

کنترل پرش هیدرولیکی با یک و دو دیواره ممتد در حوضچه آرامش افقی

محمدکریم بیرامی* و مریم ایلاقی حسینی**
دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۲/۱۲/۱۸ - دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۶/۲۸)

چکیده - کنترل پرش هیدرولیکی در حوضچه آرامش افقی سرریز اوجی استاندارد با استفاده از یک و دو دیواره ممتد مورد بررسی قرار گرفته است. برای این امر از پنج دیواره با ارتفاعهای مختلف و ترکیبی از آنها استفاده شد. آزمایشها برای دو فاصله دیوار اول از پنجه پرش (انتهای انحنای سرریز) انجام گرفت. در هر دو مورد خصوصیات اصلی پرش هیدرولیکی، شامل عمق ثانویه پرش، طول گرداب پرش و افت نسبی در پرش مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. بر اساس معادله اندازه حرکت و استفاده از یک ضریب تجربی، روشی اتخاذ شده است که بر اساس آن عمق ثانویه پرش حاصل می شود. با به کارگیری نتایج آزمایشگاهی یک رابطه ریاضی برای پیش بینی طول گرداب پرش ارائه شده است. نتایج حاصل از این روشها با داده های آزمایشگاهی و کارهای دیگران مقایسه شده و جوابهای قابل قبول را به دست داده است. داده های آزمایشگاهی بر روی یک و دو دیواره نشان داد که کوتاه بودن فاصله دیواره تا پنجه پرش و به خصوص افزایش ارتفاع دیواره نقش کاهنده عمق ثانویه و طول گرداب پرش را ایفا می کند ولی باعث افزایش افت انرژی می شود.

واژگان کلیدی: پرش هیدرولیکی، عمق ثانویه پرش، طول گرداب پرش، افت انرژی در پرش، حوضچه آرامش و کنترل پرش

Forced Hydraulic Jump by One and Two Continuous Sills in a Horizontal Stilling Basin.

M. k. Beirami and M. Ilaghi Hoseiny
Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: Forced hydraulic jump in a horizontal stilling basin with one and two continuous sills at the downstream end of an ogee standard weir was investigated. Experiments were completed on sills of five different heights which were fixed at two different distances from the toe of the weir. The main characteristics of the jump such as the sequent depth ratio, relative roller

** - دانشجوی کارشناسی ارشد

* - استادیار

length, and relative energy loss were analysed. Based on the momentum equation and using an experimental coefficient, a method was adopted to predict the sequent depth ratio. Using the results of the experiments, an analytical expression was developed for the prediction of the relative roller length. These methods agree well with the writers' and other investigators' experiments. The results of experiments on one and two prolonged sills showed that by increasing the height of the sill or shortening the distance of the sill from the toe of the weir, the reduction of the sequent depth and also the roller length obtains, but the energy loss increases.

Keywords: Hydraulic jump, Sequent depth, Roller length, Energy loss, Stilling basin and Forced jump

فهرست علائم

P ارتفاع سرریز اوجی	d_1 عمق اولیه پرش
q دبی در واحد عرض	d_2 عمق ثانویه پرش
r شعاع انحنا در پنجه سرریز	d_{2b} عمق ثانویه پرش کلاسیک
R نیروی عکس‌العمل از طرف دیواره بر آب	d_{2r} عمق آب در انتهای گرداب
s_1 ارتفاع دیواره اول	D_t عمق نسبی ثانویه پرش
s_2 ارتفاع دیواره دوم	D_{tb} عمق نسبی ثانویه پرش کلاسیک
s_R ارتفاع نسبی دیواره نسبت به عمق اولیه	E انرژی جریان
V_1 سرعت متوسط جریان در مقطع اولیه پرش	F_1 عدد فرود در مقطع اولیه پرش
V_2 سرعت متوسط جریان در مقطع ثانویه پرش	F_f نیروی اصطکاک خارجی در حجم کنترل
ΔE افت انرژی در پرش	g شتاب ثقل
ΔL_s فاصله بین دو دیواره متوالی	H هد استاتیکی روی تاج سرریز
γ وزن مخصوص آب	L_r طول گرداب پرش
	L_s فاصله قرار گیری دیواره از پنجه پرش

۱- مقدمه

است. اما در مورد کنترل پرش در پایین دست سرریز اوجی و به خصوص به کارگیری دو دیواره برای کنترل پرش مطالعات بسیار اندک است.

اولین مطالعات در زمینه کنترل پرش با یک دیواره ممتد توسط شکری [۱] انجام گرفت. ایشان با انجام یکسری آزمایش نشان داد که عدد فرود در مقطع اولیه پرش F_1 ، فاصله قرارگیری دیواره از پنجه پرش L_s و ارتفاع نسبی دیواره $\frac{s}{d_1}$ (s ارتفاع دیواره و d_1 عمق اولیه پرش است) و همچنین عمق آب در پایاب d_2 در چگونگی شکل‌گیری جریان عبوری از روی دیواره موثرند. رند [۲] با قراردادن یک دیواره در مسیر جریان

پرش هیدرولیکی از نوع جریانهای متغیر سریع است که در آن جریان از حالت فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر می‌یابد. پرش هیدرولیکی معمولاً در حوضچه‌های آزمایش سازه‌های هیدرولیکی کوتاه مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای کاهش عمق ثانویه پرش هیدرولیکی و طول آن و همچنین افزایش افت انرژی در پرش هیدرولیکی ممکن است از یکسری دیواره^۱ در طول پرش یا از یک سری بلوکهای بتنی^۲ استفاده شود. تاکنون تحقیقات ارزشمندی در مورد کنترل پرش هیدرولیکی با استفاده از یک دیواره در پایین دست دریچه‌های کشویی صورت گرفته

نشان داد که با افزایش ارتفاع دیواره s و کاهش L_s عمق آب در پایاب کاهش می‌یابد. وی همچنین [۳] به مقایسه میزان افت انرژی روی تک دیواره‌های ممتد^۳ و دنداندار^۴ پرداخت و نتیجه گرفت که دیواره‌های ممتد نسبت به دیواره‌های دنداندار افت انرژی بیشتری را ایجاد می‌کنند. نارایانان و شویزاس [۴] با قراردادن یک دیواره در مسیر پرش، جریان را بر اساس تشکیل شدن پرش در بالادست یا پایین دست دیواره و یا مستغرق شدن پرش بررسی کردند. آنها نشان دادند که ضریب دراگ^۵ وارد بر دیواره با افزایش فاصله پنجه پرش از دیواره کاهش می‌یابد. کارکی [۵] تشکیل شدن و یا نشدن پرش در جریان عبوری از روی یک دیواره را بر اساس F_1 و ارتفاع نسبی دیواره مورد بررسی قرار داد. اوتسو و یاسودا [۶] جریان عبوری از روی دیواره را به سه دسته زیر تقسیم کردند: (۱) پرش نوع اول که در آن وضعیت بالادست مانع تحت تاثیر عمق آب در پایاب است. (۲) پرش نوع دوم که وضعیت بالادست مانع تحت تاثیر شرایط پایین دست نیست و (۳) برخورد آزاد جریان به دیواره وعدم تشکیل پرش در بالادست. آنها با استفاده از مقادیر آزمایشگاهی d_2 و $\frac{s}{d_1}$ مقادیر بحرانی این پارامترها را برای تبدیل از یک حالت به حالت دیگر به دست آوردند. اوتسو و یاسودا [۷] برای حالات جریان مشاهده شده در کار قبلی خود با اندازه‌گیری فشار بر روی دیواره، روابط تجربی برای محاسبه نیروی دراگ وارده بر دیواره در هر یک از سه حالت فوق ارائه دادند.

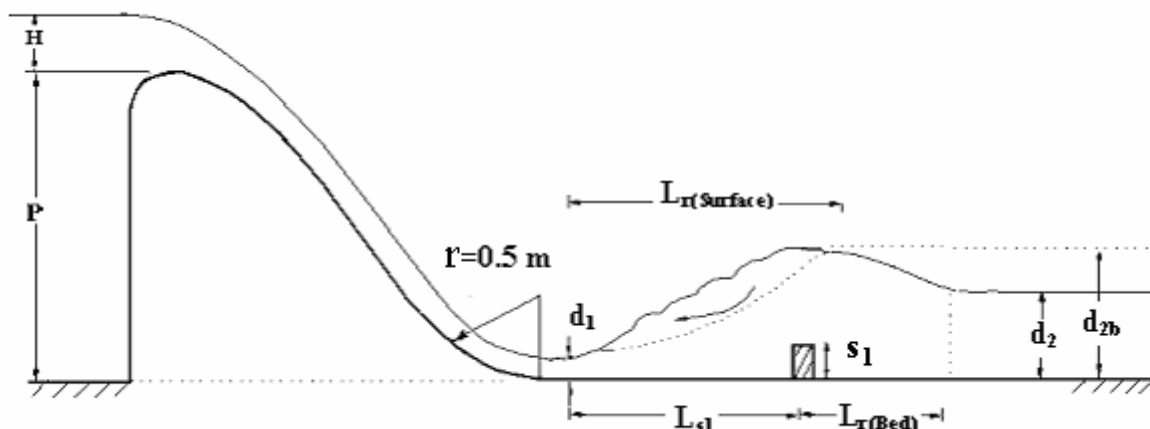
بررسی منابع نشان می‌دهد که روابط نیمه تجربی ارائه شده برای محاسبه عمق ثانویه پرش بر اساس در نظر گرفتن نیروی دراگ وارده بر دیواره از طریق سرعت جریان در عمق اولیه پرش استوار است. در این تحقیق، رابطه‌ای بر اساس معادله اندازه حرکت برای محاسبه عمق ثانویه پرش با توجه به فشار وارده بر دیواره ارائه شده است. با توجه به اینکه در کارهای دیگران برای طول گرداب پرش رابطه تجربی ارائه نشده است، در این تحقیق سعی شده است که با روش خاص این موضوع

مورد توجه قرار بگیرد. همچنین از آنجایی که در مورد قرارگیری دو دیواره متوالی ممتد در مسیر پرش هیدرولیکی مطالعات کافی انجام نشده است، در این تحقیق شرایط پرش هیدرولیکی با دیواره متوالی و با ارتفاعهای یکسان و متفاوت مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج آن با نتایج حاصله از یک دیواره مقایسه شد.

۲- مدل آزمایشگاهی و روش انجام آزمایش

مطالعات در کانال آزمایشگاهی به طول کل ۱۱ متر، طول مفید ۹ متر و عرض ۰/۴۰۴ متر انجام شد. آب از مخزن زیرزمینی به گنجایش ۸۰ متر مکعب توسط پمپ پس از عبور از دبی‌سنج توربینی وارد مخزن فولادی ابتدای کانال می‌شد. مخزن در ابتدای کانال به منظور ایجاد بار آبی کنترل شده و آرام کردن جریان ورودی به کانال در نظر گرفته شده بود. با تمهیدات انجام شده آب طوری وارد کانال می‌شد که هیچ گونه گردابی در کانال ایجاد نشود. در فاصله ۲/۲ متر از ابتدای کانال یک سرریز اوجی از جنس ورقه فولاد گالوانیزه قرار داشت. این سرریز دارای ارتفاع ۰/۹ متر، دبی طراحی ۸۰ لیتر در ثانیه، ارتفاع استاتیکی برای دبی طراحی ۲۰ سانتیمتر و انحنای سرریز با شعاع ۰/۵ متر بود، شکل (۱). در پایین دست سرریز سطح افقی به طول ۴/۶ متر وجود داشت. در انتهای این سطح، دریچه کشویی برای تنظیم و کنترل سطح آب در نظر گرفته شده بود. دیواره سمت راست کانال شیشه‌ای و دیواره سمت چپ و همچنین کف کانال از فولاد صاف و گالوانیزه ساخته شده بود. جریان بعد از دریچه به مخزن دیگری می‌ریخت که در انتهای آن سرریز لبه تیز برای اندازه‌گیری دبی جریان قرار داشت.

