

## طراحی اقتصادی فرایند کنترلی R2R بر اساس رویه EWMA

رضا برادران کاظم‌زاده\*، رسول نورالسنا\*\* و مهدی کرباسیان\*\*\*  
بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس  
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت مقاله: ۸۳/۳/۳۰ - دریافت نسخه نهایی ۸۴/۹/۲۳)

چکیده - آگاهی از هزینه‌های کیفیت به کارشناسان در طراحی بهینه کنترل کننده‌های Run-to-Run (R2R) به منظور بهبود کیفیت فرایندهای تولیدی کمک موثری می‌کند. این آگاهی در جهت کاهش تعداد اشتباهات و خطاها در مورد هزینه‌های مربوط به این نوع کنترل کننده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مقاله بر اساس مدل فرایندی هزینه‌های کیفیت، هزینه‌های تطابق و عدم تطابق برای فرایندی که کنترل کننده‌های R2R را استفاده می‌کند، محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از یک مدل ریاضی، پارامتر وزنی رویه میانگین متحرک موزون نمایی<sup>۱</sup> (EWMA) را که در کنترل کننده‌های R2R استفاده می‌شود به صورت بهینه طوری به دست می‌آید که مجموع هزینه‌های کیفیت حداقل شود. پارامتر وزنی رویه EWMA، نقش اساسی در عملکرد کنترل کننده R2R و در نتیجه کاهش هزینه‌های کیفیت دارد. در پایان یک مطالعه موردی در صنعت اپتیک به منظور بررسی و تشریح نتایج مدل، آمده است.

واژگان کلیدی: هزینه‌های کیفیت، کنترل کننده R2R، هموارکننده متحرک موزون نمایی

## Economic Design of R2R Controller using EWMA Procedure

R.B.Kazemzadeh, R.Noorossana and M. Karbasian

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, IRAN,  
Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, IRAN

**Abstract:** In the last few years, Run-to-Run (R2R) control techniques have been developed and used to control various processes in industries. These techniques combine response surface, statistical process control, and feedback control techniques. The R2R controller consists of a linear regression model that relates input variables to output variables using Exponentially Weighted Moving Average (EWMA). In this paper, we have developed a R2R controller model based on quality costs. The model consists of finding optimum weight of EWMA procedure in R2R controllers with respect to conformities and

\* - استادیار

\*\* - استاد

\*\*\* - دانشجوی دکترا

*nonconformities costs. The validity and performance of the developed model were tested using a real case study in an optic industry application.*

**Keywords:** *Quality costs, R2R controller, EWMA*

## فهرست علائم

ECEF	متوسط هزینه خرابی خارج	$a_n$	عرض از مبدا بهنگام شده در مرحله $n$
ECIF	متوسط هزینه خرابی داخل	$b$	تخمین $\beta$
$x_n$	ورودی فرایند در مرحله $n$ ام	AOQ	متوسط کیفیت خروجی
$y_n$	میزان انحراف خروجی از هدف در مرحله $n$	AQL	سطح کیفیت قابل پذیرش
$\alpha$	عرض از مبدا مدل پیش بینی	ATD	متوسط کل قطعات معیوب
$\beta$	ضریب زاویه مدل پیش بینی	ATI	متوسط کل بازرسی
$\Gamma$	ماتریس پایداری	A, W	ماتریسهای حالت
$\lambda$	پارامتر وزنی رویه EWMA	ECC	متوسط هزینه های تطابق

### ۱- مقدمه

واقعی و پیش بینی، انجام می‌شود [۲]. شکل (۱)، ساختار عمومی کنترل کننده R2R را نشان می‌دهد.

