

# الگوریتم فازی برای تعیین توالی عملیات مسئله خط جریان با $m$ ماشین و $n$ کار

عزیزاله معماریانی\* و قاسم مصلحی\*\*

بخش مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۵/۸/۲۱ - دریافت نسخه‌نهایی: ۱۰/۱۰/۱۳۷۶)

چکیده - مسئله تعیین توالی عملیات خط جریان از مسائل NP-hard است. لذا روش‌های متعدد ابتکاری برای حل آن به وجود آمده است. اکثر این روشها برای حالت دقیق ارائه شده‌اند. اما از آنجایی که زمانهای پردازش به صورت دقیق نیستند، مناسب است از رویکرد فازی برای حل آنها استفاده شود. در این مقاله با استفاده از ریاضیات فازی الگوریتمی برای کمینه کردن دامنه عملیات مسئله خط جریان با زمانهای پردازش فازی ارائه شده است. در مسیر حل مسئله به رفتار تصمیم‌گیرنده توجه شده و تصمیم‌گیرنده می‌تواند به صورت بدینی تصمیم بگیرد و یا براساس آنچه محتملتر است تصمیم‌گیری کند. برای هر دو حالت، الگوریتم ارائه شده روابط مناسبی را ایجاد کرده و جوابهای مناسب با آن را تولید می‌کند.

## A Fuzzy Algorithm for the $m$ -Machine, $n$ -Job Flow Shop Sequencing Problem

A. Memariani, G. Moslehi

Department of Industrial Engineering, School of Engineering, Tarbiat Modares University

Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology

**ABSTRACT-***Flow shop sequencing problem is included in NP-hard problems and a number of heuristic methods have been developed to solve it. Most of these methods are offered for the crisp processing time. However fuzzy algorithm is appropriate for the problems with fuzzy processing time. This paper presents a method in which an algorithm is used to minimize make span of flow shop with fuzzy processing time by taking advantage of fuzzy mathematics. This method is based on the behavior of the decision maker who can make either pessimistic or the most likely decisions. The algorithm includes proper relations and corresponding results.*

\* استادیار      \*\* مریم و دانشجوی دکترا دانشگاه تربیت مدرس

\*

## فهرست علائم

چند عدد فازی (رمعادله <sup>۶</sup> )	$k = a, b, c, d$	ماشین $j$	$\tilde{C}_{ij}$	زمان اتمام فازی کار $i$ روی ماشین $j$	$\tilde{C}_{ij}$	عدد فازی $A$	$\mu_{\tilde{A}}(x)$	مقدار تابع عضویت $x$ که $\tilde{A}$ است.
زمان بیشینه اتمام کارها	$C_{\max}$	ماشین $j$	(+)	جمع فازی	$\sum_{i=1}^n (+)$	مجموعه پشتیبان $\tilde{A}$	$S$	مجموعه کارهایی که باید پردازش شوند
زمان بیشینه اتمام کارها در حالت فازی	$\tilde{C}_{\max}$	جمع فازی	(+)	جمع $n$ عدد فازی	$\sum_{i=1}^n (+)$	مجموعه کارهایی که باید تعداد کارهای در $J$	$n$	تعداد ماشینها
متوسط زمان در جریان کارها	MFT	متوسط و پراکنده	$\tilde{MFT}$	عدد فازی بیشینه براساس متوسط زمان در جریان کارها در حالت فازی	$\tilde{MFT}$	متوجه مولفه‌های عدد فازی ذوذهقهای	$a, b, c, d$	تعداد ماشینها
متوسط زمان در جریان کارها در حالت فازی		مقدار بیشینه روی مولفه $k$	$\max_k$	زمان پردازش فازی کار $i$ روی ماشین $j$	$\tilde{P}_{ij}$	زمان پردازش فازی کار $i$ روی ماشین $j$		

را کمینه کند. هدف دیگری که معمولاً در نظر گرفته می‌شود، کمینه کردن متوسط زمان در جریان<sup>۱۵</sup> قطعات است که با MFT نمایش داده می‌شود.