در هر آزمایش ابتدا دیواره در فاصله مورد نظر نصب و سپس برای هر مقدار دبی Q تنظیم شده پارامترهای لازم اندازه‌گیری می‌شد. پارامترهای اندازه‌گیری شده در هر آزمایش عبارت بودند از: عمق اولیه پرش d_1 ، عمق ثانویه پرش d_2 ، طول گرداب پرش L_T و هد استاتیکی آب روی تاج سرریز H .



شکل ۱- طرح شماتیکی از سرریز و حوضچه آرامش مورد استفاده در انجام آزمایشها

مجموع ۱۵۰ آزمایش انجام گرفت. در این مرحله از دیواره‌های با ارتفاع‌های مختلف یاد شده استفاده شد و فاصله پنجه پرش تا اولین دیواره همانند مرحله تک دیواره بود.

۳- عمق ثانویه پرش

۳-۱ مدل ریاضی پیشنهادی

برای محاسبه عمق ثانویه پرش هیدرولیکی از معادله اندازه حرکت در جهت افق استفاده شده است. این معادله برای واحد عرض کانال به صورت زیر نوشته می‌شود، شکل (۲):

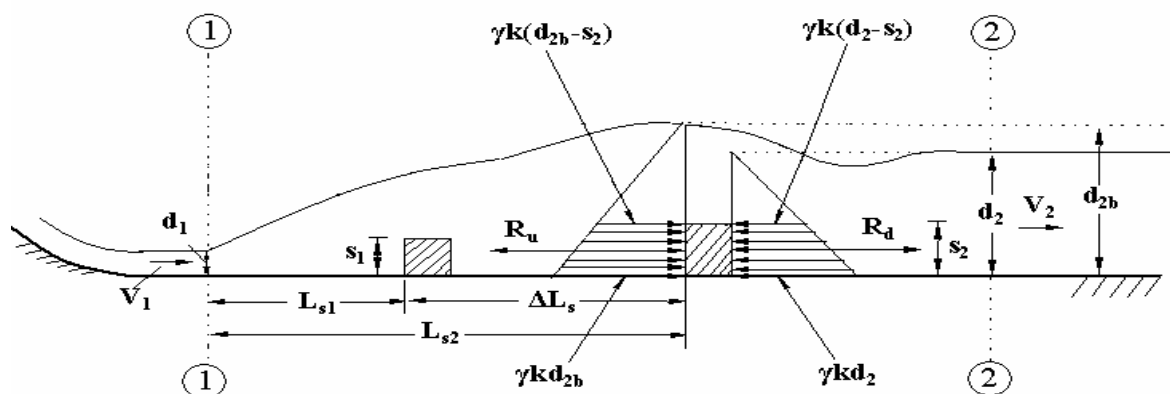
$$\frac{1}{2} \gamma d_1^2 - \frac{1}{2} \gamma d_2^2 - R - F_f = \frac{\gamma}{g} q (V_2 - V_1) \quad (1)$$

که در آن γ وزن مخصوص آب، R نیروی عکس‌العمل از طرف دیواره‌ها بر آب، F_f نیروی اصطکاک خارجی در حجم کنترل بین مقاطع (۱) و (۲)، q دبی در واحد عرض، g شتاب ثقل و V_1 و V_2 به ترتیب سرعت متوسط جریان در ابتدا و انتهای حجم کنترل است. در معادله (۱) از نیروی اصطکاک خارجی، F_f ، به خاطر ناچیز بودن مقدار آن می‌توان صرف‌نظر کرد.

۳-۱-۱ روش پیشنهادی برای محاسبه R

از آنجایی که جریان در بالادست دیواره‌ها تمایل به تشکیل عمق ثانویه پرش هیدرولیکی کلاسیک را داراست، بر سطح

شکل (۱). اندازه‌گیری دبی جریان با سه روش شامل دبی‌سنج توربینی، سرریز اوچی و سرریز مستطیلی لبه تیز انجام می‌گرفت و متوسط این مقادیر به عنوان دبی نهایی منظور می‌شد. محدوده دبی جریان از $10/3$ تا 62 لیتر در ثانیه متغیر بود و عدد فرود در پنجه پرش در محدوده 7 تا 12 قرار داشت. از سطح‌سنج با خطای $\pm 0/1$ میلی‌متر برای اندازه‌گیری عمق آب استفاده می‌شد. برای اندازه‌گیری عمق اولیه پرش از یک وسیله مخصوص الکتریکی مجهز به سنسور، که برای همین منظور طراحی شده بود، استفاده می‌شد. در این مرحله، یک عمق در وسط و دو عمق در کنار دیواره کانال اندازه‌گیری می‌شد و متوسط آنها به عنوان عمق جریان منظور می‌شد. برای شناسایی انتهای گرداب پرش، نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شد که آب در آن نقطه به صورت چشمه جوشیده و یک وضعیت ایستایی را ایجاد می‌کرد. برای تعیین دقیق این نقطه محلول پرمنگنات پتاسیم به سطح آب تزریق می‌شد. در مرحله اول این تحقیق در مسیر پرش یک دیوار با ضخامت 20 میلی‌متر و با پنج ارتفاع 5 ، 10 ، 20 و 30 میلی‌متر قرار داده شد. این دیواره‌ها ابتدا در فاصله 350 میلی‌متر و سپس در فاصله 650 میلی‌متر از انتهای سرریز اوچی (پنجه پرش) قرار داده می‌شدند. در مرحله تک دیواره در مجموع 60 آزمایش انجام گرفت. در مرحله دوم دو دیواره متوالی در فاصله 300 میلی‌متری از یکدیگر قرار داده شد که در



شکل ۲- حجم کنترل انتخابی برای نوشتن معادله مومتم و نیروهای وارده بر وجوه بالادست و پایین دست دیواره دوم

با تقسیم طرفین معادله (۳) بر $\frac{1}{2}\gamma d_1^2$ معادله بدون بعد زیر به دست می‌آید:

$$D_t = \frac{d_2}{d_1} = \left[1 - 2k \frac{s_2}{d_1} (D_{tb} - D_t) + 2F_1^2 \left(1 - \frac{1}{D_t} \right) \right]^{1/2} \quad (4)$$

در معادله (۴)، $D_t = \frac{d_2}{d_1}$ و $D_{tb} = \frac{d_{2b}}{d_1}$ ، $F_1 = \left(\frac{q^2}{gd_1^3} \right)^{0.5}$ است.

ضریب k از معادله (۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$k = \frac{1 - D_t^2 + 2F_1^2 \left(1 - \frac{1}{D_t} \right)}{2 \left(\frac{s_2}{d_1} \right) (D_{tb} - D_t)} \quad (5)$$

لازم به ذکر است چنانچه از یک دیواره استفاده شود، در معادله‌های (۱) الی (۵) به جای s_2 از s_1 استفاده خواهد شد.

۲-۳ تحلیل عمق ثانویه پرش در حالت یک دیواره

با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، مقادیر k با استفاده از معادله (۵) به دست می‌آید. با استفاده از روش تحلیل ابعادی باکینگهام معادله تجربی زیر در حالت یک دیواره حاصل شد:

$$k = 0.823 \left(\frac{s_1}{d_2} \right)^{-0.9899} \left(\frac{L_{s1}}{d_1} \right)^{-0.0279} (F_1)^{0.139} \quad (6)$$

$$(R^2 = 0.9997) ;$$

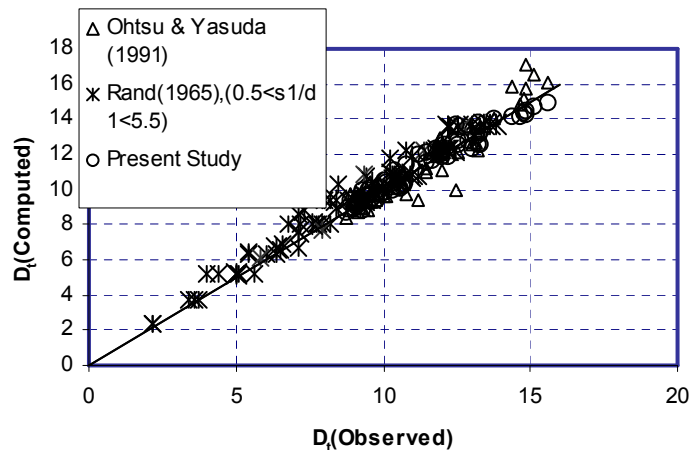
با قرار دادن مقدار k از معادله (۶) در معادله (۴)، مقدار D_t را می‌توان از طریق سعی و خطا به دست آورد. در این مطالعه از نرم‌افزار MATLAB برای محاسبه این پارامتر استفاده شده است.

بالادست و پایین دست دیواره اول و همچنین بر سطح بالادست دیواره دوم فشاری وارد می‌شود که معادل ضریبی از فشار استاتیکی عمق ثانویه پرش کلاسیک است. سطح پایین دست دیواره دوم باید ضریبی از فشار استاتیکی عمق ثانویه پرش هیدرولیکی موجود را تحمل کند. با توجه به این امر برآیند نیروهای فشار استاتیکی وارد بر دیواره اول صفر فرض شده و وارد معادله اندازه حرکت نمی‌شود. از آنجایی که وجود مانع باعث افت انرژی می‌شود، عمق ثانویه پرش از عمق ثانویه پرش کلاسیک کمتر خواهد شد. با توجه به گفته‌های فوق R به صورت زیر به دست می‌آید:

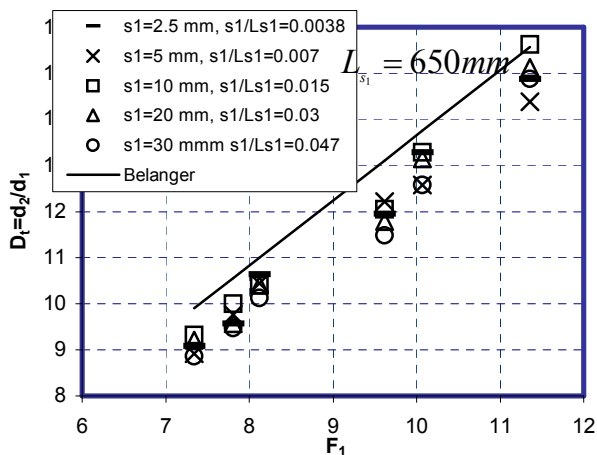
$$R = R_u - R_d = \frac{1}{2} \gamma k s_2 (2d_{2b} - s_2) - \frac{1}{2} \gamma k s_2 (2d_2 - s_2) = \gamma k s_2 (d_{2b} - d_2) \quad (2)$$

در این معادله، s_2 ارتفاع دیواره دوم، d_{2b} عمق ثانویه پرش کلاسیک، R_u نیروی عکس‌العمل در سطح دیواره دوم در بالادست، R_d نیروی عکس‌العمل در سطح دیواره دوم در پایین دست و R برآیند نیروهای عکس‌العمل از طرف دیواره‌ها بر آب است. در معادله (۲) فرض شده است که ضریب k حاصل از فشار در بالادست و پایین دست با یکدیگر برابرند و توسط آزمایش به دست می‌آید. با توجه به معادله (۲)، معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

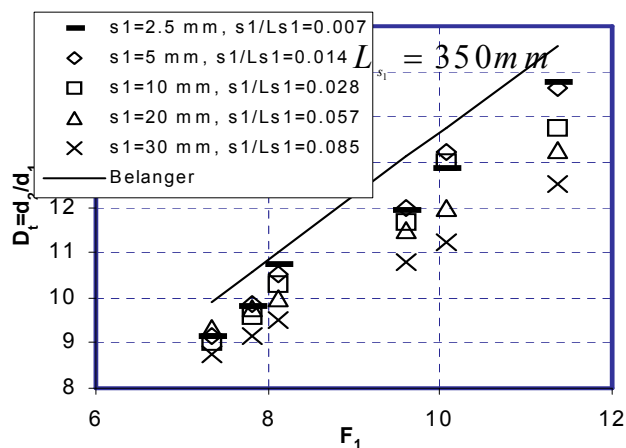
$$\frac{1}{2} \gamma d_1^2 - \frac{1}{2} \gamma k s_2 (2d_{2b} - 2d_2) - \frac{1}{2} \gamma d_2^2 = \frac{\gamma}{g} q \left(\frac{q}{d_2} - \frac{q}{d_1} \right) \quad (3)$$