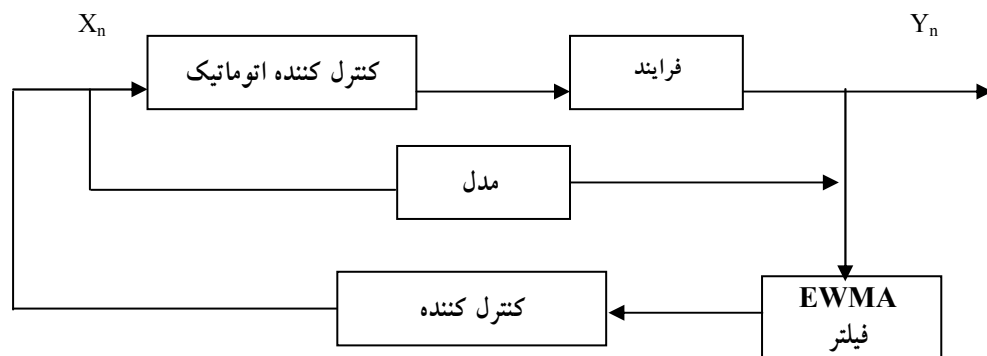
تاکنون در استفاده از کنترل کننده‌های R2R کمتر به مباحث هزینه‌ای کیفیت، پرداخته شده است و تجزیه و تحلیل‌های اقتصادی بیشتر بر روی ابزار SPC متمرکز شده است.

در سال ۱۹۵۲، گیرتینگ و روبین یکی از اساسی‌ترین مدل‌های اقتصادی را در سیستم‌های کنترل کیفیت مطرح کردند. آنها از مدل مار کوفی برای بیان حالت‌های مختلف فرایند استفاده کردند [۳]. بعضی از محققان سعی کرده‌اند تا یک مدل کلی برای مدل ارائه شده در مرجع [۳] ارائه کنند که از میان آنها می‌توان به مؤلفان مراجع [۴-۷] اشاره کرد. البته نتایج ارائه شده توسط این محققان به مانند مرجع [۳] به علت عدم وجود قوانین ساده برای به کارگیری آنها در عمل، بیشتر از ارزش نظری برخوردارند.

نمودارهای کنترل شوهارت نیز توسط چندین محقق از نظر اقتصادی بررسی شده است. اغلب تحقیقات آنها را می‌توان به عنوان روش‌های طراحی نیمه اقتصادی گروه‌بندی کرد. در مرجع [۸] پیشنهاد شده که اندازه نمونه بهینه برای کنترل میانگین

یکی از مهمترین ابزار بهبود کیفیت، کنترل آماری فرایند<sup>۱</sup> (SPC) است. با استفاده از فنون رویه‌های مطرح در SPC می‌توان تغییرات با دلیل در مشخصات خروجی فرایند را شناسایی کرد. ولی نوع دیگر تغییرات نیز هستند که در یک محدوده زمانی قابل پیش بینی‌اند و از طرف دیگر با تنظیم و اصلاح در متغیرهای موثر در فرایند می‌توان آنها را کاهش داد. این نوع کنترل را که بر مبنای تنظیم<sup>۳</sup> انجام می‌گیرد، کنترل مهندسی<sup>۴</sup> (EPC) می‌نامند.

سابقه ترکیب EPC و SPC به اوائل دهه ۹۰ میلادی برمی‌گردد [۱]. در این راستا کنترل کننده‌های R2R ابزاری‌اند که به صورت هنرمندانه EPC و SPC را ترکیب می‌کنند. در این کنترل کننده‌ها، ابتدا یک مدل رگرسیونی خطی به صورت بهینه بر رفتار فرایند برازش می‌شود به طوری که رابطه بین خروجی و ورودی را به خوبی نشان دهد. سپس در هر مرحله بازبینی، به صورت مستمر، عرض از مبدا مدل به منظور نزدیک نگاه داشتن خروجی حول مقدار ایدئال، بهنگام می‌شود. این بهنگام سازی توسط رویه EWMA براساس اختلاف بین مقادیر خروجی



شکل ۱- ساختار عمومی فرایند کنترل R2R

داشتن فواصل نامساوی در نمونه‌گیری امکانپذیر است. مرجع [۱۹] روشهایی را برای کاهش زنگ خطر اشتباهی پیشنهاد کرده است. مرجع [۲۰] یک روش آماری برای طراحی اقتصادی نمودارهای EWMA ابداع کرده است و در سال ۲۰۰۰، مرجع [۲۱] یک روش کاربردی را برای طراحی اقتصادی نمودارهای EWMA M به کار برده است.

