

## تخمین تغییرات رطوبت در جداره‌های بتنی

محمد تقی کاظمی\*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۷۷/۹/۱۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۷/۱۱/۲۱)

چکیده - محاسبه توزیع مکانی و زمانی رطوبت نسبی، اهمیت زیادی در پیش‌بینی تغییر شکل‌های زمانی سازه‌های بتنی دارد. محاسبات دقیق توزیع رطوبت نیازمند به روش‌های عددی پرهزینه است که برای اغلب ساختمانها موجه نخواهد بود. برای سازه‌های با اشکال هندسی منظم از قبیل دیوار و دال حصول به روش‌های تقریبی پیش‌بینی تغییرات رطوبت، با دقت و سهولت مناسب امکانپذیر است. در این مطالعه، با استفاده از مدل‌های ساده و شناخته شده موجود در رابطه با انقباض و ارتباط آن با تغییرات رطوبت نسبی، برای تغییرات زمانی رطوبت نسبی متوسط معادله ساده‌ای به خدمت گرفته می‌شود. برای توزیع مکانی رطوبت نیز معادله‌های نسبتاً ساده‌ای بررسی و پیشنهاد می‌شود. از ترکیب دو معادله مزبور، معادله مناسب پیش‌بینی توزیع زمانی-مکانی رطوبت نسبی به دست می‌آید. مدل حاصل دارای سه پارامتر است که بر اساس نتایج و اندازه‌گیری‌های موجود برای دو پارامتر از آنها مقادیر مناسبی پیشنهاد می‌شود. پارامتر باقیمانده، مشابه پارامتر مربوط به انقباض است که برای آن نیز از معادله‌های تجربی موجود می‌توان استفاده کرد.

## Estimation of Evolution of Relative Humidity Distribution for Concrete Slabs

M.T. Kazemi

Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology

**ABSTRACT-** *Realistic prediction of concrete shrinkage and creep requires the calculation of the distributions of relative humidity at various times. Although the distributions of the relative humidity can be computed by numerical methods from the differential equation for diffusion, simple prediction formulas can facilitate structural analysis. The purpose of this paper is to present a simple formula for slabs and walls, which agrees with the shrinkage prediction formula and with the measurements of pore relative humidity. The drying process may be considered as one-dimensional in space for walls and slabs. A simple explicit formula with three parameters is formulated. In a more simplified version, a single parameter formula is developed. The parameter can be estimated from the existing empirical relations for shrinkage time parameter.*

\* استادیار

آب‌گذرانی اند [۹].

تغییر آب کل آزاد در واحد حجم بتن  $w$  با زمان  $t$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (2)$$

از جایگزینی معادله (۱) در معادله (۲)، می‌توان دید که

$$\frac{\partial w}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (D_h \vec{\nabla} H) \quad (3)$$

در مورد جداره‌های بتنی که رطوبت فقط تابع یک بعد است، معادله (۳) به صورت زیر ساده می‌شود

$$\frac{\partial w}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_h \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (4)$$

برای استوانه نیز که تقارن محوری دارد، معادله (۳) به صورت یک متغیره خواهد بود. ضریب  $D_h$ ، خود تابع رطوبت نسبی و در نتیجه مکان و زمان بوده و معادله‌های حاصل را غیرخطی می‌سازد. در معادله (۴)، محور  $x$  عمود بر بدنه جداره (دیوار یا دال) است. ضریب  $\frac{\partial w}{\partial H}$  نیز در معادله‌های (۳) و (۴)، تابع  $H$  است و برخی محققان معادله‌های تجربی - تحلیلی مختلفی برای آن پیشنهاد کرده‌اند [۹].

غیرخطی بودن معادله حاکم بر تغییرات مکان - زمانی (جایگاهی) رطوبت نسبی، حل آن را مشکل ساخته و نیاز به استفاده از روشهای عددی (تفاضل محدود، اجزای محدود...) است. اگرچه وجود نرم‌افزارهای مناسب و سرعت و قدرت بالای حسابگرهای جدید حل مسائل غیرخطی از این گونه را ساده کرده است ولی از نظر مهندسی وجود معادله‌ها و روشهای ساده و صریح، کاربردی تر است. نمونه‌ای از این گونه معادله‌های ساده اخیراً توسط پاروت [۱۰]، ارائه شده است. در مرجع مزبور، اثرات نسبت آب به سیمان، نوع سیمان و شرایط عمل آوردن بر روی پروفیل توزیع رطوبت در مقطع جداره‌های بتنی در حال خشک شدن بررسی شده است. بر اساس نتایج به دست آمده از آزمایشهای انجام شده، معادله‌های نسبتاً ساده‌ای برای تخمین رطوبت در اعماق مختلف دیوار و در زمانهای مختلف پیشنهاد شده است. معادله‌های پیشنهادی مقاله مزبور دارای شش پارامترند که بر اساس آزمایش و اندازه‌گیری رطوبت در اعماق و زمانهای مختلف تعیین می‌شوند. تعداد نسبتاً زیاد پارامترها در معادله‌های پیشنهادی، از سهولت آن می‌کاهد.

