

تحلیل فرایند نورد ورقهای دو لایه به روش قاچی - تراز اصلاح شده

فاطمه فرहत نیا* و محمود سلیمی**

دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۳/۷/۱۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۳/۲۸)

چکیده - در این مقاله، یک روش تحلیل بر اساس روش قاچی اصلاح شده نورد ورقهای پوشش دار یا دو لایه که دو لایه قبل از نورد به هم چسبیده اند ارائه شده است. این مدل حالت کلی نورد نامتقارن شامل نابرابری در سرعت سطحی، اصطکاک در سطوح تماس، قطر غلتکها و تغییرات نسبت تنشهای جریان و ضخامت دو لایه را در نظر می گیرد. با استفاده از این مدل پارامترهایی مانند توزیع فشار در طول کمان تماس غلتکها با ورق پوشش دار، نیروی نورد و گشتاور نورد بر حسب کاهش ضخامت به سادگی قابل محاسبه است. مقادیر نیرو و گشتاور به دست آمده از مدل پیشنهادی با مقادیر تحلیلی سایر محققان مقایسه شده است که توافق خوبی را نشان می دهد. مدل حاضر با پیش بینی اثر پارامترهای نورد نامتقارن بروی نحوه انجام فرایند، مدل مناسبی می باشد.

واژگان کلیدی: نورد نامتقارن، روش قاچی، شرایط کرنش صفحه ای، ورقهای پوشش دار یا دو لایه

Analysis of Rolling Process for Clad Sheet Using the Modified Slab Method

F. Farhat-Nia and M. Salimi

*Islamic Azad University, Khomeinishahr Branch, Khomeinishahr, Iran

**Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

Abstract: In this paper, an analytical model based on Modified Slab Method is presented for rolling of clad sheet or double-layers in which the two layers are bounded prior to rolling. This model considers the general case of asymmetrical rolling due to unequal

** - دانشیار

* - دانشجوی دکتری

surface speed, different contact friction, roll diameters, flow stress, and thickness ratios of the two layers. Using this model, rolling parameters such as pressure distribution along the arc of contact of the rolls and the clad sheet, rolling force, and torque with respect to reduction in thickness can be easily calculated. The analytical rolling force and torque computed by the proposed model were compared with the analytical results of other researchers and were shown to be in good agreement. The proposed model is very suitable for online control application due to its completeness and its capability of predicting the rolling parameters.

Keywords: Asymmetrical rolling, Modified slab method, Plane strain condition, Clad sheet.

فهرست علائم

T_1, T_2	گشتاور غلتکهای بالا و پایین	c_1, c_2	نسبت متوسط تنش برشی در جهت ضخامت به تنش برشی سطحی
v_1, v_2	سرعت غلتکهای بالا و پایین	h	ضخامت ورق در شکاف غلتکها
x	فاصله افقی از نقطه خروجی	h_i, h_o	ضخامت های اولیه و نهایی ورق
x_{n1}, x_{n2}	نقاط خنثی بر روی غلتکهای بالا و پایین	h_u, h_l	ضخامت لایه بالایی و پایینی
Y_e	تنش تسلیم معادل ورق دو لایه	k_u, k_l	تنش تسلیم لایه بالایی و پایینی
Y_u, Y_l	تنش تسلیم لایه بالایی و پایینی	l	طول تماس ورق با غلتکها
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	زوایای المان قاچی با غلتکهای بالا و پایین و سطح مشترک دو لایه	m_1, m_2	ضریب اصطکاک غلتکهای بالا و پایین
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	تنشهای عمودی و برشی در هر نقطه از محیط پلاستیک	P	نیروی نورد بر واحد عرض
τ_1, τ_2, τ_3	به ترتیب تنشهای برشی حاصل از اصطکاک در سطح مشترک غلتکهای بالا و پایین با ورق و سطح مشترک دو لایه با یکدیگر	p	فشار بر روی المان قاچی دیفرانسیلی
$\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$	متوسط تنش برشی در جهت ضخامت در نیمه بالا و پایین المان قاچی	p_1, p_2	فشار غلتکهای بالا و پایین
		q	متوسط تنش نرمال افقی بر روی المان قاچی
		q_i, q_o	تنش کششی در ورود و خروج ورق
		R_1, R_2	شعاع غلتکهای بالا و پایین
		R_m	شعاع میانگین غلتکها

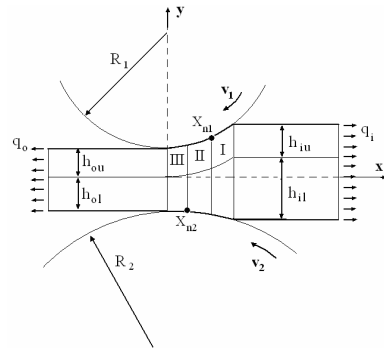
۱- مقدمه

ورق دولایه به عوامل مختلفی مانند فشار نورد، نسبت ضخامتهای دو لایه‌ای که به هم پیوند می‌خورند، زبری و تمیزی دو سطح پیوند وابسته است. در رابطه با نورد این ورقها، تحقیقاتی متعددی به شیوه تجربی [۷-۱] صورت گرفته است. در زمینه نظری، لی و همکاران [۸] فرایند نورد سرد برای پیوند ورقهای برنج فسفر و نقره را مورد بررسی قرار دادند. آنها در این تحقیق مدل اصطکاکی را طبق مدل کولمب در نظر گرفته و از روش عددی رانگ- کوتا برای به دست آوردن توزیع فشار نورد ورق پوشش دار استفاده کردند. سوزوکی و همکاران [۹] از روش

ورقهای پوشش دار یا دو لایه دارای مزایای مختلفی مانند ضد خوردگی و ضدسایش اند و به طور وسیعی در صنایع تولید می‌شوند. خواص این نوع ورق بستگی به نسبت حجمی دو لایه تشکیل دهنده آن دارد. به عنوان مثال، ورق پوشش دار فولاد زنگ نزن با پوشش مس، دارای استحکام فولاد همراه با خواص رسانایی گرمایی مس است. روشهای مختلفی به منظور تولید این نوع ورقها در صنعت وجود دارد. یکی از این روشها فرایند نورد است که می‌تواند به طور داغ یا سرد صورت گیرد و نسبت به روشهای دیگر، اقتصادیتر و مؤثرتر است. استحکام

در زمینه نورد لوله های فولادی و آلومینیومی با روکش مسی، به کار گرفتند.

با توجه به آنکه خواص این ورقها در جهت ضخامت متفاوت است، بنابراین این شکل از فرایند در زمره فرایندهای نورد نامتقارن قرار می گیرد. در تحقیق حاضر فرایند مورد نظر به وسیله روش قاچی - تراز اصلاح شده [۱۸] مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۱- تصویر شماتیک از نورد نامتقارن ورق دو لایه

۲- مدل سازی فرایند

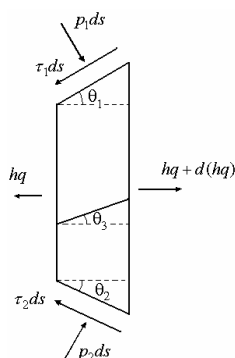
به منظور ساده سازی فرمولبندی در این تحقیق، فرضیات زیر مورد توجه قرار گرفته است:

- غلتکها صلب فرض شوند و از تغییر شکل آنها در حین انجام فرایند صرف نظر می شود.
- تغییر شکل دو بعدی و از نوع کرنش صفحه ای فرض می شود.
- طول تماس ورق با غلتک در مقایسه با محیط غلتک بسیار کوچک است.
- هیچ لغزشی بین دو لایه ورق نسبت به هم وجود ندارد و قبل از ورود به داخل فضای غلتکها بین آنها پیوند محکمی برقرار شده است.
- فاکتور اصطکاک بین غلتکها و ورق m_1, m_2 می تواند از هم متمایز باشد، اما فرض بر آن است که در طول تماس ورق با غلتکها، این فاکتورها ثابت اند و تنش برشی اصطکاکی از معادله $\tau_1 = m_1 k_1$ و $\tau_2 = m_2 k_2$ پیروی می کند.
- معیار تسلیم فون مایز برقرار است.