در بخش دوم، مشخصات خروجی در فرایند کنترلی R2R از جمله میانگین، واریانس و پایداری<sup>۵</sup> محاسبه می‌شود. سپس بر اساس آنها در بخش سوم مدلی برای کمینه کردن هزینه‌های کیفیت طراحی می‌شود.

## ۲- مشخصات اساسی آماری خروجی، در فرایند

### کنترلی R2R

اولین قدم در توسعه سیستم کنترل R2R، توسعه یک مدل رگرسیونی است که به صورت واقعی رابطه بین متغیرهای قابل کنترل و مشخصه‌های کیفی مورد علاقه را بیان می‌کند. ما در این مقاله فرض می‌کنیم که یک متغیر قابل کنترل (ورودی) و یک مشخصه کیفی (خروجی) داریم<sup>۶</sup> (SISO). فرض اساسی در این حالت این است که فرایند حالت دینامیک ندارد. این به آن معنی است که مشخصه کیفی در مرحله  $(y_n)_n$  فقط به متغیر ورودی  $x_{n-1}$  در ابتدای مرحله  $n$  (انتهای مرحله  $n-1$ ) بستگی دارد. در حالت SISO که در این مقاله بحث شده، رابطه بین

زمانی حاصل می‌شود که تعداد کل بازرسیهای مورد نیاز برای پی بردن به وجود یک تغییر خاص کمینه شود، و یا به عبارت دیگر کمینه کردن بازرسی کل به معنی کمینه شدن هزینه‌های کل است. روشهای مشابهی برای مطالعه اقتصادی دیگر نمودارهای کنترل در مراجع [۹-۱۱] استفاده شده است.

مراجع [۱۲ و ۱۳] تجزیه و تحلیل‌های نیمه اقتصادی دیگری را معرفی می‌کنند. مرجع [۱۳] از شبیه سازی مونت کارلو برای بررسی چند طراحی مختلف از نمودار کنترلی  $\bar{X}$  که شامل تعدادی استراتژیهای تنظیم فرایند می‌شود، استفاده می‌کند.

نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] حاکی از این است که روشهای کنترل که بر اساس یک نمونه در فواصل زمانی ثابت عمل می‌کنند، بهینه نیستند. این مرجع پیشنهاد می‌کند که اندازه نمونه و فاصله نمونه‌گیری باید در هر مقطع زمانی براساس احتمال پسین اینکه فرایند در حالت خارج از کنترل به سر می‌برد تعیین شود. روشهایی از قبیل برنامه ریزی پویا به مقدار نسبتاً زیادی در تعیین راه حل بهینه استفاده شده است. همچنین در مراجع [۱۵-۱۷] یک طراحی عمومی اقتصادی ارائه شده است. مدل مطرح شده در آن مراجع، شامل هزینه‌های نمونه‌گیری در حالت تحت کنترل، هزینه‌های تولید معیوب در حالت خارج از کنترل، همچنین هزینه‌های تشخیص علل تغییر در فرایند و زنگ خطرهای اشتباهی است. در مرجع [۱۸] گزارش شده که اقتصادترین حالت برای نمودارهای کنترل با

ورودی و خروجی به صورت معادله (۱) که یک مدل ساده خطی است تعریف می‌شود:

$$y_n = \alpha + \beta x_{n-1} + \varepsilon_n \quad (1)$$

کاستلو بر این باور است که در صورتی که فضای مربوط به متغیرهای قابل کنترل کوچک باشد. می‌توان از مدل ساده رگرسیون خطی به عنوان تقریب مدل‌های غیر خطی استفاده کرد [۲].