همچنین در معادله‌های پیشنهادی پاروت، برای زمانهای کوتاه

پیش‌بینی درست توزیع زمانی - مکانی رطوبت در خلل و فرج بتن، اهمیت زیادی در محاسبات مربوط به خزش، انقباض و مقاومت در برابر گرما و آتشسوزی و در نهایت تحلیل تغییر شکل، نیروهای داخلی و ترک خوردگی دارد. آب و رطوبت داخل بتن به صورتهای آزاد و تبخیرناپذیر (با پیوند شیمیایی) ظاهر می‌شود. حجم مطلق سیمان هیدراته شده (ژل سیمان)، کمتر از مجموع حجمهای مطلق سیمان و آب شرکت کرده در ترکیب است. این مطالعه، محدود به آب آزاد داخل بتن و تغییرات آن است و فرض بر این است که دمای بتن در حد پایینتر از صد درجه سانتیگراد می‌ماند. در دماهای بالاتر، آب شیمیایی بتن نیز تغییر کرده و به طور کلی در خواص مکانیکی و شیمیایی بتن تغییرات قابل توجهی حاصل می‌شود [۱]. مطالعه بتن در دمای بالا، در طراحی نیروگاههای اتمی و طراحی برای آتشسوزی کاربرد دارد [۲ و ۱]. در دماهای بالا، معادله‌های هدایت گرما و هدایت رطوبت به صورت درگیر در نظر گرفته می‌شوند.

در دمای معمولی، شناخت تغییرات زمانی رطوبت می‌تواند کمک مؤثری در محاسبه انقباض و خزش در بتن کند. قسمت عمده انقباض بتن، که انقباض خشکننده نامیده می‌شود، بر اثر از دست رفتن رطوبت در بتن حاصل می‌شود. بتن پس از قرارگرفتن در شرایط محیطی، به تدریج رطوبت خود را از دست داده و توزیع رطوبت در آن به صورت یکنواخت و در تعادل با محیط در می‌آید. به دلیل وجود خلل و فرج با اندازه و شکلهای متنوع و گسترده، مطالعه تغییرات رطوبت در بتن بسیار پیچیده‌تر از بسیاری از مواد دیگر است. نظریه‌های مختلفی برای بررسی حرکت و تغییر رطوبت در بتن ارائه شده است. از جمله بازانت و همکاران، مطالعات قابل توجهی در این رابطه داشته‌اند [۳-۹]. از نظر تحلیلی، روشهای مختلفی را برای مدل کردن تغییرات رطوبت می‌توان به کار برد. مبنای اصلی این مدلها بر اساس حرکت رطوبت از نقاط پرباثر به نقاط کم‌اثر است. صورت ریاضی برای این حرکت به صورت زیر بیان می‌شود

$$\vec{J} = -D_h \vec{\nabla} H \quad (1)$$

که  $\vec{J}$  شدت جریان رطوبت،  $H$  رطوبت نسبی و  $D_h$  ضریب

پارامتری است که بعد زمان دارد و بر اساس نتایج موجود اندازه‌گیریها، معادله‌های ساده‌ی مختلفی برای آن پیشنهاد شده است. پارامتر  $\tau_{sh}$  متناسب با مجذور ضخامت سازه است و به صورت ساده‌ی زیر می‌توان آن را نوشت [۸و۶]:

$$\tau_{sh} = k_f D^2 \quad (۸)$$

ضریب  $k_f$  بستگی به مقاومت بتن و نسبت آب به سیمان  $w/c$ ، و لحظه‌ی  $t_0$  دارد. با توجه به معادله‌ی (۶)، معادله‌ی رطوبت نسبی متوسط با زمان را نیز می‌توان به صورت زیر پیش‌بینی کرد

$$\bar{r}(t) = \frac{h_0 - \bar{h}(t)}{h_0 - h_e} = \tanh \xi, \quad \xi = \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_h}} \quad (۹)$$

در معادله‌ی (۹) از پارامتر  $\tau_h$ ، در مقایسه با پارامتر  $\tau_{sh}$  در معادله‌ی (۷)، استفاده شده است. برای زمانهای کوتاه و خیلی بلند، معادله‌ی (۹) را می‌توان به صورت بسط داده‌ی آن نوشت

$$\bar{r}(t) \approx \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_h}} \quad \text{برای } t - t_0 \ll \tau_h \quad (۱۰)$$

$$\bar{r}(t) \approx 1 - 2e^{-\xi^2}, \quad \xi = \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_h}} \quad \text{برای } t - t_0 \gg \tau_h \quad (۱۱)$$