حل مسئله تعیین توالی عملیات خط جریان از نوع مسائل Np-hard [۴ و ۳] بوده و به دست آوردن جواب بهینه در مدت زمان قابل قبول امکانپذیر نیست. لذا روش‌های ابتکاری<sup>۱۶</sup> مختلفی توسعه داده شده‌اند تا بتوانند در زمان قابل قبول جوابهای مناسب تولید کنند. یکی از روش‌های ابتکاری، روشی است که متوسط کمپیل و همکارانش [۵] ارائه شده است. این روش به CDS مشهور است. در این روش اگر تعداد ماشینها برابر  $m - 1$  باشد،  $m - 1$  مقایسه، بر اساس دو ماشین صورت می‌گیرد. در این مقایسه از روش جانسون [۶] استفاده می‌شود. مک‌کاهن و لی [۷] الگوریتم CDS را که برای حالت دقیق است، به صورت فازی بیان کرده و آن را در مثالی نشان داده‌اند. نواز و همکارانش [۸] روشی براساس پیدا کردن موقعیت نسبی هر کار ارائه داده‌اند. می‌توان گفت روش نواز و همکارانش در میان روش‌های ارائه شده بیشترین کارایی را دارد [۹] و به الگوریتم NEH مشهور است. در این مقاله روش NEH که روش مناسبی برای مسئله خط جریان و حالت دقیق است به صورت فازی ارائه شده است.

در قسمت دوم مقاله تמוד فازی ذکر شده است. بیان مسئله خط جریان و محاسبات سوردبیاز برای رویکرد فازی در قسمت بعدی آمده است. قسمت چهارم مقاله به بیان الگوریتم NEH برای خط جریان و الگوریتم فازی آن

مسئله خط جریان<sup>۲</sup> در زمانبندی<sup>۳</sup> و تعیین توالی عملیات<sup>۴</sup>، مسئله شناخت شده‌ای است. مسئله خط جریان هنگامی مطرح می‌شود که تمام کارها باید از تمام ماشینها به طور مشابه عبور کنند. این مسئله یکی از مسائل مهم برنامه‌ریزی تولید بوده و در محیط‌های صنعتی برای برنامه‌ریزی ساخت بسیاری از قطعات کاربرد دارد.

در مسئله خط جریان زمانهای پردازش<sup>۵</sup> به صورت دقیق<sup>۶</sup> در نظر گرفته می‌شوند. ولی معمولاً در عمل زمانهای پردازش به صورت دقیق نیستند. لذا به راحتی می‌توان زمانهای پردازش را در یک دامنه بیان<sup>۷</sup> کرد. وقتی اعداد در یک دامنه باشند می‌توان آنها را به صورت اعداد فازی<sup>۸</sup> بیان کرد و در محاسبات از ریاضیات فازی استفاده کرد. بنابراین در نظر گرفتن زمانهای پردازش به صورت اعداد فازی دارای نتایج واقعیتر و مطلوب‌تر خواهد بود.

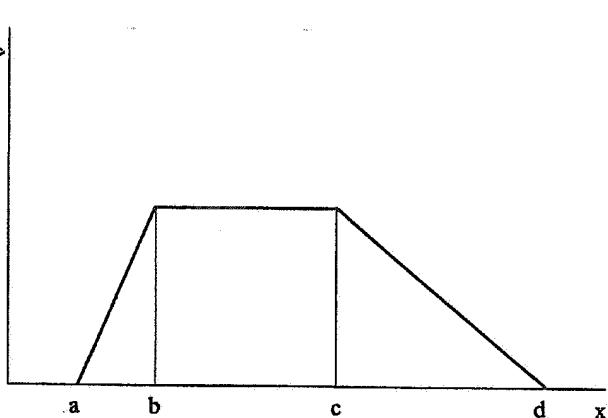
مسئله خط جریان را می‌توان به صورت زیر فرمولبندی کرد [۱ و ۲]: ترتیبی از  $n$  کار ( $J_1, J_2, \dots, J_n$ ) روی  $m$  ماشین با توجه به رابطه پیشیازی در نظر گرفته می‌شود. به طوری که تمام کارها با ترتیب مشابه از روی ماشینها عبور می‌کنند. فرض شده است زمان آمادگی برای تمام کارها یکسان بوده و زمان تحويل<sup>۱۰</sup> در نظر گرفته نشده است. از هر ماشین فقط یکی در دسترس است و انقطع<sup>۱۱</sup> عملیات مجاز نیست. تابع هزینه، کمینه کردن دامنه عملیات<sup>۱۲</sup> و به عبارت دیگر کمینه کردن بیشینه زمانهای اتمام کارها<sup>۱۳</sup> است. بنابراین هدف یافتن ترتیب جایگشتی<sup>۱۴</sup> از کارها روی ماشینهاست که مقدار  $C_{\max}$

