

## نیروهای داخلی شمعها در محیطهای همگن و ناهمگن تحت اثر بارهای خارجی و زلزله

سعید محزونی\* - امیر مسعود کی‌نیا\*\*

### چکیده

در این مقاله مسئله اثر متقابل شمع - خاک و نیز اثر متقابل شمع - خاک - شمع به منظور آنالیز پی‌های شمعی تحت اثر نیروهای دینامیکی مورد بررسی قرار گرفته است. این بررسی با استفاده از یک مدل غیر پیوسته و به کمک روش اجزای مرزی و کاربرد توابع گرین انجام شده است. ابتدا با به دست آوردن معادلات حاکم بر مسئله، نیروهای اثر متقابل بین خاک و شمعها محاسبه شده و با توجه به این نیروها و حل ارتعاش پایدار شمعها (که به عنوان تیر - ستون در نظر گرفته می‌شوند) نیروهای داخلی شمعها به دست آمده است. سپس تعیین نیروهای داخلی برای بارگذاریهای مختلف (بارجانبی، بار قائم و بار زلزله) انجام شده و اثر عوامل مختلف هندسی و فیزیکی بر روی این نیروها مورد مطالعه قرار گرفته است. علاوه بر این، مدل تحلیلی تقریبی ولی ساده‌ای برای آنالیز شمعهای منفرد تحت اثر زلزله بر اساس مدل وینکلر پیشنهاد شده و نتایج حاصل از آن با نتایج روش دقیق مقایسه شده است.

### مقدمه

هرچند از کاربرد پی‌های شمعی مدت زمان زیادی می‌گذرد ولی مطالعات در زمینه رفتار آنها

\* مربی دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی اصفهان

\*\* دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی اصفهان

در دهه‌های اخیر گسترش یافته‌است. اولین مطالعات به بررسی رفتار استاتیکی شمعها اختصاص داشته‌است. در این میان می‌توان به کارهای پولوس و همکارانش [۱] اشاره کرد که از جمله مهمترین مطالعات در این زمینه است. این پژوهشها نکات برجسته‌ای نظیر توزیع نیروها در طول شمعهای گروه، سختی گروه شمع و تغییرات این مقادیر با پارامترهای هندسی و خواص مصالح را مشخص کرده‌است.

بررسی رفتار دینامیکی شمعها در محدوده دانش جدیدی به نام اثر متقابل خاک و سازه قرار دارد. از جمله اولین محققینی که در این زمینه مطالعاتی انجام داده‌اند می‌توان از پنزین و همکاران [۲] و تاجیمی [۳] نام برد. پنزین با استفاده از مدل وینکلر (تئوری تیر بر بستر ارتجاعی)، که فنرهای معرف سختی آن را با استفاده از روش اجزاء محدود به دست آورده بود، به تحلیل مجموعه سیستم سازه - شمع - خاک پرداخت. برای در نظر گرفتن اثرات اینرسی و استهلاک، وی از جرما و مستهلک‌کننده‌های متمرکز در مدل غیر پیوسته خود استفاده کرد. مطالعات تاجیمی بر حل معادلات انتشار موج در یک لایه خاک واقع بر بستر صلب مبتنی است. به کمک این روش وی موفق شد روابط تحلیلی به فرم بسته را برای تغییر مکان شمع به دست آورد.

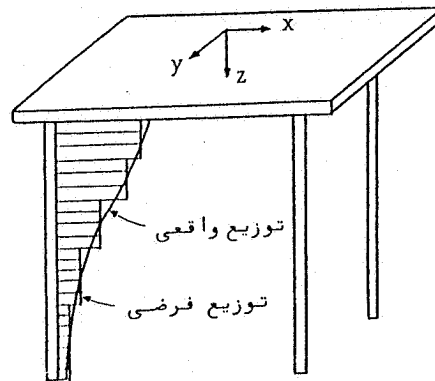
با استفاده از تئوری تیر بر بستر ارتجاعی، نوواک توانست سختیهای دینامیکی قائم، افقی و چرخشی شمعهای منفرد با اتکاء انتهائی را محاسبه کند [۴]. در مدل مورد استفاده نوواک، مدول عکس‌العمل زمین یک کمیت مختلط است که جزء حقیقی آن معرف سختی و جزء موهومی آن معرف استهلاک تشعشعی یا هندسی است. در همین مورد نوگامی و نوواک نیز روشی با زیر بنای ریاضی محکم‌تر مبتنی بر مکانیک محیطهای پیوسته ارائه داده‌اند ([۵] و [۶]). نوواک و همکارانش همچنین مدول مختلط عکس‌العمل زمین را برای ارتعاش یک شمع صلب نامحدود در یک محیط بی‌نهایت به دست آورده‌اند [۷]. با استفاده از همین روش نوواک و ابوالعلاء ماتریس سختی یک جزء از شمع رابه دست آورده و با سوار کردن ماتریس سختی هر لایه، واکنش دینامیکی یک شمع را در محیطهای لایه‌ای خاک مورد مطالعه قراردادند [۸]. از مدل‌های اجزاء محدود نیز برای مطالعه اثر متقابل شمع و خاک استفاده شده‌است. در این مورد می‌توان به تحقیقات بلینی و همکارانش، که با کاربرد مرز عبوردهنده موفق به محاسبه سختی دینامیکی شمعها شدند، اشاره کرد [۹]. روش مشابهی نیز بوسیله کی‌نیا و کاوسل به کار گرفته شده‌است [۱۰]. براساس این مطالعات کی‌نیا مدول عکس‌العمل مختلط لایه خاک را برای فرکانسهای

مختلف ارتعاش محاسبه کرد و با کاربرد آن در مدل تیر بر بستر ارتجاعی موفق به آنالیز شمعهای منفرد با اتکاء انتهائی در یک لایه خاک ویسکوالاستیک و همگن تحت اثر بارهای محوری، جانبی و زلزله شد ([۱۱] و [۱۲]).

کلیه مطالعات دینامیکی فوق‌الذکر در مورد شمعهای منفرد انجام گرفته است. در مورد شمعهای گروهی مقالات محدودی در دست است. ظاهراً اولین نتایج در این مورد توسط ولف و همکارانش [۱۳] ارائه شده است که یک گروه شمع متشکل از تعداد زیادی شمع را با استفاده از یک مدل اجزاء محدود و کاربرد مرزهای عبوردهنده بررسی کرده‌اند. حل کاملتری برای این مسئله که بوسیله آن می‌توان گروههای شمع واقع در محیطهای لایه‌ای را مورد بررسی قرارداد در دهه اخیر به وسیله کی‌نیا و کاوسل [۱۴] ارائه شده است. در غالب این مطالعات آنچه که بیشتر مدنظر قرار گرفته است تعیین سختی شمع و یا گروه شمع برای بارهای وارده و نیز محاسبه تغییر مکان آنها بوده و کمتر به مسئله نیروهای داخلی در شمعها پرداخته شده است. از جمله بررسیهایی که در زمینه محاسبه نیروهای داخلی در شمعها انجام شده است می‌توان از مطالعات نگارندگان مقاله حاضر (مراجع [۱۵] تا [۱۷]) نام برد. مقاله حاضر ضمن ارائه معادلات حاکم بر مسئله اثر متقابل شمع - خاک - شمع، به آنالیز شمعهای گروهی و محاسبه نیروهای داخلی آنها پرداخته و اثر عوامل مختلف نظیر سختی خاک را، بر روی مقادیر حداکثر لنگر خمشی، نیروی برشی و نیروی محوری در شمعها بررسی کرده است. همچنین با استفاده از تئوری وینکلر مدل تحلیلی تقریبی ساده‌ای برای آنالیز شمعهای منفرد تحت اثر زلزله معرفی و سازگاری قابل قبول نتایج آن با نتایج حاصل از روش دقیق نشان داده شده است.