می‌توان تصور کرد که در آغاز در معرض شرایط محیطی واقع شدن نمونه، در ناحیه‌ی میانی مقدار رطوبت تقریباً برابر رطوبت اولیه دیواره  $h_0$  بوده و در نواحی کناری به تدریج از  $h_0$  کاهش یافته و در مرزها به رطوبت محیطی یعنی  $h_e$  خواهد رسید. عمق ناحیه خشک شونده ( $\delta$ ) متغیر بوده، در لحظه‌ی  $t = t_0$  از مقدار صفر شروع شده و در لحظه‌ی  $t = t_s$  نواحی خشک‌شونده از دو طرف در وسط جداره به یکدیگر رسیده و مقدار  $\delta = D/2$  حاصل خواهد شد.

در مرحله‌ی  $t > t_s$  حداکثر رطوبت که در وسط دیواره است  $h_e$  کمتر از  $h_0$  بوده و با زمان کاهش یافته و در نهایت به  $h_e$  می‌رسد. برای سهولت مدل، می‌توان توزیع رطوبت در مقطع را به صورت نمایی فرض کرد. با توجه به توضیحات ارائه شده، معادله‌های عمومی زیر فرض می‌شوند

$$h(x,t) = h_c(t) - [h_c(t) - h_e] \left[ 1 - \frac{x}{\delta(t)} \right]^\gamma \quad \text{برای } x < \delta(t) \quad (۱۲)$$

$$h(x,t) = h_c(t) \quad \text{برای } \delta(t) < x < D/2 \quad (۱۳)$$

(سن کم) دیده می‌شود که کاهش رطوبت نسبی متوسط جداره بتنی متناسب با زمان است. با توجه به اینکه کاهش رطوبت نسبی متوسط در جداره بتنی، متناسب با انقباض متوسط آن است و اینکه برای زمانهای کوتاه، انقباض متناسب با جذر زمان است [۷]، می‌توان گفت که معادله‌ی پیشنهادی مرجع مزبور، با مدل‌های تحلیلی مطابقت کافی ندارد.

در این مطالعه، سعی بر این است تا معادله‌های ساده‌تری با تعداد پارامتر کمتر و با تطابق بیشتر با مبانی نظری ارائه شود. بدین منظور از معادله‌های ساده‌ی مربوط به انقباض بتن استفاده می‌شود. این معادله‌ها محدود به نمونه‌های جداره‌ای (دیوار و دال) هستند.

## ۲- معادله‌های دومرحله‌ای توزیع رطوبت در جداره‌ها

در مورد جداره، مسئله خشکیدن بتن را می‌توان به صورت یک بعدی مدل کرد. رطوبت نسبی اولیه سازه برابر  $h_0$  و رطوبت نسبی محیط اطراف برابر  $h_e$  فرض می‌شود. ضخامت جداره با  $D$  نشان داده می‌شود. رطوبت نسبی در هر نقطه از جداره (در فاصله  $0 < x < D/2$ ) به صورت  $h(x,t)$  نشان داده می‌شود که  $x$  معرف مکان  $t$  معرف زمان است. مبدأ مختصات در مرز نمونه و جهت مثبت محور به سمت داخل است. رطوبت نسبی متوسط بتن در لحظه‌ی  $t$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\bar{h}(t) = \frac{2}{D} \int_0^{D/2} h(x,t) dx \quad (۵)$$

با توجه به تقارن مسئله، انتگرالگیری برای نصف ضخامت دیواره، از کنار تا وسط محاسبه می‌شود. افت نسبی در رطوبت، ارتباط مستقیم با انقباض داشته و معادله‌ی زیر را می‌توان نوشت:

$$\bar{r}(t) = \frac{h_0 - \bar{h}(t)}{h_0 - h_e} = \frac{\varepsilon_{sh}(t)}{\varepsilon_{sh\infty}} \quad (۶)$$

که  $\varepsilon_{sh\infty}$  معرف کرنش متوسط انقباض به صورت تابعی از زمان و  $\varepsilon_{sh\infty}$  مقدار نهایی آن در شرایط رطوبت محیطی  $h_e$  است. بر اساس مطالعات و آزمایش‌های انجام شده، معادله‌ی ساده‌ی زیر در مورد انقباض پیشنهاد شده است [۶]

$$\frac{\varepsilon_{sh}(t)}{\varepsilon_{sh\infty}} = \tanh \xi, \quad \xi = \sqrt{\frac{t - t_0}{\tau_{sh}}} \quad (۷)$$

که در آن  $t_0$  زمان شروع در معرض محیط قرار گرفتن بتن بوده و  $\tau_{sh}$

$$B = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \quad (16)$$

مدل دومرحله‌ای مورد بحث دارای دو پارامتر مستقل  $\gamma$  و  $\tau_h$  است. لحظه‌ی اتمام مرحله‌ی اول و شروع مرحله‌ی دوم،  $t_s$  با شرط  $\bar{r}(t_s) = \bar{r}_s$  در معادله (۱۴) منطبق است و برحسب  $\gamma$  و  $\tau_h$  به کمک معادله (۹) قابل محاسبه خواهد بود.