شکل ۳- مقایسه نتایج نظری ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی



شکل ۵- تغییرات عمق ثانویه بر حسب عدد فرود در حالت وجود یک دیواره در مسیر پرش ($L_{s1} = 650 \text{ mm}$)



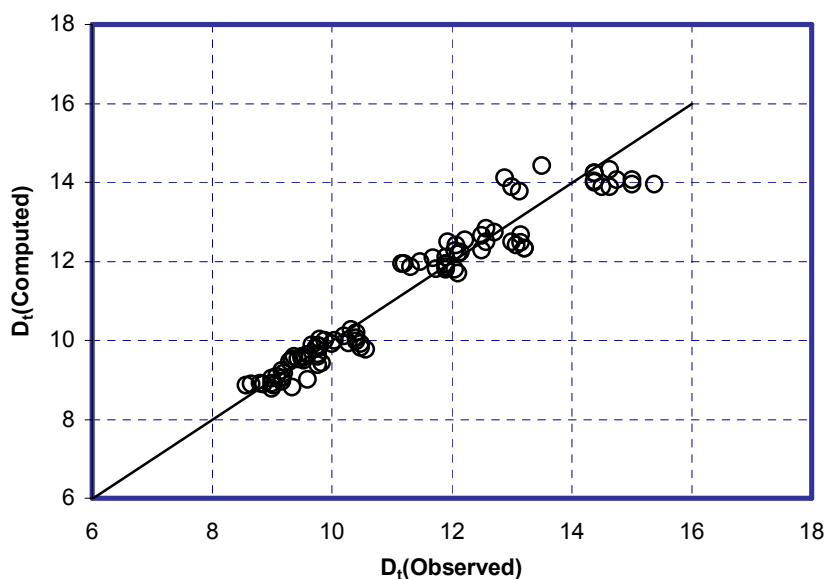
شکل ۴- تغییرات عمق ثانویه بر حسب عدد فرود در حالت وجود یک دیواره در مسیر پرش ($L_{s1} = 350 \text{ mm}$)

در شکل (۳) عمق ثانویه به دست آمده از طریق این معادله در برابر نتایج آزمایشگاهی رسم شده است. در این شکل همچنین برای مقایسه، داده‌های آزمایشگاهی رند (۱۹۶۵) و همچنین اوتسوا و یاسودا (۱۹۹۱) نیز ارائه شده‌اند. با توجه به این شکل نتایج به دست آمده از طریق معادله (۴) جوابهای قابل قبولی را به دست می‌دهد

در شکل‌های (۴) و (۵) مقادیر D_T در مقابل عدد فرود در آزمایشها ترسیم شده است. با توجه به این شکلها ملاحظه می‌شود که با افزایش ارتفاع دیواره s_1 و کاهش فاصله قرارگیری آن از پنجه پرش L_{s1} عمق ثانویه کاهش می‌یابد. به ازای ارتفاع دیواره ۲/۵ و ۵ میلیمتر ($s_1/L_{s1} < 0.014$)، طول L_{s1} تاثیر چندانی در عمق ثانویه ندارد. به ازای $L_{s1} = 650$ میلیمتر اثر کاهندگی تمام دیواره‌ها تقریباً یکسان است ولی به ازای $L_{s1} = 350$ میلیمتر اثر کاهندگی ارتفاع دیواره‌های بلند به خاطر جذب انرژی بیشتر در فاصله کوتاهتر از پنجه پرش محسوس است. ماکزیمم کاهش عمق ثانویه در این فاصله برای مانع با ارتفاع ۳۰ میلیمتر حدود ۱۹ درصد است، شکل (۴). با افزایش عدد فرود میزان کاهش $\frac{d_2}{d_1}$ نسبت به پرش هیدرولیکی کلاسیک شدیدتر است. در واقع با توجه به اینکه انرژی جنبشی جریان در طول پرش به شدت کاهش می‌یابد، اثر کاهندگی

در شکل (۳) عمق ثانویه به دست آمده از طریق این معادله در برابر نتایج آزمایشگاهی رسم شده است. در این شکل همچنین برای مقایسه، داده‌های آزمایشگاهی رند (۱۹۶۵) و همچنین اوتسوا و یاسودا (۱۹۹۱) نیز ارائه شده‌اند. با توجه به این شکل نتایج به دست آمده از طریق معادله (۴) جوابهای قابل قبولی را به دست می‌دهد

در شکل‌های (۴) و (۵) مقادیر D_T در مقابل عدد فرود در آزمایشها ترسیم شده است. با توجه به این شکلها ملاحظه می‌شود که با افزایش ارتفاع دیواره s_1 و کاهش فاصله قرارگیری آن از پنجه پرش L_{s1} عمق ثانویه کاهش می‌یابد. به ازای ارتفاع



شکل ۶- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نظریه پیشنهادی برای حالت دو دیواره

$(R^2 = 0.9996)$;

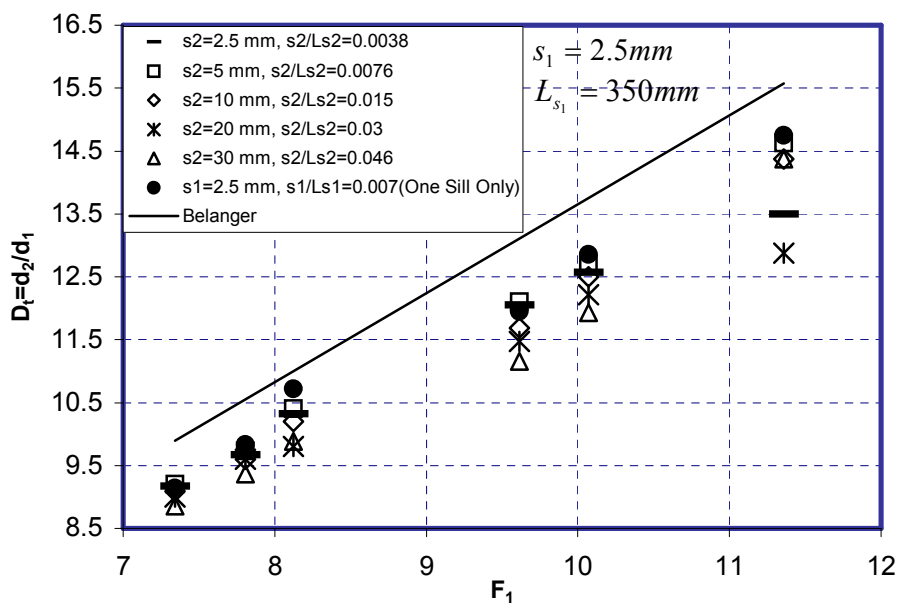
در این معادله L_{S_2} فاصله قرارگیری دیواره دوم از پنجه پرش و ΔL_s فاصله بین دو دیواره است (شکل ۲). با قراردادن مقدار k از معادله (۷) در معادله (۴) و حل آن از طریق سعی و خطا عمق ثانویه پرش به دست می‌آید. نتایج حاصل از معادله در برابر نتایج آزمایشگاهی در شکل (۶) ترسیم شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود داده‌های آزمایشگاهی با نتایج حاصل از نظریه پیشنهادی مطابقت خوبی با یکدیگر دارند. این تطابق در محدوده D_i برابر با $8/5$ تا $10/5$ چشمگیرتر است. با توجه به شکل‌های (۷) الی (۱۱) ملاحظه می‌شود که با قراردادن دیواره بلندتر پس از دیواره اول اختلاف $\frac{d_2}{d_1}$ نسبت به پرش کلاسیک افزایش می‌یابد. چنانچه دیواره دوم کوتاه‌تر از دیواره اول باشد، اثر کاهندگی دیواره دوم بر $\frac{d_2}{d_1}$ محسوس نیست. در واقع چنانچه دیواره دوم کوتاه‌تر از دیواره اول باشد در محدوده مقادیر کم انرژی جنبشی پروفیل سرعت قرار می‌گیرد که در کاهش $\frac{d_2}{d_1}$ اثرگذار نیست. ولی چنانچه دیواره دوم بلندتر از دیواره اول باشد، دیواره دوم می‌تواند اثر قابل ملاحظه‌ای در

ارتفاع دیواره در فاصله کم بسیار محسوس و در نزدیکیهای انتهای پرش این اثر ناچیز است. برای درک بهتر این موضوع لازم است که پروفیل سرعت در مقاطع مختلف در طول پرش رسم شود. بر اساس تجربیات در لایه‌های پایین و در نزدیکیهای پنجه پرش سرعت جریان قابل ملاحظه است ولی در انتها در لایه‌های پایین سرعت کاهش می‌یابد و اثر گیرندگی انرژی جنبشی توسط دیواره در انتهای پرش کم است. به همین دلیل دیواره‌های با ارتفاع بسیار کم اثر زیادی در گرفتن انرژی جنبشی ندارند. ضمناً به دلیل اینکه با افزایش دبی عدد فرود کاهش می‌یابد و انرژی جریان افزایش می‌یابد، اثر کاهندگی عمق ثانویه توسط دیواره‌ها در اعداد فرود کم بیشتر است.

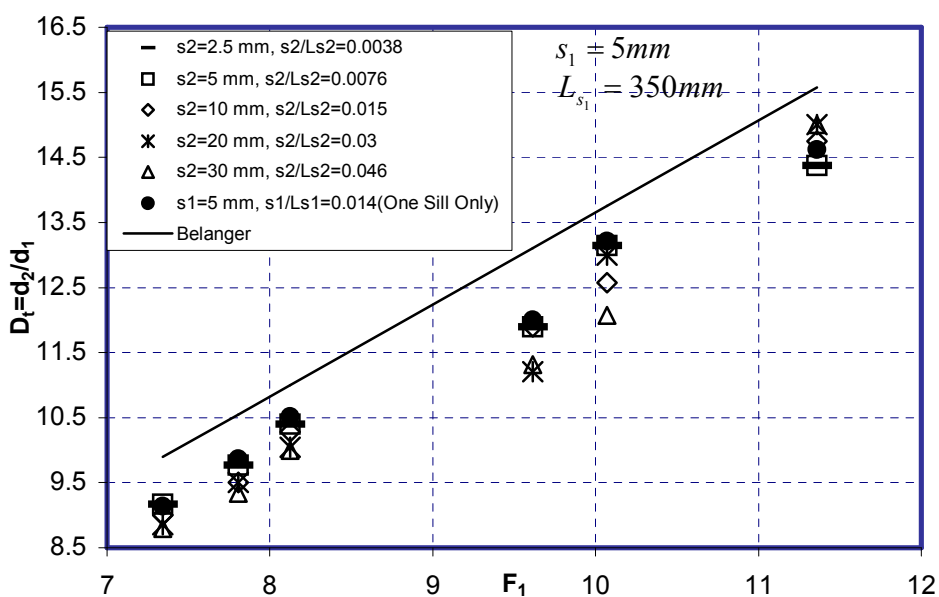
۳-۳ تحلیل عمق ثانویه پرش در حالت دو دیواره

با استفاده از تحلیل ابعادی و داده‌های آزمایشگاهی، معادله زیر برای ضریب k برای دو دیواره متوالی ممتد در شرایط قرارگیری دیواره دوم با ارتفاع بیش از ارتفاع دیواره اول به دست آمده است:

$$k = 3.44 \left(\frac{S_2}{d_2}\right)^{-0.99515} (F_1)^{0.0415} \left(\frac{L_{S_2}}{\Delta L_s}\right)^{-1.7} \left(\frac{S_1}{d_1}\right)^{0.00385} \quad (7)$$