در این رابطه  $\beta$  و  $\alpha$  پارامتر بوده و  $\varepsilon_n$  نویز سفید است. همچنین در معادله (۱) این فرض وجود دارد که هیچ تأخیری بین فعالیت کنترلی و اثر آن روی  $y_n$  وجود ندارد البته در مسائل تولید گسسته قطعات این یک فرض منطقی است. در این مرحله  $\beta$  و  $\alpha$  بر اساس روشهای مختلفی قابل تخمین‌اند. از آنجا که این روشها به صورت کاملاً کلاسیک بحث شده‌اند ما روی قدم دوم R2R یعنی کنترل و تنظیم مستمر می‌پردازیم.

در قدم دوم، بر اساس اندازه‌گیری خروجی فرایند و مقایسه با پیش بینی بر اساس مدل رگرسیونی و استفاده از رویه EWMA برای اختلاف حاصل از پیش بینی مدل و واقعیت، عرض از مبدأ مدل رگرسیونی ( $\alpha$ ) به‌نگام می‌شود و از طرف دیگر میزان ورودی در مرحله بعد ( $x_n$ ) بر اساس مقدار جدید  $a_n$  مشخص می‌شود [۲۲].

از آنجایی که فرایند دینامیک نیست فعالیت کنترلی بهینه بر اساس حداقل واریانس حول هدف T برای مدل (۱) عبارت است از:

$$x_n = \frac{T - \alpha}{\beta} \quad (2)$$

عملیات کنترلی (۲) بر روی سیستم، قبل از شروع مرحله  $n+1$  اعمال می‌شود. کنترل کننده R2R فرض می‌کند که ضریب زاویه  $\beta$  ثابت و عرض از مبدأ  $\alpha$  نسبت به زمان متغیر است [۲]. در این حالت فعالیت کنترلی از پیش بینی مقدار پاسخ  $\hat{y}_n$  محاسبه می‌شود.

$$\hat{y}_n = a_{n-1} + \beta x_{n-1} = T$$

$$x_n = \frac{T - a_n}{\beta} \quad (3)$$

که در آن  $\hat{a}_n = \hat{\alpha}_{n+1/n}$ ،  $\hat{\beta} = b$  تخمین ضریب زاویه  $\beta$  به صورت یکباره صورت می‌گیرد. در حالی که تخمین عرض از مبدأ به صورت مداوم و بازگشتی با استفاده از رویه EWMA به صورت زیر انجام می‌گیرد.

$$a_n = \lambda(y_n - \beta x_{n-1}) + (1 - \lambda)a_{n-1} \quad (4)$$

شکل (۲) روند این تنظیم را نشان می‌دهد.

حال فرض کنید که انحرافات از هدف در فرایند از مدل زیر تبعیت کند.

$$y_n = \alpha + \beta x_{n-1} + \delta_n + \varepsilon_n \quad (5)$$

که در آن  $\delta$  میانگین اغتشاش در هر مرحله است. میانگین مربع خطای مجانبی این فرایند برابر است با:

$$AMSE(y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} E(y_n^2) \quad (6)$$

اصطلاح مجانبی از این حقیقت ناشی می‌شود که این نوع کنترل کننده‌ها به خاطر شرایط اولیه در معادلات EWMA دارای تغییرات کوتاه مدت بوده که باید از شرایط پایداری آن جدا شود. با توجه به معادله‌های بالا معادله حلقه- بسته خروجی به صورت زیر باز نویسی می‌شود:

$$y_n = \alpha - \xi a_{n-1} + \delta_n + \varepsilon_n \quad (7)$$

که در آن  $\xi = \beta/b$  با بازگشت به معادله EWMA داریم:

$$a_n = \lambda(\alpha + \delta_n + \varepsilon_n) + (1 - \lambda\xi)a_{n-1} \quad (8)$$