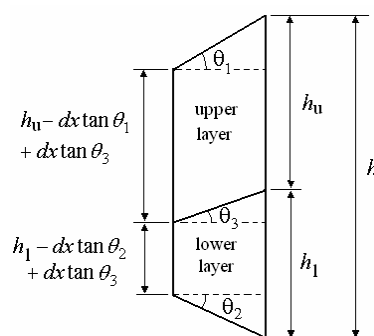
۳- فرمول بندی

شکل (۱) تصویری از فرایند نورد نامتقارن را نشان می دهد. شعاع و سرعت غلتک بالایی می تواند از غلتک پایین متفاوت باشد. همانند یک فرایند نورد نامتقارن، با توجه به متفاوت بودن شرایط هندسی و فیزیکی فرایند در جهت ضخامت و در تماس با غلتکها، سه ناحیه تغییر شکل پلاستیک خواهیم داشت.

قاچی - تراز و روش عددی رانگ - کوتا به منظور تعیین میدان تنش استفاده کردند. هامازو و شیویا [۱۰ و ۱۱] از روش المان محدود به منظور تحقیق اثر نسبت ضخامت و نسبت تنش تسلیم برشی دولایه بر روی نیروی نورد و کرنش و تنش مؤثر استفاده کردند. هوانگ و همکاران [۱۲] نیز با اعمال روش قاچی - تراز و با صرف نظر کردن از تنش برشی در جهت ضخامت ورق پوشش دار توزیع فشار، توزیع تنش نرمال و تغییرات نیرو و گشتاور نورد بر حسب پارامترهای فیزیکی ورق و پارامترهای هندسی نورد را مورد بررسی قرار دارند. در تحقیق دیگر، هوانگ و همکاران با بهره گیری از روش تابع جریان [۱۳] و روش حد بالا [۱۴] به تحلیل ورق های دولایه و نحوه خم شدن آنها در حین خروج پرداختند. تزو و همکاران [۱۵] نیز روش قاچی - تراز را به کار بردند. در این تحقیق آنها فرض کردند که دو بخش ورق پوشش دار قبل از نورد، هنوز به هم پیوند نخورده اند. یعنی آن بخش از ورق با تنش تسلیم بالاتر بعد از گذر از بخشی از فضای دو غلتک، دچار تغییر شکل پلاستیک می شود. ریدز و همکاران [۱۶] با بهره گیری از روش المان محدود، تحقیقی در مورد پیش بینی انحنای ورق دو لایه آلومینیومی - مسی انجام دادند نتایج تحقیق آنها نشان داد که در صورت افزایش پارامترهایی مانند کاهش ضخامت و نسبت ضخامت لایه با استحکام تسلیم بالاتر، برای داشتن ورقی با انحنای کمتر در خروجی نیاز به افزایش نسبت سرعت دو غلتک است. آنها در این تحقیق مقدار بهینه ای برای این نسبت به دست آوردند. و در تحقیقی دیگر دیجا و همکاران [۱۷] روش المان محدود را به منظور انجام تحلیل عددی



شکل ۳- وضعیت تنش در یک المان از ورق در ناحیه I



شکل ۲- هندسه المانی از ورق در فضای بین غلتکها

عبارت $(p+q)$ با توجه به تبعیت ورق از معیار تسلیم فون مایرز تعیین می‌شود. چنانچه با در نظر گرفتن برشی از ورق در ناحیه I متوسط توزیع تنش برشی در جهت ضخامت ورق برای نیمه بالایی و پایینی ورق برابر است با: [۱۸]

$$\bar{\tau}_1 = m_1 c_1 k_u \quad (۱-۴)$$

$$\bar{\tau}_2 = m_2 c_2 k_l \quad (۲-۴)$$

$$k_u = \frac{Y_u}{\sqrt{3}}, \quad k_l = \frac{Y_l}{\sqrt{3}} \quad (۵)$$

اگر نیروی برشی کل در سطح مقطع ورق در شکاف غلتکها صفر فرض شود و در صورتی که لغزشی بین دو لایه ورق اتفاق نیفتد، ضرایب c_1 و c_2 در معادله (۴) به صورت زیر به دست می‌آیند [۱۸]

$$c_1 = \begin{cases} \frac{3b^2 + 2b - 1}{4b^2(1+b)} & \text{نواحی I, III} \\ \frac{3b - 1}{4b} & \text{ناحیه II} \end{cases} \quad (۱-۶)$$

$$c_2 = \begin{cases} \frac{3b + 1}{4b} & \text{نواحی I, III} \\ \frac{b + 3}{4b} & \text{ناحیه II} \end{cases} \quad (۲-۶)$$

در معادلات بالا $b = \frac{m_1 k_u}{m_2 k_l}$ است.

فرض می‌شود ضخامت لایه بالایی از لایه زیرین بیشتر است $(h_u > h_l)$. با اعمال معیار فون مایرز بر روی المانی که در بالای خط میانی ورق ناحیه (A) مطابق شکل (۴) قرار گرفته، خواهیم داشت:

ناحیه I از ورود ورق به داخل فضای بین غلتکها شروع شده تا اولین نقطه خنثی بر روی یکی از غلتکها و ناحیه II در ناحیه برش عرضی و ناحیه III که از نقطه خنثی بر روی غلتک دیگر تا خروج ورق از غلتکها ادامه می‌یابد. شکل (۲) نمایی از هندسه یک المان را در فضای بین غلتکها نمایش می‌دهد.

به منظور استخراج معادلات دیفرانسیلی تعادل، المانی از ورق را در ناحیه I مطابق شکل (۳) در نظر می‌گیریم. در این ناحیه تنش اصطکاکی بین ورق و غلتکها در جهت کشیدن ورق به داخل فضای غلتکهاست. در حالت کلی با ترکیب معادله دیفرانسیل تعادل در راستای افقی و عمودی برای المانی از ورق در فضای غلتکها می‌توان نوشت: [۱۸]

$$h \frac{dq}{dx} + (p+q) \frac{dh}{dx} = \tau_1 \frac{x^2}{R_1^2} + \tau_2 \frac{x^2}{R_2^2} + \tau_e \quad (۱)$$

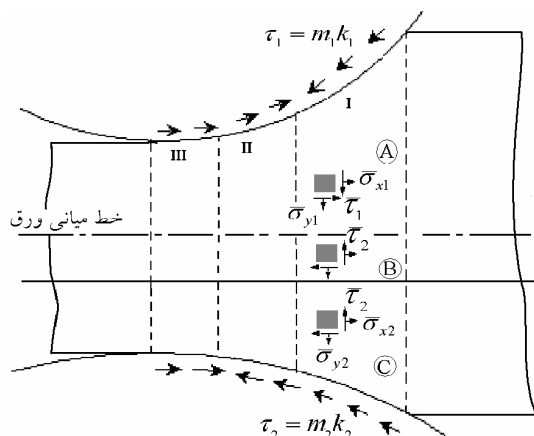
در این معادله، τ_e به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_e = \begin{cases} \tau_1 + \tau_2 & \text{zone I} \\ -\tau_1 + \tau_2 & \text{zone II} \\ -(\tau_1 + \tau_2) & \text{zone III} \end{cases} \quad (۲)$$

p مولفه قائم تنش بر روی المان قاچی از طرف غلتکهاست و q تنش عمودی در سطح مقطع ورق است. این مقادیر برابر با:

$$q = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dy \quad (۱-۳)$$

$$p = p_1 + \tan \theta_1 = p_2 + \tan \theta_2 \quad (۲-۳)$$



شکل ۴- سیستم تنش در جهت ضخامت ورق در فضای بین غلتکها

$$p + q_{2B} = 2Y_u \left\{ \frac{1 - (\alpha m_2 c_2)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۲-۱۲)$$

$$p + q_{2C} = 2Y_1 \left\{ \frac{1 - (m_2 c_2)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۳-۱۲)$$

