

# ترکیب همسانسازی توربو و کدگشایی توربوی قالبی

کمال محامدپور\* و مصطفی نوربخش\*\*

دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(دریافت مقاله: ۸۱/۲/۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۳/۲۴)

**چکیده** - در این مقاله ترکیب همسانسازی و کدگشایی توربو<sup>۱</sup> مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در یک سیستم کدگشایی توربو قالبی، بر اساس کدگشایی تکراری<sup>۲</sup> یک کد ضربی<sup>۳</sup>، همسانساز در حلقه تکرار وارد می‌شود. در این تحقیق، استفاده از همسانساز DFE<sup>۴</sup> مورد نظر است که داخل حلقه تکرار کدگشای توربو قالبی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که هر چه میزان تداخل کانال بیشتر باشد، بهره حاصل از ترکیب همسانساز با کدگشای توربو نیز بیشتر است.

واژگان کلیدی: توربو کد، همسانسازی، کد ضربی

## Comdined Turbo Block Decoding and Equalization

K. Mohamed-pour and M. Noorbakhsh

Department of Electrical Engineering, Khajeh-Nassir University of Technology

**Abstract:** *In this paper, the combination of equalization and turbo decoding is studied. In the iterative decoding of a product code in block turbo coding system, the equalization process is performed within the iteration loop. The present study aims to investigate the decision feedback equalizer (DFE) incorporated in the iterative decoding. Simulation results show that the more severe the channel interference, the more the gain of the combination of DFE and turbo decoder performance compared with the case in which each is used individually.*

**Keywords:** Turbo code, Equalization, Product code

\*\* - دکترا

\* - کارشناس

به مراتب از پیچیدگی همسانسازهای ML و RBF کمتر است. در بخش دوم ابتدا مروری بر کدینگ توربوی قالبی داشته و همسانساز DFE در بخش سوم شرح داده می‌شود. سپس در بخش چهارم ترکیب کدگشای توربوی قالبی و DFE، برابرسازی توربو یا برابری معرفی و نهایتاً نتایج شبیه‌سازی و تحلیل آن ارائه می‌شود.

## ۲- کدینگ توربوی قالبی

ساختار یک کد قالبی دو بعدی یا کد ضربی در شکل (۱) نشان داده شده است. کدگشایی سطر و ستون به صورت SISO<sup>۱</sup> و بر اساس الگوریتم Chase انجام می‌شود که تبادل اطلاعات میان آنها قابل انجام است و در شکل (۲) نشان داده شده است. ورودی و خروجیهای کدگشای SISO نسبتیهای LLR<sup>۱</sup> بیت‌های کد هستند.  $L_{pri}(d_i)$  و  $L_{ch}(d_i)$  به ترتیب با روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$L_{pri}(d_i) = \log \frac{P(d_i = 1)}{P(d_i = 0)} \quad (۱)$$

$$L_{ch}(d_i) = \log \frac{P(r_i | d_i = 1)}{P(r_i | d_i = 0)} \quad (۲)$$

$r_i$  خروجی فیلتر منطبق است و در صورتی که از همسانساز استفاده شود خروجی همسانساز خواهد بود. برای کانال گوسی با سیگنالینگ BPSK یا QPSK که  $r_i$  به بیت  $d_i$  مربوط است،  $L_{ch}(d_i)$  با  $r_i$  رابطه ای خطی به صورت زیر دارد.

