

طرح خمشی تمام احتمالاتی مقاطع بتن آرمه به کمک شبیه سازی

محمد صادق معرفت* و محسن وفایی**

گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی دانشگاه تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۷۶/۲/۶ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۸/۳/۱۶)

چکیده - امروزه روش حالت‌های حدی^۱ برای طراحی بتن آرمه مورد قبول جهانی واقع شده و در آیین نامه بتن ایران "آبا" نیز به کار گرفته شده است. در روش حالت‌های حدی، شاخص ایمنی^۲ به صورت غیر مستقیم و با اعمال ضریب بار و مقاومت در معادله طراحی تضمین می‌شود. به دلیل ثابت بودن ضریب بار و مقاومت، امکان بزرگ کردن یا کوچک کردن سطح ایمنی در روش حالت‌های حدی وجود ندارد. این در حالی است که الزامات پروژه‌ها در بسیاری از موارد ممکن است افزایش یا کاهش سطح ایمنی را ضروری سازد. در این مقاله روشی ارائه شده که به جای استفاده از ضریب، شاخص ایمنی به صورت مستقیم و به کمک شبیه سازی بر طراحی اعمال می‌شود. چارچوب جدید، طراح را قادر می‌سازد که شاخص ایمنی مطلوب را انتخاب کند و سطح ایمنی یکنواختی را در طراحی به وجود آورده و هزینه‌های غیر ضروری را کاهش دهد. در مثال حل شده، مصرف فولاد با کاهش متوسطی برابر ۱۰٪ مواجه شده است.

Direct Probabilistic Design of Reinforced Concrete Flexural Sections Using Digital Simulation

M.S. Marefat and M. Vafaei

Department of Civil Engineering, University of Tehran

ABSTRACT- At present, the method of "limit states" for designing reinforced concrete sections is widely used in most universally accepted codes; this method is used by the Iranian national code for reinforced concrete buildings design, "ABA", as well. In this method, a margin of safety is assured by applying specific factors on the load and resistance terms in the design equations. Since these load and resistance factors are constant, the designer is not able to change the level of safety in the design procedure. In practice, it may become necessary to reduce or increase the level of safety to account for specific conditions of a project. In this paper, a method for direct application of a safety index in the design equations has been presented, which is based on digital simulation. By means of this method, it is possible to apply a desired safety index in the design

* - استادیار ** - کارشناس ارشد

فهرست علائم			
A_s	مساحت میلگرد کششی	بتن	شاخص ایمنی
b	خمشی	G	β
d	پهنای مقطع مستطیلی	M_D	ϕ
$D[G]$	عمق موثر مقطع مستطیلی	M_L	γ
$E[G]$	انحراف معیار تابع G	M_n	θ
f_y	میانگین وزن دار تابع G	M_s	$\sigma_{Ln\theta}$
f'_c	تنش تسلیم کششی میلگرد	R	$\mu_{Ln\theta}$
	مقاومت فشاری ۲۸ روزه	S	
			ضریب کاهش مقاومت
			ضریب افزایش بار
			نسبت مقاومت به بار
			انحراف معیار $Ln\theta$
			میانگین $Ln\theta$
			مقاومت خمشی مقطع
			لنگر خمشی مؤثر بر مقطع
			مقاومت مقطع
			بار وارد بر مقطع

equation to ensure a uniform level of safety throughout a project, and to minimize the construction costs. An average saving of about 10% has been achieved in steel consumption in the example discussed in this paper.

۱- مقدمه

شبیه سازی عددی^۴ و کاربرد رایانه تکیه دارد. در این روش می توان بنابه الزامات هر پروژه، سطح ایمنی خاصی را بر طراحی اعمال کرد در این روش به دلیل امکان اعمال شاخص ایمنی مورد نظر به صورت مستقیم، سطح ایمنی در تمامی اجزا به صورت یکنواخت درآمده و هزینه ها به حداقل کاهش می یابند. مزیت دیگر روش مذکور، امکان ایجاد رابطه بین هزینه و سطح ایمنی، و طراحی بهینه با توجه به شرایط ویژه هر پروژه است.