#### مدل تحلیلی و معادلات حاکم بر مسئله

مطالعه حاضر بر اساس استفاده از مدل غیر پیوسته کی‌نیا [۱۴] صورت گرفته است. در این مدل سیستم کلی موردنظر که متشکل از محیط خاک و تعدادی شمع است، به‌طور مجازی به دو قسمت گروه شمع و محیط خاک بدون شمع (شامل یک حفره در محل هر شمع) تقسیم می‌شود. سپس معادلات حرکت هر قسمت به دست آمده و از ادغام آنها، معادلات حاکم بر سیستم کل حاصل می‌شود. بدین منظور سطح تماس خاک و شمع به  $\Pi$  قسمت تقسیم می‌شود (۱- $\Pi$  قسمت استوانه‌ای در طول شمع و یک قسمت دایره‌ای در نوک شمع) و توزیع واقعی نیرو روی شمع با یک توزیع ثابت در طول هر قطعه جایگزین می‌شود (شکل ۱). علاوه بر آن هر



شکل ۱- توزیع نیرو روی یک شمع

قطعه شمع با در نظر گرفتن یک گره در وسط آن مشخص می‌شود. در صورتی که بردار  $U$  معرف تغییر مکان مشخصه این قطعات (سه تغییر مکان برای هر قطعه) و بردار  $P$  بیانگر نیروهای یکنواخت در طول قطعات باشد (سه مؤلفه برای هر قطعه) و همچنین بردار  $U_e$  معرف تغییر مکانهای انتهایی شمعها (با پنج مؤلفه برای هر انتها که شامل سه مؤلفه تغییر مکانی و دو مؤلفه چرخشی است) و نیز بردار  $P_e$  نشان‌دهنده نیروهای انتهایی شمعها (سه مؤلفه نیرویی و دو مؤلفه لنگرخمشی برای هر انتها) باشد آنگاه می‌توان واکنش شمعها را تحت اثر نیروهای اثر متقابل  $P$  به صورت زیر نوشت [۱۶]:

$$U = \Psi U_e + F_p P \quad (1)$$

$$P_e = K_p U_e - \Psi^T p \quad (2)$$

در این معادلات  $\Psi$  ماتریس شکل و بیانگر تغییر مکانهای مشخصه قطعات شمعها بر اثر تغییر مکانهای هارمونیک واحد در دو انتهای هر شمع،  $F_p$  ماتریس نرمی شمعها برای شرایط گیرداری و  $K_p$  ماتریس سختی دینامیکی شمعهاست.

تغییر مکان محیط خاک نیز که شامل تغییر مکان ناشی از امواج برشی زلزله با انتشار قائم (در صورت وجود) و نیروهای اثر متقابل ( $-p$ ) است به صورت زیر قابل بیان است:

$$U = U^* - F_s P \quad (۳)$$

که در این رابطه  $U^*$  بیانگر تغییر مکانهای محیط آزاد و  $F_s$  ماتریس نرمی محیط مرتبط کننده تغییر مکانهای مشخصه هر قطعه و بارهای گسترده یکنواخت روی این قطعات است. در نهایت با در نظر گرفتن شرایط مرزی نیرویی و هندسی و حل همزمان معادلات (۱) تا (۳) مقادیر  $P$  و  $U_e$  و  $U$  حاصل می شود که در این مرحله برای محاسبه نیروهای داخلی شمعها و تعیین مقدار ماکزیمم آنها تنها کافی است با استفاده از مقادیر  $P$  و  $U_e$  و معادله حرکت ارتعاش یک تیر - ستون، نیروهای داخلی در هر نقطه دلخواه از شمعها به دست آورده شود.

### نتایج عددی

هدف اصلی پژوهش حاضر محاسبه حداکثر نیروی برشی و لنگرخمشی در شمعهای یک گروه ناشی از بارهای وارد بر آنهاست. با توجه به انجام محاسبات در حوزه فرکانس، پاسخها مقادیری مختلط هستند که در این مقاله قدرمطلق آنها منظور شده است. در این نتایج  $E_s$  و  $\rho_s$  معرف مدول الاستیسیته و چگالی جرم خاک و  $E_p$  و  $\rho_p$  مقادیر مربوط به شمعها هستند. همچنین  $a_0 = \omega d / C_s$  فرکانس بدون بعد است که در آن فرکانس ارتعاش پایدار،  $d$  قطر شمعها و  $C_s$  سرعت امواج برشی مربوط به خاک زیر شمعهاست. به علاوه ضرایب پواسون و استهلاک هیستریک برای خاک به ترتیب برابر  $0/3$  و  $0/05$  و برای شمعها برابر  $0/2$  و  $0/0$  فرض شده است. علاوه بر آن اتصال شمعها به سر شمع به صورت گیردار و نسبتهای  $\rho_s / \rho_p$  و  $1/d$  طول شمعهاست) به ترتیب  $0/7$  و  $20$  منظور شده است. برای بررسی اثرات تغییرات سختی خاک بر روی نتایج، سه محیط مختلف (که از این پس در این مقاله از آنها با عنوان محیطهای ۱، ۲ و ۳ نام برده می شود) در نظر گرفته شده است، بدین صورت که مدول الاستیسیته خاک در سطح زمین برابر  $E_{s0}$  و در پای شمعها برابر  $E_{s1}$  فرض شده است. در این سه محیط نسبت  $E_{s0}/E_{s1}$  به ترتیب برابر ۱ (محیط یکنواخت)،  $1/2$  و  $0$  در نظر گرفته شده است. در هر سه محیط، خاک زیر شمعها یکنواخت و با مدول الاستیسیته  $E_{s1}$  فرض شده است. همچنین در محاسبات برای

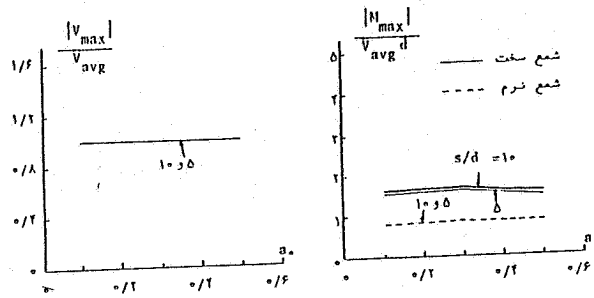
بررسی اثرات سختی شمعها بر روی نتایج برای نسبت  $E_p/E_{s1}$ ، دو مقدار ۱۰۰۰ برای شمعهای سخت و ۱۰۰ برای شمعهای نرم، و برای بررسی اثر فاصله شمعها مقادیر ۵ و ۱۰ برای نسبت  $s/d$  (s فاصله مرکز تا مرکز شمعهای مجاور است) به کار رفته است.

#### الف - بار جانبی واحد

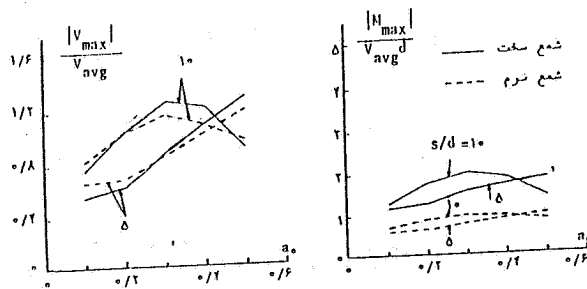
شکل‌های ۲ تا ۴ نتایج ناشی از اعمال نیروی جانبی هارمونیک واحد بر مرکز سطح گروه شمعهای  $2 \times 2$  و  $3 \times 3$  را نمایش می‌دهند. در این تصاویر محور افقی فرکانس بدون بعد ( $\omega$ ) و محور قائم مقدار نرمالیزه حداکثر لنگرخمشی و نیروی برشی است. برای نرمالیزه کردن حداکثر نیروی برشی از برش متوسط در گروه شمع،  $V_{avg}$ ، استفاده شده است و در مورد حداکثر لنگرخمشی، حاصلضرب برش متوسط گروه شمع در قطر شمع به کار رفته است.

باتوجه به شکل‌های الف-۲، الف-۳ و الف-۴ دیده می‌شود که حداکثر نیروی برشی در گروه شمع  $2 \times 2$  مقدار ثابت دارد و وابسته به فرکانس نیست. همچنین این مقدار به سختی خاک نیز بستگی ندارد و نتیجه در مورد شمع سخت و نرم یکسان است. علت این موضوع تقارن کامل گروه شمع و یکسان بودن موقعیت شمعها نسبت به یکدیگر است. که منجر به تساوی حداکثر نیروی برشی در شمعها و برش متوسط در گروه شمع می‌شود. در همین شکلها فزونی حداکثر لنگرخمشی در شمعهای سخت نسبت به شمعهای نرم و ازدیاد آنها با افزایش فاصله مشاهده می‌شود. مقدار حداکثر لنگر در محیطهای ۱ و ۲ بستگی چندانی به فرکانس ندارد ولی در محیط ۳ تغییرات شدیدتر است و با افزایش فرکانس، نیروها کاهش می‌یابند. همچنین در محیط اخیر که در محدوده مورد مطالعه، نسبت به دو محیط ۱ و ۲ بسیار نرمتر شده است مقدار حداکثر لنگرخمشی شدیداً افزایش یافته و به حدود دو برابر رسیده است.