لی [۱۱] استفاده شده است.  
در روش لی برای عدد فازی، مقدار متوسط به دست آمده<sup>۲۰</sup> و به آن GMV گفته می‌شود. معادله GMV به صورت زیر است.

$$GMV(\tilde{A}) = \frac{\int_s^x x \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_s^x \mu_{\tilde{A}}(x) dx} \quad (1)$$

عدد فازی با GMV بیشتر دارای رتبه‌ای بزرگتر از عدد فازی با GMV کمتر خواهد بود. در صورتی که دو عدد فازی دارای GMV یکسان باشند. پراکندگی عدد فازی براساس معادله زیر محاسبه می‌شود و آن عدد که دارای پراکندگی کمتر است، بزرگتر است.

$$S(\tilde{A}) = \left\{ \frac{\int_s^x \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_s^x \mu_{\tilde{A}}(x) dx} - [GMV(\tilde{A})] \right\}^{1/2} \quad (2)$$



شکل ۱- عدد فازی ذوزنقه‌ای

می‌پردازد و نتیجه کاربرد الگوریتم ارائه شده در قالب یک مثال در قسمت پنجم آمده است. نهایتاً در انتهای مقاله، خلاصه و نتیجه گیری ذکر شده است.

**۳- مسئله خط جریان و محاسبات فازی ارائه شده**  
برای مسئله خط جریان، هدفهای مختلفی را می‌توان در نظر گرفت.  
دو نوع از این اهداف کمینه کردن  $C_{max}$  و کمینه کردن MFT است.  
این مقادیر در حالت فازی به صورت زیر به دست می‌آیند.  
اگر مجموعه کارها با ترتیب ( $J_n, \dots, J_2, J_1$ ) برای قطعات، از روی ماشینها عبور کنند زمان ختم کارهای ماشین ۱ و کار  $J_1$  به صورت زیر است.

$$\tilde{C}_{J_1,1} = \tilde{P}_{J_1,1} \quad (3)$$

$$\tilde{C}_{J_i,1} = \tilde{C}_{J_{i-1},1} \oplus \tilde{P}_{J_i,1} \quad i=2 \text{ و } 3 \text{ و } n \quad (4)$$

$$\tilde{C}_{J_1,j} = \tilde{C}_{J_1,j-1} \oplus \tilde{P}_{J_1,j} \quad j=2 \text{ و } 3 \text{ و } m \quad (5)$$

زمان ختم سایر کارها بر اساس حالت بدینسانه<sup>۲۱</sup> از معادله (۶) به دست می‌آید.

$$\tilde{C}_{J_i,j} = [\max_a(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{J_i,j-1}), \max_b(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{J_i,j-1}), \max_c(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{J_i,j-1})] \quad (6)$$

$$\max_c(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{J_i,j-1})$$

**۲- نمود فازی**  
در این مقاله از اعداد فازی ذوزنقه‌ای نرم‌الا برای زمانهای پردازش استفاده شده است. یک عدد فازی ذوزنقه‌ای به صورت نقاط (d) و (c) و (b) و (a) مشخص می‌شود (شکل ۱). برآورد زمانهای پردازش با امکان<sup>۱۷</sup> بیشتری در فاصله بین b و c قرار می‌گیرد که مقدار تابع عضویت<sup>۱۸</sup> در این محدوده برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود. ممکن است مقدار زمان پردازش به دلیل سرعت زیاد ماشین و کیفیت مطلوب قطعه، پایین بیاید. این مقدار در فاصله a و b قرار می‌گیرد که مقدار تابع عضویت در این محدوده بین صفر و یک است و یا به دلیل مشابهی ممکن است زمان پردازش بیشتر از حالت معمولی شود و در فاصله c تا d قرار گیرد. در این حالت هم مقدار تابع عضویت بین یک و صفر خواهد شد. البته در برخی مواقع از اعداد فازی مثلثی استفاده می‌شود. باید توجه کرد که این اعداد حالت خاصی از اعداد فازی ذوزنقه‌ای هستند که در آن b مساوی با c است. برای مطالعه بیشتر در مورد اعداد فازی و محاسبات فازی به [۱۰] رجوع شود.

در الگوریتم فازی ارائه شده در قسمت چهارم برای تعیین ترتیب کارها باید بین اعداد فازی مقایسه صورت گیرد و مشخص شود که کدام عدد فازی بزرگتر است. برای رتبه‌بندی<sup>۱۹</sup> اعداد فازی روش‌های مختلفی وجود دارد. در این مقاله برای رتبه‌بندی اعداد فازی از روش

به سایر روش‌های ابتکاری از توانایی بیشتری برخوردار است. لذا مدل فازی این الگوریتم در این قسمت ارائه می‌شود. الگوریتم NEH به صورت زیر است.