با تعریف پارامترهای β_1 و β_2 و β'_2 به صورت زیر:

$$\beta_1 = \left\{ \frac{1 - (m_1 c_1)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۱-۱۳)$$

$$\beta_2 = \left\{ \frac{1 - (m_2 c_2)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۲-۱۳)$$

$$\beta'_2 = \left\{ \frac{1 - (\alpha m_2 c_2)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۳-۱۳)$$

خواهیم داشت:

$$p + q_1 = 2Y_u \beta_1 \quad (۱-۱۴)$$

$$p + q_{2B} = 2Y_u \beta'_2 \quad (۲-۱۴)$$

$$p + q_{2C} = 2Y_1 \beta_2 \quad (۳-۱۴)$$

می توان نیروی حاصل از تنش عمودی متوسط در جهت

ضخامت ورق را چنین تعریف کرد:

$$hq = \frac{h}{2} q_1 + (h_1 - \frac{h}{2}) q_{2B} + h_2 q_{2C} \quad (۱۵)$$

$$\frac{3}{2} (\bar{\sigma}_{x_1} - \bar{\sigma}_{y_1})^2 + 6(m_1 c_1 \frac{Y_u}{\sqrt{3}})^2 = 2Y_u^2 \quad (۷)$$

$$\bar{\sigma}_{x_1} - \bar{\sigma}_{y_1} = 2Y_u \left\{ \frac{1 - (m_1 c_1)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۸)$$

با نوشتن معادله فون مایرز برای بخش نیمه پایینی ورق در

ناحیه (B) و (C) می توان نوشت:

$$\frac{3}{2} (\bar{\sigma}_{x_2} - \bar{\sigma}_{y_2})^2 + 6(m_2 c_2 \frac{Y_1}{\sqrt{3}})^2 = 2Y_u^2 \quad (۹)$$

ناحیه (B)

$$\frac{3}{2} (\bar{\sigma}_{x_2} - \bar{\sigma}_{y_2})^2 + 6(m_2 c_2 \frac{Y_1}{\sqrt{3}})^2 = 2Y_1^2 \quad (۱۰)$$

ناحیه (C)

اگر $Y_u = \alpha Y_1$ باشد، معادله تسلیم را در ناحیه (B) می توان

به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\bar{\sigma}_{x_2} - \bar{\sigma}_{y_2} = Y_u \left\{ \frac{1 - (\alpha m_2 c_2)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۱۱)$$

با تعریف $-\bar{\sigma}_{y_1} = -\bar{\sigma}_{y_2} = p$ و با توجه به این که اندیس ۱

مربوط به نیمه بالایی ورق و اندیس ۲ مربوط به نیمه پایینی ورق

است، در نیمه پایینی ورق بخشی از ورق با ضخامت h_u و ورق با

ضخامت h_1 را داریم، بنابراین تنش عمودی در این بخش را با

q_{2C} و q_{2B} معرفی شده اند، معیار فون مایرز در جهت ضخامت

ورق در نواحی (A) و (B) و (C) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$p + q_1 = 2Y_u \left\{ \frac{1 - (m_1 c_1)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (۱-۱۲)$$

$$p(x) = -Ax + B \ln(x^2 + R_m h_o) + \frac{E}{\sqrt{R_m h_o}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{R_m h_o}} + C \quad (24)$$

روند بدست آوردن معادله فوق مشابه روند مرجع [۱۸] است که در آن یک ورق تک لایه تحلیل شده است. ضرایب معادله بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} A &= R_m \left(\frac{\tau_1}{R_1^2} + \frac{\tau_2}{R_2^2} \right) \\ B &= Y_e (\beta_1 + \beta_2) \\ E &= R_m h_o A - \tau_e R_m \\ R_m &= \frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned} \quad (25)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی تنش عمودی q در $x=0$ و $x=1$ و شرایط پیوستگی تنش عمودی q در مرز نواحی تغییر شکل II و III با یکدیگر:

$$q|_{x=1} = q_i, \quad q|_{x=0} = q_o, \quad q_{II}|_{x=x_{n2}} = q_{III}|_{x=x_{n2}} \quad (26)$$

مقدار ثابت C در معادله (۲۴) برای نواحی تغییر شکل III, II, I مطابق زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} C_I &= -q_i + A_1 l + B_1 (1 - \ln(l^2 + R_m h_o)) \\ &\quad - \frac{E_I}{\sqrt{R_m h_o}} \tan^{-1} \frac{l}{\sqrt{R_m h_o}} \\ C_{III} &= -q_o + B_{III} (1 - \ln(R_m h_o)) \\ C_{II} &= -x_{n2} (A_{III} - A_{II}) + \left(\frac{E_{III} - E_{II}}{\sqrt{R_m h_o}} \right) \tan^{-1} \frac{x_{n2}}{\sqrt{R_m h_o}} \\ &\quad + C_{III} + (B_{II} - B_{III}) \ln(x_{n2}^2 + R_m h_o) \end{aligned} \quad (27)$$

نهایتاً با برقراری شرط پیوستگی فشار p در مرز ناحیه II و I با اعمال شرط ثبات حجم به معادلات زیر دست می‌یابیم:

$$F_1 = -(A_I - A_{II}) x_{n1} + (B_{III} - B_{II}) \ln(x_{n1}^2 + R_m h_o) + (E_I - E_{II}) \tan^{-1} \frac{x_{n1}}{\sqrt{R_m h_o}} + C_I - C_{II} \quad (28)$$

$$F_2 = x_{n1} - \sqrt{\frac{v_2}{v_1} x_{n2}^2 + \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) h_o R_m} \quad (29)$$

با حل معادلات F_1 و F_2 ، x_{n1} و x_{n2} محل نقاط خنثی به دست می‌آید.

فرض می‌کنیم دو لایه ورق با تنش تسلیم Y_u و Y_l بعد از پیوند لایه‌ها با یکدیگر، تشکیل ورق واحدی با تنش تسلیم معادل Y_e را بدهد، به طوری که بتوان معیار تسلیم فون مایزر را با تعریف تنش عمودی متوسط در جهت ضخامت ورق مطابق معادله (۱۵) برای ورق با تنش تسلیم معادل، چنین نوشت:

$$p + q = Y_e (\beta_1 + \beta_2) \quad (16)$$

با تعیین q ، q_{2B} ، q_{1C} و q_{2C} از معادلات (۱۴) و (۱۶) و جایگذاری آنها در معادله (۱۵)، می‌توان تنش تسلیم معادل را بر حسب خواص لایه‌های تشکیل دهنده ورق، به دست آورد:

$$Y_e = \zeta_1 Y_u + 2\gamma \zeta_2 Y_l + (1 - 2\gamma) \zeta_2' Y_u \quad (17)$$

در حالی که γ و ζ_1 و ζ_2 و ζ_2' به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\zeta_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2}, \quad \zeta_2 = \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}, \quad \zeta_2' = \frac{\beta_2'}{\beta_1 + \beta_2} \quad (18)$$

$$\gamma = \frac{h_l}{h} \quad (19)$$

معادله بالا در شرایط $h_u > \frac{h}{2}$ برقرار است، اما در حالتی که $h_l > \frac{h}{2}$ باشد، تنش تسلیم معادل ورق تولید شده، با معادله زیر قابل بیان است:

$$Y_e = \zeta_2 Y_l + 2(1 - \gamma) \zeta_1 Y_u + (2\gamma - 1) \zeta_1' Y_l \quad (20)$$

β_1' و ζ_1' در معادله بالا، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

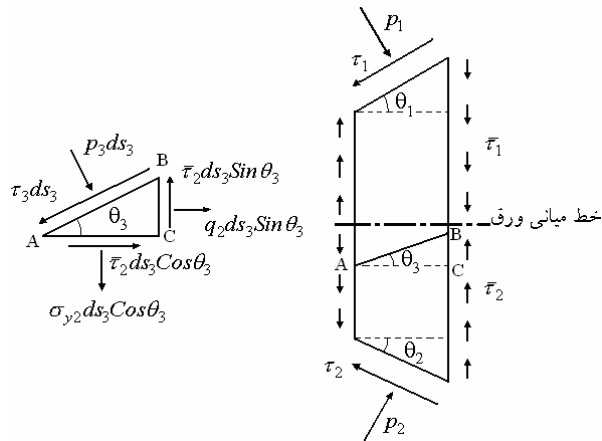
$$\zeta_1' = \frac{\beta_1'}{\beta_1 + \beta_2} \quad (21)$$

$$\beta_1' = \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{\alpha} m_1 c_1 \right)^2}{3} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