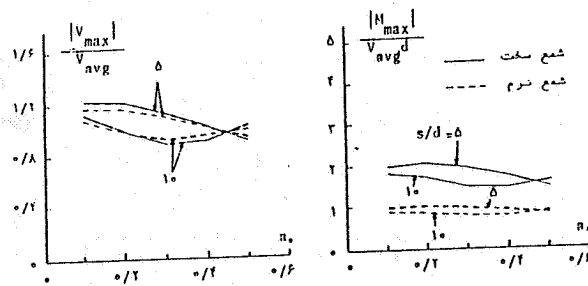
با مراجعه به شکل ۲ در مورد گروه شمع  $3 \times 3$  دیده می‌شود که برای شمع سخت با نسبت  $s/d=5$ ، با افزایش فرکانس، در شمع مرکزی (شکل ب-۲) حداکثر نیروی برشی افزایش می‌یابد؛ در حالیکه در شمع گوشه (شکل ج-۲) این مقدار کاهش می‌یابد. همین روند تغییرات در شمع نرم نیز مشاهده می‌شود؛ با این تفاوت که در بعضی فرکانسها در شمع سخت حداکثر نیروی برشی بیشتری ایجاد شده است و در بعضی فرکانسها در شمع نرم این موضوع رخ داده است. همچنین این نیروها با افزایش فاصله در محدوده‌ای از فرکانسها با افزایش و در محدوده‌ای دیگر کاهش می‌یابد. البته وابستگی موارد اخیر به محل قرارگیری شمع در گروه نیز قابل توجه است.



الف - گروه شمع ۲×۲

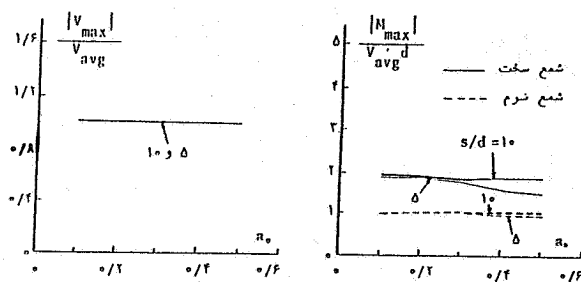


ب - گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی

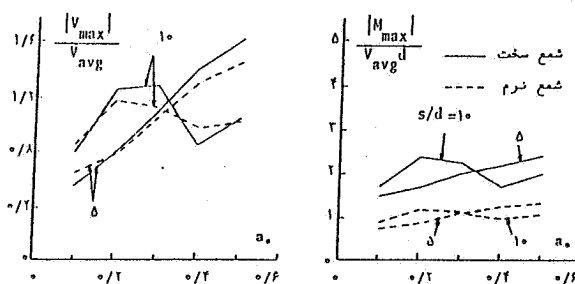


ج - گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

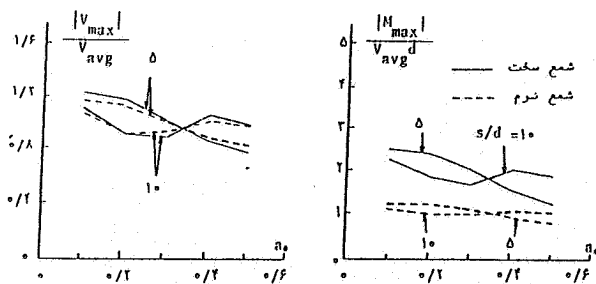
شکل ۲- حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت بار جانبی در محیط ۱



الف - گروه شمع ۲×۲



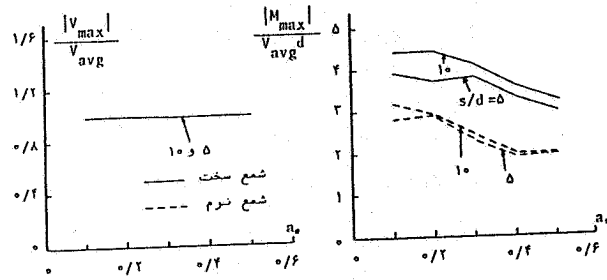
ب - گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی



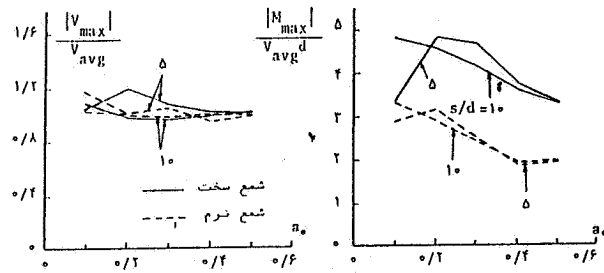
ج - گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۳- حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت بار جانبی در محیط ۲

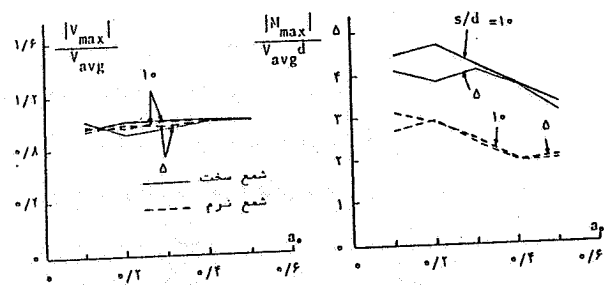




الف - گروه شمع ۲×۲



ب - گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی



ج - گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۴ - حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت بار جانبی در محیط ۳

براساس شکل‌های ۲ تا ۴ در تمام حالت‌ها، حداکثر لنگرخمشی ایجادشده در شمعهای سخت از شمعهای متناظر نرم بیشتر بوده، روند تغییرات آن با افزایش فرکانس و فاصله مشابه حداکثر نیروی برشی است.

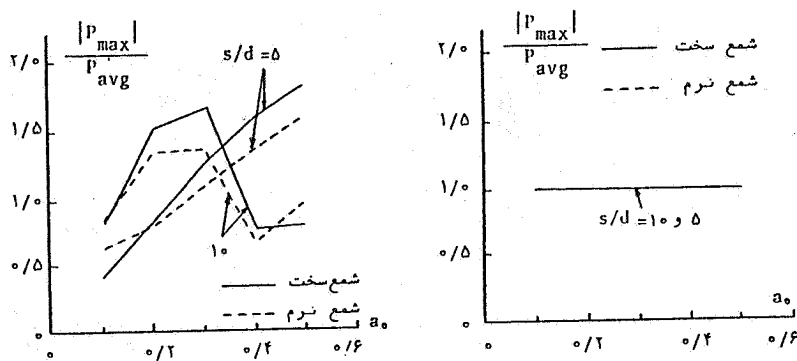
نتایج فوق در مورد محیط خاک یکنواخت (محیط ۱) صادق است. در محیط ۲ نیز علیرغم کاهش نسبی مدول الاستیسیته خاک مجاور شمعها، با اختلاف جزئی همین روند طی می‌شود. ولی در محیط سوم (شکل ۴) رفتار حداکثر نیروی برشی متفاوت بوده و تأثیر فاصله شمعها نسبت به دو محیط قبل معکوس می‌گردد. به علاوه در محیط ۳ تغییرات حداکثر نیروی برشی با فرکانس از شدت کمتری برخوردار بوده و در شمع نرم یا سخت و  $s/d$  برابر ۵ یا ۱۰، تغییرات چندان قابل ملاحظه نیست. علت این رفتار را می‌توان به نرمی خاک نسبت داد زیرا در این محیط هر دو نوع شمع نرم و سخت، با توجه به تغییرات مدول الاستیسیته در خاک، در حقیقت بایستی شمع سخت محسوب شوند.