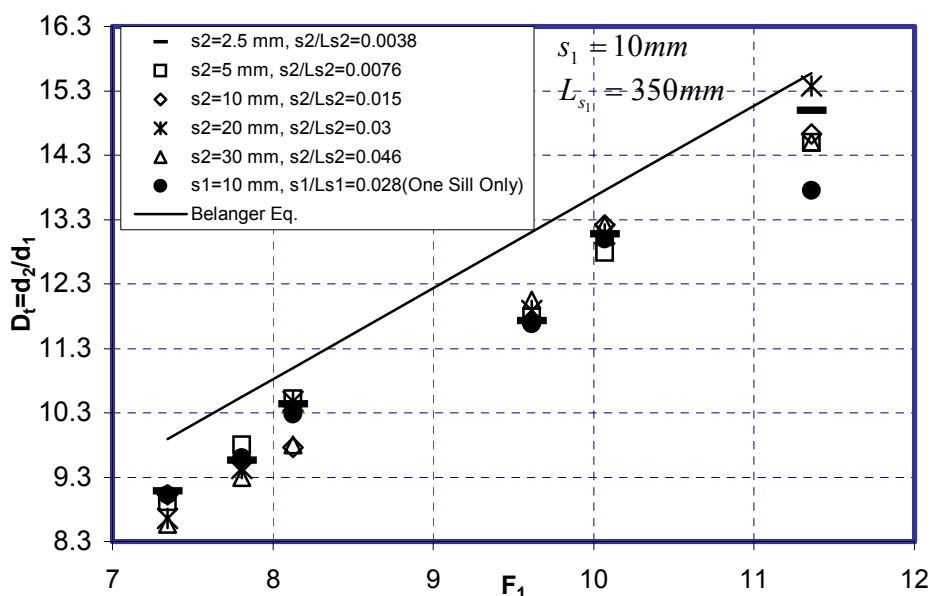
شکل ۷- تغییرات عمق نسبی ثانویه پرش بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 2.5 \text{ mm}$)



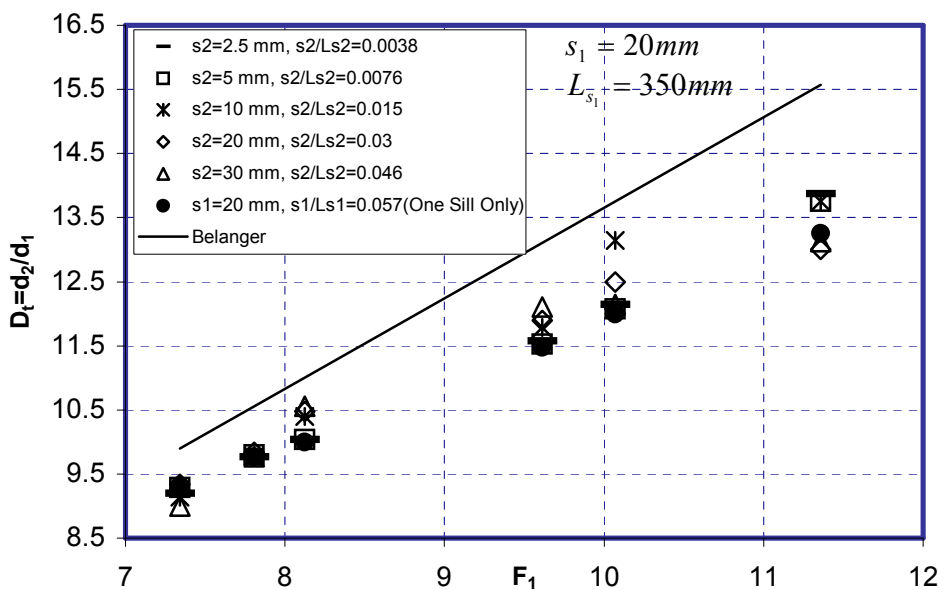
شکل ۸- تغییرات عمق نسبی ثانویه پرش بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 5 \text{ mm}$)

کاهش انرژی جنبشی و عمق ثانویه داشته باشد. بنابراین توصیه می‌شود که در آرایش دیواره‌ها در طول حوضچه آرامش نکات بالا مد نظر قرار بگیرد. ضمناً حداکثر کاهش $\frac{d_2}{d_1}$ در آرایش دیواره اول با ارتفاع $s_1 = 2.5$ میلی‌متر

کاهش انرژی جنبشی و عمق ثانویه داشته باشد. بنابراین توصیه می‌شود که در آرایش دیواره‌ها در طول حوضچه آرامش نکات بالا مد نظر قرار بگیرد. ضمناً حداکثر کاهش $\frac{d_2}{d_1}$ در آرایش دیواره اول با ارتفاع $s_1 = 2.5$ میلی‌متر



شکل ۹- تغییرات عمق نسبی ثانویه پرش برحسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 10 \text{ mm}$)



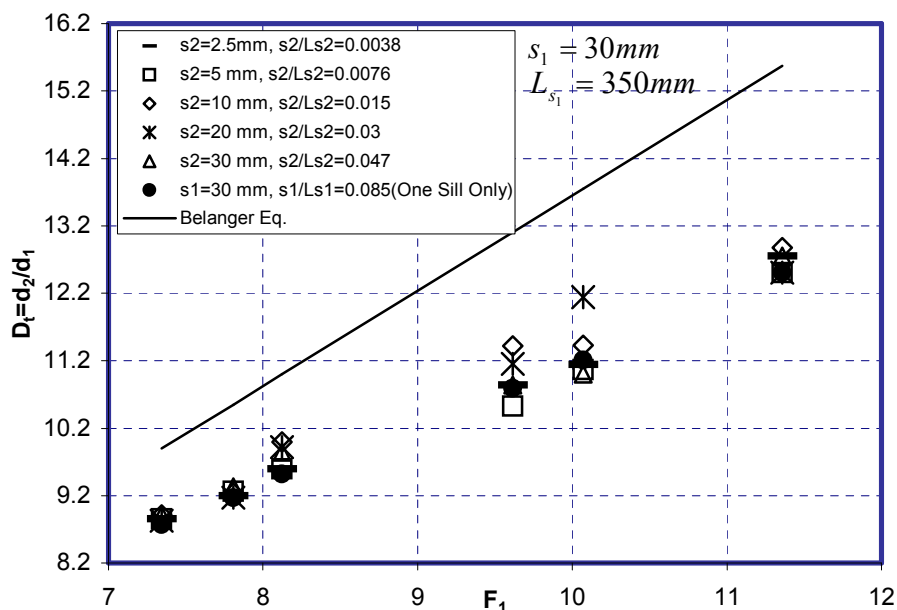
شکل ۱۰- تغییرات عمق نسبی ثانویه پرش برحسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 20 \text{ mm}$)

۴- طول گرداب پرش هیدرولیکی

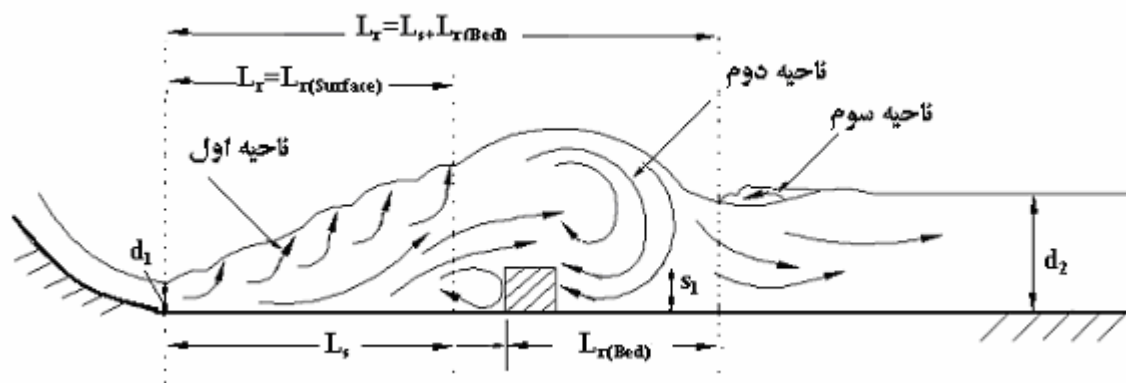
۴-۱ طول گرداب در حالت یک دیواره

به طور کلی در اثر عبور جریان از روی دیواره سه ناحیه گردابی را مطابق شکل (۱۲) می‌توان مشاهده کرد: (۱) گردابهای

سطحی تشکیل شده قبل از دیواره (۲) گردابهای کف تشکیل شده در پشت دیواره و (۳) گردابهای سطحی کوچک تشکیل شده در ابتدای شروع جریان یکنواخت. به دلیل گرداب شدید در ناحیه اول و انحنای شدید خطوط جریان در ناحیه دوم، قسمت اعظم افت انرژی حاصل از وجود دیواره در مسیر پرش



شکل ۱۱- تغییرات عمق نسبی ثانویه پرش برحسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 30 \text{ mm}$)



شکل ۱۲- انواع گرداب تشکیل شده در تشکیل پرش با وجود یک دیواره

به فاصله اندک بعد از دیواره، گردابهای کف و سپس گردابهای سطحی کوچکی در پایین دست آن تشکیل می‌شود و جریان به حالت یکنواخت در می‌آید (شکل ۱۴). در این تحقیق در حالتی که گردابهای کف به طور واضح تشکیل می‌شدند، علاوه بر اندازه‌گیری طول گرداب سطحی، طول گردابهای کف نیز اندازه‌گیری می‌شد و مجموع طول گرداب کف و فاصله قرارگیری دیواره از پنجه پرش، (شکل ۱۲) به عنوان طول گرداب پرش در نظر گرفته می‌شد. در مواقعی که طول گرداب

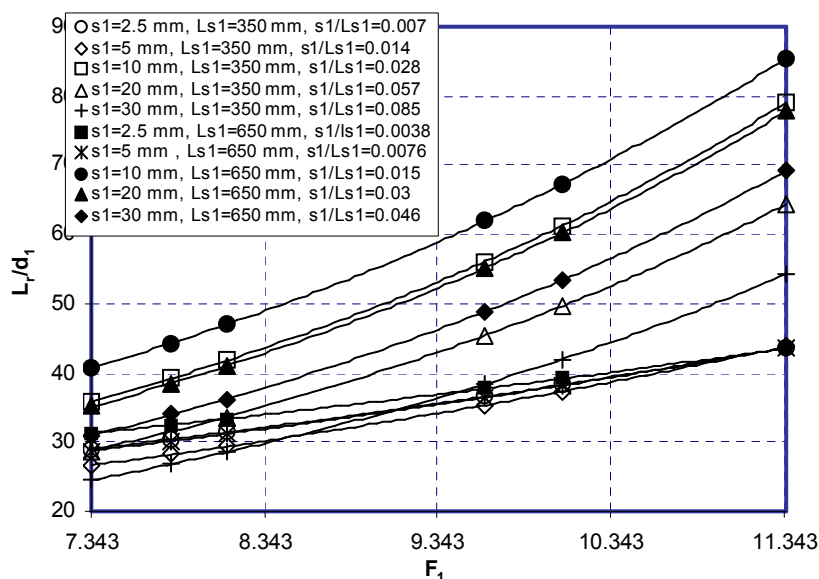
در اثر تشکیل گردابهای نوع اول و دوم است [۲]. در هنگام انجام آزمایش مشاهده شد که در ارتفاع دیواره‌های ۲/۵ و ۵ میلیمتری ($s_1/L_{s1} < 0.014$)، گردابهای تشکیل شده از نوع گردابهای سطحی یعنی دسته اول هستند. یعنی به علت ارتفاع کم دیواره گردابهای تشکیل شده شبیه به پرش هیدرولیکی کلاسیک‌اند (شکل ۱۳). اما در ارتفاعهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلیمتر ($s_1/L_{s1} > 0.028$) ملاحظه می‌شود که جریان تا رسیدن به دیواره و اندکی بعد از آن گردابهای سطحی را تشکیل می‌دهد و