برای حل مجموعه معادلات دیفرانسیل در این کنترل کننده از روش فضای حالت<sup>۱</sup> باید استفاده کرد. بردار حالت زیر تعریف می‌شود

$$z'_n = (a_{n-1}, n) \quad (9)$$

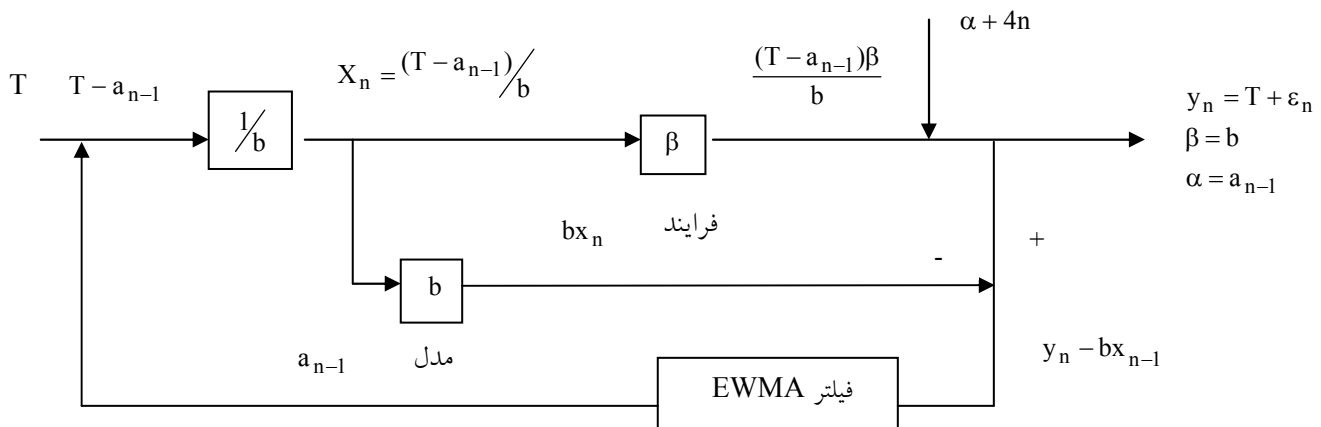
با این تعریف می‌توان معادلات فوق را در فضای حالت به صورت زیر نشان داد.

$$z_{n+1} = Az_n + W_n \quad (10)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\xi & \lambda\delta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$W_n = \begin{bmatrix} \lambda(\alpha + \varepsilon_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$



شکل ۲- فرایند بهنگام کردن  $a_n$  و نگهداری فرایند در نزدیکی حالت ایدئال

دریافت که یک معاوضه با انتخاب مقادیر مختلف  $\lambda$  مشاهده وجود خواهد داشت. در صورتی که  $\lambda = 0$  باشد (یعنی کنترلی وجود ندارد) میزان AMSE حداقل می شود ولی اریب افزایش می یابد و از طرف دیگر اگر  $\lambda = 1$  باشد اریب کاهش می یابد ولی در عوض واریانس زیاد می شود.

در بخش بعدی مقاله بر اساس یافته های این قسمت مدلی برای کمینه کردن هزینه های کیفیت طراحی می شود.

### ۳- طرح اقتصادی فرایندهای R2R با استفاده از کنترل کننده های EWMA

آگاهی از هزینه های کیفیت به مدیران برای تنظیم نحوه سرمایه گذاری در بهبود کیفیت کمک کرده و آنان را در بررسی کوششهای به عمل آمده و ارزیابی میزان اثر فعالیت های مختلف بهبود یاری می دهد. این آگاهی در جهت کاهش تعداد اشتباهات و خطاها در مورد هزینه های مربوطه مورد استفاده قرار می گیرد. با توجه به این که در کنترل کننده R2R یک فرایند را هزینه یابی می کنیم. لذا از روش "هزینه یابی فرایندی" در این راستا استفاده باید کرد. در این مدل هزینه های کیفیت فرایند به دو دسته تقسیم می شوند:

- هزینه های تطابق: هزینه هایی که صرف رسیدن فرایند

از طرف دیگر برای حل این معادله داریم [۲]:

$$z_n = A^n z_0 + \sum_{j=1}^{n-1} A^{n-j-1} w_j \quad (13)$$

ماتریس  $A$  با استفاده از معادله  $A^n = p\Gamma^n p^{-1}$  محاسبه می شود که در آن:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\xi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