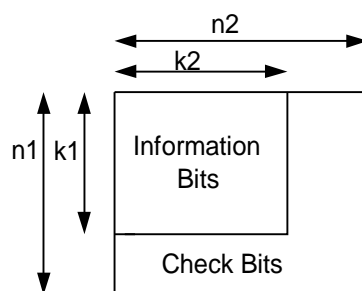
$$L_{ch}(d_i) = \frac{2}{\sigma_{noise}^2} r_i \quad (۳)$$

با مشاهده R بیت یک قالب و بر اساس آن LLR پسینه به صورت زیر تعریف می‌شود

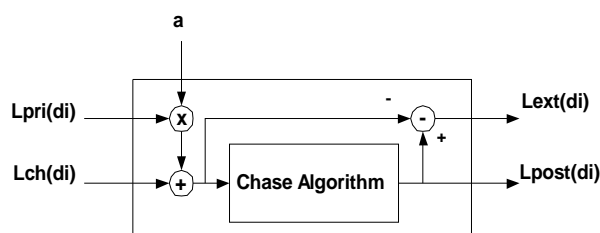
$$L_{post}(d_i) = \log \frac{P(d_i = 1 | R)}{P(d_i = 0 | R)} \quad (۴)$$

آشکارسازی بهینه بیت  $d_i$  (در حالتی که فقط یک کد به کار رود) از مقایسه این LLR با آستانه صفر و بر اساس تصمیم‌گیری MAP<sup>۱</sup> انجام می‌یابد.  $L_{ext}(d_i)$  که اطلاعات خروجی نامیده می‌شود میزان بهبود را نسبت به LLR های

از سال ۱۹۹۳ که کدهای توربو اختراع و معرفی شدند نشان داده شده است که چنانچه اطلاعاتی میان پردازشهای مختلف در گیرنده مبادله شود عملکرد سیستم بهبود می‌یابد [۱]. در کدگشایی کدهای قالبی توربو که در [۲] معرفی شده است از دو کدگشا برای سطرها و ستونهای یک کد قالبی دوبعدی (کد ضربی) استفاده می‌شود. اگر همسانساز در حلقه تکرار کدگشایی توربو قرار گیرد و اطلاعات لازم را از هر دو کدگشا دریافت کند بهره بیشتری به دست می‌آید. ترکیب همسانسازی و کدگشایی توربو را برابرسازی توربو یا برابری توربو می‌نامند که تا کنون مورد بررسی قرار گرفته شده است [۳-۱۰]. نوع کدهای توربوی به کار رفته کانولوشنال یا قالبی، و نوع همسانسازها DFE، ML<sup>۰</sup> یا RBF<sup>۱</sup> بوده است. همسانساز ML آشکارساز بهینه دنباله سمبلهای ارسال شده است که در ساختار ترلیز با الگوریتم ویتربی انجام می‌شود [۳-۵]. همسانساز RBF آشکارساز بهینه سمبل به سمبل است که ساختار آن منطبق بر شبکه عصبی RBF است [۷-۱۰]. در این حال همسانساز DFE با دو فیلتر خطی FIR<sup>۲</sup> با وجود کارایی قابل قبول، پیچیدگی کمی نسبت به همسانسازهای ML و RBF دارد [۶، ۱۱]. در کاربردهای با گذردهی<sup>۳</sup> بالا استفاده از کدهای قالبی مناسب است [۱۳]. در [۳-۱۰] کدهای توربوی به کار رفته (کانولوشنال یا قالبی) با الگوریتمهای MAP<sup>۴</sup> یا Log-MAP کدگشایی می‌شوند. چنین روشی برای کد توربوی قالبی با ابعاد بزرگ مشکل بار محاسباتی سنگین (با افزایش به صورت نمایی) ایجاد می‌کند. در این تحقیق از همسانساز DFE و یک کدگشای توربوی قالبی استفاده می‌شود که با الگوریتم Chase کدگشایی می‌شود [۲]. با استفاده از این الگوریتم می‌توان کدهای توربوی قالبی با ابعاد بزرگ را نیز بدون افزایش پیچیدگی به صورت نمایی کدگشایی کرد [۱۴]. بنابراین سیستم پیشنهاد شده در این مقاله برای مخابرات با سرعت بالا و کاربردهایی نظیر xDSL مناسب است. در کانال انتقال کاربردهای xDSL (زوج سیم تابیده) که پهنای پاسخ ضربه کانال زیاد است، پیچیدگی DFE