گام ۱- برای هر کار  $i$  مقدار  $T_i = \sum_{j=1}^m p_{ij}$  را محاسبه کنید.

گام ۲- لیستی از کارها به ترتیب نزولی مقدار  $T_i$  تهیه کنید.

گام ۳- دو کار اول و دوم را از لیست گام ۲ انتخاب کرده و بهترین برنامه را برای این دو کار پیدا کنید. موقعیت نسبی این دو کار در طول الگوریتم ثابت باقی می‌ماند. مقدار آن را برابر با ۳ قرار دهید.

گام ۴- کار  $i$  ام را از لیست گام ۲ انتخاب کنید. این کار را در کلیه مکانهای مختلف در توالی جزئی  $^{22}$  گام قبلی قرار دهید و با حفظ ترتیب جزئی، مقدار  $C_{\max}$  هر یک از ترتیبها را به دست آورید. آن ترتیبی که مقدار  $C_{\max}$  کمتری دارد، از این به بعد توالی جزئی است.

گام ۵- اگر  $i=n$  باشد، متوقف شوید. در غیراین صورت قرار دهید  $i=i+1$  و به گام ۴ بروید.

برای فازی کردن الگوریتم NEH کافی است که دقت‌های زیر داشته باشد. در گام ۱ برای محاسبه  $T_i$  از معادله زیر استفاده شود.

$$\tilde{T}_i = \left( \sum_{j=1}^m \tilde{p}_{ij} \right) \quad (10)$$

و چون  $\tilde{T}_i$  یک عدد فازی است از GMV آن استفاده می‌شود تا بتوان لیست گام ۲ را تشکیل داد. در گام ۳ و ۴ براساس قسمت سوم مقاله، محاسبات زمان ختم کارها انجام می‌شود و برای حالت بدینانه باید از معادله (۶) و برای حالت محتمل از معادله (۷) استفاده شود.

## ۵- مثال

مک‌کاهن [۷] یک مثال با ۴ کار و ۴ ماشین برای الگوریتم فازی CDS به کار برد است. در این مقاله از همان مثال استفاده شده و نشان داده شده است که نتیجه به دست آمده بهتر از روش مک‌کاهن است. اطلاعات مثال در جدول ۱ وجود دارد.

در گام ۲، مقدار جمع زمانهای پردازش هر قطعه روی تمام ماشینها به صورت فازی به دست می‌آید و آنها براساس GMV مرتب می‌شوند. خلاصه نتایج این قسمت در جدول ۲ آمده است. در گام ۳، دو کار ۳ و ۲ که ترتیبها ۱ و ۲ را دارند انتخاب می‌شوند.

$$, \max_d(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{J_{i,j-1}})] \oplus \tilde{P}_{J_{i,j}} \quad i=2, \dots, n$$

$$j=2, \dots, m$$

در معادله ۶ آنچه نتیجه داخل کروشه است یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است. بنابراین در چنین حالتی تصمیم‌گیرنده مخالف مخاطره  $^{22}$  است.

برای حالت محتمل  $^{23}$  محاسبه معادله بالا به صورت زیر درمی‌آید.

$$\tilde{C}_{J_{i,j}} = \text{Max}(\tilde{C}_{J_{i-1},j}, \tilde{C}_{i,j-1}) \oplus \tilde{P}_{J_{i,j}} \quad i=2, \dots, n \quad j=2, \dots, m \quad (7)$$

چون طبیعت اعداد فازی حالت دقیق ندارد بنابراین عمل بیشینه گرفتن روی دو عدد فازی بستگی زیادی به فرد تصمیم‌گیرنده دارد. اگر فرد تصمیم‌گیرنده حالت بدینی داشته باشد باید از مؤلفه‌های مشابه دو عدد فازی بیشینه گرفته شده و در نهایت یک عدد فازی به دست آید. در این حالت اطمینان وجود دارد که زمان اتمام کار خارج از عدد فازی به دست آمده نیست ولی عدد فازی مقداری بزرگ شده است. اگر فرد تصمیم‌گیرنده حالت متعادل داشته باشد و براساس آنچه که بیشتر محتمل است تصمیم بگیرد. باید در بیشینه گرفتن دو عدد فازی، فقط به ترتیب دو عدد فازی یعنی مقدار GMV آنها توجه کند و به مؤلفه‌های عدد فازی توجه نشود. در نهایت مقادیر  $\tilde{C}_{\max}$  و  $MFT$  که مقادیر متناظر به دو هدف را نشان می‌دهند از معادله‌های زیر به دست می‌آیند.