بر اساس نظریه فضای حالت می توان نتیجه گیری کرده که موقعی مشخصه کیفی، حالت پایدار دارد که  $|1 - \lambda\xi| \leq 1$  اگر  $z_0 = (0,0)$  در آن صورت با فرض پایدار بودن فرایند داریم [۲]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{n-1} (1 - \lambda\xi)^{n-j-1} = 1/\lambda\xi \quad (15)$$

$$y_n = \frac{\delta}{\lambda\xi} - \xi\lambda \sum_{j=0}^{n-1} (1 - \lambda\xi)^{n-j-1} \varepsilon_j + \varepsilon_j \quad (16)$$

از رابطه بالا به دست می آوریم

$$AMSE(y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} [y_n^2] = \sigma^2 + \frac{\lambda^2 \xi \sigma^2}{2 - \lambda\xi} + \left(\frac{\delta}{\lambda\xi}\right)^2 \quad (17)$$

در معادله (۱۷) مقدار  $\sigma^2 + \frac{\lambda^2 \xi \sigma^2}{2 - \lambda\xi}$  واریانس و  $\left(\frac{\delta}{\lambda\xi}\right)^2$  میزان اریب خروجی است. با دقت در این معادله می توان

به اهداف خود می‌شوند.

- هزینه‌های عدم تطابق: هزینه‌هایی که به دلیل عدم تطابق خروجی با معیارهای تعریف شده فرایند، ایجاد می‌شود.

### ۳-۱- هزینه‌های تطابق

در فرایند تولیدی که از کنترل کننده‌های R2R استفاده می‌کند یکی از مهمترین هزینه‌های تطابق هزینه ارزیابی است. هزینه‌های ارزیابی طبق تعریف استاندارد ISO 9004، هزینه‌هایی هستند که برای آزمایش کیفیت به منظور حصول اطمینان از اینکه خواسته‌های کیفیت بر آورده می‌شوند، صرف می‌شوند.

در عموم فرایندهای R2R برای بررسی کیفیت قطعات از روش بازرسی به صورت اصلاح و پذیرش استفاده می‌شود. در این حالت بر اساس طرحهای نمونه گیری استخراج شده از جداول استاندارد ABC، از دسته محصولات تولید شده در هر مرحله نمونه‌گیری می‌شود. در صورتی که اعداد معیوب در نمونه کمتر یا مساوی عدد پذیرش طرح نمونه‌گیری بود، کل دسته پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت کل دسته بازرسی صد در صد شده و محموله سالم وارد انبار می‌شود.

شکل (۳) نحوه استفاده از طرحهای اصلاح و پذیرش را نشان می‌دهد. در این شکل:

Pa: احتمال پذیرش دسته و

1-Pa: احتمال رد دسته است.

بدیهی است ارزیابی مشخصات کمی هر قطعه دارای هزینه است، بنابراین با مشخص کردن متوسط تعداد بازرسی<sup>9</sup> (ATI) می‌توان نسبت به تخمین این هزینه‌ها اقدام کرد [۲۳]. متوسط تعداد بازرسی در این حالت برابر است با:

$$ATI = N(1 - Pa) + nPa \quad (18)$$

$$Pa = \sum_{x=0}^C \binom{n}{x} p'^x (1 - p')^{n-x} \quad (19)$$

که در آن:

N: اندازه محموله

c: عدد پذیرش

N: اندازه نمونه و

p': متوسط در صد معیوب تولید است.

بنابراین با توجه به معادله (۱۸) متوسط هزینه‌های تطابق برابر است با:

$$ECC = C_1 \cdot ATI \quad (20)$$

که  $C_1$ ، متوسط هزینه‌های هر واحد بازرسی قطعه شامل هزینه زمان صرف شده برای آزمون، مواد و تجهیزات مصرفی برای آزمون و دیگر هزینه‌های ارزیابی و اندازه‌گیری مشخصات است.

### ۳-۲ هزینه‌های عدم تطابق

هزینه‌های عدم تطابق معمولاً به دو دسته هزینه خرابی داخلی<sup>۱۰</sup> و هزینه خرابی خارج<sup>۱۱</sup> تقسیم می‌شود [۲۴].