شکل ۱- ساختار یک کد ضربی



شکل ۲- کدگشای SISO بر اساس الگوریتم Chase

مبتنی بر تصمیم<sup>۱۷</sup> و کور<sup>۱۸</sup> قابل استفاده است. ضرایب فیلتر در حالت مبتنی بر تصمیم با رابطه (۶) تعیین می‌شود.

$$w_i[n+1] = w_i[n] - \mu x[n-i]e^*[n] \quad (6)$$

که در آن  $x[n]$  ورودی فیلتر،  $e[n]$  سیگنال خطا، و  $\mu$  ثابت مربوط به سرعت الگوریتم LMS است. در تطبیق مستقیم سیگنال خطا چنین به دست می‌آید:

$$e[n] = d[n] - z[n] \quad (7)$$

که در آن  $z[n]$  خروجی نرم همسانساز و  $d[n]$  تصمیم‌گیری روی  $z[n]$  و تخمینی از سمبلهای ارسالی است. شکل ۵ منحنی یادگیری<sup>۱۹</sup> تطبیقی مبتنی بر تصمیم را نشان می‌دهد.

#### ۴- ترکیب DFE و کدگشای توربوی قالبی

در طرح جدیدی که ارائه می‌شود به جای بلوک تصمیم‌گیری در شکل (۴) ساختار کدگشای توربوی شکل (۳) قرار داده می‌شود. این ترکیب جدید در شکل (۶) دیده می‌شود. در این سیستم جدید LLR کانال، از جمع خروجیهای فیلترهای همسانساز FF و FB

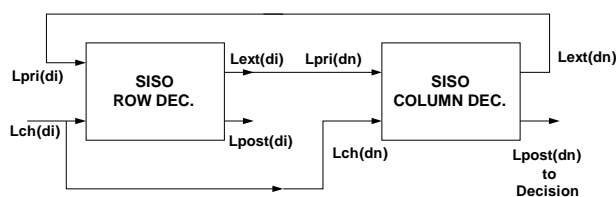
ورودی نشان می‌دهد که ناشی از عمل کدینگ است و مطابق رابطه (۵) تعیین می‌شود.

$$L_{ext}(d_i) = L_{post}(d_i) - L_{pri}(d_i) - L_{ch}(d_i) \quad (5)$$

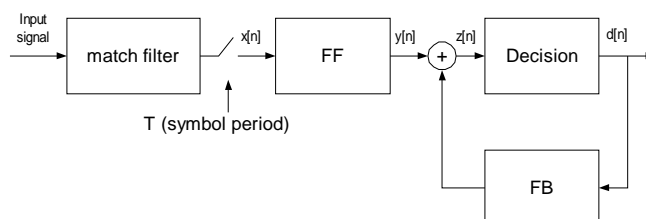
در کدگشایی تکراری (یا توربو) کدهای سازنده سطر و ستون کد ضربی  $L_{ext}(d_i)$  یک کدگشا به عنوان  $L_{pri}(d_i)$  کدگشای دوم قرار می‌گیرد همان گونه که در شکل (۳) نشان داده شده است. در تکرارهای ابتدایی چون  $L_{pri}(d_i)$  خیلی قابل اعتماد نیست با یک فاکتور متغیر تضعیف می‌شود که با ادامه تکرار این فاکتور به یک می‌رسد. مقدار  $L_{pri}(d_i)$  در اولین تکرار برابر صفر گذاشته می‌شود.