$$\tilde{C}_{\max} = \tilde{C}_{J_{n,m}} \quad (8)$$

$$MFT = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{C}_{J_{i,m}}}{n} \quad (9)$$

## ۴- الگوریتم فازی ارائه شده

نواز و همکارانش [۸] یک روش ابتکاری به نام NEH برای مسئله خط جریان با کمینه کردن  $C_{\max}$  ارائه کرده‌اند. این الگوریتم نسبت

جدول ۱- زمان پردازش کارها

M۴	M۳	M۲	M۱	ماشین کار
(۶۰۵ و ۳ و ۲)	(۵۰۵ و ۳ و ۱)	(۷۰۵ و ۴ و ۲)	(۷۰۵ و ۴ و ۱)	۱
(۵۰۶ و ۵ و ۵)	(۵۰۴ و ۳ و ۱)	(۸۰۵ و ۷ و ۶)	(۸۰۴ و ۳ و ۲)	۲
(۶۰۵ و ۴ و ۲)	(۷۰۶ و ۵ و ۴)	(۹۰۵ و ۴ و ۳)	(۱۱۰ و ۹ و ۸)	۳
(۴ و ۳ و ۲ و ۱)	(۵۰۶ و ۴ و ۳)	(۶۰۵ و ۴ و ۵)	(۸۰۴ و ۳ و ۲)	۴

جدول ۲- تعیین ترتیب کارها

ترتیب	GMV( $\tilde{T}_i$ )	$\tilde{T}_i$	کارها
۴	۱۸/۵	(۲۵ و ۲۱ و ۱۶ و ۱۲)	۱
۲	۲۰/۰	(۲۶ و ۲۱ و ۱۸ و ۵)	۲
۱	۲۵/۵	(۳۴ و ۳۳ و ۲۸ و ۱۷)	۳
۳	۱۹/۲	(۲۷ و ۲۱ و ۱۶ و ۱۲)	۴

جدول ۳- انتخاب توالی جزئی دوتایی

ترتیب	$\tilde{C}_{\max}$	GMV( $\tilde{C}_{\max}$ )
(۲ و ۳)	(۴۰ و ۳۳ و ۲۸ و ۲۱)	۳۰/۶
(۲ و ۳)	(۴۰ و ۳۲ و ۲۶ و ۱۹)	۲۹/۳

باید دو توالی جزئی (۲ و ۳) و (۲ و ۳) کنترل شده و آنکه  $\tilde{C}_{\max}$  کمتری دارد انتخاب شود. در این مثال فرض شده که تصمیم‌گیرنده بدبین بوده و از معادله (۶) برای محاسبه  $\tilde{C}_{\max}$  استفاده می‌شود. در جدول ۳ دو ترتیب بالا در نظر گرفته شده و مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  آنها محاسبه شده است. ستون GMV نشان می‌دهد که ترتیب (۲ و ۳) بهتر از ترتیب (۲ و ۳) است. بنابراین در تمام قدمهای بعدی الگوریتم همیشه کار ۲ قبل از ۳ و کار ۳ قبل از ۴ قرار می‌گیرد.

مجددأً به گام ۴ رفته و در این گام باید کار ۱ را انتخاب کرده و چهار ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۰) و (۴ و ۳ و ۱ و ۲) و (۴ و ۱ و ۳ و ۰) و (۱ و ۴ و ۳ و ۰) را در نظر گرفت. جدول ۵ نشان می‌دهد که مقدار ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۰) دارای مقدار کمینه  $\tilde{C}_{\max}$  است و چون تمام کارها در

باید دو توالی جزئی (۲ و ۳) و (۲ و ۳) کنترل شده و آنکه  $\tilde{C}_{\max}$  کمتری دارد انتخاب شود. در این مثال فرض شده که تصمیم‌گیرنده بدبین بوده و از معادله (۶) برای محاسبه  $\tilde{C}_{\max}$  استفاده می‌شود. در جدول ۳ دو ترتیب بالا در نظر گرفته شده و مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  آنها محاسبه شده است. ستون GMV نشان می‌دهد که ترتیب (۲ و ۳) بهتر از ترتیب (۲ و ۳) است. بنابراین در تمام قدمهای بعدی الگوریتم همیشه کار ۲ قبل از کار ۳ خواهد بود. در گام ۴، براساس جدول ۲ کار ۴ انتخاب شده و برای سه ترتیب

