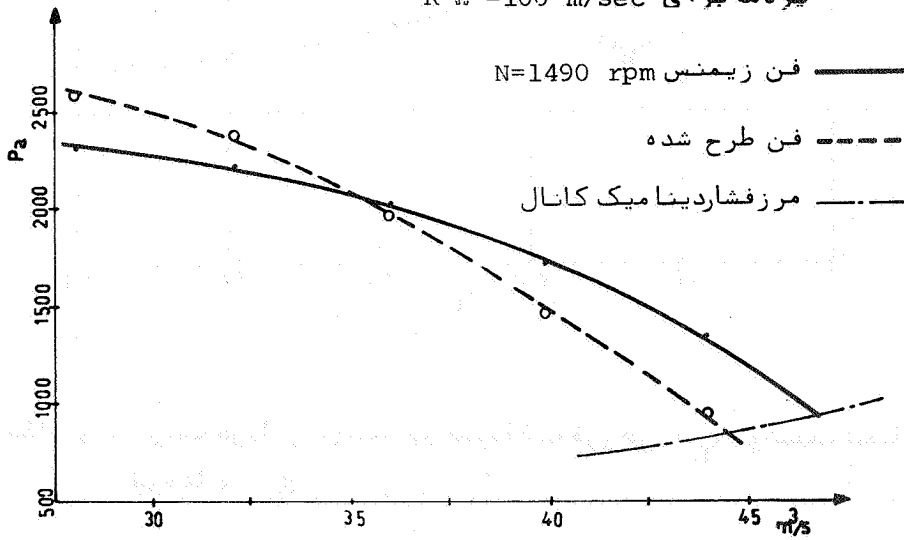


شکل ۸ - ضریب جریان بهینه بر حسب افت خروجی،  $K_D$  و نسبت شعاع پره‌ها،  $X_b$

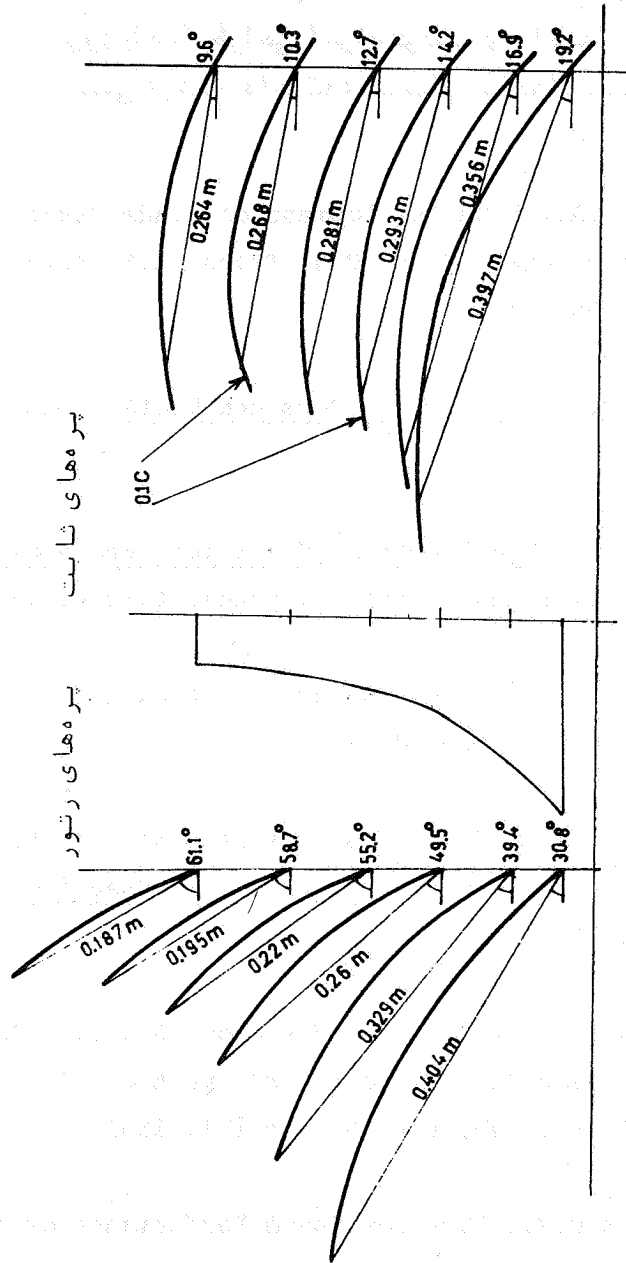
استقلال



شکل ۹- سرعت ورودی سیال بر حسب ضرایب افت خروجی و نسبت شعاع  
بیره ها برای  $R \Omega = 100$  m/sec



شکل ۱۰- منحنی تغییرات هد بر حسب دبی فن



شکل ۱۱- هندسه رتور و پره‌های ساکن فن طراحی شده

## مراجع

۱۰- محمدرضا خسروی راد، "طراحی اجزاء تونل‌های بادمدار بسته"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان،

۱۳۶۶.

1. Wallis, R.A., "The Development of Blade Sections for Axial Flow Fans", Mech. Eng. Trans. I.E. Aust., MC8(2), 111-116, Nov. 1972.
2. Wallis, R.A., Axial Flow Fans and Ducts, John Wiley & Sons, N.Y., 1983.
3. Glauert, H., The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory, Cambridge University press, London, 1926.
4. Eck, B., Fans, Translated by R.S. Azad and D. R. Scott, pergamon Press, Oxford, 1973.
5. Carter, A.D.S., "The axial compressors", in Roxbee-Cox, H., (Ed.), Gas Turbine Principles and Practice, Newnes, London 1955.
6. Mylcs, D.J., Bain, R.W., and Buxton, G.H.L., "The Design of Axial Flow Fans by Computer", part 2 , Great Britain National Eng. Lab. NEL. Report 181, 1965.
7. Carter, A.D.S., "The Low Speed Performance of Related

1. Aerofails in Cascades", Great Britain Aero. Reseach Council, ARC CP 29, 1950 .
8. Japikse, D., "Review-Progressin Numerical Turbomachinery Analysis", ASME Journal of Fluid Engineering, PP. 592-606, Dec. 1976 .
9. Mc Nally, W.D. and Sockol, P.M., "Review-Computational Methods for Internal Flows with Analysis on Turbomachinery", ASME Journal of Fluid Engineering, vol. 107, PP. 6-22 , March 1985 .