#### ۳- همسانساز DFE

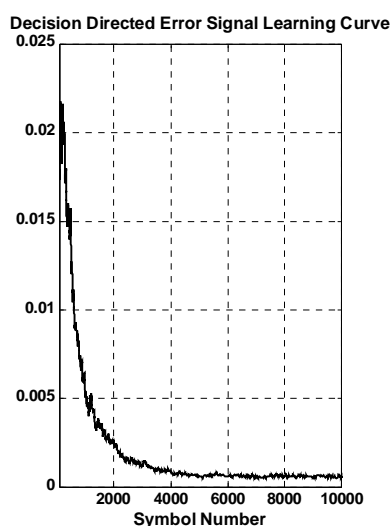
همسانساز DFE یکی از کاراترین ترین همسانسازهاست که در [۱۱] شرح داده شده است. نمودار جعبه‌ای نمونه‌وار یک همسانساز DFE در شکل (۴) نشان داده شده است که از دو فیلتر خطی متقاطع<sup>۱۳</sup> یکی به صورت FF<sup>۱۴</sup>، و دیگری به صورت FB<sup>۱۵</sup> تشکیل می‌شود. الگوریتم LMS<sup>۱۶</sup> یکی از بهترین الگوریتمها در فرایند تطبیق برای DFE است که برای هر دو حالت تطبیق



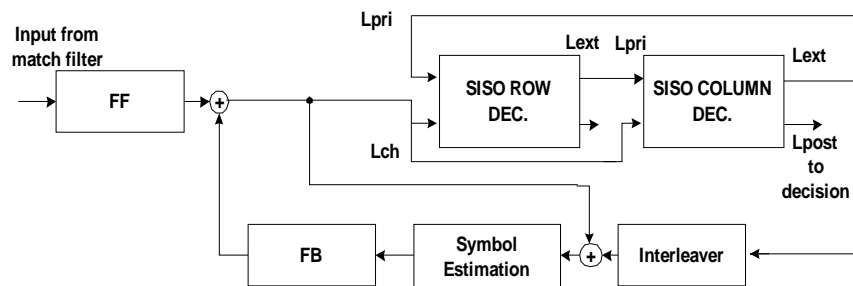
شکل ۳- کدگشای توربوی قالبی



شکل ۴- ساختار یک همسانساز DFE



شکل ۵- منحنی یاد گیری در حالت تطبیق مثبتی بر تصمیم



شکل ۶- ترکیب DFE و کدگشای توربو

پس از نرمالیزه کردن آنها برای حذف  $2/\sigma_{\text{noise}}^2$  تعیین می‌شوند. LLR خروجی کدگشای توربو موجب بهبود LLR کانال شده که با به کارگیری جمع این LLR ها تخمین علامت برای فیلتر همسانساز صورت می‌گیرد. قابل توجه اینکه در DFE معمولی تصمیم سخت<sup>۲۰</sup> بدون توجه به کدینگ به عنوان ورودیهای فیلتر FB به کار می‌رود. تخمین علامت به صورت نرم<sup>۲۱</sup> نیز قابل انجام است. در تخمین سخت در DFE ورودیها از جمع خروجی LLR کانال و کدگشای دوم به جای خروجی فیلترهای FF و FB می‌گیرد. یعنی اگر  $L_i$  ورودی تخمین زنده باشد داریم:

پس از نرمالیزه کردن آنها برای حذف  $2/\sigma_{\text{noise}}^2$  تعیین می‌شوند. LLR خروجی کدگشای توربو موجب بهبود LLR کانال شده که با به کارگیری جمع این LLR ها تخمین علامت برای فیلتر همسانساز صورت می‌گیرد. قابل توجه اینکه در DFE معمولی تصمیم سخت<sup>۲۰</sup> بدون توجه به کدینگ به عنوان ورودیهای فیلتر FB به کار می‌رود. تخمین علامت به صورت نرم<sup>۲۱</sup> نیز قابل انجام است. در تخمین سخت در DFE ورودیها از جمع خروجی LLR کانال و کدگشای دوم به جای خروجی فیلترهای FF و FB می‌گیرد. یعنی اگر  $L_i$  ورودی تخمین زنده باشد داریم:

$$L_i = (2/\sigma_{\text{noise}}^2)(L_{\text{ext}2}(d_i) + r_i) \quad (8)$$

و تخمین سخت آن عبارت است از:

$$\hat{S}_{i(\text{HARD})} = d[i] = \begin{cases} 0 & L_i > 0 \\ 1 & L_i \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