جدول ۴- انتخاب توالی جزئی سه‌تایی

GMV( $\tilde{C}_{\max}$ )	$\tilde{C}_{\max}$	ترتیب
۳۵/۱	(۴۸ و ۳۸ و ۳۱ و ۲۳)	(۴ و ۲ و ۳)
۳۴/۴	(۴۸ و ۳۰ و ۳۷ و ۲۲)	(۳ و ۴ و ۲)
۳۴/۰	(۴۶ و ۴۷ و ۲۹ و ۲۳)	(۴ و ۳ و ۲)

جدول ۵- انتخاب توالی جزئی چهارتایی

GMV( $\tilde{C}_{\max}$ )	$\tilde{C}_{\max}$	ترتیب
۳۹/۸	(۵۳ و ۴۳ و ۳۸ و ۵)	(۱ و ۲ و ۳ و ۴)
۳۹/۵	(۵۳ و ۴۳ و ۳۴ و ۵)	(۲ و ۱ و ۳ و ۴)
۳۹/۸	(۵۳ و ۴۳ و ۳۴ و ۵)	(۲ و ۳ و ۱ و ۴)
۴۰/۰	(۵۴ و ۴۴ و ۳۴ و ۵)	(۴ و ۳ و ۴ و ۱)

است مقادیر  $\tilde{C}_{\max}$  و ترتیب نهایی تغییر کند. در مسائل حل شده مشاهده شده که هر چه زمان پردازش دارای دامنه بیشتری باشد نتیجه دو روش محتملت و بدینانه با هم اختلاف بیشتری پیدا می‌کنند و هر چه زمانهای پردازش تزدیک به هم و دارای دامنه‌های یکسان باشند نتیجه دو روش اختلاف کمتری را نشان می‌دهند. برای مثال ارائه شده در جدول ۱، نتایج به دست آمده از دو روش، در جدول ۸ خلاصه شده است. معمولاً مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  حالت محتملت، کمتر از حالت بدینانه بوده و این نتیجه قابل پیش‌بینی است زیرا در حالت بدینانه همیشه مؤلفه‌های بزرگتر عدد فازی انتخاب می‌شوند. لذا مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  هم بزرگتر می‌شود. برای مثال حل شده مشاهده می‌شود که مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  در هر دو روش برابرند ولی در حالت محتملت، دو ترتیب به عنوان جواب به دست آمده است که برای تصمیم‌گیرنده امکان انتخاب بین آنها وجود دارد.

## ۶- خلاصه و نتیجه‌گیری

بیان وقایعی که در آینده اتفاق می‌افتد و به پارامترهای مختلفی بستگی دارد به صورت دقیق کاری مشکل و در بسیاری مواقع ناممکن است بلکه می‌توان آنها را در فوایدی با درجه اطمینانهای

ترتیب وارد شده‌اند جواب نهایی ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۲) بوده و مقدار کمینه  $\tilde{C}_{\max}$  برابر عدد فازی (۵۳ و ۴۳ و ۳۴ و ۲۷) است.

در جدول ۶ نتایج حل مثال با دو الگوریتم فازی CDS و الگوریتم Fuzzy NEH ارائه شده است. برای ترتیبهای نهایی مقدار MFT بر اساس معادله ۹ محاسبه شده و در جدول ۶ آمده است. از جدول ۶ مشاهده می‌شود که الگوریتم فازی NEH بهتر از الگوریتم فازی CDS عمل کرده و مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  آن کمتر است. یعنی برتری الگوریتم NEH همچنان در حالت فازی نیز برقرار است.

جدول ۷ نشان‌دهنده محاسبات برای تعیین  $\tilde{C}_{\max}$  در ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۲) است که از معادله‌های (۳) تا (۶) استفاده شده است.

همان طور که از جدول ۵ و ۷ مشاهده می‌شود مقادیر  $\tilde{C}_{\max}$  و MFT به صورت اعداد فازی‌اند. مثلاً مقدار کمینه  $\tilde{C}_{\max}$  برابر (۵۳ و ۴۳/۵ و ۴۳ و ۲۷) بوده و به این معناست که اگر ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۲) به کار گرفته شود عادیترین زمان ختم کلیه کارها بین ۴۳/۵ و ۴۳ و ۲۷ است. به عبارت دیگر ممکن است زمان ختم از ۴۳ کمتر شده و به ۲۷ برسد و یا از ۴۳/۵ بیشتر شده و به ۵۳ برسد.