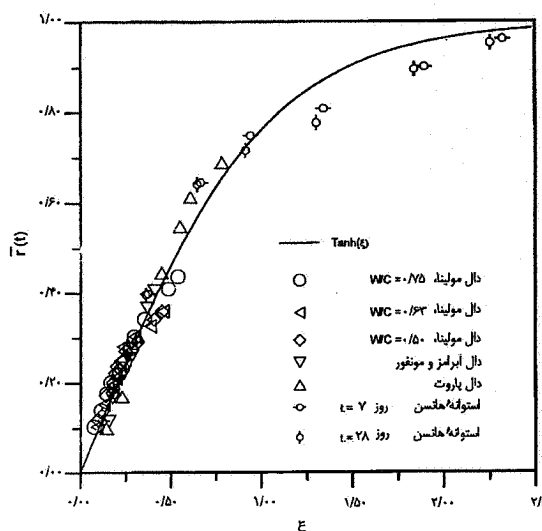
### ۳- بررسی نتایج آزمایشگاهی

معادله‌های ارائه شده دارای دو قسمت توزیع زمانی و توزیع مکانی اند. معادله (۹)، معادله اصلی توزیع زمانی است که از آن برای افت رطوبت نسبی متوسط،  $\bar{r}(t)$  استفاده می‌شود و تغییرات عمق جبهه خشکننده، معادله (۱۴) و ارتفاع رطوبت نسبی در مرکز، معادله (۱۵)، به صورت تابعی از  $\bar{r}(t)$  مدون شده‌اند.

در شکل (۱)، نتایج برخی از آزمایشهای رطوبت‌سنجی انجام شده [۹ و ۱۱-۹۲] برای برآورد دقت معادله (۹) مشاهده می‌شود. برای هر سری آزمایش و برای زمانهای گزارش شده، مقدار متوسط رطوبت نسبی با استفاده از اندازه‌گیریهای مربوط به اعماق مختلف محاسبه شده و تنها پارامتر مدل،  $\tau_h$  به کمک تحلیل رگرسیون غیرخطی [۱۲] به دست آمده است. از این پارامتر در محاسبه مختصات افقی شکل استفاده می‌شود.

مقایسه نتایج آزمایش با معادله ساده  $\bar{r}(t) = \tanh(\xi)$ ، نشانگر دقت مناسب آن است. خلاصه مشخصات آزمایشهای انجام شده در اینجا ارائه می‌شود. برای اطلاعات بیشتر می‌توان به مراجع مورد اشاره رجوع کرد. رطوبت نسبی اولیه تمام نمونه‌ها برابر یک بوده است. آزمایشهای مولینا [۹] برای سه نمونه دال با ضخامت ۳۰۰ میلیمتر و با نسبت آب به سیمان ۰/۵۰، ۰/۶۳ و ۰/۷۵ انجام شده است. رطوبت نسبی محیط ۵۰ درصد بوده و نمونه‌ها به مدت ۱۸۰ روز در معرض محیط مزبور قرار گرفته‌اند. برای پارامتر زمانی  $\tau_h$  به ترتیب مقادیر ۷۶۵، ۸۵۷ و ۵۳۸ روز از تحلیل رگرسیون به دست آمد. نتایج استفاده شده از پاروت [۱۰]، متوسط مقادیر اندازه‌گیری شده از هفت دال به ضخامت معادل ۲۰۰ میلیمتر به مدت ۵۴۲ روزند که در معرض رطوبت محیط ۵۸ درصد قرار گرفته‌اند. مقدار  $\tau_h = ۸۹۸$  روز برای این سری نتایج محاسبه شد.

دال آبرامز و مونتفور [۲]، دارای ضخامت ۳۰۰ میلیمتر بوده و در



شکل ۱- مقایسه تغییرات افت نسبی رطوبت متوسط با زمان برای نتایج آزمایشگاهی و منحنی پیش‌بینی معادله (۹)

در مرحله اول ( $t < t_s$ )، معادله (۱۲) برای نواحی کناری و معادله (۱۳) برای ناحیه میانی بوده و  $h_c(t) = h_0$  است. در مرحله دوم ( $t < t_s$ )، فقط معادله (۱۲) به کار می‌آید و  $\delta(t) = D/2$  خواهد ماند. در معادله (۱۲)، پارامتر  $\gamma$  را به کمک تحلیل نتایج آزمایشهای موجود می‌توان به دست آورد. براساس نظریه خطی نفوذ، مقدار  $\gamma = 2$  حاصل خواهد شد ولی به دلیل غیرخطی بودن نفوذ آب در بتن مقدار بیشتری برای  $\gamma$  متصور است و در واقع انتظار می‌توان داشت که  $\gamma$  تابع زمان باشد. در مدل تقریبی می‌توان  $\gamma$  را ثابت و مقدار متوسط آن در نظر گرفت.