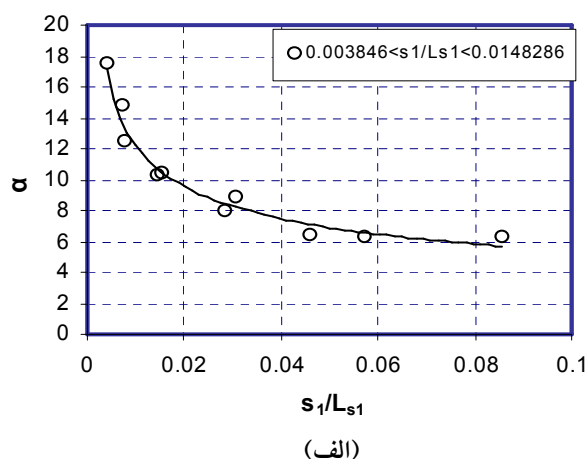
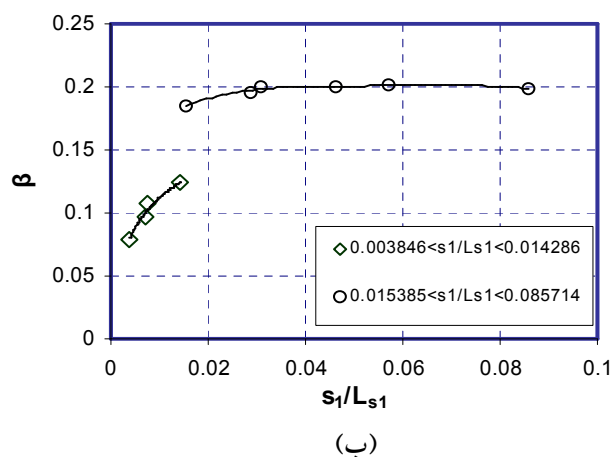
شکل ۱۳- چگونگی تشکیل جریان در حالت یک دیواره $s_1 = 5 \text{ mm}$ ($Q = 31/71 \text{ L/sec}$)



شکل ۱۴- چگونگی تشکیل جریان در حالت یک دیواره $s_1 = 20 \text{ mm}$ ($Q = 61/83 \text{ L/sec}$)



شکل ۱۵- تغییرات طول نسبی گرداب پرش بر حسب عدد فرود به ازای مقادیر مختلف ارتفاع دیواره (s_1) و فاصله قرارگیری دیواره تا پنجه پرش (L_{s_1})



شکل ۱۶- رسم تغییرات ضرایب α و β به صورت تابعی از s_1 / L_{s_1} در حالت یک دیواره

به صورت تابع نمایشی زیر است:

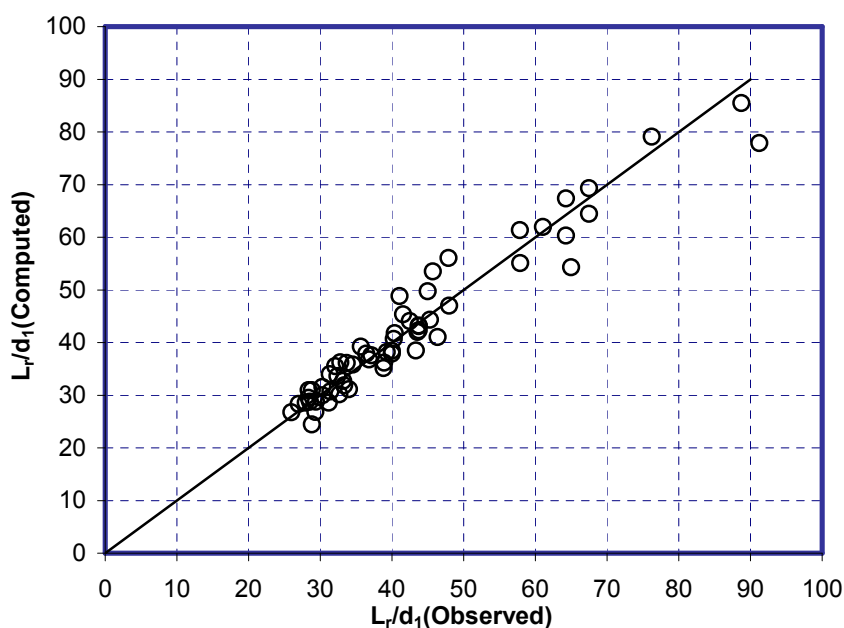
$$\frac{L_r}{d_1} = \alpha \exp(\beta F_1) \quad (\lambda)$$

در این معادله α و β در حالت عادی ضرایب ثابت در معادله اند

ولی در حالت اخیر ملاحظه شد که این ضرایب تابع نسبت $\frac{s_1}{L_{s_1}}$ هستند که منحنیهای تغییرات آنها در شکل‌های (۱۶- الف) و (۱۶- ب) دیده می‌شود. برای محاسبه α و β توابع

کف مشخص نبود خصوصاً در اعداد فرود زیاد، طول گرداب سطحی $(L_r(\text{Surface}))$ در شکل (۱۲) به عنوان طول گرداب پرش در نظر گرفته می‌شد.

برای محاسبه طول گرداب پرش، ابتدا مقادیر آزمایشگاهی طول نسبی گرداب برای هر ارتفاع دیواره نسبت به عدد فرود رسم شد. منحنیهای برازش این تغییرات به صورت شکل (۱۵) به دست آمد. با استفاده از برازش ملاحظه شد که این تغییرات



شکل ۱۷- مقایسه نتایج نظری حاصل از معادله (۴-۷) برای طول نسبی گرداب و داده‌های آزمایشگاهی در حالت یک دیواره

زیر به دست آمد:

$$\alpha = 2.3861 \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right)^{-0.3543}, \quad (R^2 = 0.963) \quad (9)$$

$$\beta = 0.034 \ln \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right) + 0.2687; \quad (10)$$

$$(R^2 = 0.9734; 0.003846 \leq \frac{s_1}{L_{s_1}} \leq 0.014286)$$

$$\beta = -5597.1 \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right)^4 + 1272.9 \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right)^3 - 107.66 \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right)^2 + 4.037 \left(\frac{s_1}{L_{s_1}} \right) + 0.1439 \quad (11)$$

$$(R^2 = 0.97; 0.015385 \leq \frac{s_1}{L_{s_1}} \leq 0.085714)$$

مقایسه نتایج حاصل از این روش با نتایج آزمایشگاهی در شکل (۱۷) ملاحظه می‌شود. تفاوت مقادیر آزمایشگاهی با مقادیر پیش‌بینی شده در حدود ۶ درصد است. با توجه به شکل (۱۵) ملاحظات کلی زیر قابل ارائه است:

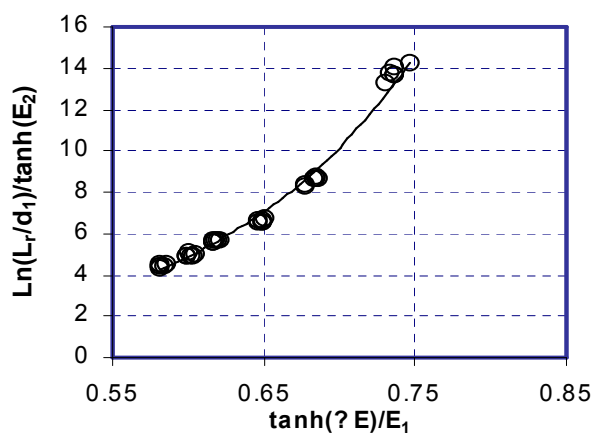
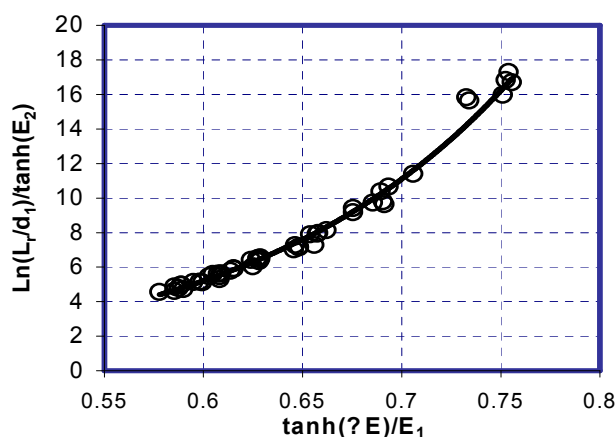
- به ازای s_1 برابر با ۵ و ۲/۵ میلیمتر ($s_1 / L_{s_1} < 0.014$)، به دلیل عدم تشکیل گرداب کف و پیوستگی گردابهای سطحی

بالادست و پایین دست دیواره، مشاهده شد که پرش حاصله شبیه پرش هیدرولیکی کلاسیک است. به همین دلیل در شکل (۱۶-ب) ملاحظه می‌شود که مقادیر مربوط به این قسمت از بقیه جدا شده است.

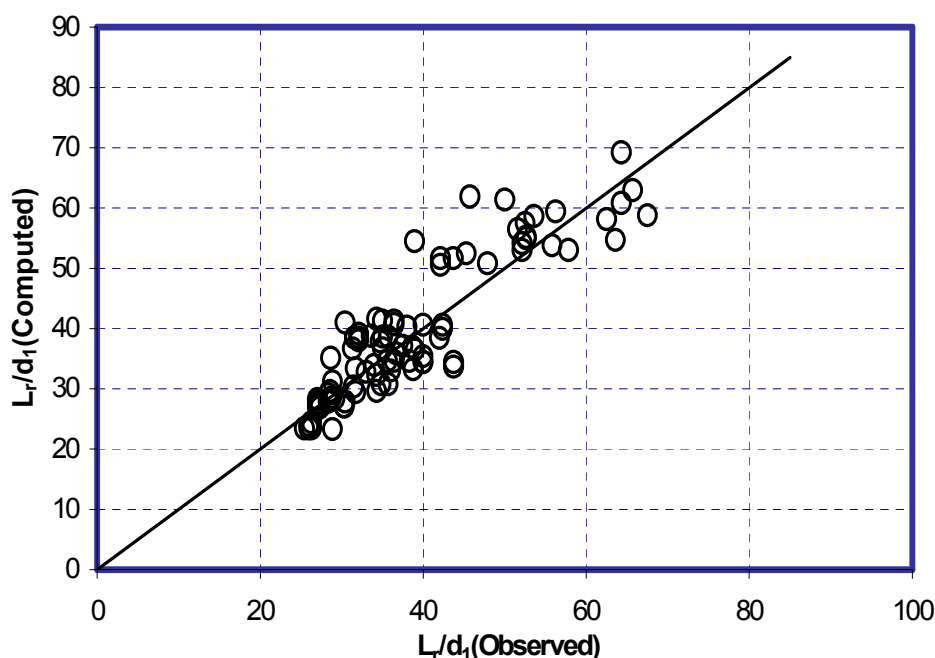
- با افزایش ارتفاع دیواره و کاهش فاصله قرار گیری آن نسبت به پنجه پرش، روند افزایش طول گرداب کم می‌شود. حداکثر این کاهش به ازای $s_1 = 30$ میلیمتر و $L_s = 350$ میلیمتر ($s_1 / L_{s_1} = 0.085$)، ۱۲ درصد به دست آمد.

۴-۲ طول گرداب پرش در حالت دو دیواره

در این حالت، طول گرداب پرش به دو دسته تقسیم شد. دسته اول گردابهایی را شامل می‌شد که در آنها دیواره اول دارای ارتفاع ۲/۵ و ۵ میلیمتر ($s_1 / L_{s_1} < 0.014$) بود و گردابهای کف در آنها ایجاد نمی‌شد. در دسته دوم طول گردابهای کف به ازای $s_1 \geq 10$ میلیمتر ($s_1 / L_{s_1} \geq 0.043$) به طول گرداب سطحی اضافه می‌شد و طول بیشتری را تشکیل می‌داد. برای دسته اول بر اساس شکل (۱۸-الف) ملاحظه شد



شکل ۱۸- تغییرات طول نسبی گرداب در ارتباط با مقادیر انرژی در ابتدا و انتهای پرش و همچنین افت انرژی در طول پرش
الف) $s_1 = 5$ و $2/5$ mm (تشکیل گردابه‌های سطحی)، ب) $s_1 = 30$ و 20 ، 10 ، 5 ، $2/5$ mm (تشکیل گردابه‌های کف)



شکل ۱۹- ارزیابی نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی طول نسبی گرداب پرش در حالت دو دیواره

$$(R^2 = 0.9914) ; \quad (13)$$

در این معادله‌ها E_1 و E_2 به ترتیب انرژی جریان در ابتدا و انتهای پرش و ΔE افت انرژی در پرش است. در شکل (۱۹) نتایج حاصل از این دو معادله با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. همان طوری که ملاحظه می‌شود جوابهای حاصل از معادله‌های (۱۲) و (۱۳) در حد قابل قبول ارزیابی می‌شود.