۲- مبانی روش تمام احتمالاتی

به طور کلی، یک معادله طراحی را می توان به صورت شرط ایمنی و در قالب زیر بیان کرد

$$G(R,S) \equiv R - S \geq 0 \quad (1)$$

که $G(R,S)$ مبین معادله طراحی و R و S به ترتیب بیانگر مقادیر مقاومت و بار (یا به صورت کلی تر ظرفیت و تقاضا) هستند. پارامترهای R و S خود تابعی از متغیرهای تصادفی^۵ دیگر بوده و شکل کلی آنها غیر خطی است. از آنجا که R و S دارای مقادیری تصادفی اند تابع $G(R,S)$ نیز مقداری تصادفی خواهد داشت. تصادفی بودن تابع G بدین معنی است که وقوع شرط ایمنی (۱) قطعی نیست و احتمال برقراری آن بین ۰ و ۱ است. بدین ترتیب تضمین یک حاشیه ایمنی، برای برقراری معادله (۱) در طراحی یک ضرورت است.

در روش حالت های حدی که امروزه مورد عمل آیین نامه های معتبر

امروزه روش حالت های حدی برای طراحی مقاطع بتن آرمه مورد قبول آیین نامه های معتبر جهانی قرار گرفته، و در آیین نامه بتن ایران، آبا، نیز به کار گرفته شده است. روش حالت های حدی یک روش نیمه احتمالاتی است که در آن حاشیه ایمنی به صورت غیرمستقیم و با استفاده از ضریب بار و مقاومت در طراحی اعمال می شود. در این روش ضریب بار و مقاومت توسط آیین نامه معرفی شده و دارای مقادیر ثابت اند و سطح ایمنی خارج از اختیار طراح اعمال می شود. در پروژه های مهندسی، بسیار اتفاق می افتد که بزرگ یا کوچک کردن حاشیه اطمینان ضروری شود. به عنوان مثال، در طراحی یک سد یا یک نیروگاه اتمی، ممکن است سطح ایمنی بسیار بالاتری در مقایسه با یک ساختمان اداری عادی مورد نیاز باشد. اما در یک ساختمان موقت، ممکن است کاهش سطح ایمنی و صرفه جوئی در هزینه ها، مطلوب باشد. به دلیل ثابت بودن مقادیر ضریب بار و مقاومت، روش آیین نامه ای نمی تواند این امکان را به طراح دهد تا سطح ایمنی را بزرگ یا کوچک کند.

در مقابل روش نیمه احتمالاتی، روش تمام احتمالاتی را می توان مطرح کرد. در روش تمام احتمالاتی حاشیه ایمنی به صورت صریح و به کمک تحلیل ریسک در طراحی اعمال می شود. در این روش از ضریب جزیی استفاده نمی شود، بلکه به جای آن شاخص ایمنی مطلوب^۳ مستقیماً وارد معادله طراحی می شود. در این نوشتار، یک روش مستقیم برای اعمال شاخص ایمنی پیشنهاد شده که اساساً بر

جهان است حاشیه ایمنی با اعمال ضریب بار و مقاومت به معادله طراحی تضمین می شود. شکل کلی رابطه طراحی در روش حالت های حدی، دارای قالب شناخته شده زیر است

$$G(\phi R_n, \gamma S_n) \equiv \phi R_n - \gamma S_n \geq 0 \quad (2)$$

که ϕ و γ به ترتیب ضریب مقاومت و بار و R_n و S_n نیز مقادیر اسمی مقاومت و بار را نشان می دهند. در مقابل روش حالت های حدی که یک روش نیمه احتمالاتی است، روش تمام احتمالاتی را می توان مطرح کرد. در روش تمام احتمالاتی عدم قطعیتها نه در قالب ضریب، بلکه به طور صریح و با تحلیل ریسک مورد بررسی قرار می گیرد و طراحی انجام می پذیرد.

یکی از راه های عمده و شناخته شده برای انجام تحلیل ریسک، استفاده از شبیه سازی است. امروزه، یک روش مشهور و عمومی برای انجام شبیه سازی روش مونت کارلو^۶ [۱] است. برخی جزئیات این روش همراه با مثال عددی در بخش بعد می آید. در اینجا معادله های اساسی مورد استفاده در شبیه سازی ارائه می شوند. در سال ۱۹۶۹ آقای کرنل [۲] پیشنهاد مشهور خود را به عنوان شاخص ایمنی، β ، به صورت زیر ارائه کرد