با توجه به معادله‌های (۵)، (۱۲) و (۱۳) و با در نظر گرفتن  $h_c(t) = h_0$  برای مرحله اول، معادله زیر برای  $\delta$  حاصل می‌شود

$$\delta(t) = \frac{\bar{r}(t) D}{\bar{r}_s \gamma}, \quad \bar{r}_s = \frac{1}{1 + \gamma} \quad (14)$$

در این معادله،  $\bar{r}_s = \bar{r}[t_s]$  بوده که معرف افت نسبی متوسط رطوبت در لحظه رسیدن جبهه خشکننده به وسط دیواره است.

در مرحله دوم  $t > t_s$ ، خشکیدن در وسط نمونه نیز جریان یافته و معادله مربوط به مقدار رطوبت نسبی در وسط،  $h_c(t)$  را می‌توان به کمک معادله‌های (۵) و (۱۲) به دست آورد

$$r_c(t) = \frac{h_0 - h_c(t)}{h_0 - h_e} = B\bar{r}(t) + 1 - B \quad (15)$$

$$\gamma(t) = \frac{1 - \bar{I}(t)}{\bar{I}(t) - I_c(t)} \quad (18)$$

معادله‌های (۱۷) و (۱۸) برای مرحله دوم ( $t_s < t$ ) هستند و برای مرحله اول ( $t < t_s$ )، در حقیقت  $I_c(t) = 0$  بوده و  $\gamma$  ثابت فرض می‌شود. این مقدار ثابت  $\gamma_s$ ، به کمک معادله (۱۸) به صورت زیر خواهد بود

$$\gamma_s = \frac{1}{\bar{I}_s} - 1 \quad (19)$$

در نهایت خشک شدن که رطوبت نسبی یکنواخت و برابر رطوبت نسبی محیط خواهد بود، مقدار  $\gamma$  به مقدار  $\gamma$  حدی کاهش می‌یابد. از حدگیری معادله‌های (۱۷) و (۱۸) می‌توان مشاهده کرد که

$$\beta = \frac{\gamma_s (\gamma_s + 1)}{\gamma_s (\gamma_s + 1)} \quad (20)$$

انتظار می‌رود که مقدار حدی  $\gamma$  یعنی  $\gamma_s$  برابر دو باشد. این انتظار با توجه به توزیع تقریباً یکنواخت رطوبت نسبی در حالت حدی و یکنواخت بودن ضریب  $D_H$  در معادله (۴) منطقی به نظر می‌رسد. مدل پیشنهادی دارای سه پارامتر مستقل  $\tau_H$ ،  $I_s$  و  $\beta$  است که می‌توان آنها را از تحلیل رگرسیون غیرخطی نتایج آزمایش به دست آورد. در این مرحله فعلاً از مقدار حدی نظری وار  $\gamma_s = 2$  استفاده نمی‌شود که در آن صورت تعداد پارامترهای مستقلی به دو کاهش می‌یابد.

برای برآورد دقت این مدل از نتایج مورد استفاده در شکل (۱) استفاده شد. با داشتن این سه پارامتر مقدار ثابت  $\gamma$  برای مرحله اول از معادله (۱۹) و مقدار متغیر برای مرحله دوم آن از معادله (۱۸) محاسبه شده و به کمک معادله‌های (۱۲) الی (۱۶) توزیع رطوبت نسبی برآورد می‌شود. برای نتایج مورد استفاده، مقادیر محاسبه شده  $\tau_H$  قبلاً ارائه شد. برای آزمایشهای پاروت [۱۰]، مقادیر  $\tau_H \approx 0/0$  و  $\beta = 1/496$  از تحلیل رگرسیون غیرخطی به دست آمد. نتیجه حاصل مطابقت خوبی با انتظار  $\gamma_s = 2$  دارد. مقادیر  $\tau_H = 0/0$  (معادل  $\gamma_s = \infty$ ) و  $\gamma_s = 2$ ، مقدار  $\beta = 1/5$  را از معادله (۲۰) حاصل می‌سازد که نزدیکی خیلی خوبی با مقدار حاصل از تحلیل نتایج آزمایش،  $\beta = 1/496$  نشان می‌دهد. شکل (۲)، توزیع رطوبت نسبی (نتایج آزمایش و مدل پیشنهادی) را برای آزمایش پاروت نشان می‌دهد. در این شکل، مقادیر متوسط  $\bar{I}(t)$  حاصل از نتایج آزمایشها در ترسیم منحنیهای مدل پیشنهادی به کار رفته است.