که  $\hat{S}_i$  ورودی فیلتر FB است. در صورت نرم تخمین از نوع حداکثر احتمال است. اگر LLR بیت  $d_i$ ،  $L_i$  باشد در این صورت [۶]:

$$\hat{S}_{i(\text{SOFT})} = E\{d_i\} = \frac{1 - e^{-L_i}}{1 + e^{-L_i}} \quad (10)$$

تخمین نرم اگرچه عملکرد را بهبود می‌بخشد، ولی پیچیده‌تر است و برای آن تخمین واریانس نویز خروجی DFE لازم است. در تخمین نرم سیگنال خطای  $e[n]$  برای تطبیق LMS از اختلاف تخمین نرم و ورودی محدودکننده  $z[n]$  به دست می‌آید.

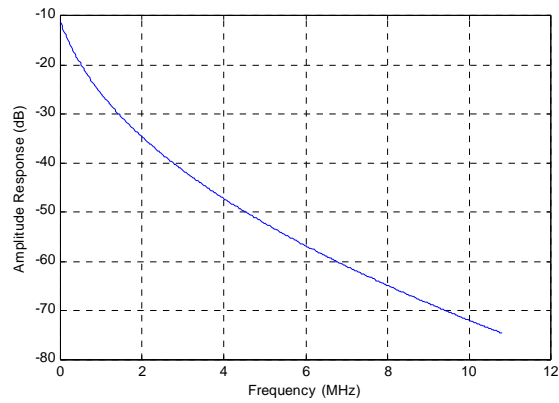
$$e[n] = \hat{S}_n(\text{SOFT}) - z[n] \quad (11)$$

پیچیدگی ترکیب DFE با کدگشای توربو: عمده پیچیدگی (پیچیدگی به صورت میزان اعمال لازم جمع، ضرب، تفریق، یا تقسیم) به ازای هر بیت اطلاعات تعریف می‌شود. گیرنده مربوط به کدگشای توربوست. اگر تعداد دفعات تکرار را با  $N_{\text{itr}}$ ، پیچیدگی کدگشای توربو را با  $C_{\text{TC}}$ ، و پیچیدگی همسانساز DFE را با  $C_{\text{DFE}}$  نشان دهیم،  $C_{\text{TC}} \gg C_{\text{DFE}}$  در حالت کدگشایی و همسانساز مجزا پیچیدگی کل برابر  $C_{\text{TC}} + C_{\text{DFE}}$  است. در حالت ترکیب DFE با کدگشای توربو، این پردازش به تعداد دفعات تکرار انجام می‌شود. لذا پیچیدگی کل برابر

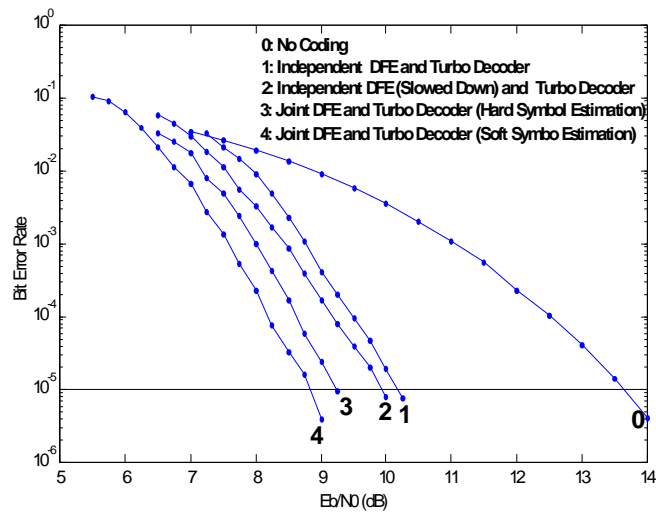
## ۵- شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