$$\beta = \frac{E[G]}{D[G]} \quad (3)$$

که G تابع طراحی است، و در قالب معادله (۱) نوشته می شود. در معادله (۳)، $E[G]$ و $D[G]$ به ترتیب مبین میانگین وزن دار و انحراف معیار تابع G هستند. تعریف بالا برای شاخص ایمنی، به دلیل مزایای متعدد نسبت به تعریفهای قدیمی و نیز قابلیت های کاربردی بسیار، امروزه مورد پذیرش جهانی واقع شده و به عنوان مبنایی برای بررسی های احتمالاتی به کار می رود. برای مرتبط ساختن معادله (۳) به معادله (۱) و اعمال آن به نتایج شبیه سازی، معادله (۱) را می توان به صورت زیر نوشت

$$\theta = \frac{R}{S} \geq 1 \quad (4)$$

اگر از طرفین معادله بالا لگاریتم بگیریم خواهیم داشت

$$L_n \theta = L_n \left(\frac{R}{S} \right) \geq 0 \quad (5)$$

بدین ترتیب، تعریف شاخص ایمنی β برای معادله (۵) به صورت زیر در می آید

$$\beta = \frac{\mu_{L_n \theta}}{\sigma_{L_n \theta}} \quad (6)$$

که $\sigma_{L_n \theta}$ و $\mu_{L_n \theta}$ به ترتیب انحراف معیار و میانگین $L_n \theta$ به ازای مقادیر حاصل از شبیه سازی اند.

۳- طراحی خمشی مقاطع بتن آرمه

در این قسمت طراحی مقاطع بتن آرمه به روش تمام احتمالاتی بررسی می شود. رابطه ایمنی در مود خمشی به صورت زیر بیان می شود

$$M_s \geq M_n \quad (7)$$

که M_n و M_s به ترتیب عبارت اند از مقاومت خمشی و لنگر موثر، و M_n برای مقطع مستطیلی (طبق آیین نامه های آبا و ACI-۸۹) تابعی به صورت زیر است

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{A_s f_y}{\sqrt{f_c} b} \right) \quad (8)$$

در معادله بالا پارامترهای A_s ، f_y ، f_c و b و d به ترتیب عبارت اند از مساحت میلگرد کششی خمشی، تنش تسلیم کششی میلگرد، مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن، پهنای مقطع مستطیلی، و عمق موثر مقطع مستطیلی. در رابطه (۷) پارامتر M_s نیز تابعی از بارهای زنده و مرده به شکل زیر است

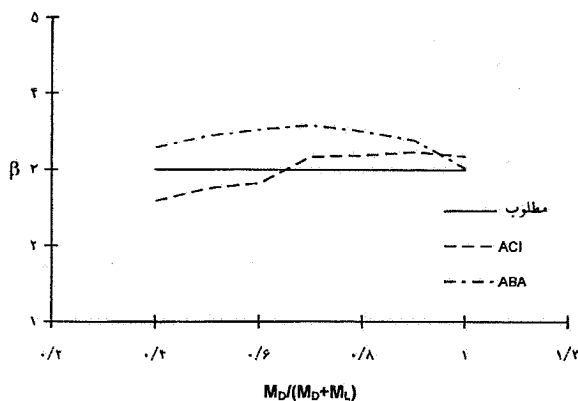
$$M_s = M_D + M_L \quad (9)$$

که M_D و M_L به ترتیب لنگر ناشی از بار مرده و بار زنده اند. در صورتی که رابطه (۷) در قالب معادله (۵) بازنویسی شود، شکل زیر حاصل خواهد شد

$$L_n \theta = L_n \left(\frac{M_n}{M_s} \right) \quad (10)$$

حال به کمک معادله های بالا و با استفاده از شبیه سازی عددی، می توان فرایند طراحی را به شرح زیر انجام داد.