معرض رطوبت نسبی محیطی  $h_e = 0/1$  برای مدت ۲۷۰ روز قرار گرفته است. پارامتر زمانی این نتایج برابر  $\tau_H = 1611$  روز محاسبه شد. دو نمونه هانسن [۱۱]، استوانه‌هایی با قطر ۱۵۰ میلی‌متر بوده و در معرض رطوبت نسبی ۵۰ درصد برای سه سال قرار داشته‌اند. زمان عمل آوردن نمونه اولی ۷ روز و نمونه دوم ۲۸ روز بوده است و برای آنها مقدار  $\tau_H$  به ترتیب برابر ۲۰۳ و ۲۱۶ روز محاسبه شد. با توجه به اینکه استوانه محیط نسبی بیشتری نسبت به دال دارد، خشکیدن استوانه سرعت بیشتری داشته و مناسبتر برای انجام آزمایش است. مقادیر به دست آمده برای  $\tau_H$  نیز برای نمونه‌هایی استوانه‌ای کمتر است. در معادله (۸) که از آن برای پیش‌بینی  $\tau_H$  نیز می‌توان استفاده کرد، مقدار ضریب  $k$  بستگی به محیط نسبی دارد [۸ و ۶]. شکل (۱) نشان می‌دهد که معادله (۹) برای نمونه‌های استوانه‌ای نیز مناسب خواهد بود.

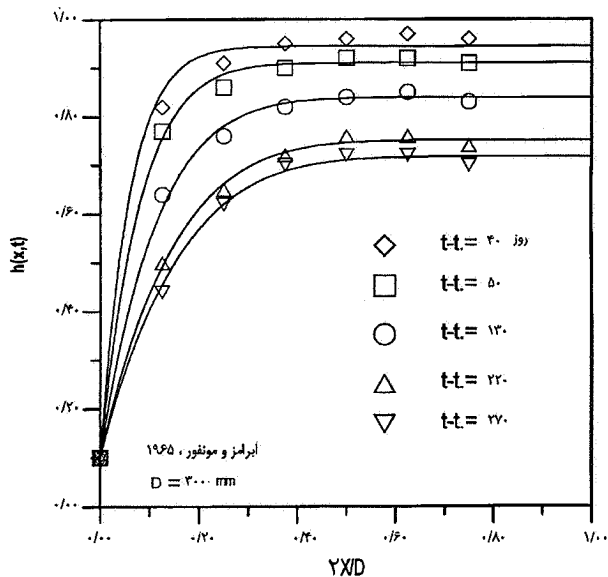
مقایسه توزیع رطوبت نسبی در زمانهای مختلف برای نتایج پاروت [۱۰] با معادله (۱۲) نشان داد که مقدار  $\gamma$  در واقع متغیر بوده و تابع زمان است. برای عمرهای کوتاه، مقادیر بزرگتری مناسب بوده و با ازدیاد عمر مقدار  $\gamma$  کاهش می‌یابد و به مقدار  $\gamma = 2$  نزدیکتر می‌شود. به عنوان مقدار متوسط، با استفاده از تحلیل رگرسیون غیرخطی مقدار  $\gamma = 4/9$  حاصل شد.

#### ۴- مدل سه پارامتری

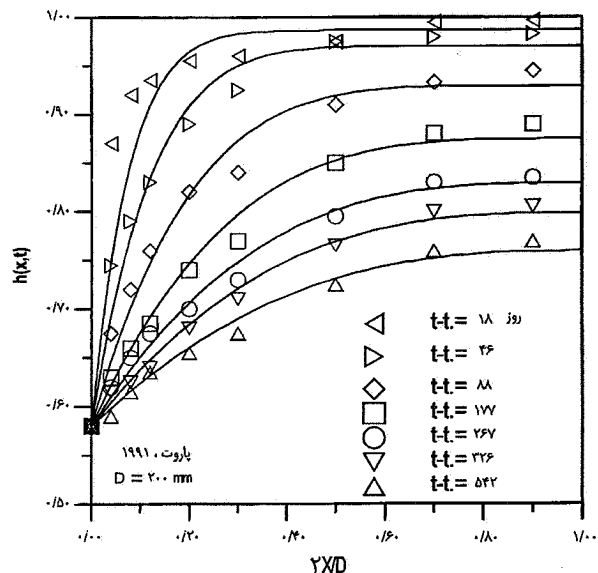
مدل دوم مرحله‌ای با فرض مقدار ثابت  $\gamma$  دارای دو پارامتر مستقل  $\tau_H$  و  $\gamma$  است. با توجه به دقت نسبتاً کم این مدل، متغیر در نظر گرفتن  $\gamma$  دقت معادله‌های پیشنهادی را افزایش می‌دهد. لازم است دقت کرد که پروفیل‌های توزیع رطوبت در لحظات مختلف یکدیگر را قطع نکنند. این شرط را می‌توان به طور غیرمستقیم با فرض معادله ساده‌ای برای تغییرات رطوبت در مرکز نمونه اعمال کرد. با بررسیهای انجام شده، معادله زیر مناسب دیده شد

$$r_c(t) = \frac{h_s - h_c(t)}{h_s - h_e} = \left[ \frac{\bar{I}(t) - \bar{I}_s}{1 - \bar{I}_s} \right]^\beta \quad (17)$$