شبیه‌سازی برای یک زوج سیم بهم تابیده<sup>۲۲</sup> به طول یک کیلومتر که معمولاً به عنوان کانال انتقال مدم xDSL به کار گرفته می‌شود انجام گرفته است [۱۴]. پاسخ فرکانسی این کانال در شکل (۷) دیده می‌شود. ابتدا برای سرعت داده  $2.7 \text{ Msymb/sec}$  و حامل فرکانسی  $1.82 \text{ MHz}$  و مدولاسیون 4QAM (مناسب برای Down stream) با شکل پالس کسینوسی صعودی<sup>۲۳</sup> این شبیه‌سازی انجام شده است. کد توربوی قالبی مورد استفاده در این حالت  $\text{BCH}(32,26)^2$  است. نتایج این شبیه‌سازی در شکل (۸) نشان داده شده است. با افزایش سرعت داده ISI شدیدتر می‌شود. بهره حاصل از ترکیب کدگشایی و همسانساز از مقایسه منحنیهای ۱، ۳ و ۴ مشخص می‌شود که حداکثر  $1.48 \text{ dB}$  است. مقایسه منحنیهای ۳ و ۴ بهره ناشی از تخمین نرم را در مقابل تخمین سخت نشان می‌دهد که  $0.46 \text{ dB}$  است.

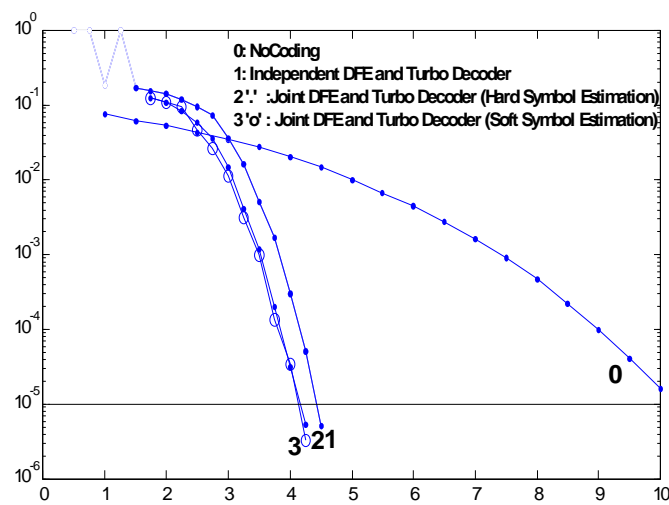
از آنجا که در حالت ترکیب کدگشایی و همسانساز پردازش تطبیق نیز به تعداد دفعات تکرار (۴ دفعه در شبیه‌سازی انجام شده) انجام می‌شود، می‌توان ثابت سرعت تطبیق،  $\mu$  را بر دفعات تکرار تقسیم نمود، بدون اینکه فرایند تطبیق کند شود. در شبیه‌سازی مربوط به منحنیهای ۳ و ۴ چنین عمل شده است. اگر چنین عملی را برای حالت کدگشایی و همسانساز مجزا انجام دهیم منحنی ۲ به دست می‌آید که در قبال کاهش سرعت تطبیق، بهتر از منحنی ۱ است. زیرا کاهش ثابت  $\mu$  موجب کاهش اغتشاش در روند تطبیق می‌گردد. ولی با این وجود، ترکیب DFE و کدگشای توربو عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی با سرعت  $0.954 \text{ Msymb/sec}$  و حامل  $4.52 \text{ MHz}$  (مناسب برای Up-stream) با همان سیگنالینگ و کد توربو انجام گردیده است که نتایج در شکل (۹) نشان داده شده است. در این حالت به علت کاهش سرعت ISI خیلی شدید