اگر از معادله (۱۶) دیفرانسیل گرفته شود، در نتیجه آن:

$$dq = -dp \quad (23)$$

پس از جایگذاری معادله (۱۶) و (۲۳) در معادله تعادل دیفرانسیلی (۱) و با حل آن فشار توزیع شده در طول تماس ورق با غلتکها چنین خواهد بود [۱۸]



شکل ۵- نمایشی از سیستم نیروها وارد بر المان مثلثی شکل در محل پیوند دو ورق

مشترک دو لایه، با مراجعه به شکل (۵) المانی مثلثی را در ناحیه I در نظر می‌گیریم. با نوشتن معادله تعادل المان در راستای τ_3 ، خواهیم داشت:

$$\tau_3 ds_3 + \bar{\tau}_2 (ds \cos \theta_3) \cos \theta_3 - \bar{\tau}_2 (ds \sin \theta_3) \sin \theta_3 + \sigma_{y2} ds_3 \sin \theta_3 \cos \theta_3 - q_2 ds_3 \cos \theta_3 \sin \theta_3 = 0 \quad (33)$$

با توجه به آنکه $-\bar{\sigma}_{y1} = -\bar{\sigma}_{y2} = p$ و با مرتب کردن معادله بالا بر حسب τ_3 :

$$\tau_3 = -\bar{\tau}_2 \cos 2\theta_3 + (p + q_2) \frac{\sin 2\theta_3}{2} \quad (34)$$

در معادله بالا، $(p + q_2)$ از معیار فون مایز، معادله (۱۴-۱) جایگذاری می‌شود:

$$\tau_3 = -\bar{\tau}_2 \cos 2\theta_3 + 2Y_1 \beta_2 \frac{\sin 2\theta_3}{2} \quad (35)$$

از آنجایی که زوایا در حد کوچکی اند، می‌توان $\cos 2\theta_3 \sim 1$ و $\frac{\sin 2\theta_3}{2} \sim \theta_3$ در نظر گرفت، در نتیجه:

$$\tau_3 = -\bar{\tau}_2 + 2Y_1 \beta_2 \theta_3 \quad (36)$$

θ_3 زاویه پیوند دو لایه با یکدیگر است که می‌توان بر حسب پارامترهای هندسی و با مراجعه به شکل (۲)، به صورت زیر تعیین کرد:

$$\frac{h_1 - dx \tan \theta_2 - dx \tan \theta_3}{h_u - dx \tan \theta_1 + dx \tan \theta_3 + h_1 - dx \tan \theta_2 - dx \tan \theta_3} = \frac{h_{1o}}{h_o} = \gamma \quad (37)$$

با تعیین نقاط ختنی، چگونگی توزیع فشار غلتکها بر ورق تعیین می‌شود. اگر از معادله توزیع فشار غلتکها (۲۴) در هر سه ناحیه انتگرال بگیریم، نیروی لازم برای انجام فرایند نورد، تعیین می‌شود:

$$P = \int_0^{x_{n2}} p_{III} dx + \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} p_{II} dx + \int_{x_{n1}}^l p_I dx \quad (30)$$

گشتاور مورد نیاز برای انجام نورد نیز به طور جداگانه بر روی هر کدام از غلتکها محاسبه شده و با هم جمع می‌شوند. در معادلات زیر، T_1 و T_2 گشتاور اعمال شده بر روی غلتکهای بالا و پایین است:

$$T_1 = R_1 \left\{ - \int_0^{x_{n2}} m_1 k_u dx - \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} m_1 k_u dx + \int_{x_{n1}}^l m_1 k_u dx \right\} \quad (1-31)$$

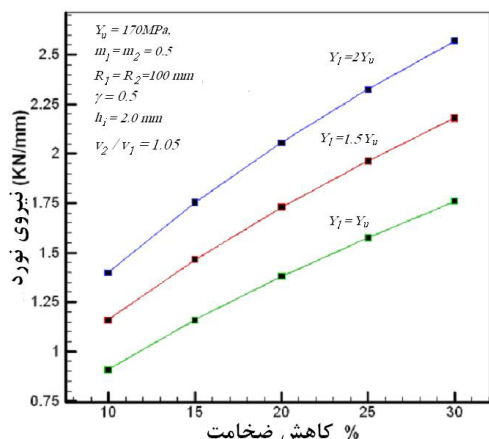
$$T_2 = R_2 \left\{ - \int_0^{x_{n2}} m_2 k_1 dx + \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} m_2 k_1 dx + \int_{x_{n1}}^l m_2 k_1 dx \right\} \quad (2-31)$$

$$T_1 = R_1 m_1 k_u (l - 2x_{n1}) \quad (1-32)$$

$$T_2 = R_2 m_2 k_1 (l - 2x_{n2}) \quad (2-32)$$

۴- محاسبه تنش برشی روی سطح پیوند دو ورق

به منظور تعیین رابطه‌ای برای تنش برشی τ_3 در سطح



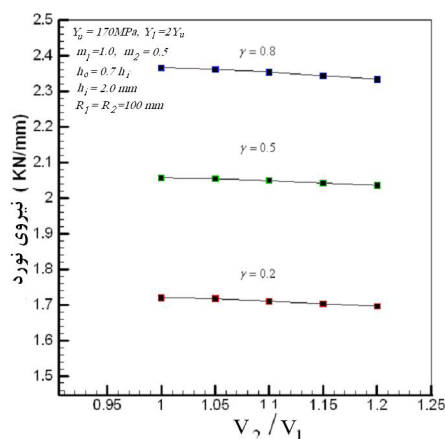
شکل ۷- تغییرات نیروی نورد بر اساس تغییرات کاهش در ضخامت و برای مقادیر مختلفی از تنش تسلیم دو لایه ورق

افزایش یافته، بنابراین بر نیروی نورد مورد نیاز برای تغییر شکل پلاستیک بر روی ورق افزوده شده و مانند یک فرایند نورد نامتقارن با افزایش نسبت سرعت دو غلتک، میزان نیروی لازم برای انجام نورد نیز کاهش می‌یابد.

در شکل (۷) تغییرات نیروی نورد بر اساس تغییرات کاهش در ضخامت و برای مقادیر مختلفی از تنش تسلیم دو لایه ورق، ترسیم شده است. همان طور که انتظار می‌رود، افزایش میزان کاهش در ضخامت، نیروی بیشتری را برای انجام نورد می‌طلبد و همچنین برای یک کاهش در ضخامت ثابت، در حالتی که ضخامت دو لایه تشکیل دهنده ورق مساوی است، اگر بر استحکام یکی از لایه‌ها افزوده شود، نیروی بیشتری برای تغییر شکل پلاستیک در ورق، به منظور انجام فرایند نورد مورد نیاز است.

در شکل (۸)، تغییرات نیروی نورد بر اساس نسبت‌های مختلف شعاع‌های دو غلتک و برای نسبت‌های مختلفی از γ ترسیم شده است. اما برای یک γ ثابت، افزایش نسبت شعاع دو غلتک، به معنای افزایش سطح تماس غلتک بزرگتر با ورق است، یعنی سطح بیشتری از ورق در معرض تنش اصطکاکی با غلتک قرار گرفته که به موجب آن بر نیروی مورد نظر برای گذراندن ورق از فضای غلتک افزوده می‌شود.