اگر در محاسبه  $\tilde{C}_{\max}$  تصمیم‌گیرنده براساس آنچه محتملت است تصمیم بگیرد باید از معادله (۷) استفاده کند. در این حالت ممکن

جدول ۶- مقایسه ترتیب در الگوریتم فازی CDS و NEH

روش CDS فازی			روش NEH فازی			هدف
GMV( )	مقدار	ترتیب	GMV( )	مقدار	ترتیب	
۳۹/۸	(۵۰/۵۲ و ۴۳/۴۲ و ۳۴/۵)	(۲) و (۳) و (۴)	۳۹/۵	(۵۳/۵ و ۴۳/۴ و ۳۴/۵)	(۲) و (۳) و (۴)	$\tilde{C}_{\max}$
۳۰/۷	(۵/۴۱ و ۳/۳۲ و ۲/۲۶ و ۹/۳۳ و ۵/۴)	(۲) و (۳) و (۴)	۲۹/۶	(۵/۳۹ و ۴/۳۹ و ۳/۲۶ و ۲/۲۰)	(۲) و (۳) و (۴)	MFT

جدول ۷- محاسبه زمانها ختم کار در ترتیب (۴ و ۳ و ۱ و ۲)

کار				پارامتر
۴	۳	۱	۲	
(۳ و ۴ و ۵ و ۸)	(۸ و ۹ و ۱۱ و ۱۲)	(۴ و ۵ و ۷ و ۶)	(۲ و ۳ و ۴ و ۶)	$\tilde{P}_{J_1,1}$
(۱۳ و ۲۱ و ۲۶ و ۳۳)	(۲۵ و ۲۱ و ۲۶ و ۱۷)	(۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۳)	(۲ و ۳ و ۴ و ۶)	$\tilde{C}_{J_1,1}$
(۵ و ۶ و ۸ و ۹)	(۴ و ۵ و ۹ و ۶)	(۵ و ۶ و ۷ و ۷)	(۸ و ۶ و ۷ و ۵)	$\tilde{P}_{J_1,2}$
(۴۳ و ۴۵ و ۴۵ و ۲۳)	(۳۴ و ۲۷ و ۲۷ و ۳۴)	(۱۳ و ۱۵ و ۱۷ و ۲۱)	(۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۴)	$\tilde{C}_{J_1,2}$
(۳ و ۴ و ۵ و ۶)	(۳ و ۴ و ۵ و ۷)	(۱ و ۳ و ۴ و ۵)	(۱ و ۳ و ۴ و ۵)	$\tilde{P}_{J_1,3}$
(۴۹ و ۴۰ و ۴۰ و ۳۲ و ۲۶)	(۴۱ و ۴۱ و ۲۷ و ۳۳ و ۵)	(۹ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۵)	(۹ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۹)	$\tilde{C}_{J_1,3}$
(۱ و ۲ و ۳ و ۴)	(۲ و ۴ و ۵ و ۶)	(۵ و ۵ و ۶ و ۷)	(۵ و ۵ و ۶ و ۷)	$\tilde{P}_{J_1,4}$
(۵۳ و ۴۳ و ۴۳ و ۵/۵)	(۴۷ و ۴۷ و ۳۸ و ۳۱)	(۱۶ و ۲۱ و ۲۶ و ۵/۵)	(۱۶ و ۲۱ و ۲۶ و ۵/۵)	$\tilde{C}_{J_1,4}$

بیان شد که انتخاب هر یک از دو روش براساس رفتار تصمیم‌گیرنده است. الگوریتم ارائه شده با الگوریتم فازی CDS که توسط مک‌کاهن [۷] ارائه شده است مقایسه شد و برتری آن در مثال مک‌کاهن نشان داده شد. در مقایسه بین اعداد فازی که طی دفعات مختلف در الگوریتم به آن نیاز می‌شود، از روش لی [۱۱] استفاده شده است.