که طول نسبی گرداب به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\ln(L_r / d_1) / (\tanh(E_2)) = 0.0616 \exp(7.289 \tanh(\Delta E) / E_1) \quad (12)$$

$$(R^2 = 0.991) ;$$

برای دسته دوم بر اساس شکل (۱۸-ب) معادله زیر به دست آمد:

$$\ln(L_r / d_1) / (\tanh(E_2)) = 0.0553 \exp(7.575 \tanh(\Delta E) / E_1)$$

برای پرش کلاسیک $\frac{\Delta E}{E_1}$ از لحاظ نظری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{(\sqrt{1+8F_1^2} - 3)^3}{8(\sqrt{1+8F_1^2} - 1)(2 + F_1^2)} \quad (16)$$

۵-۱ افت انرژی در حالت یک دیواره

در شکل (۲۶) میزان افت نسبی انرژی در هر یک از حالات نسبت به افت نسبی انرژی حاصل از پرش کلاسیک مقایسه شده و همان طور که ملاحظه می‌شود با افزایش ارتفاع دیواره و کاهش فاصله قرارگیری آن افت انرژی افزایش می‌یابد. در جدول (۱) حداکثر افزایش افت انرژی نسبت به پرش کلاسیک ملاحظه می‌شود. به ازای s_1 برابر با ۳۰ میلی‌متر و در فاصله $L_s = 350$ میلی‌متری ($s_1/L_{s1} = 0/085$)، ماکزیمم میزان افت انرژی نسبت به پرش هیدرولیکی کلاسیک به میزان ۶ درصد افزایش می‌یابد.

۵-۲ افت انرژی در حالت دو دیواره

در شکل‌های (۲۷) الی (۳۱) مقادیر افت انرژی در حالت دو دیواره نسبت به افت انرژی پرش هیدرولیکی کلاسیک دیده می‌شود. در جدول (۲) حداکثر افزایش افت انرژی حاصل از دو دیواره نسبت به پرش کلاسیک داده شده است. در این جدول ملاحظه می‌شود که ماکزیمم افت انرژی مربوط به قرارگیری هر میزان ارتفاع دیواره اول با دیواره دوم به ارتفاع ۳۰ میلی‌متر است که این میزان ۶ درصد است. با مقایسه افت انرژی در حالت یک دیواره و دو دیواره ملاحظه می‌شود که وجود دیواره دوم زمانی اهمیت پیدا می‌کند که ارتفاع آن از ارتفاع دیواره اول بیشتر باشد.

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق کنترل پرش هیدرولیکی در حوضچه آرامش سرریز اوجی استاندارد با استفاده از یک دیواره و همچنین دو

در شکل‌های (۲۰) الی (۲۴) L_r/d_1 در مقابل F_1 در حالت دو دیواره رسم شده است. با توجه به این شکل‌ها:

- برای دیواره‌های با ارتفاع دیواره اولیه ۲/۵ و ۵ میلی‌متر ($s_1/L_{s1} \leq 0/014$)، مطابق شکل‌های (۲۰) و (۲۱) ملاحظه می‌شود که در ارتفاع دیواره‌های دوم برابر با ۲/۵، ۵ و ۱۰ میلی‌متر ($s_2/L_{s2} \leq 0/015$)، طول گرداب به دلیل عدم تشکیل گرداب ثانویه در پشت دیواره و اتمام گرداب‌های سطحی بر روی دیواره، کاهش می‌یابد. اما در ارتفاع دیواره‌های ثانویه ۲۰ و ۳۰ میلی‌متر ($0/03 \leq s_2/L_{s2} \leq 0/046$)، طول گرداب به دلیل ایجاد گرداب کف در پشت دیواره افزایش می‌یابد. ماکزیمم مقدار این افزایش ۴۵ درصد و مربوط به قرارگیری دیواره دوم به ارتفاع ۲۰ میلی‌متری ($s_2/L_{s2} = 0/03$) بعد از دیواره ۵ میلی‌متری ($s_1/L_{s1} = 0/014$) است (شکل ۲۵).

- در حالت دیواره‌های اول با ارتفاع ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی‌متر مطابق شکل‌های (۲۲) الی (۲۴) دیده می‌شود که وجود دیواره‌های ثانویه تاثیر چندانی بر روی طول گرداب ندارند. این امر، همان طوری که قبلاً اشاره شد، به علت این است که قسمت اعظم انرژی توسط دیواره اول جذب می‌شود و سرعت جریان برخوردی به دیواره دوم کاهش می‌یابد، دیواره ثانویه تاثیر کمی در تغییر طول گرداب و ایجاد گرداب‌های ثانویه دارد.

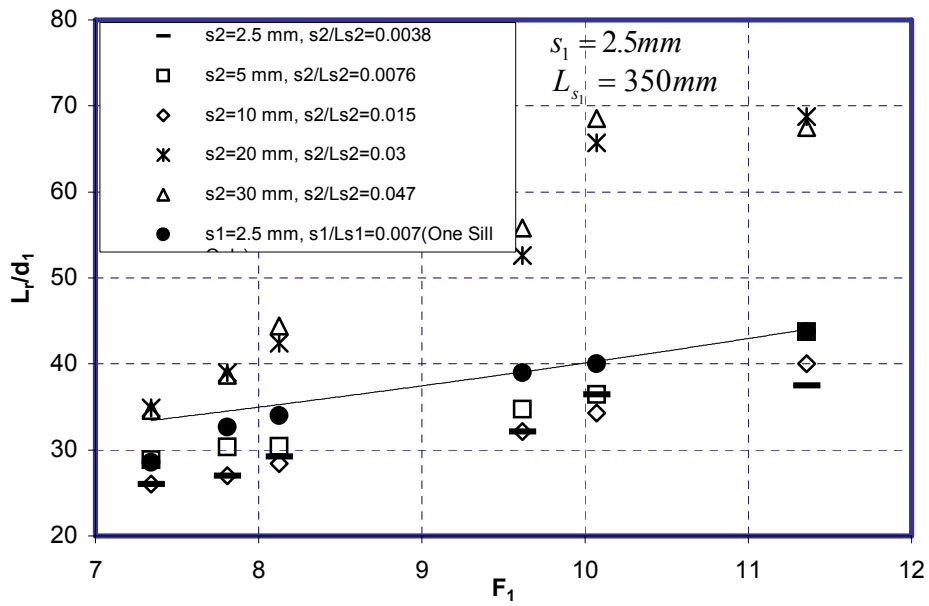
۵- افت انرژی

به طور کلی انرژی E در هر مقطع از جریان به صورت زیر به دست می‌آید:

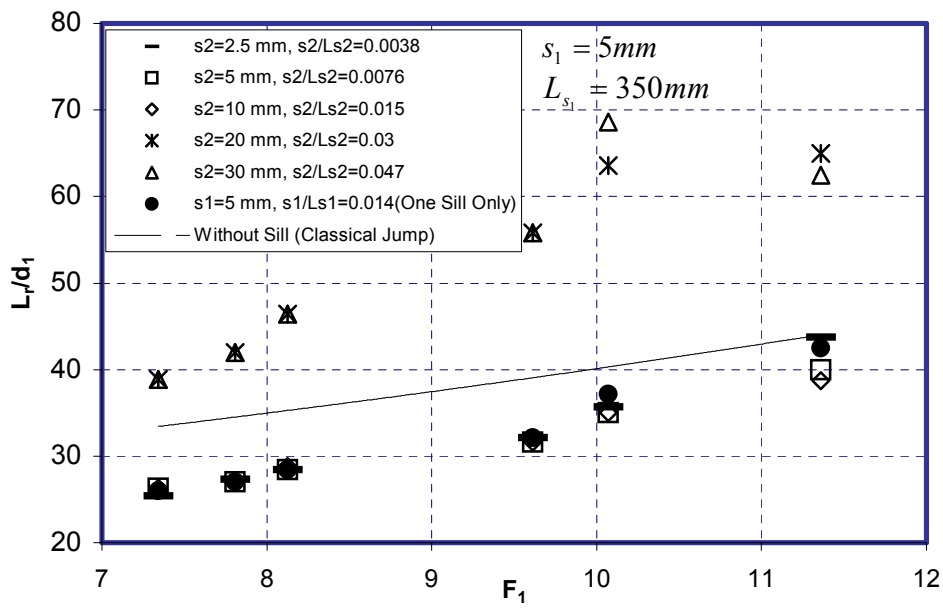
$$E = Z + d \cos \alpha + \frac{V^2}{2g} \quad (14)$$

که در آن Z فاصله کف کانال تا سطح مینا، d عمق مقطع جریان، α زاویه کف کانال نسبت به افق و V سرعت متوسط جریان است. افت نسبی انرژی معمولاً به صورت نسبت تغییرات انرژی کل در حجم کنترل ($\Delta E = E_1 - E_2$) به انرژی در مقطع اولیه پرش (E_1) به دست می‌آید.

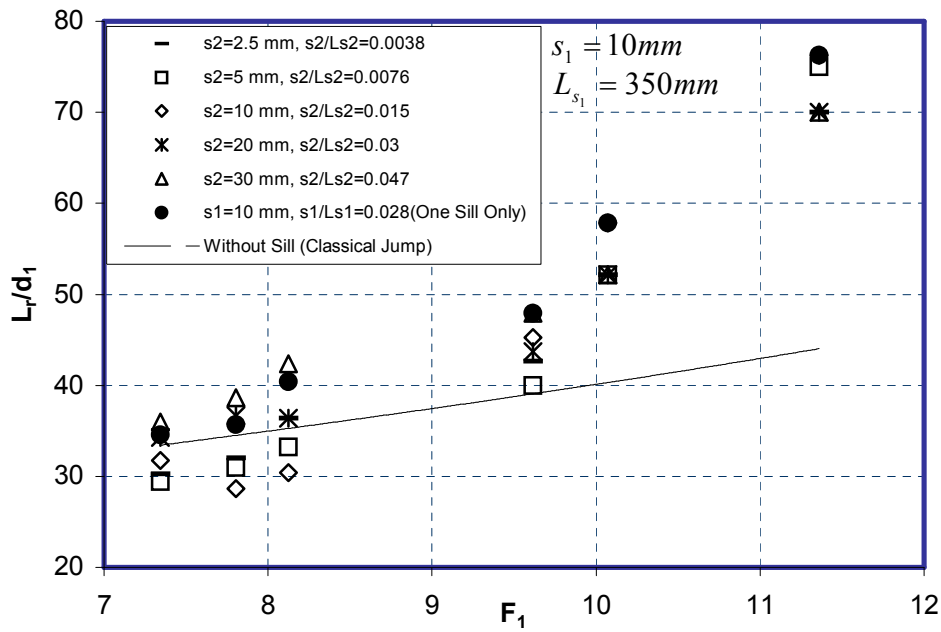
$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \quad (15)$$