شکل (۹)، تغییرات نیروی نورد را بر اساس تغییرات نسبت



شکل ۶- تغییرات نیروی نورد بر اساس نسبت سرعت‌های مختلف و ضخامت‌های مختلف دو لایه ورق

بعد از ساده سازی معادله بالا، خواهیم داشت:

$$\tan \theta_3 = (1 - \gamma) \tan \theta_2 - \gamma \tan \theta_1 \quad (38)$$

معادله (۳۶) توزیع تنش برشی در سطح مشترک دو لایه را در ناحیه I نشان می‌دهد. به طور مشابه، توزیع تنش برشی در

نواحی II و III چنین به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \tau_3 = \bar{\tau}_{2II} + 2Y_1\beta_{2II}\theta_3 & \text{zone II} \\ \tau_3 = \bar{\tau}_2 + 2Y_1\beta_2\theta_3 & \text{zone III} \end{cases} \quad (39)$$

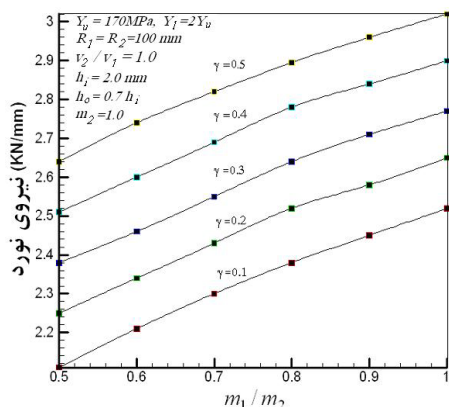
در معادله بالا، $\bar{\tau}_{2II}$ و β_{2II} با توجه به تعریف c_2 در ناحیه

II از معادله (۶)، تعریف می‌شوند.

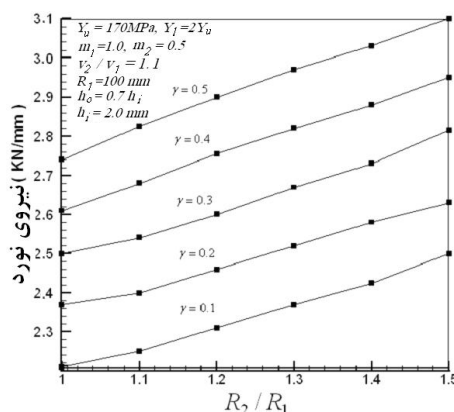
۵- بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق فرایند نورد ورق‌های دو لایه در شرایط مختلفی از عدم تقارن سرعتها، شعاعها، ضرایب اصطکاک و نسبت ضخامت‌های مختلفی از دو فلزی که ورق را تشکیل می‌دهند، مورد تحلیل قرار گرفته و نمودارهایی بر این اساس رسم شده است.

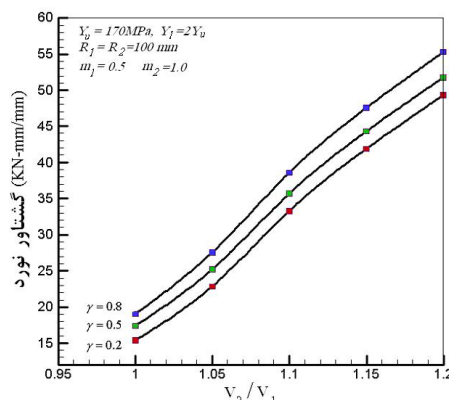
در شکل (۶)، تغییرات نیروی نورد بر اساس نسبت سرعت‌های دو غلتک و برای نسبت ضخامت‌های مختلفی از دو لایه ورق، بررسی شده است. در این شرایط اگر $\gamma = \frac{h_1}{h}$ نسبت ضخامت لایه پایینی به ضخامت کل تعریف شود، با افزایش γ در یک نسبت سرعت ثابت در واقع سهم لایه با استحکام بالاتر



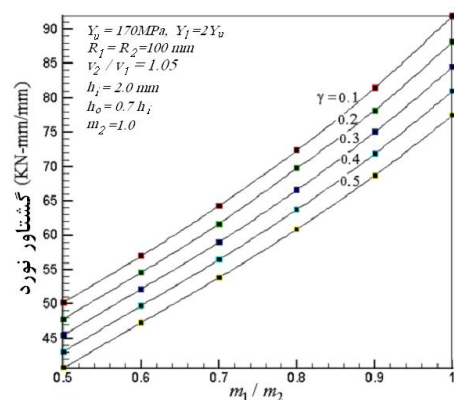
شکل ۹- تغییرات نیروی نورد بر اساس تغییرات نسبت ضرایب اصطکاک دو غلتک و برای نسبتهای مختلف از ضخامت دو لایه ورق



شکل ۸- تغییرات نیروی نورد بر اساس نسبتهای مختلفی شعاعهای دو غلتک و برای نسبتهای مختلفی از ضخامتهای دو لایه ورق



شکل ۱۱- تغییرات گشتاور نورد بر اساس نسبت سرعتهای مختلف دو غلتک و نسبت ضخامتهای دو ورق



شکل ۱۰- تغییرات گشتاور نورد بر اساس نسبتهای مختلفی از ضرایب اصطکاک دو غلتک و نسبت ضخامتهای مختلفی از دو لایه

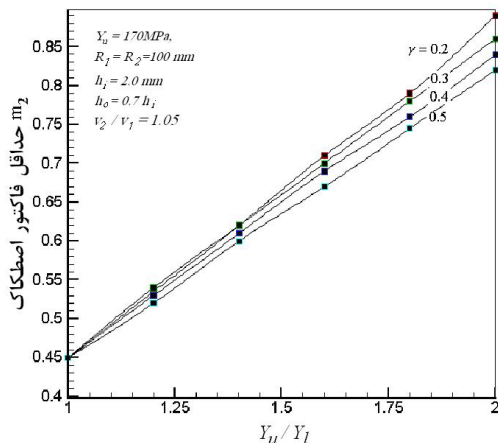
ضخامت ورق، یعنی با افزایش γ ، گشتاور مورد نیاز نورد نیز کاهش می‌یابد. اما با افزایش فاکتور اصطکاک m_1 ، در واقع تنش اصطکاک بخش بالای ورق در تماس با غلتک بالا افزایش یافته، در نتیجه گشتاور نورد نیز افزایش می‌یابد.

در شکل (۱۱)، چگونگی تغییرات گشتاور بر اساس تغییر در نسبت سرعتها و براساس نسبتهای مختلف γ بررسی شده است. در این شرایط، لایه پایینی را با استحکام بالاتر $Y_1 = 2Y_u$ نظر گرفته‌ایم. با افزایش سهم ورق با استحکام بالاتر، مطابق نمودار قبل، میزان گشتاور نورد نیز افزایش می‌یابد.

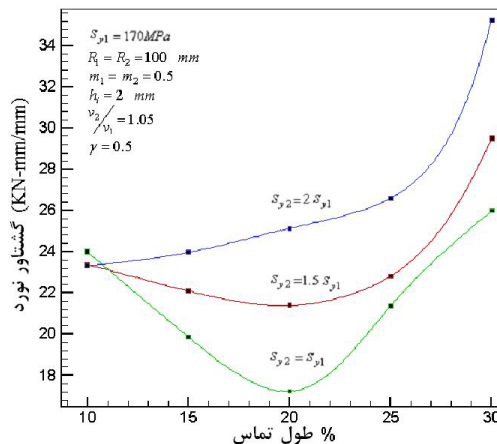
در نمودار (۱۲)، گشتاور لازم بر اساس تغییرات کاهش در ضخامت و نسبتهای مختلفی از استحکام دو ورق به ازای $\gamma = 0.5$ ترسیم شده است. بالا رفتن تنش تسلیم یکی از

ضرایب اصطکاک دو غلتک برای نسبتهای مختلفی از γ ترسیم کرده است. با افزایش فاکتور اصطکاک غلتک بالایی به ازای یک γ ثابت، نیروی نورد افزایش می‌یابد. چنانچه برای یک نسبت ثابتی از $\frac{m_1}{m_2}$ ، افزایش γ به معنی افزایش ضخامت لایه با استحکام بالاتر است که نتیجتاً نیروی بیشتری برای تغییر شکل پلاستیک لازم است..