الف- مقادیر تصادفی A_s ، f_y ، d ، f_c ، b ، M_D و M_s به کمک مولد اعداد تصادفی تولید می شود. قانون احتمال این متغیرها



شکل ۲- نوسان شاخص ایمنی در روش نیمه احتمالاتی (آیین نامه‌های آبا و آسی)

۴- بحث و بررسی

۴-۱- نوسان شاخص ایمنی در روش نیمه احتمالاتی

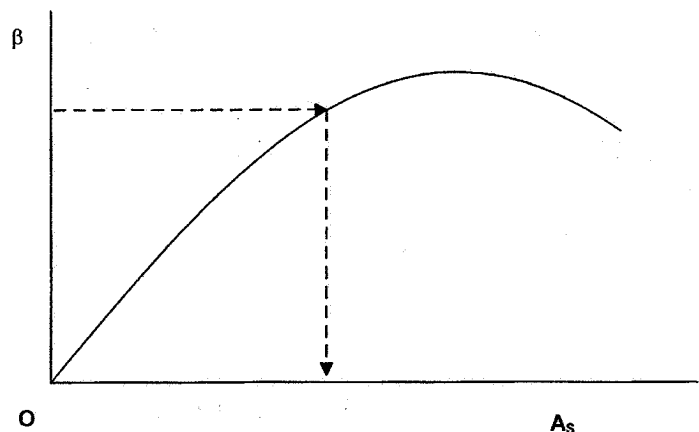
گرچه روش ضریب جزئی^۷ سطح ایمنی یکنواخت‌تری در مقایسه با روشهای قدیمی نظیر تنش مجاز ایجاد می‌کند، اما به دلیل استفاده از ضریب ثابت در محدوده تغییرات پارامترها، نوسان در شاخص ایمنی گریزناپذیر است. این مطلب در اینجا به کمک یک مثال توضیح داده می‌شود. پارامترهای انتخاب شده دارای مقادیر اسمی مشابه مثال مورد استفاده در مرجع [۸] و به شرح زیر است.

$$b=300 \text{ mm}, h=600 \text{ mm}, d=540 \text{ mm}$$

$$f'_c=21 \text{ MPa}, f_y=420 \text{ MPa}$$

مقدار اسمی بار مرده $M_D=75 \text{ KN.m}$ است، که این مقدار به ازای هر سیکل تکرار شبیه سازی، 5 KN.m اضافه می‌شود، تا به 100 KN.m ختم شود. در هر سیکل تکرار (متشکل از ۲۰۰۰۰ دور شبیه سازی) بار زنده نسبت به مجموع بار مرده و زنده، دارای نسبت‌های $0/4, 0/5, 0/6, \dots, 1/0$ است. به ازای این نسبتها، میانگین مقادیر β حاصل از سیکلهای مختلف تکرار محاسبه شده و در شکل (۲) نشان داده شده است. آیین نامه مورد بررسی آیین نامه آباست که برای مقایسه همراه با منحنی مشابه ارائه شده در مرجع [۸] برای آیین نامه ۸۹-۳۱۸ ACI در یک دستگاه مختصات رسم شده است.

شکل (۲) نشان می‌دهد که در روش نیمه احتمالاتی (آیین



شکل ۱- رابطه بین شاخص ایمنی و مقدار اسمی فولاد

و روش تولید عددی آنها در مراجع معتبر گزارش شده و می‌توان از آنها استفاده کرد [۳-۷].

ب- در هر دور شبیه سازی، مقادیر تصادفی را در معادله (۱۰) قرار داده و مقادیر حاصل ذخیره می‌شود.

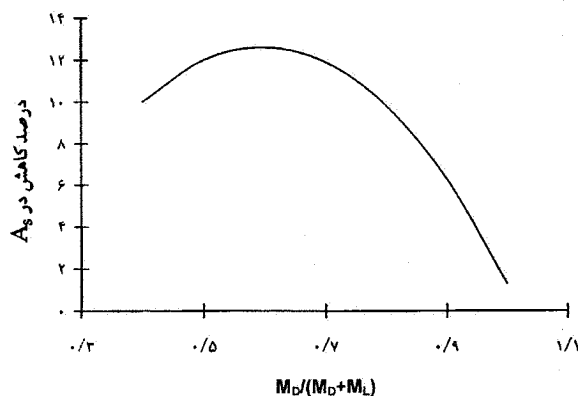
ج- پس از n دور شبیه سازی، به کمک معادله (۶) شاخص ایمنی β به دست می‌آید. عدد n بسته به ماهیت متغیر و شرایط پروژه انتخاب می‌شود.

د- مقادیر اسمی پارامترها را تغییر داده و مراحل (الف) تا (ج) تکرار می‌شود. بدین ترتیب برای مقادیر اسمی جدید پارامترها، شاخص ایمنی نظیر آنها به دست می‌آید.