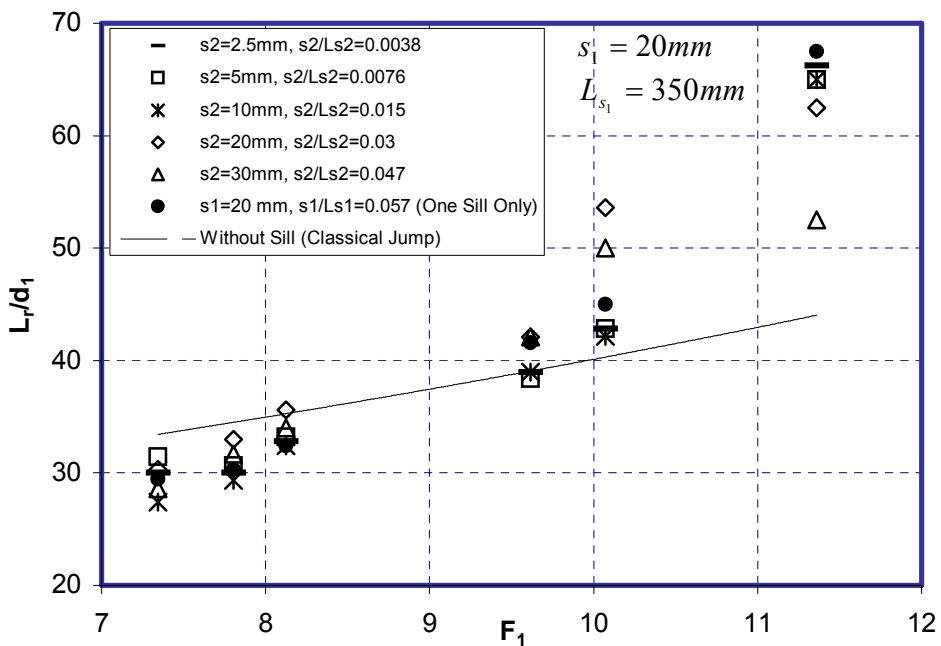
شکل ۲۰- تغییرات طول نسبی گرداب بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 2.5 \text{ mm}$)



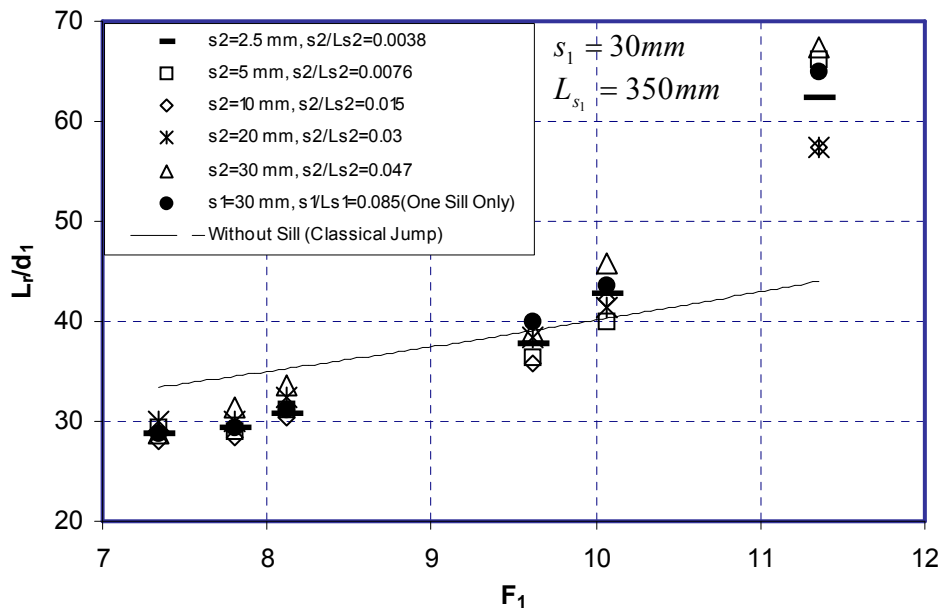
شکل ۲۱- تغییرات طول نسبی گرداب بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 5 \text{ mm}$)



شکل ۲۲- تغییرات طول نسبی گرداب بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره (s₁ = ۱۰ mm)



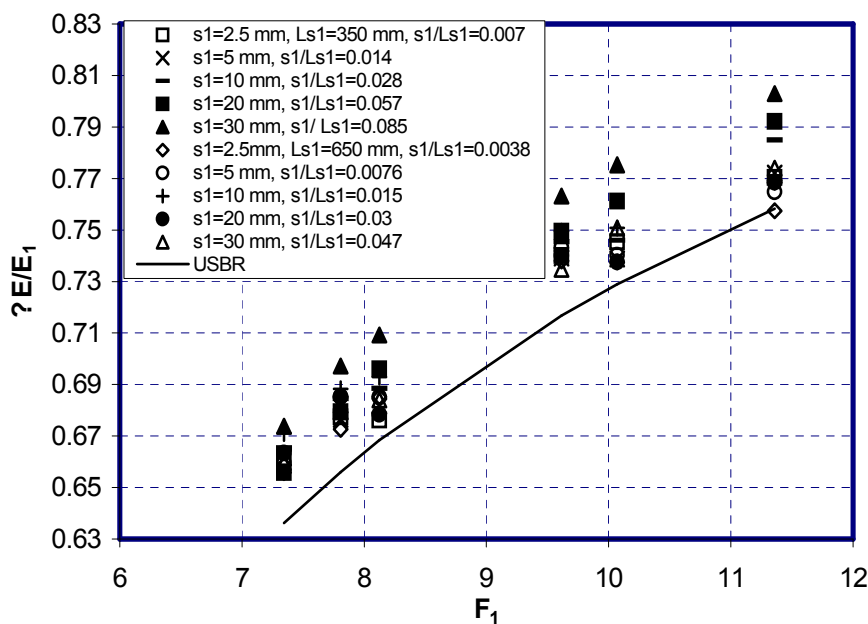
شکل ۲۳- تغییرات طول نسبی گرداب بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره (s₁ = ۲۰ mm)



شکل ۲۴- تغییرات طول نسبی گرداب بر حسب عدد فرود در حالت دو دیواره ($s_1 = 30 \text{ mm}$)



شکل ۲۵- چگونگی تشکیل جریان در حالت ترکیبی از دو دیواره $s_2 = 30 \text{ mm}$ و $s_1 = 20 \text{ mm}$ ($Q = 61/83 \text{ L/sec}$)



شکل ۲۶- تغییرات افت نسبی انرژی در برابر عدد فرود در حالت یک دیواره

جدول ۱- ماکزیمم درصد افزایش افت انرژی در حالت یک دیواره نسبت به پرش کلاسیک

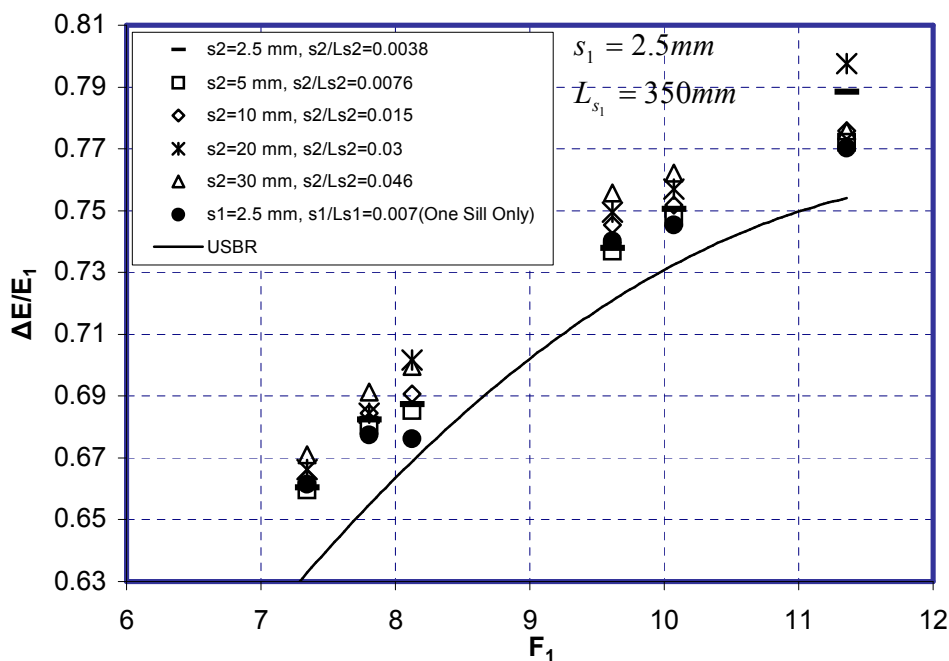
s_1 (mm)	$L_{s_1} = 350$ mm $0.085 \leq s_1 / L_{s_1} \leq 0.071$	$L_{s_1} = 650$ mm $0.038 \leq s_1 / L_{s_1} \leq 0.046$
۲/۵	۲	۲
۵	۲	۲
۱۰	۳	۳
۲۰	۴	۲
۳۰	۶	۳

گرفته شد. نتایج حاصله مربوط به عمق ثانویه پرش، طول گرداب و افت انرژی نسبی در پرش به قرار زیر است:

۱-۶- حالت یک دیواره

- با افزایش ارتفاع دیواره و کاهش فاصله فرارگیری آن از پنجه پرش عمق ثانویه کاهش می‌یابد. این نتیجه توسط بسیاری از محققان نیز قبلاً ارائه شده است.

دیواره متوالی ممتد با ارتفاعهای ۲/۵، ۵، ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی‌متر مورد آزمایش قرار گرفته است. در آزمایشها دبی جریان در محدوده ۱۰/۳ تا ۶۲ لیتر در ثانیه و عدد فرود در محدوده ۷ تا ۱۲ قرار داشت. فاصله دیواره اول تا پنجه پرش بر اساس تجربیات دیگران حداقل ۳۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. آزمایشها برای فاصله دیواره از پنجه پرش برابر با ۶۵۰ میلی‌متر تکرار شد. فاصله دیواره‌ها از یکدیگر ۳۰۰ میلی‌متر در نظر



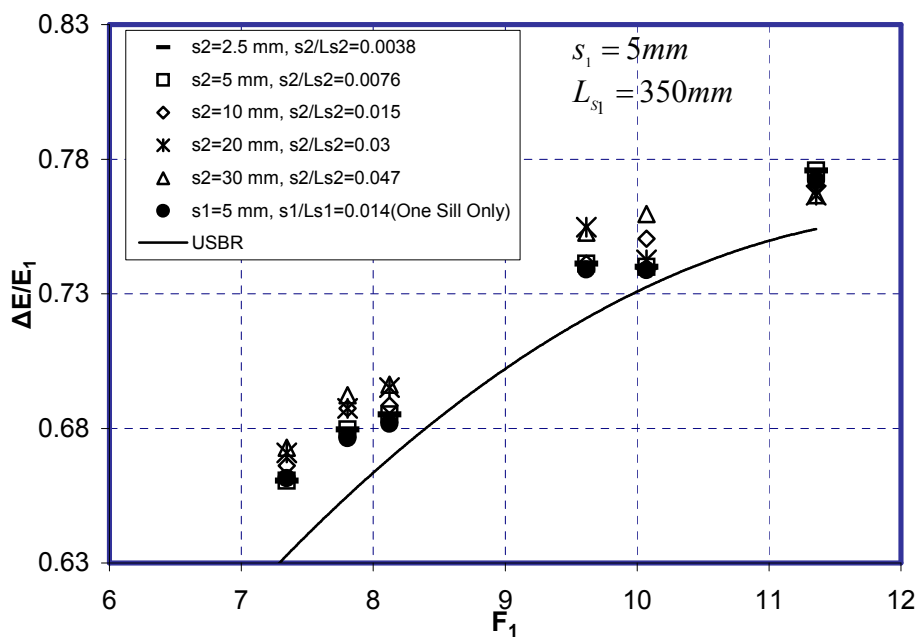
شکل ۲۷- افت نسبی انرژی برحسب عدد فرود ($s_1 = 2.5 \text{ mm}$) در حالت دو دیواره

جدول ۲- ماکزیمم درصد افزایش افت انرژی در حالت دو دیواره نسبت به پرش هیدرولیکی کلاسیک