مک‌کاهن در الگوریتم خود هر چند که معادله (۷) را معرفی و بیان

متفاوت بیان کرد. از آن جمله زمانهای پردازش قطعات روی ماشینهای مختلف اند که به پارامترهای مختلفی بستگی دارد و نباید از آنها به صورت دقیق و تخمین یک نقطه‌ای استفاده کرد. لذا از ریاضیات فازی برای این کار استفاده می‌شود تا نتایج واقعیتر شوند. الگوریتم NEH، بهترین الگوریتم ابتکاری برای مسئله خط جریان است. در این مقاله این الگوریتم برای حالت فازی توسعه داده شد. برای فازی کردن مسئله دو روش محتملتر و بدینشه درنظر گرفته و

جدول ۸- مقایسه بین دو روش بدینانه و متحتملتر

روش	$\tilde{C}_{\max}$	GMV( $\tilde{C}_{\max}$ )	ترتیب‌نها
بدینانه	(۲۷ و ۳۴ و ۴۳ و ۵۰ و ۵۳)	۳۹/۵	(۲ و ۳ و ۱ و ۴)
متحتملتر	(۲۷ و ۳۴ و ۴۳ و ۵۰ و ۵۳)	۳۹/۵	(۴ و ۳ و ۱ و ۲)
			(۴ و ۳ و ۱ و ۲)

دقیق و حل آن با الگوریتمهای معمولی است. برای این کار می‌توان برای مسائل خط جریان با زمانهای پردازش فازی، زمانهای پردازش را قطعی کرد. برای این منظور کافی است که به جای هر زمان پردازش مقدار GMV آن را قرار داد. با این کار از زمان محاسبات بسیار کاسته خواهد شد ولی دقت آن نیز کاهش یافته و مقدار  $\tilde{C}_{\max}$  نهایی نیز دیگر یک عدد فازی نخواهد بود بلکه یک عدد قطعی خواهد شد.

کرده است که در الگوریتم از آن استفاده می‌شود ولی عملاً از این رابطه هیچ گاه استفاده نکرده بلکه از معادله (۶) استفاده کرده و اشاره‌ای به روش بدینانه و متحتمل نکرده است. روش ارائه شده برای فازی کردن الگوریتم NEH را می‌توان برای سایر الگوریتمها به کار گرفت و آنها را فازی کرد.

معمولآً محاسبات الگوریتمهای فازی به زمان بیشتری برای محاسبات نسبت به الگوریتمهای دقیق نیاز دارد لذا یکی از راههای کاهش زمان محاسبات تبدیل اطلاعات یک مسئله فازی به حالت

#### واژه نامه:

1. support	9. ready time	17. possibility
2. flow shop	10. due date	18. membership function
3. scheduling	11. preemption	19. ranking
4. sequencing	12. makespan	20. generalized mean value (GMV)
5. processing time	13. completion time	21. pessimistic
6. crisp	14. permutation	22. risk averse
7. interval	15. mean flow time	23. most likely
8. fuzzy numbers	16. heuristic	24. partial sequence

#### مراجع

1. Baker, K. R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, John Wiley, New York, 1979.
2. French, S., *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job Shop*, Ellis Horwood Limited, England, 1986.
3. Garey, M. R., Johnson, D. S., and Sethi, R., "The Complexity of Flow Shop and Job Shop Scheduling," *Mathematics of Operations Research* Vol. 1, PP. 117-129, 1976.
4. Rinnooy Kan, A. H. G., *Machine Scheduling Problems: Classification, Complexity and Computations*, Martinus Nijhoff, The Hague, 1976.
5. Campbell, H. G., Dudek, R. A., and Smith, M.L., "A Heuristic Algorithm for the n Job, m Machine Sequencing problem," *Management Science*, Vol. 16, PP. B630-B637, 1970.
6. Johnson, S. M., "Optimal Two and Three Stage Production Schedules with Setup Times Included," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 6, PP. 61-68, 1954.
7. McCahon, C. S., Lee E., "Fuzzy Job Sequencing for Flow Shop," *European Journal of Operational Research*, pp.294-301,1992.
8. Nawaz, M., Emscore Jr, E. E., and Ham, I., "A

- Heuristic Algorithm for the m-Machine, n-Job Flow shop sequencing Problems." *Omega* Vol. 11, PP. 91-95, 1983.
9. Reeves, C. R., "A Genetic Algorithm for Flow Shop Sequencing," *Computers & Operational Research* Vol. 22, No. 1, PP. 5-13, 1995.
10. Zimmermann H. J., *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Kluwer, USA, 1991.
11. Lee, E. S., Li, R. J., "Comparison of Fuzzy Numbers Based on Probabilistic Measure of Fuzzy Events, " *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 15, pp. 887-896, 1988.