الف) هزینه خرابی داخلی

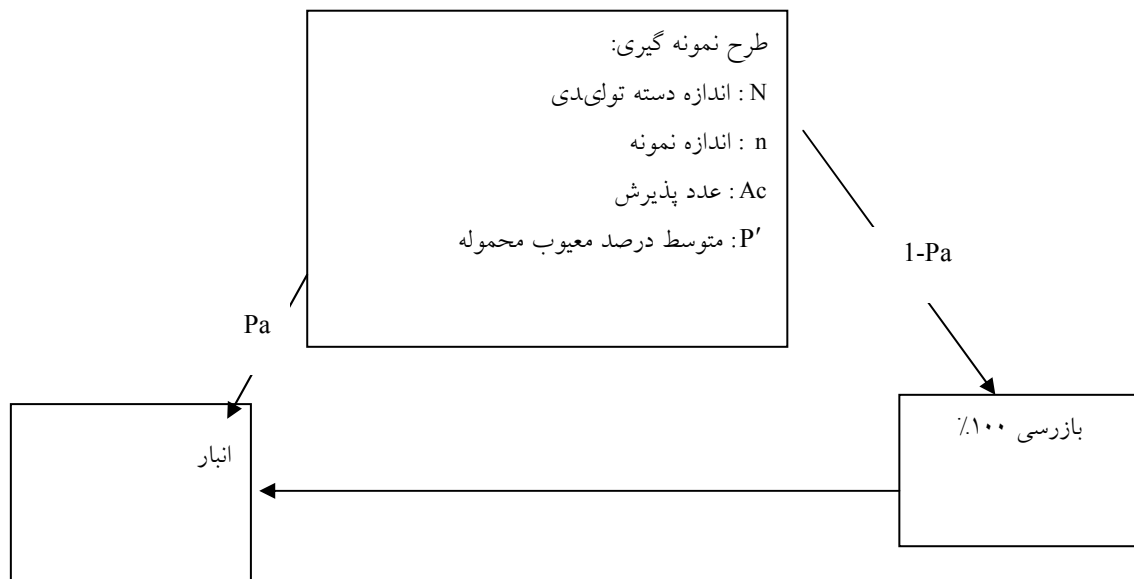
طبق تعریف ISO 9004، هزینه خرابی داخلی، هزینه‌هایی هستند که قبل از تحویل کالا به مشتری به منظور تامین خواسته‌های صورت می‌گیرند. به عبارت دیگر هزینه‌هایی که بابت عدم انطباقها، قبل از اینکه محصول ساخته شده و به مشتری تحویل داده شود، صرف می‌شوند، هزینه‌های خرابی داخلی نام دارد.

همان طور که قبلاً اشاره شد خروجی فرایند توسط نمونه‌گیری اصلاح و پذیرش بررسی می‌شود. در طرح اصلاح و پذیرش چه در مرحله نمونه‌گیری و چه در مرحله بازرسی صد در صد تعدادی قطعات معیوب شناسایی می‌شوند که ضرر ناشی از وجود آنها را می‌توان به حساب هزینه خرابی داخلی گذاشت. برای محاسبه متوسط این هزینه، مقدار متوسط قطعات خراب تشخیص داده شده را محاسبه کنیم. متوسط این قطعات عبارت‌اند از:

$$ATD = nP' \cdot Pa + NP'(1 - Pa) \quad (21)$$

بنابراین با توجه به معادله (۲۱) متوسط هزینه‌های خرابی داخلی برابر است با:

$$ECIF = C_2 \cdot ATD \quad (22)$$



شکل ۳- فرایند بازرسی به صورت اصلاح و پذیرش

مقدار خالص هزینه‌های خرابی خارج را منعکس می‌کند. واضح است این ضریب در صورت زیاد بودن اندازه محموله نسبت به اندازه نمونه به سمت یک میل می‌کند.