در شکل‌های (۱۰) تا (۱۲)، تغییرات گشتاور نورد بر اساس تغییرات پارامترهای نورد نامتقارن رسم شده است. در شکل (۱۰)، این تغییرات بر اساس نسبتهای مختلفی از فاکتور اصطکاک است. لایه بالایی دارای دو برابر استحکام تسلیم لایه پایینی است. با افزایش سهم لایه با تنش تسلیم پایینتر در جهت



شکل ۱۳- تعیین حداقل مورد نیاز فاکتور اصطکاک (m2) برای نسبت تنشهای تسلیم و نسبت ضخامتهای مختلفی از دو لایه



شکل ۱۴- تغییرات گشتاور نورد بر اساس کاهش در ضخامتهای مختلف و نسبتهای مختلفی از تنشهای مختلفی از تنشهای تسلیم دو لایه ورق

کاهش در ضخامت و به ازای $Y_l = Y_u$ و $Y_l = 1.5Y_u$ بر اساس یکسان بودن تنش تسلیم در جهت ضخامت ورق رسم شده و مطابق نمودار با افزایش میزان کاهش در ضخامت ورق، نقاط خنثی روی دو غلتک به هم نزدیکتر شده، نتیجتاً طول ناحیه برش عرضی کاهش می‌یابد. زیرا برای کاهش بیشتر ضخامت در خروجی، متوسط فشار اعمال شده بر ورق افزایش می‌یابد و این به معنای افزایش نیروی لازم برای انجام نورد است.

در شکل (۱۵)، توزیع فشار متوسط را به ازای $Y_l = 1.5Y_u$ مشاهده می‌کنیم، افزایش تنش تسلیم یکی از لایه‌های تشکیل دهنده موجب افزایش فشار اعمال شده بر ورق به منظور ایجاد تغییر شکل پلاستیک در ورق می‌شود

در شکل (۱۶) نیز که به ازای $Y_l = 2Y_u$ ترسیم شده، قله فشار در x_{n2} اتفاق می‌افتد و ماکزیمم فشار نیز نسبت به دو منحنی دیگر بیشتر است. با افزایش تنش تسلیم یکی از لایه‌ها، مشاهده می‌کنیم نقطه خنثی x_{n2} از خروجی دور می‌شود.

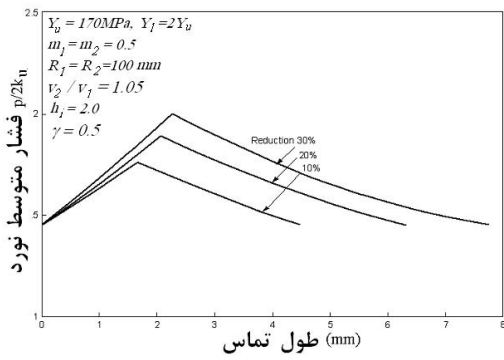
شکل (۱۷)، توزیع فشار بر اساس تغییرات فاکتور اصطکاک. $m_1 = 1$ و $0.5 \leq m_2 \leq 1$ رسم شده است. افزایش فاکتور اصطکاک m_2 موجب افزایش تنش برشی روی سطح تماس غلتک با ورق شده و همچنین موجب افزایش در فشار متوسط خواهد شد. مطابق نمودار، افزایش m_2 سبب اندکی

لایه‌های تشکیل دهنده ورق موجب افزایش تنش تسلیم برشی ورق در سطح تماس و در نتیجه افزایش گشتاور نورد را به دنبال دارد. بازدید کاهش در ضخامت، سطح بیشتری از ورق در تماس با غلتک و در معرض تنش اصطکاکی قرار دارد و غلتک به منظور عبور ورق، گشتاور بیشتری اعمال می‌کند.

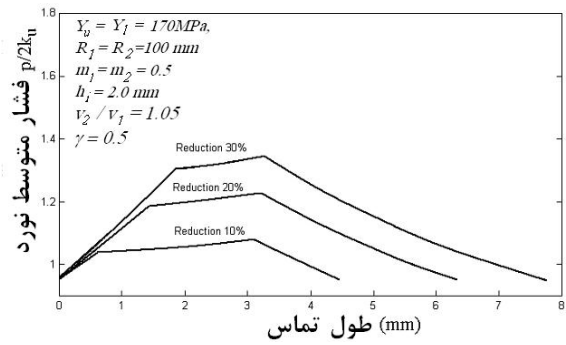
شکل (۱۳)، به بررسی حداقل فاکتور اصطکاک مورد نیاز برای انجام فرایند نورد بر حسب تنش تسلیم لایه‌های تشکیل دهنده و برای نسبت ضخامتهای مختلف دو ورق می‌پردازد. اگر فاکتور اصطکاک ورق در تماس با غلتک بالا را ثابت و برابر $m_1 = 1$ در نظر بگیریم، افزایش تنش تسلیم لایه بالایی، موجب افزایش حداقل فاکتور اصطکاک مورد نیاز برای انجام فرایند نورد می‌شوند، به طوریکه ورق و غلتک نسبت بهم نلغزند. افزایش ضخامت لایه با تنش تسلیم بالاتر، موجب می‌شود که حداقل مورد نیاز فاکتور اصطکاکی بین غلتک پایینی و ورق کاهش یابد.

شکل‌های (۱۴) تا (۱۹) به بررسی چگونگی توزیع فشار متوسط در طول تماس ورق با غلتک بر اساس تغییرات پارامترهای نورد مانند کاهش در ضخامت، تغییرات نسبت تنش تسلیم دو ورق تشکیل دهنده ورق دو لایه و نسبت شعاعها می‌پردازد.

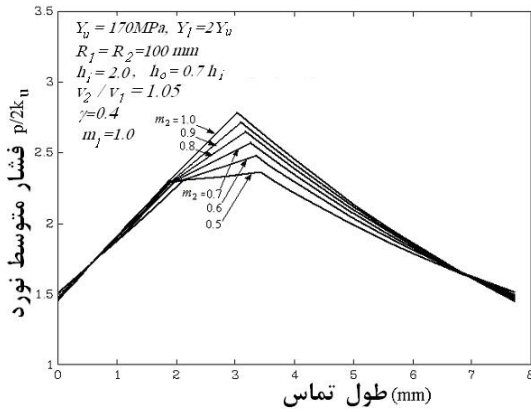
در شکل‌های (۱۴) تا (۱۶) تغییرات فشار بر اساس تغییرات



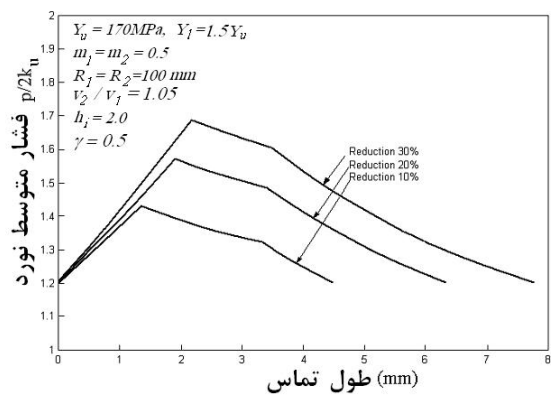
شکل ۱۵- چگونگی توزیع فشار متوسط برای کاهش ضخامتهای مختلف و برای $Y_u = 2Y_l$



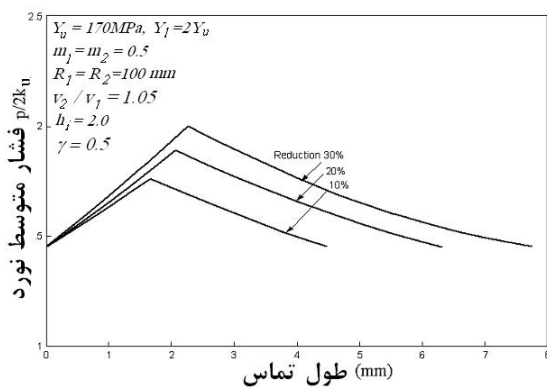
شکل ۱۴- چگونگی توزیع فشار متوسط برای کاهش ضخامتهای مختلف و برای $Y_u = Y_l$