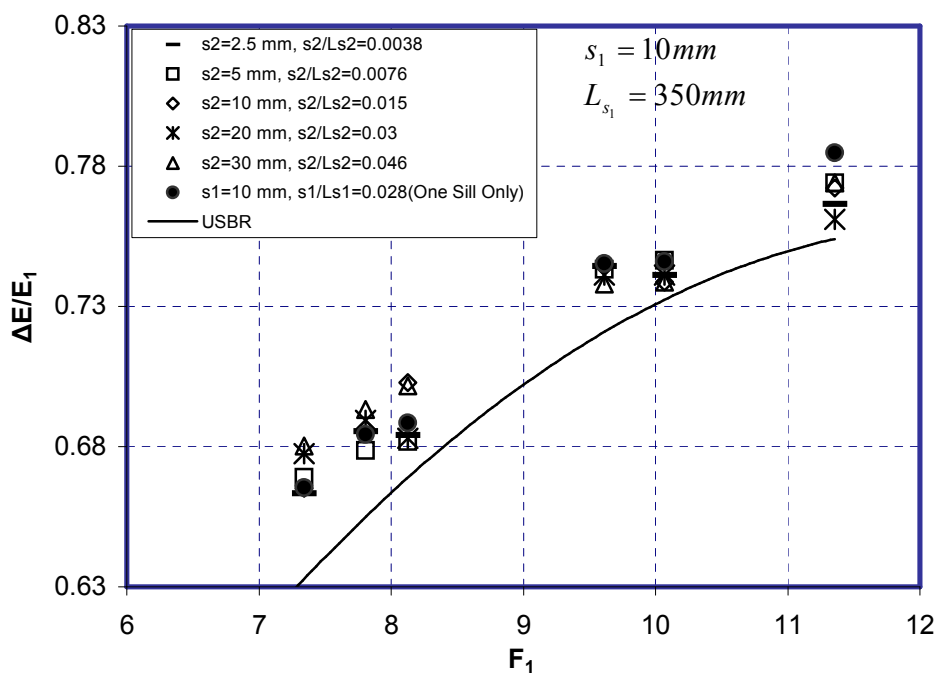
s_1 (mm)	$s_2 = 2.5 \text{ mm}$ ($s_2 / L_{s_2} = 0.0038$)	$s_2 = 5 \text{ mm}$ ($s_2 / L_{s_2} = 0.0076$)	$s_2 = 10 \text{ mm}$ ($s_2 / L_{s_2} = 0.015$)	$s_2 = 20 \text{ mm}$ ($s_2 / L_{s_2} = 0.03$)	$s_2 = 30 \text{ mm}$ ($s_2 / L_{s_2} = 0.046$)
2.5	3	3	4	4/5	4/5
5	3	3	3/4	3/7	4/3
10	3	3	3/5	3/2	4
20	3	3	3	3	4
30	4/5	5	5	5/4	6

عمق ثانویه کاهش یافته، افت انرژی افزایش می‌یابد و انحناى خطوط جریان از روی دیواره شدید می‌شود به طوری که گردابهایی در پایین دست دیواره به صورت گردابهای کف ایجاد می‌شود. به نظر می‌رسد که در محدوده $s_1 / L_{s_1} \leq 0.046$ ، اغتشاش در حوضچه آرامش بسیار زیاد نبوده و عمق ثانویه

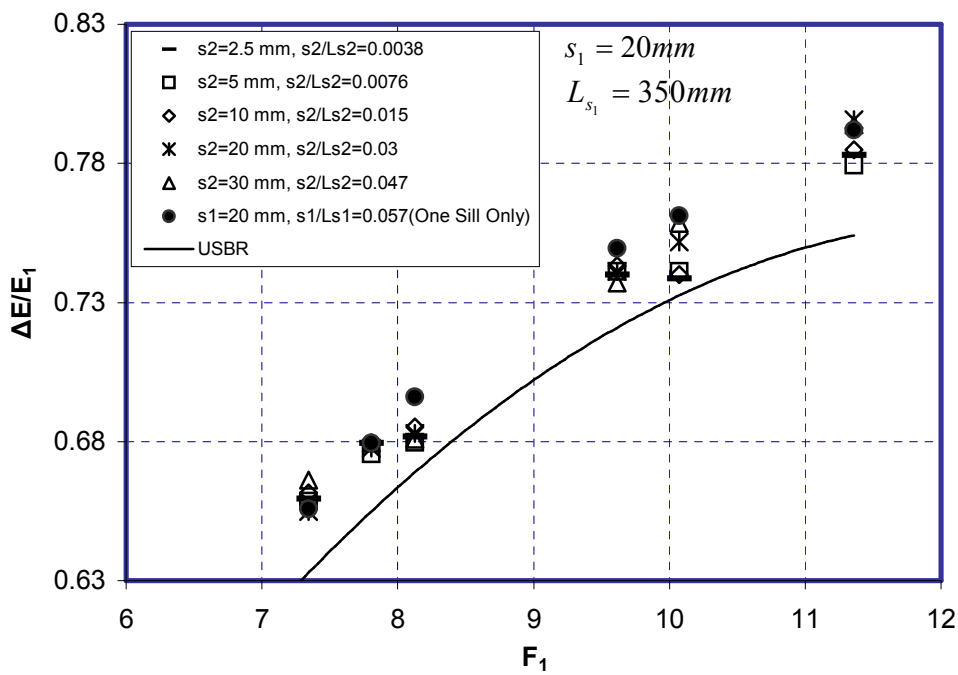
دیواره با ارتفاع نسبی $s_1 / L_{s_1} \leq 0.014$ ، تغییر محسوسی را در میزان عمق نسبی ثانویه و افت انرژی نسبت به پرش کلاسیک ایجاد نمی‌کند. تحت این شرایط طول گرداب پرش نیز تقریباً با طول گرداب در حالت بدون دیواره برابر است و گرداب از نوع سطحی است. با افزایش ارتفاع نسبی دیواره،



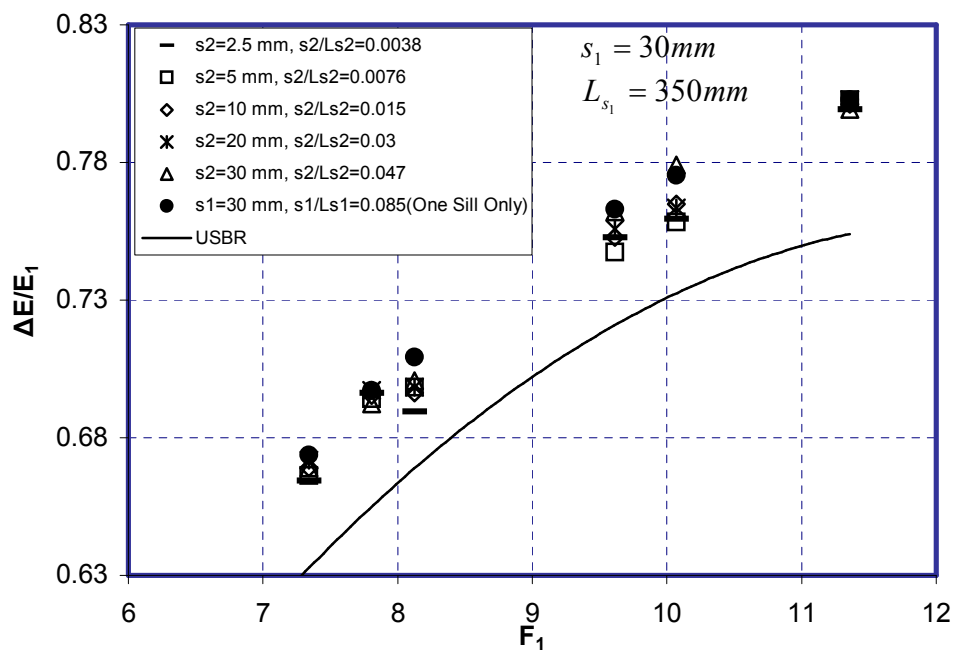
شکل ۲۸- افت نسبی انرژی بر حسب عدد فرود ($s_1 = 5 \text{ mm}$) در حالت دو دیواره



شکل ۲۹- افت نسبی انرژی بر حسب عدد فرود ($s_1 = 10 \text{ mm}$) در حالت دو دیواره



شکل ۳۰- افت نسبی انرژی برحسب عدد فرود ($s_1 = 20\text{ mm}$) در حالت دو دیواره



شکل ۳۱- افت نسبی انرژی برحسب عدد فرود ($s_1 = 30\text{ mm}$) در حالت دو دیواره

کاهش یافته و افت انرژی افزایش می‌یابد و حوضچه آرامش با طول مناسب قابل طراحی است.

- در محدوده $F_1 > 10$ و در فاصله $s_1/L_{s_1} \geq 0.038$ ، دیواره خارج از محدوده طول گرداب پرش کلاسیک قرار می‌گیرد که اثر آن در تغییر عمق ثانویه پرش، افت انرژی و طول گرداب پرش باید به صورت جداگانه مورد تحقیق قرار گیرد.

- با توجه به روش ارائه شده، عمق ثانویه پرش از معادله‌های (۴) و (۶) طول گرداب پرش از معادله‌های (۸) الی (۱۱) و افت انرژی از معادله (۱۵) به دست می‌آید.

۶-۲- حالت دو دیواره

- قرارگیری دیواره دوم بعد از دیواره اول تنها در شرایطی می‌تواند در کاهش عمق ثانویه و افزایش افت انرژی نسبت به حالت یک دیواره موثر باشد که دیواره دوم بلندتر از دیواره اول باشد.

- برای دیواره اول با ارتفاع نسبی $s_1/L_{s_1} < 0.014$ و دیواره دوم با ارتفاع نسبی $s_2/L_{s_2} < 0.015$ ، طول گرداب پرش از نوع گرداب سطحی است و طول گرداب پرش نسبت به پرش کلاسیک کاهش می‌یابد.

واژه نامه

مراجع

- قرارگیری دیواره با ارتفاع نسبی $s_2/L_{s_2} \geq 0.015$ بعد از دیواره با ارتفاع نسبی $s_1/L_{s_1} \leq 0.014$ ، باعث کاهش عمق ثانویه می‌شود ولی طول گرداب را افزایش می‌دهد.

- اگر ارتفاع نسبی دیواره اول $s_2/L_{s_2} \geq 0.028$ باشد، ارتفاع دیواره دوم اثر چندانی بر عمق ثانویه و طول گرداب ندارد.

- به ازای $s_1/L_{s_1} \geq 0.015$ و $s_2/L_{s_2} \geq 0.028$ ، سطح آب در حوضچه آرامش دارای اغتشاش شدیدی است که بهتر است از این ارتفاعهای نسبی دیواره برای طراحی استفاده نشود.

- برای محاسبه عمق نسبی ثانویه از معادله‌های (۴) و (۷)، طول گرداب پرش از معادله‌های (۱۲) و (۱۳) و افت انرژی از معادله (۱۵) استفاده می‌شود.

با توجه به محدود بودن کارهای آزمایشگاهی و به خصوص محدود بودن عدد فرود لازم است آزمایشهایی با اعداد فرود پایینتر انجام شود و در مورد قرارگیری دیواره در فاصله‌های کمتر نسبت به پنجه پرش تحقیقات بیشتری صورت گیرد.

1. sill
2. baffle block
3. continuous sill

4. dented sill
5. drag coefficient

1. Shukry, A., "The Efficiency of Floor Sills Under Drowned Hydraulic Jump," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 83, pp. 1-18, 1957.
2. Rand, W., "Flow Over a Vertical Sill in an Open Channel," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 91, pp. 97-121, 1965.
3. Rand, W., "Flow Over a Dented Sill in an Open Channel," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 9, pp. 135-153, 1967.
4. Narayanan, R., and Schizas, L. S., "Force Fluctuations on Sill of Forced Hydraulic Jump," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 106, pp. 589-599, 1980.

5. Karki, K. S., "Supercritical Flow Over Sills," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 10pp . 1449 1459, 1976.
6. Ohtsu, I., "Forced Hydraulic Jump by a Vertical Sill," *Hydraulic and Sanitary Engineering Division*, Vol. 13, pp. 165-168, 1981.
7. Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Hashiba, H., "Incipient Jump Conditions for Flows Over a Vertical Sill," *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 122, pp. 465-469, 1990.