در حداکثر لنگرخمشی نیز، به علت نرمتر شدن خاک (محیط ۳) تفاوت‌های چشمگیری روی داده و در مقایسه با دو محیط قبل از افزایشی از ۲ تا ۵ برابر برخوردار شده‌است. در ارتباط با نوع شمع، نتایج ارائه شده در محیط‌های ۱ و ۲ صادق است در حالیکه رفتار حداکثر لنگرخمشی در برابر افزایش فاصله برعکس دو محیط اول است.

#### ب - بار قائم واحد

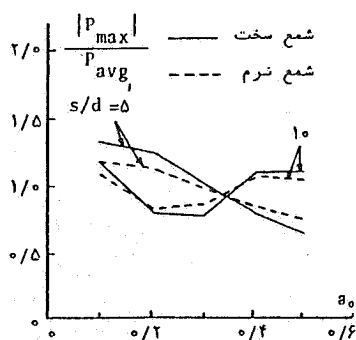
در این مورد یک بار قائم هارمونیک واحد بر مرکز سطح سر شمع گروه‌های شمع ۲×۲ و ۳×۳ اعمال شده و حداکثر نیروهای محوری با زاء فرکانسهای مختلف مورد محاسبه قرار گرفته است. نتیجه این محاسبات در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ که به ترتیب مربوط به نتایج حاصل از محیط‌های ۱، ۲ و ۳ است نشان داده شده‌است. محور افقی در این شکلها نیز فرکانس بدون بعد  $a_0$  است، در حالیکه محور قائم حداکثر نیروهای محوری است که نسبت به متوسط نیروی محوری در گروه شمع نظیر نرمالیزه شده‌است.

با مشاهده شکل‌های الف-۵، الف-۶ و الف-۷ می‌توان نتیجه گرفت که در این جا نیز گروه شمع ۲×۲، تغییرات وابسته به فرکانس نداشته و تغییرات فاصله شمعها نیز بر روی حداکثر نیروهای محوری تأثیری ندارد که این نیز به دلیل شرایط یکسان هندسی شمعهای گروه است (البته در محیط سوم) در ارتباط با شمع نرم و شمع سخت و نیز تأثیر فاصله تفاوت جزئی



ب- گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی

الف- گروه شمع ۲×۲

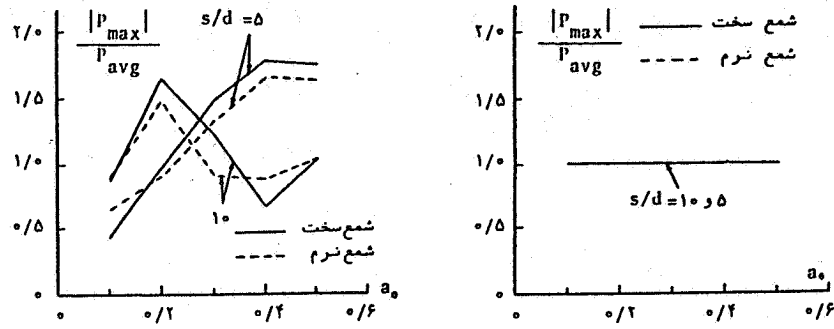


ج- گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۵- حداکثر نیروی محوری در شمعهای تحت بار قائم در محیط ۱

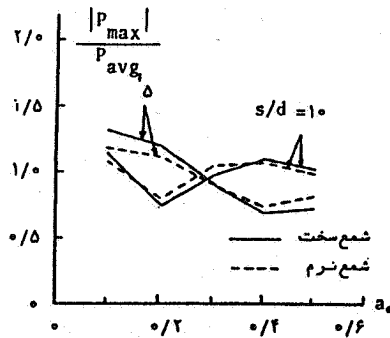
مشاهده می شود.

در مورد گروه شمع ۳×۳ روند رفتاری در هر سه محیط تقریباً مشابه یکدیگر است. در ارتباط با نوع شمع ملاحظه می شود که برای  $s/d = 5$  و در فرکانسهای پایین، حداکثر نیروی محوری ایجاد شده در شمع مرکزی نرم بیشتر از شمع سخت متناظر است؛ در حالیکه در فرکانسهای بالاتر عکس این حالت رخ می دهد. همچنین این تغییرات با افزایش فرکانس سیری صعودی دارد. در شمع گوشه نتایج به دست آمده دقیقاً برعکس شمع مرکزی است. با نرم تر شدن خاک نیز از شدت



ب- گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی

الف- گروه شمع ۲×۲



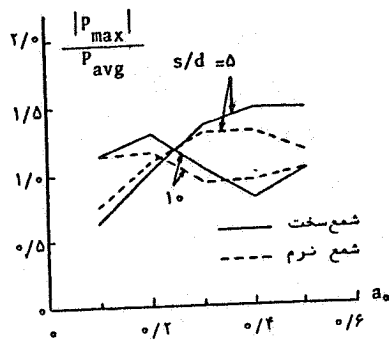
ج- گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۶- حداکثر نیروی محوری در شمعهای تحت اثر بار قائم در محیط ۲

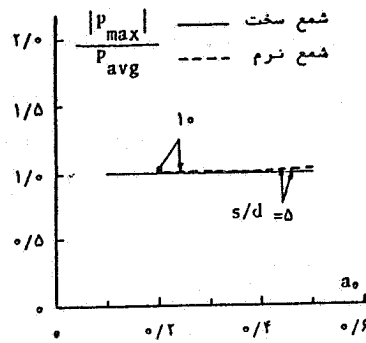
تغییرات کاسته شده و نیروها نیز قدری کاهش می یابند.

ج- بار ناشی از زلزله

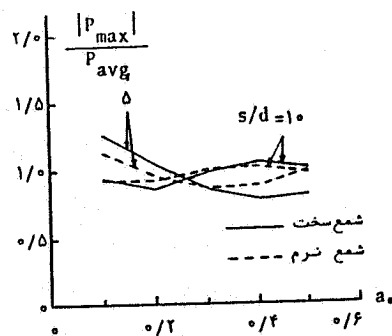
در این مورد فرض شده است که شمع یا گروه شمع موردنظر در فاصله ای دور از کانون زلزله



ب- گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی



الف- گروه شمع ۲×۲



ج- گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۷- حداکثر نیروی محوری در شمعهای تحت اثر بار قائم در محیط ۳

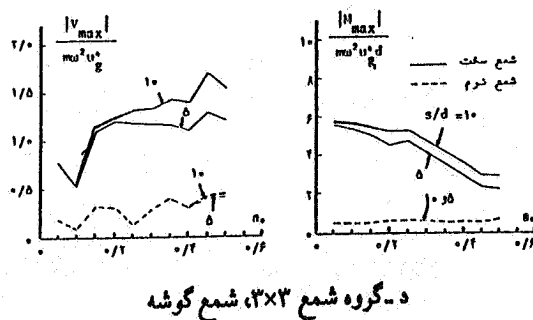
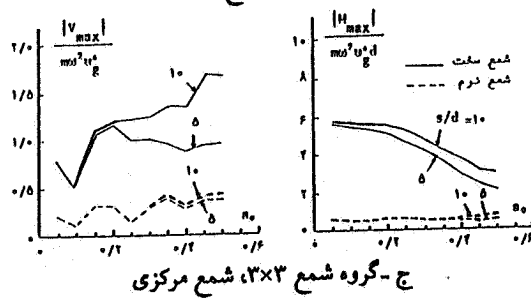
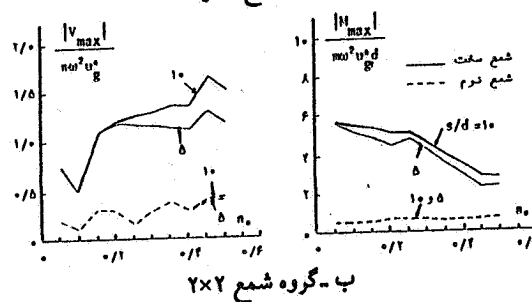
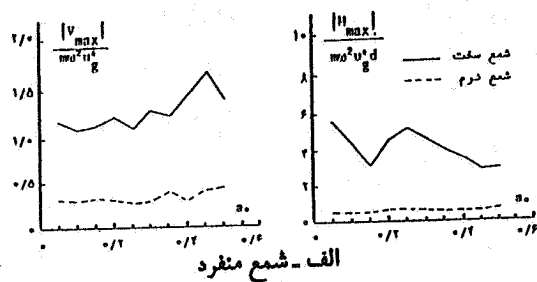
واقع شده، موجهای تابنده به آنها از نوع موجهای برشی افقی باشند که به طور قائم انتشار می‌یابند. از طرفی باتوجه به انجام محاسبات در حوزه فرکانس حرکات ناشی از زلزله در محیط آزاد ( $U^*$ )، یک تغییر مکان افقی هارمونیک و دارای دامنه واحد در سطح زمین در نظر گرفته شده است.