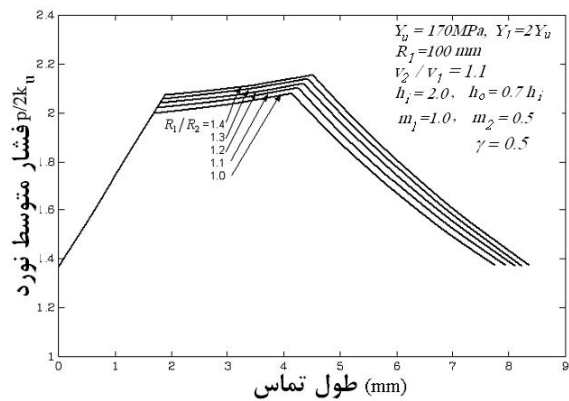
شکل ۱۷- چگونگی توزیع فشار متوسط بر اساس تغییرات نسبت فاکتور اصطکاک



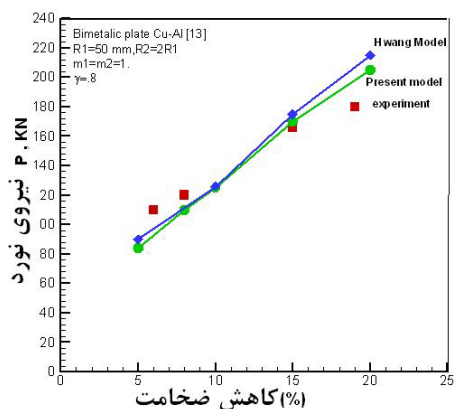
شکل ۱۶- چگونگی توزیع فشار متوسط برای کاهش ضخامتهای مختلف و برای $Y_u = 1.5Y_l$



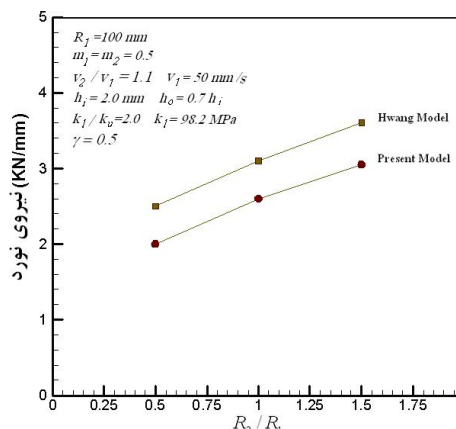
شکل ۱۹- چگونگی توزیع فشار بر اساس تغییرات نسبت ضخامت دو لایه



شکل ۱۸- چگونگی توزیع فشار متوسط بر اساس تغییرات نسبت شعاع دوغلتهک



شکل ۲۱- مقایسه مدل حاضر با مدل تحلیلی هوانگ و نتایج تجربی [۱۳]



شکل ۲۰- مقایسه برآورد نیروی نورد در مدل حاضر با مدل تحلیلی هوانگ

را بین این دو نشان می‌دهد. میزان نیروی نورد محاسبه شده از روش حاضر، کمتر از مدل هوانگ است و این بدان دلیل است که در مدل حاضر تنش برشی در جهت ضخامت ورق در نظر گرفته شده، نتیجتاً توزیع فشار اعمال شده به روی ورق کمتر بوده، اما در مدل هوانگ از تنش برشی صرف نظر شده است. مقایسه روش تحلیلی حاضر را با نتایج تجربی می‌توان در شکل (۲۱) جستجو کرد که مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. شکل (۲۲) نیز به مقایسه بین گشتاور نورد بین مدل حاضر و مدل هوانگ پرداخته است که این نمودارها نیز هماهنگی خوبی با یکدیگر دارند

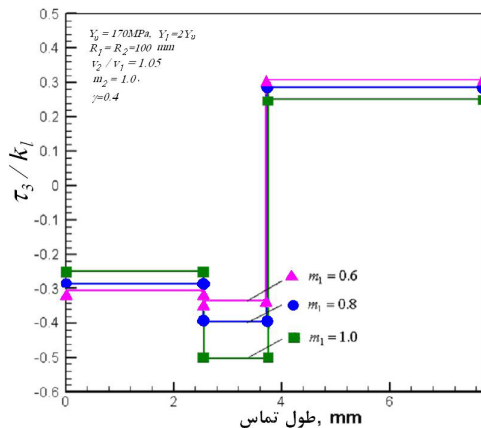
شکل‌های (۲۳) تا (۲۵) به بررسی چگونگی تغییرات متوسط تنش برشی در سطح پیوند دو لایه، پرداخته‌اند. در شکل (۲۳) این تغییرات بر اساس تغییر در فاکتور اصطکاک غلتک بالا، با ثابت گرفتن فاکتور اصطکاک غلتک پایین ($m_2 = 1$) بررسی شده است. همان‌طور که در نمودار مشخص است، افزایش فاکتور اصطکاک m_1 موجب افزایش تنش برشی در سطح پیوند می‌شود. از آنجایی که در ناحیه برش عرضی جهت تنش‌های اصطکاکی خلاف جهت یکدیگر است، در این ناحیه بیشترین مقدار تنش برشی در جهت ضخامت و در نتیجه در سطح پیوند را انتظار داریم. در شکل (۲۴) این تغییرات را بر اساس تغییرات در میزان کاهش در ضخامتهای مختلفی رسم شده است. مطابق شکل افزایش کاهش در ضخامت ورق، تاثیری در میزان

جابه‌جایی در موقعیت نقطه خنثی x_{n1} به سمت خروجی شده است. با افزایش m_2 بر ماکزیمم قله منحنی فشار نیز افزوده شده در حالی که در $m_2 = 0.5$ ، توزیع فشار متوسط در طول ناحیه برش عرضی، تقریباً ثابت است. با افزایش m_2 ، تغییر فشار در طول ناحیه عرضی، به سمت x_{n2} محسوس بوده و سیر نزولی داشته است.

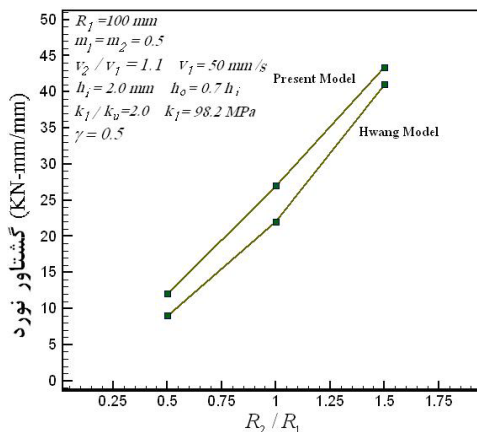
شکل (۱۸)، تغییرات فشار متوسط را بر اساس تغییرات نسبت شعاع غلتک در طول تماس ورق با غلتک نمایش می‌دهد. افزایش نسبت شعاع، موجب افزایش فشار متوسط اعمال شده بر ورق می‌شود. با توجه به برقراری تعادل نیروهای قائم که عمدتاً ناشی از فشار غلتک‌هاست، کاهش شعاع، سطح تماس غلتک را کاهش داده، بنابراین نیرو در طول کمتری توزیع شده که موجب افزایش فشار میانگین خواهد شد.

چگونگی توزیع فشار متوسط بر اساس تغییرات ضخامت دو ورق تشکیل دهنده در شکل (۱۹) بررسی شده است. مطابق نمودار با افزایش γ ، بخش کمتری از ورق نیاز به اعمال نیروی بیشتری برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک دارد. نتیجتاً، فشار کمتری در طول تماس ورق، توزیع می‌شود. در هر حال تغییرات γ ، تاثیر محسوسی بر موقعیت نقاط خنثی و چگونگی توزیع فشار در طول تماس غلتک با ورق، ندارد.