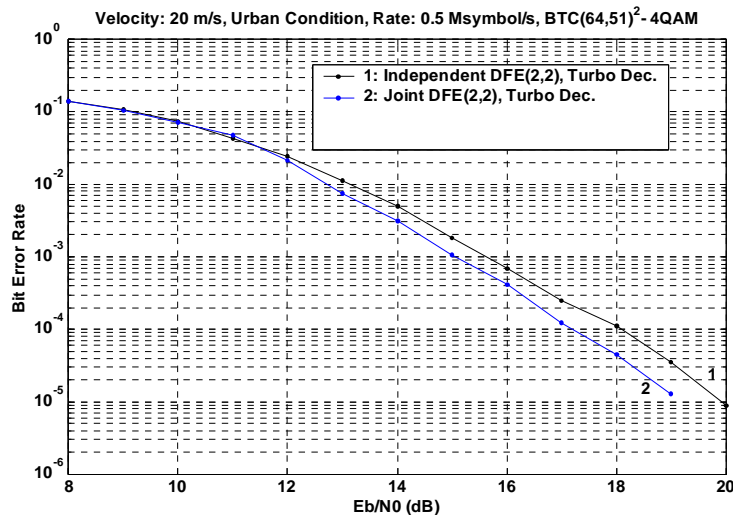
شکل ۷- پاسخ فرکانسی کانال به طول 1km



شکل ۸- نتایج شبیه سازی برای 2.7 Msymb/sec و حامل 1.82MHz



شکل ۹- نتایج شبیه سازی برای 0.945 Msymb/sec و 4.52MHz



شکل ۱۰- عملکرد همسانسازهای DFE و RBF با کدینگ  $BTC(64,51)^2$  در کانال فیدینگ با مشخصات ارائه شده در جدول (۱). نرخ سمبل،  $0.5 \text{ Msymbol/sec}$ ، سرعت گیرنده  $20 \text{ m/s}$  و مدولاسیون 4-QAM است.

جدول ۱- مقادیر تأخیر و توان نسبی مسیرها برای محیط شهری برای مدل چند مسیره کانال

$\theta_i$ ( $\mu\text{s}$ )	۰	۰/۲	۰/۵	۱/۶	۲/۳	۵/۰
$P_i$ (dB)	-۳	۰/۵	-۲	-۶	-۸	-۱۰

مربوط به ترکیب همسانساز و توربو دیکدینگ، حالت تخمین سمبل به صورت سخت را نشان می دهند. نتایج شبیه سازی نشان داده است که در این وضعیت تخمین سمبل نرم در مقابل تخمین سمبل سخت بهره چندانی ندارد. همان طور که مشاهده می شود در این حالت، ترکیب همسانساز و توربو کدینگ حدود  $0.7 \text{ dB}$  بهره در احتمال خطای بیت  $10^{-5}$  ایجاد می کند.

## ۶- نتیجه گیری

در این تحقیق طرح جدید ترکیب DFE و کدگشایی توربوی قالبی ارائه و عملکرد آن در مقابل عملکرد جداگانه آنها مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان می دهد که در حالتی که ISI شدید است بهبود قابل توجه است. همچنین در این حالت تخمین نرم برای ورودی فیلتر FB می تواند بهره بیشتری را بدهد. در مقایسه با کدگشایی و همسانساز با ترلیز پیچیدگی طرح جدید بسیار کمتر است مخصوصاً وقتی که از مدولاسیونهای با گذردهی بالاتری نیز استفاده شود.

نمی باشد. دیده می شود که بهره حاصل از ترکیب DFE و کدگشای توربو چندان زیاد نیست و در حدود  $0.37 \text{ dB}$  می باشد. علاوه بر این دیده می شود تخمین علامت به صورت نرم بهبودی نسبت به سخت ندارد.