نتایج حاصل برای شمع منفرد، گروه شمع ۲×۲ و گروه شمع ۳×۳ (شکلهای ۸ تا ۱۰) که به ترتیب مربوط به محیطهای ۱، ۲ و ۳ می‌شوند، ارائه شده است. نیروهای داخلی بررسی شده در

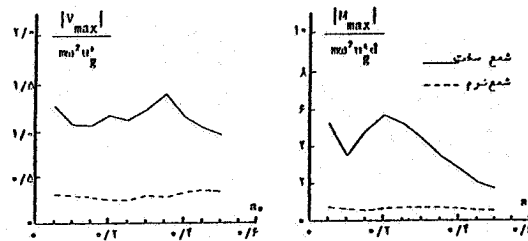
این مورد حداکثر لنگر خمشی و حداکثر نیروی برشی است که قدر مطلق آنها منظور شده است. در این شکلها محور افقی بیانگر فرکانس بدون بعد  $a_0$  و محور قائم مقدار نرمالیزه حداکثر نیروی برشی و حداکثر لنگر خمشی است. برای نرمالیزه کردن حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی به ترتیب از مقادیر  $m\omega_2 u_g^*$  و  $m\omega_2 u_g^* d$  استفاده شده است که در آنها  $m$  جرم کل شمع و  $\omega_2 u_g^*$  شتاب سطح زمین محیط آزاد (محیط بدون وجود شمع) است.

در این شکلها دیده می شود که در تمام حالتها در شمع سخت حداکثر نیروی برشی و حداکثر لنگر خمشی بیشتری نسبت به شمع نرم ایجاد شده است ولی در محیط سوم این دو نوع شمع اولاً روند رفتاری مشابهی دارند و ثانیاً نیروها نسبت به دو محیط ۱ و ۲ به هم نزدیکتر هستند و این به دلیل نرمی محیط خاک است که سبب می شود هر دو نوع شمع نرم و سخت در واقع شمع سخت محسوب شوند. در دو محیط اول و دوم (شکلهای ۸ و ۹) افزایش فاصله سبب افزایش حداکثر نیروها در تمام شمعها شده است، به عبارتی اثر متقابل شمعها با یکدیگر (که بیشتر در فواصل کوچکتر بروز می کند) در جهت کاهش حداکثر نیروها عمل می کند. در محیط سوم (شکل ۱۰) افزایش فاصله سبب افزایش حداکثر نیروی برشی شده است حال آنکه در فرکانسهای بالا عکس این مورد صادق است. در این محیط در فرکانسهای پائین و بالا حداکثر لنگر خمشی نظیر محیطهای ۱ و ۲ است ولی در فرکانسهای متوسط نیروی بیشتری در شمعهای با فاصله کمتر ایجاد شده است. نتیجه قابل پیش بینی دیگر نزدیکی رفتار شمعهای هر گروه به رفتار یک شمع منفرد در اثر افزایش فاصله و کاهش اثر متقابل شمعهاست. بعنوان نمونه می توان یکی از شمعهای گروه  $2 \times 2$ ، شمع مرکزی و شمع گوشه از گروه  $3 \times 3$  را در شکلهای ۸، ۹ و ۱۰ در حالت  $s/d = 10$  با شمع منفرد متناظر در هر یک از این شکلها مقایسه کرد.

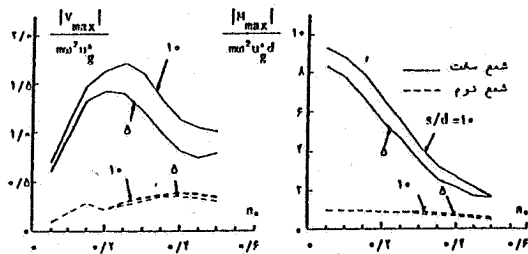
از نظر رفتار شمعها تفاوتهای چشمگیری در سه محیط ۱، ۲ و ۳ مشاهده می شود. به عنوان نمونه در مورد حداکثر نیروی برشی در شمع سخت گروه شمع  $2 \times 2$  در محیط ۱، حداکثر منحنی در فرکانس بالا رخ می دهد و در فرکانس پائین حالت دره ای شکل وجود دارد. در حالی که برای همین شمع در محیط ۲، حداکثر منحنی در فرکانسهای متوسط رخ داده است و از حالت دره ای شکل نیز خبری نیست. جالب تر آنکه برای همین شمع در محیط ۳، حداقل منحنی در فرکانس متوسط رخ داده است که کاملاً با دو محیط قبل در تضاد رفتاری است. این موضوع اثر تعیین کننده لایه ای بودن زمین بر نتایج حاصله و روند رفتاری را نشان می دهد.



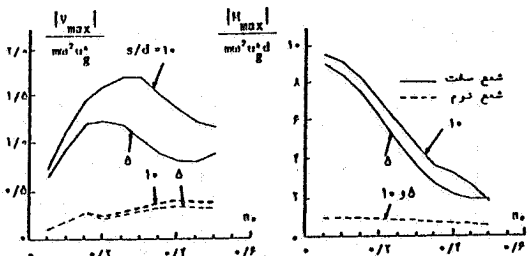
شکل ۸- حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت اثر باز زلزله در محیط ۱



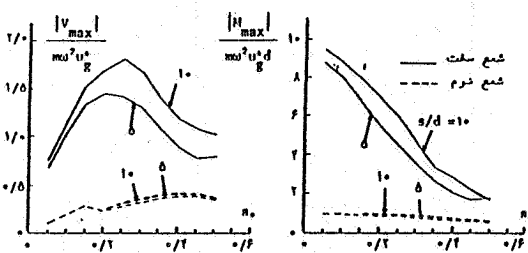
الف - شمع منفرد



ب - گروه شمع ۲×۲



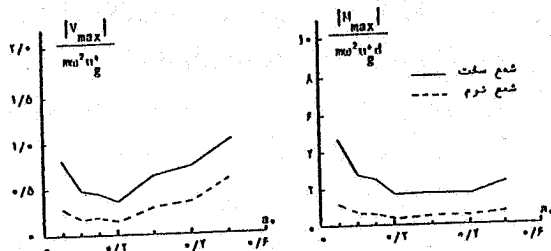
ج - گروه شمع ۳×۳، شمع مرکزی



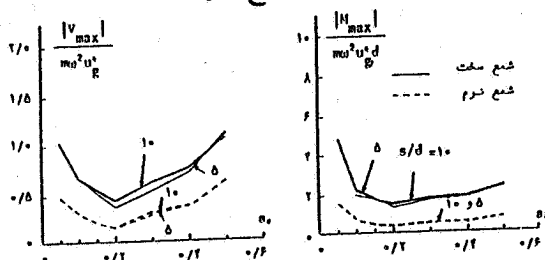
د - گروه شمع ۳×۳، شمع گوشه

شکل ۹- حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت اثر بار زلزله در محیط ۲

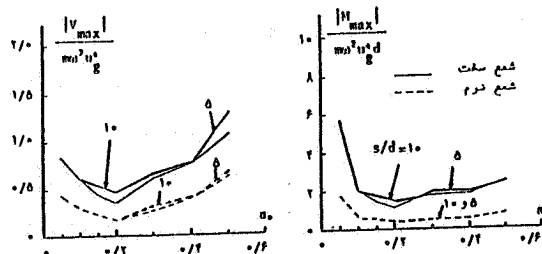




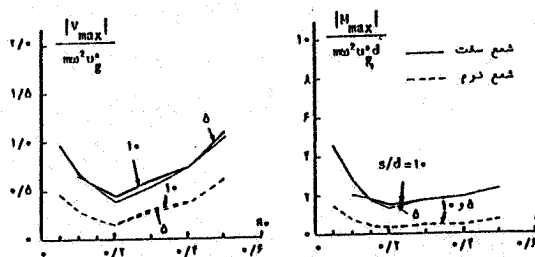
الف - شمع منفرد



ب - گروه شمع ۲x۲



ج - گروه شمع ۳x۳، شمع مرکزی



د - گروه شمع ۳x۳، شمع گوشه

شکل ۱۰- حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در شمعهای تحت اثر بار زلزله در محیط ۳