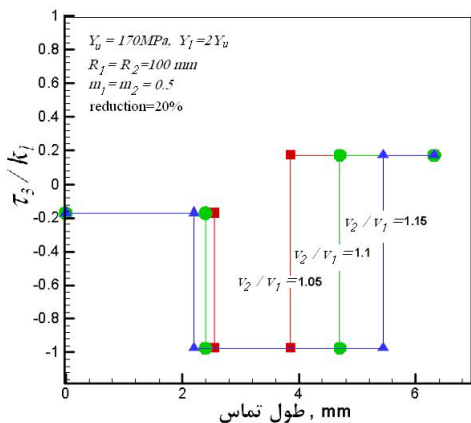
در شکل (۲۰) مقایسه‌ای بین برآورد نیروی نورد از روش حاضر و مدل هوانگ [۱۵] انجام شده است که هماهنگی خوبی



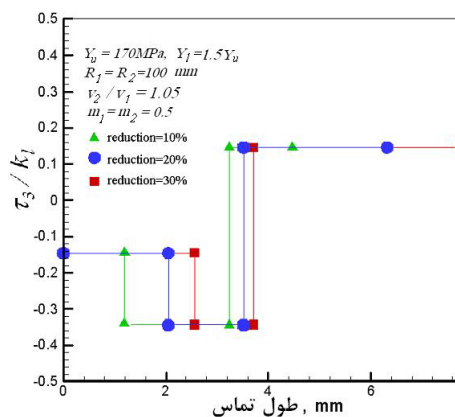
شکل ۲۳- تغییرات متوسط تنش برشی بر اساس تغییرات فاکتور اصطکاک (m1)



شکل ۲۲- مقایسه برآورد گشتاور نورد در مدل حاضر با مدل تحلیلی هوانگ



شکل ۲۵- تغییرات تنش برشی بر اساس نسبت سرعت‌های مختلفی از دو غلتک



شکل ۲۴- تغییرات تنش برشی بر اساس تغییرات کاهش در ضخامت

- همانند یک فرایند نامتقارن، افزایش نسبت سرعت غلتکها، موجب کاهش نیروی نورد می‌شود.
- افزایش نسبت استحکام لایه قویتر در یک کاهش در ضخامت ثابت، موجب جابه جایی نقاط خنثی به سمت ورودی یعنی کوچکتر شدن ناحیه I می‌شود.
- افزایش نسبت فاکتورهای اصطکاک و همچنین نسبت شعاعهای دو غلتک، موجب افزایش نیروی گشتاور نورد می‌شود.
- افزایش عواملی مانند نسبت تنش تسلیم دولایه، نسبت ضخامت ورق با استحکام بالاتر، نسبت فاکتور اصطکاک، نسبت شعاع دو غلتک، کاهش در ضخامت ورق، موجب بالا رفتن متوسط فشار اعمال شده بر ورق می‌شود.

تنش برشی سطح پیوند نداشته و فقط موجب جابه جایی نقاط خنثی می‌شوند. در شکل (۲۵) نیز تغییرات نسبت سرعتها، تاثیری در میزان تنش برشی نداشته و فقط براساس برقراری رابطه ثبات حجم، موجب نزدیک شدن نقاط خنثی به یکدیگر می‌شود. در مجموع با توجه به نمودارهای رسم شده، می‌توان نتایج حاصله را به صورت زیر خلاصه کرد:

- افزایش ضخامت لایه قویتر در یک نسبت ثابت از تنش تسلیم دو لایه، موجب افزایش نیرو و گشتاور نورد می‌شود.
- به کارگیری لایه با استحکام تسلیم بالاتر در یک نسبت ثابت از ضخامت دو لایه، افزایش نیرو و گشتاور لازم برای انجام فرایند نورد به دنبال دارد.

تسلیم آنها را به عنوان ورودی گرفته و تاثیر آنها را بر چگونگی توزیع فشار، تنش برشی در سطح پیوند، نیرو و گشتاور بررسی کند. نتایج حاصله از نمودارها نشان می‌دهد که در یک ورق دولایه با استحکام تسلیم بالاتر و افزایش میزان کاهش در ضخامت آن نیرو و گشتاور مورد نیاز را برای انجام نورد افزایش می‌دهد. شرایطی مانند عدم برابری در سرعتها، شعاعها و ضرایب اصطکاک غلتکها مانند یک فرایند نورد نامتقارن خواهد بود.

• افزایش فاکتور اصطکاک موجب افزایش در تنش برشی در سطح پیوند دولایه می‌شود، اما تغییرات نسبت سرعت و کاهش در ضخامت تاثیری بر آن ندارد.

۶- نتیجه‌گیری نهایی

در این تحقیق، یک مدل ریاضی براساس روش قاپچی-تراز اصلاح شده ارائه شده که قادر است پارامترهای یک نورد ورق دولایه مانند نسبت سرعتها، نسبت ضخامت لایه‌ها، نسبت تنش

مراجع

1. Nakamura, M., Maki, S., Matsuda, T., and Nagai, N., "Influence of Rolling Condition on Bond Strength in Cladding of Steel Sheet with Aluminum," J. Jpn. Soc. Technol. Plasticity, S. Vol. 30, pp. 71-76, 1989.
2. Maki, S., Nakamura, M., Matsuda, T., and Nagai, N., "Cold Bonding of Metal Sheets Using Mutual Sliding by Modified Contact Differential Speed Rolling," J. Jpn. Soc. Technol. Plasticity, Vol. 29, pp. 404-410, 1988.
3. Pan, D., Gao, K., and Yu, J., "Cold Roll Bonding of Bimetallic Sheets and Strips," J. Mater. Sci. Technol., 5, pp. 434-939, 1989.
4. Shirota, T., and Dendo, T., "Some Experiments on Clad Rolling by Planetary Mill in Cold Stage," J. Jpn. Soc. Technol. Plasticity, Vol. 29, pp. 53-60, 1983.
5. Quran, Z., "Solid Phase Roll Cladding of Bimetallic Strip By Cross Shear Rolling," Proceeding 2nd ICTP, Vol. II, pp. 789-798, 1987.
6. Madea, M., and Teshima, S. "A Study on Bonding Mechanisms of Aluminum Clad Steel by Cold Rolling," J. Inst. Mech. Engrs, Vol. 173, pp. 241-252, 1959.
7. Dewhurs, P., Callins, I. F. and Johnson, W., "The Theoretical and experimental Investigation of Hot Rolling," International Journal of Mechanical Sciences, 16, 387, 1979.
8. Lee, S. H., and Lee, D.N., "Slab Analysis of Roll Bonding of Silver Clad Phosphor-Bronze Sheets," Mater. Sci. Technol., Vol. 7, pp. 1042-1050, 1991.
9. Suzuki, H., Araki, J. and Aiba, M., "An Analytical Study on Mechanics in Roll Bonding of Double-Layer Metal Sheets," J. JSTP, Vol. 15, pp. 931-937, 1974.
10. Hamauzau, S., "The FEM Analysis of Hot Clad Sheet Rolling and Avoid of Curvature," Iron and Steel AS9 pp. 59-62, 1987.
11. Shiyouya, S., "The Analysis of Clad Sheet Rolling by FEM," Proc. The 90th Joint of Conf. of JSTP, pp. 81-84, 1989, (In Japanese)
12. Hwang, Y.M., and Tzou, G.Y., "An Analytical Approach to Asymmetrical Cold and Hot Rolling of Clad Sheet Using the Slab Method," Int. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 26, pp. 249-259, 1996.
13. Hwang, Y.M., and Kiuchi, M., "Analysis of Asymmetric Clad Sheet Rolling by Stream Function Method," Int. J. Mech. Sci., Vol. 38, pp. 443-460, 1996.
14. Hwang, Y.M., and Kiuchi, M., "Analysis of Asymmetric Complex Rolling of Multi-Layer Sheets by Upper Bond Method", J. Chinese Soc. Mech. Engrs, Vol. 13, pp. 33-46, 1992.
15. Tzou, G.T., Lee, K.L., Jian, H.R., Lion, J. C., and Huang, M. N., "Analysis of the Cold and Hot Bond Rolling of Clad Sheet," Proceeding of 8th Int. Conf. on Metal Forming, Krakow, Poland, 3-7 Sep. 2000.
16. Rydz, D., Dyja, H., and Berski, S., "The Prediction of Curvature of Bimetallic Plate Al- Cu Asymmetrical Cold Rolling," METABK Vol. 42, pp. 261-264, 2003.
17. Dyja, M., Mroz, S., and Milenin, A., "Theoretical and Experimental Analysis of the Rolling Process of Bimetallic Rods Cu-Steel and Cu-Al," Materials Processing Technology Vol. 154, pp. 100-107, 2004.
18. Salimi, M., and Sassani, F., "Modified Slab Analysis of Asymmetrical Plate Rolling," Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, pp. 1998-2023, 2002.