ه- با استفاده از اطلاعات به دست آمده، می‌توان رابطه‌ای بین شاخص ایمنی β و مقادیر اسمی پارامترهای طراحی برقرار کرد. به عنوان مثال اگر محاسبه A_s (مساحت فولاد) مد نظر باشد، یک منحنی به صورت شکل (۱) قابل ترسیم است. باید توجه داشت که هر نقطه از منحنی مذکور با n دور شبیه سازی به دست می‌آید.

و- حال به کمک رابطه‌ای نظیر منحنی نشان داده شده در شکل (۱)، می‌توان به ازای هر مقدار دلخواه شاخص ایمنی، مقدار اسمی پارامتر طراحی را تعیین کرد. همچنین می‌توان به ازای هر مقدار اسمی پارامتر طراحی، شاخص ایمنی نظیر را به دست آورد.

لازم به توضیح است که کلیه مراحل بالا به صورت خودکار و به کمک رایانه قابل انجام است. همچنین متذکر می‌شود که رابطه همانند شکل (۱) برای سایر پارامترهای طراحی، نظیر f_y, f'_c, b و d نیز قابل تولید بوده و بدین ترتیب اثر کلیه پارامترها بر طراحی قابل ارزیابی دقیق خواهد بود.



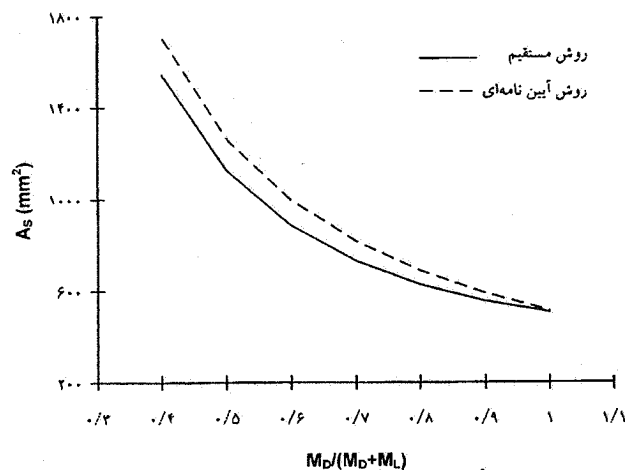
شکل ۴- درصد کاهش مصرف فولاد در طراحی به روش تمام احتمالاتی در مقایسه با روش آیین نامه‌ای

۲/۸ تا ۳/۰ قرار دارد. در این مقاله، در جهت اطمینان، حد بالا یعنی

$\beta = 3/0$ به عنوان شاخص ایمنی مطلوب انتخاب می‌شود.

مقطع مورد بحث در بخش قبل، این بار با روش تمام احتمالاتی طراحی می‌شود. به ازای هر مقدار اسمی از بارهای زنده و مرده، مقادیر اسمی سایر پارامترهای طراحی نظیر مقاومت بتن و فولاد و ابعاد و اندازه‌ها را ثابت نگهداشته و با تکرار شبیه سازی و به کمک سعی و خطا مقدار A_s نظیر $\beta = 3/0$ محاسبه می‌شود. با تغییر مقدار بار یعنی نسبت $\frac{M_D}{M_L + M_D}$ و تکرار چرخه طراحی، مقادیر فولاد نظیر سایر مقادیر بار نیز محاسبه می‌شود. به ازای هر نقطه، چون مقادیر اسمی بار و خواص مقطع (به استثنای مقدار فولاد) مشخص است، مقدار فولاد لازم را با روش آیین نامه‌ای (آبا) نیز محاسبه می‌کنیم. برای مقایسه نتایج دو روش مستقیم و آیین نامه‌ای، مقادیر محاسبه شده به دو روش در شکل (۳) رسم شده‌اند.