## مدل تحلیلی تقریبی برای آنالیز شمعهای منفرد تحت اثر زلزله

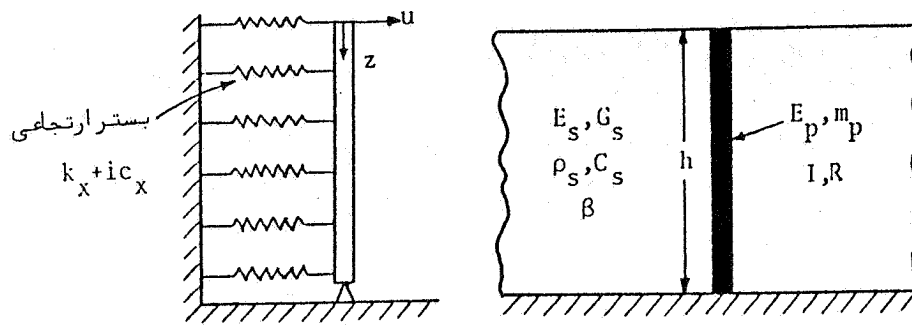
همان‌گونه که در مقدمه ذکر شد برای مطالعه شمعهای منفرد روشهای مختلفی وجود دارد که هر یک مزایا و معایب خاص خود را دارا هستند. روشهایی نظیر روش اجزای مرزی با کاربرد توابع گرین (که در قسمتهای قبل مورد بررسی قرار گرفت) از جمله روشهای دقیق حل مسئله است. ولی این روش تئوری نسبتاً پیچیده‌ای دارد و برای محاسبات آن زمان کامپیوتری نسبتاً زیادی لازم است. از این رو علیرغم وجود چنین روشهای دقیقی، تمایل به مطالعه و استفاده از روشهای ساده‌تر تحلیلی، که نتایج آن نسبت به روشهای دقیق از دقت قابل قبولی برخوردار است، هنوز وجود دارد. از جمله محبوبترین این روشهای تقریبی، تئوری تیر بر بستر ارتجاعی است که توضیحاتی درباره آن داده شد. در ادامه بر مبنای تئوری تیر بر بستر ارتجاعی، مدلی ساده برای آنالیز شمعهای منفرد تحت اثر زلزله پیشنهاد و نتایج حاصل از آن با روش دقیق ارائه شده در قسمت قبل مقایسه شده است. در این روش خاک اطراف شمع به کمک فنرهای گسترده‌ای مدل می‌شود. سختی این فنرها کمیتی مختلط است که قسمت حقیقی آن معرف سختی خاک و قسمت موهومی آن معرف استهلاک است. هر چه تعیین سختی این فنرها از دقت بیشتری برخوردار باشد، نتایج نهایی دقیق‌تر خواهند بود. از جمله نمونه‌های خوب انجام شده در این مورد، حل مسئله شمع با اتکاء انتهایی در یک لایه خاک ویسکوالاستیک و همگن تحت ارتعاش جانبی است. شکل ۱۱- الف صورت کلی مسئله و در شکل ۱۱- ب مدل پیشنهادی مسئله به صورت یک تیر بر بستر ارتجاعی نشان داده شده است. در این شکل  $E_s$ ،  $G_s$ ،  $C_s$  و  $\rho_s$  و  $\beta$  به ترتیب مدول الاستیسیته، مدول برشی، سرعت امواج برشی، چگالی جرم و ضریب استهلاک هیسترتیک خاک و  $I$  و  $R$  به ترتیب مدول الاستیسیته، جرم واحد طول، ممان اینرسی مقطع و شعاع شمع هستند. همچنین  $K_x = K_x + ic_x$  مدول عکس‌العمل مختلط زمین است. در مثال فوق با استفاده از یک مدل اجزاء محدود مناسب، عکس‌العمل مختلط لایه برای فرکانسهای مختلف ارتعاش به صورت زیر محاسبه شده است [۱۲].

برای فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_s$ :

$$K_x + ic_x = 3.5 G_s + i \left( 10 \frac{\omega R}{C_s} \right) G_s$$

۴- الف

برای فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_s$ :



ب - مدل برای مطالعه ارتعاشات جانبی

الف - شمع با اتکاء انتهایی در لایه خاک

شکل ۱۱- شمع با اتکاء انتهایی و مدل تیر بر بستر ارتجاعی

$$K_x + ic_x = 3.5 G_s + i (7\beta) G_s \quad (۴-ب)$$

که در این روابط  $\omega_s = \frac{2\pi C_s}{4h}$  فرکانس اصلی امواج برشی در لایه خاک و  $\omega$  فرکانس ارتعاش دائم است.

بامشخص شدن مدول عکس‌العمل زمین می‌توان با استفاده از مدل تیر بر بستر ارتجاعی فوق‌الذکر ارتعاش جانبی شمع را بررسی نمود. فرضیات لازم در اینجا به همان صورت منظور شده در روش دقیق است؛ یعنی حرکات ایجاد شده ناشی از زلزله، در اثر امواج برشی افقی است که از بستر سنگی به بالا منتشر می‌شود و این حرکات در محیط آزاد (قبل از قراردادن شمع) دارای یک تغییر مکان افقی هارمونیک با دامنه واحد در سطح زمین است.

باتوجه به مطالب فوق می‌توان واکنش شمع در شکل ب - ۱۱ را تحت اثر امواج برشی با اعمال نیروهای خاصی به شمع به دست آورد. معادله دیفرانسیل یک المان از شمع با مشخصات شکل ۴ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E_p I \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + K_x u + m_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = K_x u^* - p^* \quad (5)$$

در این معادله  $u$  تغییر مکان جانبی شمع و  $u^*$  تغییر مکان محیط آزاد است که با حل معادله یک بعدی تقویت ارتعاش در خاک به صورت زیر به دست می آید:

$$u^*(z,t) = u_0^* e^{i\omega t} \cos\left(\frac{\omega}{C_s} z\right) \quad (6)$$

که در آن  $u_0^*$  تغییر مکان ناشی از زلزله در سطح زمین ( $z=0$ ) است که مقدار آن برابر واحد فرض می شود. نیروی  $P^*$  در معادله (۵) بر این اساس به دست می آید که این معادله شرایط محیط آزاد را وقتی که خاک جایگزین شمع می شود به وجود آورد. بنابراین می توان نوشت:

$$P^* = -\left(E_s I \frac{\partial^4 u^*}{\partial z^4} + \pi R^2 \rho_s \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^2}\right) \quad (7)$$

چنانچه  $u(z,t)$  و  $u^*(z,t)$  به صورت زیر بیان شوند:

$$u(z,t) = \bar{u}(z) \cdot e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$u^*(z,t) = \cos\left(\omega \frac{\sqrt{\rho_s}}{\sqrt{G_s(2+2i\beta)}} z\right) e^{i\omega t} = \cos(\xi z) e^{i\omega t} \quad (9)$$

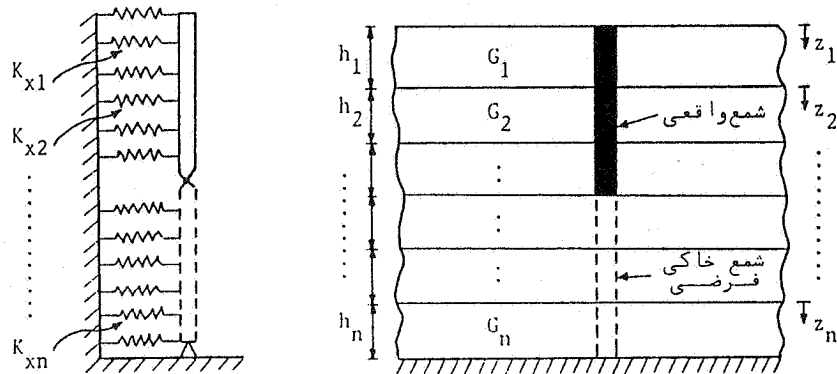
و روابط (۷)، (۸) و (۹) در معادله (۵) قرار داده شوند، معادله زیر نتیجه می شود:

$$\frac{d^4 \bar{u}}{dz^4} + \frac{K_x - m_p \omega^2}{E_p I} \bar{u} = \frac{K_x - \pi R^2 \rho_s \omega^2 + E_s I \xi^4}{E_p I} \cos(\xi z) \quad (10)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق و اعمال شرایط مرزی، تابع  $\bar{u}(z)$  و سپس تابع  $u(z,t)$  به دست می آید [۱۲].