در معادله (۱۷)، مقدار  $\beta$  ثابت فرض می‌شود. با به کارگیری معادله (۱۷) و به کمک معادله‌های (۱۵) و (۱۶)، معادله مورد نظر برای  $\gamma$  به دست می‌آید



شکل ۳- پروفیل توزیع رطوبت نسبی در مقطع دال آزمایش آبرامز و مونفور [۲] برای عمرهای مختلف



شکل ۲- پروفیل توزیع رطوبت نسبی در مقطع دال آزمایش پاروت [۱۰] برای عمرهای مختلف

فرض متغیر بودن  $\gamma$  توزیع رطوبت نسبی را به صورت یک مرحله‌ای مدل کرد، به طوری که  $\gamma$  از مقدار بینهایت در آغاز فرایند خشکیدن شروع شده و به تدریج در نهایت به مقدار حدی ۲ در انتهای کار یعنی یکنواخت شدن رطوبت نسبی می‌رسد. بدین ترتیب  $\beta = 1/5$ ،  $t_s = 0$  و  $\bar{t} = 0$  هستند. پس از رفع ابهام از معادله (۱۸)، می‌توان آن را به صورت زیر ساده کرد

$$\gamma(t) = \frac{1}{\bar{t}(t)} + \frac{1}{\sqrt{\bar{t}(t)}} \quad (21)$$

از همان معادله (۹) به دست می‌آید و تنها پارامتر مدل،  $\tau_h$  است. با داشتن  $\gamma(t)$  مقدار رطوبت نسبی در مرکز،  $h_c(t)$  از معادله (۱۵) محاسبه شده و در نهایت توزیع رطوبت نسبی به صورت زیر برآورد می‌شود

$$h(x,t) = h_c(t) - [h_c(t) - h_e] \left(1 - \frac{x}{D}\right)^\gamma \quad (22)$$

در این مدل ساده، تنها پارامتر مورد نیاز  $\tau_h$  است که بستگی به هندسه و اندازه نمونه و خواص مصالح دارد. در غیاب حصول معادله‌های تجربی دقیقتر، می‌توان از معادله‌های تجربی پارامتر  $\tau_{sh}$  در مورد انقباض [۶-۸] برای تخمین پارامتر  $\tau_h$  استفاده کرد.

شکل (۳)، پروفیل مقایسه نتایج دال آبرامز و مونفور [۲] را نشان می‌دهد. برای این نتایج  $\beta = 1/29$  و  $\bar{t}_s = 0$  به دست آمد. مقدار  $\beta$  قدری کمتر از مقدار مورد انتظار  $1/5$  است ولی یادآور می‌شود که طول زمان این آزمایش کوتاهتر بوده و نتایج پاروت متوسط هفت سری آزمایش‌اند. برای هر دو سری، طول زمان مرحله اول خیلی کوتاه است ( $t_s = 0$ ). نتایج مولینا [۹] به علت کوتاه بودن زمان آزمایش و اشکالات دیگر مشاهده شده در نتایج گزارش شده، مورد استفاده قرار نگرفت.

شکل (۴)، تغییرات رطوبت نسبی برای اعماق مختلف به صورت تابعی از زمان برای نتایج دال پاروت [۱۰] را نشان می‌دهد. در این منحنیها، مقادیر پیش‌بینی شده  $\bar{t}(t)$  از معادله (۹) مورد استفاده قرار گرفت. مشاهده می‌شود که روابط پیشنهادی قدرت برآورد مناسب تغییرات زمانی رطوبت در اعماق مختلف را نیز دارند.

### ۵- مدل پیش‌بینی تک‌مرحله‌ای و تک‌پارامتری

بررسی نتایج آزمایشهای در دسترس و ملاحظات تحلیلی که پیشتر ارائه شد، این نتیجه را می‌دهد که می‌توان با دقت خوبی با

می‌دهد که تغییرات متوسط رطوبت نسبی را می‌توان به کمک معادله ساده‌ای که در اصل برای تغییرات انقباض به کار می‌رود پیش‌بینی کرد.