شکل (۳) نشان می‌دهد که روش مستقیم در مقایسه با روش آیین نامه‌ای به ازای مقادیر مساوی بار و ابعاد مقطع، فولاد کمتری مصرف می‌کند. اختلاف مقدار فولاد به نسبت بار مرده به کل بار بستگی دارد. با کوچک شدن این نسبت (یعنی با افزایش بار زنده) اختلاف بزرگ شده و میزان مصرف فولاد به میزان محسوسی تفاوت پیدا می‌کند. توجه این مطلب بدین قرار است که در روش مستقیم، شاخص ایمنی در تمامی محدوده $\frac{M_D}{M_L + M_D}$ ثابت و برابر ۳/۰ است و هیچ گونه فولاد اضافه بر مقدار لازم مصرف نمی‌شود. در حالی که در روش آیین نامه‌ای، شاخص ایمنی نوسان دارد و این نوسان باعث بزرگ شدن مقدار مصرف فولاد می‌شود. برای آنکه اختلاف مصرف فولاد به



شکل ۳- مقایسه مقدار فولاد مصرفی در طراحی به دو روش مستقیم و آیین نامه‌ای

نامه‌های آبا و ACI)، مقدار شاخص ایمنی با تغییر پارامتر طراحی (در اینجا مقدار بار) ثابت نمانده و دچار نوسان می‌شود. این نوسان به دلیل ثابت بودن مقدار ضریب بار و مقاومت در معادله طراحی و عدم انعکاس نقطه‌ای شرایط پروژه در ضوابط ایمنی است. بدیهی است که در صورت استفاده از روش تمام احتمالاتی، و رعایت شاخص ایمنی به طور نقطه‌ای، منحنی شاخص ایمنی به صورت یک خط افقی مستقیم و منطبق بر مقدار مورد نظر در پروژه در می‌آید.

نکته دیگری که می‌توان از شکل (۲) ملاحظه کرد این است که آیین نامه‌های ACI و آبا سطح اطمینان نسبتاً مشابهی درمورد خمش ارائه می‌کنند، اما در آیین نامه آبا، شاخص ایمنی اندکی بالاتر بوده و نسبتاً یکنواخت‌تر است. مورد اخیر را می‌توان به اعمال جزئی ضریب مقاومت در آیین نامه آبا، در مقایسه با اعمال ضریب کلی در آیین نامه ACI، نسبت داد.

۲-۴- مقایسه طراحی به دو روش تمام احتمالاتی و نیمه احتمالاتی

در این قسمت نحوه انجام طراحی به روش تمام احتمالاتی، در قالب مثال عددی توضیح داده می‌شود. همچنین مزایای روش مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. بر پایه گزارشها و مطالعات ارائه شده در مراجع [۹-۱۱]، شاخص ایمنی مطلوب β برای تیرهای بتن آرمه درمورد خمشی تحت اثر بارهای ثقلی مرده و زنده، در محدوده

کردن رابطه‌ی روشنی بین هزینه و سطح ایمنی، در این زمینه یک ابزار مناسب را فراهم می‌کند.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این نوشتار روشی برای طراحی تمام احتمالاتی مقاطع بتن آرمه با تکیه بر مقطع مستطیلی تحت اثر خمش ارائه شد. این روش بر پایه شبیه‌سازی مونت کارلو استوار بوده و در اساس یک روش عددی رایانه‌ای است. اهم مزایای این روش در برابر روش نیمه احتمالاتی آیین نامه‌ای، شامل موارد زیر است

● امکان اعمال شاخص ایمنی به دلخواه طراح و بنابه اقتضای هر پروژه

● ایجاد رابطه‌ی روشن بین هزینه و سطح ایمنی

● تضمین سطح ایمنی کاملاً یکنواخت در محدوده تغییرات پارامترهای طراحی و حذف هزینه‌های اضافی غیر ضروری. گرچه روش ارائه شده در این مقاله صددرصد رایانه‌ای است و استفاده از آن به صورت روابط ساده آیین نامه‌ای و به شیوه دستی ممکن نیست، اما باید توجه داشت که گاه دلایل اقتصادی و غیر اقتصادی تغییر در شاخصهای ایمنی را ملزم می‌سازد. همچنین صرفه جویی حاصل از روش مستقیم طراحی گاه قابل چشمپوشی نیست. علاوه بر این، با گسترش روزافزون صنعت پردازشگرهای عددی، پیش‌بینی می‌شود که استفاده از روشهای رایانه‌ای برای طراحی در آینده کاربرد عمومی پیدا کند.

شکل ملموستری نشان داده شود، در شکل (۴) درصد اختلاف مصرف فولاد بر حسب نسبت $\frac{M_D}{M_L + M_D}$ رسم شده است.