در ادامه، عملکرد همسانساز DFE به همراه کدگشای توربوی قالبی، در دو حالت مجزا و توأم، برای کانال فیدینگ رایلی ارائه می گردد. تعداد ضرایب فیلترهای FF و FB برابر ده می باشد. کانال مورد نظر، متناسب با محیط شهری<sup>۲۴</sup> در باند GSM می باشد و مشخصات مدل چند مسیره آن در جدول (۱) آورده شده است [۱۲]. در این حالت برای تطبیق همسانساز به جای استفاده از الگوریتم LMS، از روش تخمین پاسخ ضربه کانال به کمک دنباله آموزشی<sup>۲۵</sup> و تنظیم ثابت ضرایب در طول مدت هر فریم استفاده شده است [۱۴]. دلیل استفاده از این روش این است که در یک وضعیت فیدینگ شدید الگوریتم LMS نمی تواند کانال را ردگیری کند و از آن وضعیت به بعد همسانساز از کار می افتد. در شکل (۱۰) احتمال خطا در حالت استفاده از مدولاسیون 4-QAM رسم شده است. منحنیهای

1. turbo decoding
2. iterative decoding
3. product code
4. decision feedback equalizer
5. maximum likelihood
6. radial basis function network
7. finite impulse response
8. throughput
9. maximum A'posteriori
10. soft input-soft output
11. log likelihood ratio
12. maximum a priori probability
13. transversal
14. feedforward
15. feedback
16. least mean square
17. decision directed
18. blind adaptation
19. learning curve
20. hard decision
21. soft decision
22. twisted pair
23. raised cosine
24. urban
25. training sequence

## مراجع

1. C.Berrou, A.Glavieux, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes," ICC93, May 1993, pp.1064-70
2. R.M.Pyndiah, "Near-optimum decoding of product codes: Block Turbo Codes," IEEE Trans. Comm. Aug 1998, pp.1003-1010
3. D. Raphaeli, Y.Zarai, "Combined turbo equalization and turbo decoding," IEEE GLOBECOM 1997, pp. 639-643
4. P. Magniez, P. Duhamel, "Turbo-Equalization applied to Trellis-Coded-Modulation," Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE 50<sup>th</sup> volume, pp. 2556-2560, vol. 5
5. J. Garcia-Frias, J.D. Villiasenor, "Blind turbo decoding and equalization," Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE 49<sup>th</sup> volume, pp.1881-5, vol 3
6. D.Raphaeli, A. Saguy, "Linear equalization for turbo equalization A new optimization criterion for determining the equalizer taps," Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Symposium on Turbo Codes & Related Topics, Brest, France, September 2000, pp.371-374
7. M. S. Yee, T. H. Liew, L. Hanso, "Block turbo coded burst-by-burst adaptive radial basis function decision feedback equalizer assisted modems," Proceeding of IEEE Vehicular Tech. Conf., vol .3, Sept. 1999, pp. 1600-1604.
8. M.S. Yee, T.H. Liew, L. Hanso, "Burst-by-burst adaptive turbo coded radial basis function-assisted decision feedback equalization," IEEE Trans. Communications, vol. 49, no. 11, Nov. 2001, pp. 1935-1945.
9. M.S. Yee, S. X. Ng, L. Hanso, "Iterative radial basis function assisted turbo equalization of various coded modulation schemes," Vehicular Technology Conference, 2002. VTC Spring 2002. IEEE 55<sup>th</sup> , Vol. 4 , pp. 1705 –1709.
10. M.S. Yee, B.L. Yeap, L. Hanso, "Radial basis function assisted turbo equalization," Proceeding of IEEE Vehicular Tech. Conf. (Japan), May 2000, pp. 640-644.
11. J.G.Proakis, "Digital Communications," McGraw-Hill, 1995, third edition.
12. M.C. Jeruchim, P. Balaban, K. S. Shanmugan, "Simulation of Communication Systems, Modeling, Methodology, and Techniques," Kluwer Academic Publishers, 2000.
13. Y. Zou, J. Dong, D. Li, "A Performance Comparison Between PCCC and TPC," Proceedings of Third International Symposium on Communication Systems Networks and Digital Signal Processing, 15-17 July 2002, pp. 58-61.
14. مصطفی نوربخش، «سیستم مخابراتی مبتنی بر ترکیب همسانساز با توربو دیکدینگ قالبی و مدولاسیونهای با گذردهی بالا»، رساله دکتری در مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۲.