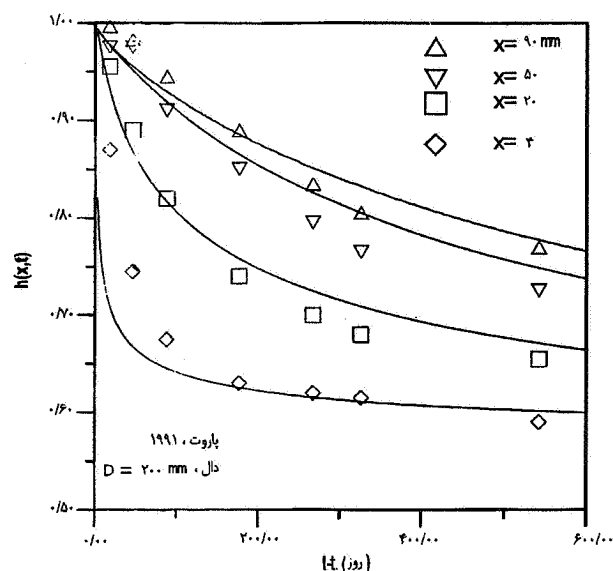
۲- برای توزیع مکانی - زمانی رطوبت نسبی مدل ساده‌ای با سه پارامتر برای اعضای جداره‌ای (دیوار و دال) ارائه شد که همخوانی خوبی با نتایج آزمایشها نشان می‌دهد.

۳- با توجه به تحلیل رگرسیون نتایج آزمایش موجود و بررسی حدی موضوع، برای دو پارامتر از مدل مقادیر مشخصی حاصل شده و در نهایت مدل ساده‌تری با تنها یک پارامتر ارائه شد که آن پارامتر را نیز می‌توان به کمک معادله‌های تجربی موجود در مراجع مربوط به انقباض بتن تخمین زد.

### قدردانی

مطالعات و محاسبات این پژوهش در خلال انجام فرصت مطالعاتی که از طرف دانشگاه صنعتی شریف حمایت شد در دانشگاه نورث وسترن آمریکا و با مساعدت علمی استاد بازان انجام یافته است.

1. Bazant, Z. P., and Kaplan, M. F., *Concrete at High Temperatures*, Longman Group Limited, p. 412, 1996.
2. Abrams, M. S., and Monfore, G. E., "Application of a Small Probe-Type Relative Humidity Gage to Reserch on Fire Resistance of Concrete," *Journal of the Portland Cement Association Research and Development Laboratories*, Vol. 7, No. 3, pp. 2-12, 1965.
3. Bazant, Z. P., and Najjar, L. J., "Nonlinear Water Diffusion in Nonsaturated Concrete," *Materials and Structures (RILEM, Paris)*, 5, pp. 3-20, 1972.
4. Bazant, Z. P., and Rafshol, W. J., "Effect of Cracking in Drying and Shrinkage Specimens," *Cement and Concrete Research*, 12, pp. 209-226, Disc. 797-798, 1982.
5. Bazant, Z. P., Kim, Joong-Koo, and Panula, L., "Improved Prediction Model for Time-Dependent



شکل ۴- تغییرات زمانی رطوبت نسبی برای اعماق مختلف در نمونه دال پاروت [۱۰]

### نتایج

۱- بررسی نتایج آزمایشهای در دسترس مربوط به تغییرات زمانی و توزیع مکانی رطوبت در نمونه‌های جداره‌ای و استوانه‌ای بتنی نشان

### مراجع

- Deformations of Concrete: Part 1- Shrinkage," *Materials and Structures (RILEM, Paris)*, 24 (143), pp. 327-345, 1991.
6. Bazant, Z. P., and Baweja, S., In Collaboration with RILEM Committee TC 107-GCS, "Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures-Model B3," (RILEM Recommendation), *Materials and Structures (RILEM, Paris)* 28, 357-365, 1995; with Errata, Vol. 29, P. 126, 1996.
7. Bazant, Z. P., and Baweja, S., "Justification and Refinement of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage. 1. Statistics and sensitivity," *Materials and Structures (RILEM, Paris)* 28, pp. 415-430, 1995.
8. Bazant, Z. P., "Prediction of Concrete Creep and Shrinkage: Past, Present and Future," NEA/CSNI/R (97)9, *OECD Nuclear Energy Agency, France*, pp. 33-48, 1997.

9. Xi, Y., Bazant, Z. P., Molina, L., and Jennings, H. M., "Moisture Diffusion in Cementitious Materials: Moisture Capacity and Diffusivity," *Advanced Cement Based Materials* 1, pp. 258-266, 1994.
10. Parrott, L. J., "Factors influencing Relative Humidity in Concrete," *Magazine of Concrete Research*, 43 (No. 154), pp. 45-52, 1991.
11. Hanson, J. A., "Effects of Curing and Drying Environment on Splitting Tensile Strength," *American Concrete Institute Journal*, Vol. 65, pp. 535-543, 1968.
12. Marquardt, D. W., "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters," *J. SIAM*, 11(2), 1963.