در این قسمت با توسعه راه حل فوق الذکر، روشی برای بررسی سیستمهای لایه ای، که در آن شمع به صورت شناور و یا با اتکاء انتهائی است ارائه شده است. شکل ۱۲- الف فرم کلی مسئله

را نشان می‌دهد که در آن خاک به صورت محیط لایه‌ای در نظر گرفته شده است. در صورتی که شمع شناور باشد برای آنکه بتوان از مدل فوق‌الذکر، که مربوط به شمع با اتکاء انتهائی است، استفاده کرد باید ستونی از خاک را که درست هم محور با شمع است در زیر آن در نظر گرفت



ب- مدل شمع منفرد واقع در محیط لایه‌ای

الف- شمع منفرد شناور واقع در محیط لایه‌ای

### شکل ۱۲- شمع واقع در محیط لایه‌ای و مدل تیر بر بستر ارتجاعی آن

(خط‌چین شکل ۱۲- الف). به عبارتی در این حالت شمع از دو جنس تشکیل شده است، در قسمت بالا شمع واقعی و در قسمت پائین شمع خاکی فرضی قرار دارند و برای هر لایه یک محور مختصات موضعی در نظر گرفته شده است.

به منظور حل این مسئله ابتدا از معادله یک بعدی تقویت ارتعاش، با توجه به لایه‌ای بودن محیط، فرکانس اول محیط لایه‌ای به دست آمده و سپس با استفاده از روابط (۴- الف) و (۴- ب) مدول عکس‌العمل مختلط زمین برای هر لایه با توجه به مشخصات آن محاسبه شده است (بنابراین در این حالت فترهای معرف سختی در هر لایه متفاوت از لایه دیگر است). سپس با استفاده از معادله (۱۰)، معادله دیفرانسیل معرف قطعات شمع واقع در هر یک از لایه‌های خاک، با توجه به مشخصات لایه مزبور، نوشته می‌شود. بنابراین برای این مسئله به تعداد لایه‌های محیط معادله دیفرانسیل به دست می‌آید. از حل این معادلات با در نظر گرفتن شرایط مرزی دو انتهای شمع و شرایط همسازگی در سطح تماس لایه‌ها، یک دستگاه معادلات خطی حاصل

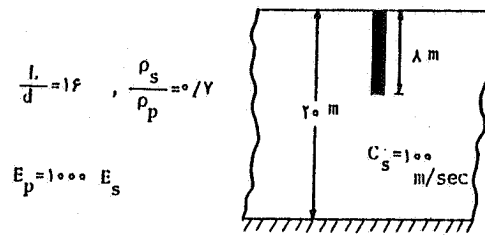
می شود که از روی آن تابع تغییر مکان شمع در کلیه لایه‌ها به دست می آید. با استفاده از این تابع تغییر مکان، می توان نیروی برشی و لنگر خمشی را در هر نقطه دلخواه از شمع به دست آورد. ذکر این نکته لازم است که برای منعکس کردن مقدار صفر برای لنگر خمشی انتهای شمع، اتصال شمع و شمع فرضی زیر آن مفصلی در نظر گرفته می شود.

#### تایمه نتایج حاصل از مدل تقریبی با روش دقیق

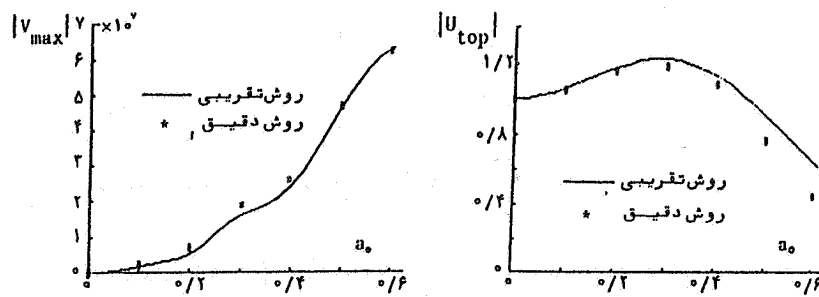
برای مشخص شدن ارزش مدل تقریبی ارائه شده در بخش قبل، با استفاده از آن مثالهای متنوعی حل شده و نتایج آن با روش دقیق ارائه شده در قسمت اول مقایسه گردیده است. در این مقایسه مقادیر حداکثر نیروی برشی و حداکثر لنگر خمشی و همچنین تغییر مکان رأس شمع مورد نظر بوده است. مشخصات مثالهای بررسی شده در این قسمت به همراه نتایج حاصل از آن در شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است که به ترتیب مربوط به یک شمع شناور واقع در محیط یکنواخت، شمع شناور واقع در محیط دو لایه‌ای که شمع در یک لایه آن واقع است و شمع شناور واقع در یک محیط سه لایه‌ای که شمع در داخل دو لایه از آن فرو رفته است می باشد. همانگونه که در شکل‌های ۱۳-ب، ۱۴-ب و ۱۵-ب نشان داده شده است، تغییر مکان رأس شمع در فرکانسهای بالا در مدل تقریبی قدری بیشتر از نتایج حاصل از روش دقیق است و این اختلاف با افزایش فرکانس بیشتر می شود ولی درصد خطا با توجه به مفهوم ساده مدل و سهولت کاربرد آن در حد قابل قبول است در حالی که مابین مقادیر به دست آمده برای نیروی برشی و لنگر خمشی در مدل ساده و روش دقیق سازگاری وجود دارد. لذا می توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی، مناسب بوده و می توان با پذیرش تقریب معقول آن را مورد استفاده قرار داد.

#### نتیجه گیری

برای مطالعه اثر متقابل شمع - خاک و اثر متقابل شمع - خاک - شمع تحت اثر نیروهای دینامیکی، به منظور محاسبه نیروهای داخلی شمعها، از یک مدل غیر پیوسته استفاده شد. در این مدل با استفاده از روش اجزاء مرزی و کاربرد توابع گرین، معادلات حاکم بر سیستم به دست آمد و با حل آنها نیروهای داخلی شمعها تحت اثر بارهای مختلف (بار جانبی، بار قائم و بار زلزله) محاسبه شد. در این ارتباط اثر عوامل هندسی و فیزیکی بر روی این نیروها بررسی شد و نتایج زیر به دست آمد:

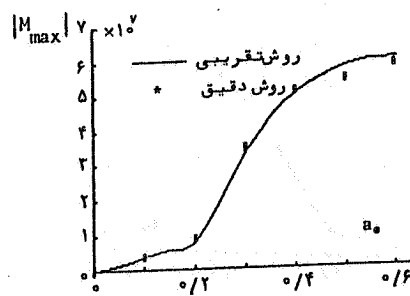


الف - مشخصات مسئله



ج - حداکثر نیروی برشی

ب - تغییر مکان رأس شمع

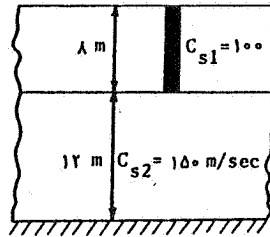


د - حداکثر لنگر خمشی

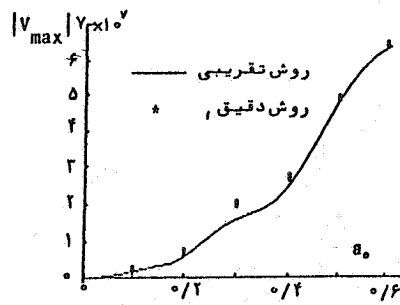
شکل ۱۳ - مقایسه نتایج مدل تقریبی با روش دقیق برای محیط یکنواخت