شکل (۴) نشان می‌دهد که میزان مصرف فولاد در محدوده تغییرات پارامترها در مثال مورد بحث، در روش تمام احتمالاتی به طور متوسط ۱۰٪ کمتر از روش آیین نامه‌ای است. نکته مهم این است که کاهش مصرف فولاد با حفظ شاخص ایمنی مطلوب به دست آمده است.

نتیجه مهمتر این است که روش تمام احتمالاتی مارا قادر می‌سازد که شاخص ایمنی را به دلخواه تعیین کنیم، در حالی که در روش آیین نامه‌ای چنین امکانی وجود ندارد. در واقع انجام طراحی با شاخصهای ایمنی بزرگتر یا کوچکتر از $\beta = 3/0$ تفاوتی در شیوه محاسبات ارائه شده در بالا ایجاد نمی‌کند. در پروژه‌های مهندسی گاه اتفاق می‌افتد که یک طرح خاص با سطح ایمنی بالاتری طراحی شود (مثلاً ساختمانهای ویژه نظیر نیروگاههای اتمی). گاهی نیز کاهش سطح ایمنی مطلوب است (مثلاً ساختمانهای موقت). به کارگیری شیوه مستقیم به روش پیشنهاد شده در این مقاله، نه تنها اعمال شاخص ایمنی مورد نظر را ممکن می‌سازد بلکه سطح اطمینان یکنواخت‌تری را بر تمامی اجزا اعمال کرده و از هزینه‌های اضافی غیر ضروری نیز می‌کاهد.

نکته آخر اینکه در روند مدیریت یک پروژه گاه لازم می‌شود که هزینه تصمیم‌گیریها مشخص شود. بدین معنی که یک طراح مایل است بداند که به ازای افزایش سطح ایمنی، چه مقدار هزینه اضافی به وجود می‌آید. یا به عکس بر پایه بودجه موجود، حداکثر ایمنی قابل حصول چقدر است. روش مستقیم تمام احتمالاتی با برقرار

واژه نامه

1. limit states method
2. safety index
3. target safety index

4. digital simulation
5. random variable
6. Monte Carlo simulation

7. partial safety factors

مراجع

1. Marek, P., Gustar, M., and Tikalsky, P.J., "Monte Carlo Simulation Tool for Better Understanding of LDFD, " *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 119, No.5, May 1993.
2. Benjamin, J.R., and Cornell, C.A., *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*,

McGraw-Hill Book Company, New York, 1970.

۳- وفایی، م. "مقایسه طراحی مقاطع بتن آرمه به دو روش اعمال مستقیم شاخص ایمنی β و روش استفاده از ضریب آیین نامه‌ای،" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تهران، پاییز ۱۳۷۶.

۴- ایرانپور، ف، "تعیین شاخص ایمنی برای آیین نامه بتن ایران و

مقایسه آن با آیین نامه های خارجی،" پایان نامه کارشناسی ارشد، " دانشکده فنی دانشگاه تهران، زمستان ۱۳۷۲.

5. Israel, M., Ellingwood, B.R., and Corotis, "Reliability Based Code Formulations for Reinforced Concrete Buildings, "*Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 113, No.10, pp. 2235-2252, October 1987.
6. Ellingwood, B.R., MacGregor, J.G., Galambos, T.V., and Cornell, C.A., "Probability Based Criteria: Load factors and load Combinations," *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 108, No. ST5, Proc. paper 17068, pp. 978-997, May 1982.
7. Mirza, S.A., and MacGregor, J.G., "Variation in Dimensions of Reinforced Concrete Members, "*Proceeding, ASCE*, Vol. 105, ST4, pp.751-766, Apr. 1979.
8. Sonia, E. Ruiz, "Reliability Associated with Safety Factors of ACI 318-89 and the Mexicocity Concrete Design Regulations," *ACI Structural Journal*, Vol. 90, No. 3, May-June 1993.
9. Galambos, T.V., Ellingood, B.R., MacGroger, J.G., and Cornell, C.A., "Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice, "*Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 108, No. ST5, Proc. paper 17067, pp. 959-977, May 1982.
10. Milford, R.V., "Load Factors for Limit State Codes," *Journal of Structural Division*, ASCE, No. 9, pp. 2053-2057, June 1986.
11. MacGreogor, J.G., "Load and Resistance Factors for Concrete Design," *ACI Journal*, Proceedings Vol. 80, No.4, pp. 279-287, July-Aug 1983.