$$\frac{L}{d} = 16, \quad \frac{\rho_s}{\rho_p} = 0.7$$

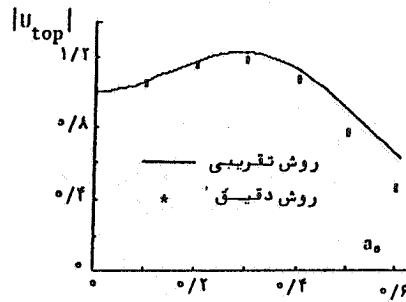
$$E_p = 1000 E_{s1}$$



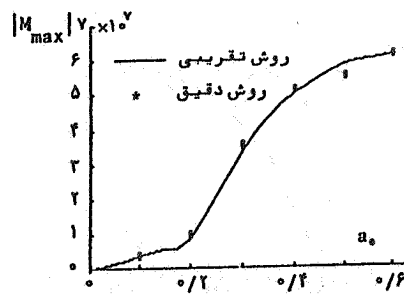
الف - مشخصات مسئله



ج - حداکثر نیروی برشی



ب - تغییر مکان رأس شمع



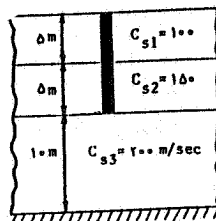
د - حداکثر لنگر خمشی

شکل ۲۴ - مقایسه نتایج مدل تقریبی با روش دقیق برای محیط دولا یه‌ای

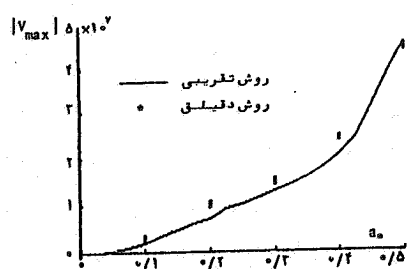


$$\frac{L}{d} = 20, \quad \frac{\rho_s}{\rho_p} = 0.7$$

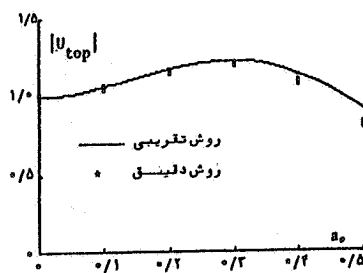
$$E_p = 1000 E_{s1}$$



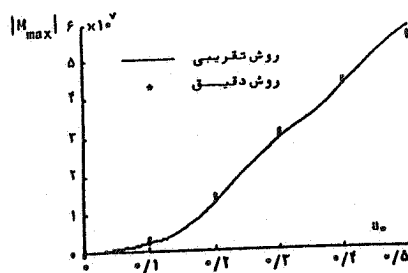
الف - مشخصات مسئله



ج - حداکثر نیروی برشی



ب - تغییر مکان رأس شمع



د - حداکثر لنگر خمشی

شکل ۱۵- مقایسه نتایج مدل تقریبی با روش دقیق برای محیط سه لایه‌ای

۱- در تمام موارد بارگذاری، حداکثر لنگرهای خمشی ایجادشده در شمعهای سخت بیشتر از مقادیر ایجادشده در شمعهای نرم است درحالیکه در مورد حداکثر نیروهای برشی این حالت تنها در بارگذاری زلزله رخ می‌دهد و در مورد حداکثر نیروهای برشی ناشی از بار جانبی و حداکثر نیروی محوری ناشی از بار قائم، نیروی ایجادشده در شمع سخت لزوماً همواره بیشتر از شمع نرم نیست.

۲- با نرم‌تر شدن محیط خاک رفتار شمعهای نرم به شمع سخت نزدیک می‌شوند.

۳- افزایش اثر متقابل شمعها با یکدیگر (کاهش فاصله شمعها) در مورد بارگذاری ناشی از زلزله سبب کاهش حداکثر نیروهای داخلی می‌شود در حالی‌که در بارگذاری جانبی روند ثابتی وجود ندارد و تغییرات نیروها نسبت به تغییر فاصله شمعها تابعی از فرکانس است.

در پایان مدلی تحلیلی و تقریبی بر اساس تئوری تیر بر بستر ارتجاعی برای مطالعه ارتعاشات جانبی شمعهای منفرد ارائه شد. از مقایسه نتایج حاصل از این مدل و روش دقیق اجزاء مرزی نتایج زیر به دست آمد.

۱- نتایج مدل تقریبی در مورد تغییر مکان رأس شمع در فرکانسهای بالا به قدری جزئی بیشتر از نتایج حاصل از روش دقیق است و با افزایش فرکانس اختلاف بیشتر می‌شود. ولی باتوجه به سادگی کاربرد مدل می‌توان این خطا را در حد قابل قبول دانست.

۲- در مورد حداکثر نیروی برشی و لنگرخمشی موافقت خوبی مابین روش تقریبی و روش دقیق وجود دارد، بنابراین علیرغم سادگی مدل تقریبی، می‌توان از آن به‌عنوان یک مدل کاربردی نام برد.

## مراجع

1. Poulos, H.G , and Davis , E.H. , *Pile Foundation Analysis and Design* , New-York , John Wiley and Sons, 1980.
2. Penzien, J., Scheffley, C.F. and Parmelee, R.A. , "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles", *J. of Eng. Mechanic Division*, ASCE, EM3, PP.223-254, 1964.
3. Tajimi. H. , "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum", *Proc. 4th World Conf. Earthq. Eng.*, Chile, 3,PP. 53-69 , 1969.
4. Novak, M., "Dynamic Stiffnesses and Damping of Piles", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 11 , No.4 , pp. 574-598 , 1974.
5. Nogami, T. and Novak, M., "Resistance of Soil to a Horizontally Vibrating Pile", *Int. J. of Earthq. Eng. and Struc. Dynamics*, Vol. 4, No.3 , PP. 277-293 , 1976.
6. Novak, M. and Nogami, T., "Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration", *Int. J. of Earthq. Eng. and Struc. Dynamics*, Vol.5 , No.3 , PP.263-282, 1977.
7. Novak, M., Nogami, T., and Aboul-Ella , F., "Dynamic Soil Reactions for Plane Strain Case", *Journal of the Eng. Mech. Division*, ASCE, Vol. 104, No. EM4 , pp. 953-956, 1978.
8. Novak, M. and Aboul-Ella, F., "Stiffness and Damping of Piles in Layered Media", *Proc. of the Earthq. Eng. and Soil Dynamics, ASCE Specialty Conference*, Pasadena, California, June 19-21 , PP. 704-719 , 1978.
9. Blaney, G. W., Kausel, E. and Roesset, J.M., "Dynamic Stiffness of Piles",

*Proc. 2nd Int. Conf. Num. Meth. Geomech.*, Blacksburg , Virginia , pp. 1001-1012 , 1976.

10. Kaynia, A.M. and Kausel, E., *Dynamic Stiffness and Seismic Response of Sleeved Piles, Res. Report R80-12* , Dept. of Civil Eng., M.I.T. , 1980.

۱۱- کی‌نیا، ا.م.، "آنالیز دینامیکی شمعهای منفرد تحت اثر بارهای محوری"، استقلال، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره پنجم، صفحات ۲۰-۵، ۱۳۶۶.

۱۲- کی‌نیا، ا.م.، "واکنش دینامیکی شمعهای منفرد تحت اثر بارهای جانبی و زلزله"، استقلال، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره ششم، صفحات ۲۶-۵، ۱۳۶۶.

13. Wolf, J.P., Von Arx, G.A., De Barros, F.C.P. and Kakubo, M., "Seismic Analysis of the Pile Foundation of the Reactor Building of the NPP Angra 2", *Nucl. Eng. Des.*, PP. 329-341 , 1981.

14. Kaynia, A.M. and Kausel, E., "Dynamics Behavior of Pile Groups", *2nd Int. Conf. Num. Meth. Offsh. Piling*, Austin, Texas, 1982.

15. Kaynia, A.M. and Mahzooni, S., "Earthquake-Induced Forces in Piles and Pile Groups", *8th Japan Earthq. Eng. Sym.*, Tokyo, No. 213 , pp. 1275-1280 , 1990.

۱۶- محزون، س.، نیروهای دینامیکی در پی‌های شمعی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۶۹.

۱۷- محزون، س. و کی‌نیا، ا.م.، نیروهای دینامیکی در پی‌های شمعی، مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران، جلد سوم، صفحات ۸۹-۸۱، ۱۳۷۰.