اما از طرف دیگر ممکن است مشتری همان موقع از این محصول استفاده نکند و هنگام استفاده از محصول در طول زمان گارانتی متوجه اشکال در آن شود بنابراین مدل پیشنهادی برای تخمین هزینه‌های خرابی خارج در هر زمان عبارت است از:

$$ECEP = C_3 \cdot N \cdot AOQ \cdot \sum_{i=1}^m A_i \cdot p_i \quad (24)$$

$$A_i = A(1+r)^i \quad (25)$$

که در آن:

$A_i$ : میزان جریمه خرابی محصول در سال  $i$

$r$ : نرخ بهره سالیانه

$A$ : جریمه خرابی محصول در سال اول

$m$ : تعداد سالهای گارانتی

$P$ : احتمال استفاده در سال  $i$  که برابر  $1/m$  است.

$C_3$ : متوسط هزینه هر واحد قطعه خراب تحویل داده شده به مشتری.

که در آن  $C_2$ ، متوسط هزینه هر واحد قطعه خراب شده است. البته در بعضی از فرایندها قطعه معیوب قابلیت به کارگیری در محصولات دیگری که ارزش کمتری دارند را داراست که این مطلب در محاسبه  $C_2$  می‌تواند گنجانده شود.

ب) هزینه خرابی خارج

هزینه‌های خرابی خارج، طبق تعریف ISO 9004 هزینه‌هایی هستند که بعد از تحویل کالا به مشتری و نظر به برآورده نشدن برخی نیازهایش ایجاد می‌شود.

در طرحهای نمونه‌گیری اصلاح و پذیرش در صورتی که در همان مرحله اول، محموله پذیرفته شوند، تعدادی قطعات معیوب نیز وارد سیستم می‌شود که به دست مشتری می‌رسد و هزینه شکست خارجی را ایجاد می‌کند. برای محاسبه این هزینه‌ها لازم است متوسط کیفیت خروجی<sup>۱۲</sup> در این مرحله محاسبه شود. این مقدار برابر است با [۲۳]:

$$AOQ = P'Pa \left( \frac{N-n}{N} \right) \quad (23)$$

ضریب تصحیح  $\left( \frac{N-n}{N} \right)$  به منظور حذف قطعات معیوب تشخیص داده شده در نمونه‌گیری است وقتی که عدد پذیرش طرح نمونه‌گیری بزرگتر از صفر باشد. در این حالت  $AOQ$

### ۳-۳- مدل ریاضی تعیین مقدار بهینه پارامتر وزنی رویه

#### EWMA

اکنون که مدل‌های هزینه‌ای معرفی شد باید مدلی جامع ساخت که با تعیین مقادیر  $\lambda$  در کنترل کننده بازخوردی EWMA، هزینه‌های کیفیت فرایند با کنترل کننده R2R به حداقل برسد. به عبارت دیگر فرایند، ارزش افزوده بیشتری بگیرد و نابت‌تر شود.

ولی باید توجه داشت که در فرایند R2R، خروجی به صورت پیوسته اندازه‌گیری می‌شود ( $y_n$ ) حال اگر مشخصه کیفی خروجی دارای توزیع مشخصی باشد. می‌توان متوسط درصد قطعات معیوب تولیدی را در فرایند R2R با کنترل کننده EWMA محاسبه کرد. به طور کلی درصد معیوب در این حالت برابر است با:

$$P' = P(y_n \geq USL) + P(y_n \leq LSL) \quad (26)$$

که در آن  $USL^{13}$  و  $LSL^{14}$  به ترتیب حدود فنی بالا و پایین هستند. بر اساس توزیع نرمال،  $P'$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P' = P'(Z_{y_n} \geq \frac{USL - \mu_{y_n}}{\sigma_{y_n}}) + P(Z_{y_n} \leq \frac{LSL - \mu_{y_n}}{\sigma_{y_n}}) \quad (27)$$

که در آن  $\mu_{y_n}$  و  $\sigma_{y_n}$ ، میانگین و انحراف معیار  $y_n$  هستند که در معادله (۱۷) به آن اشاره شد. بنابراین مدل هزینه‌ای (۲۸) را می‌توان برای به دست آوردن حداقل هزینه کیفیت طراحی کرد.

$$\text{Min } ECC + ECIF + ECEF$$

$$\text{subject to} \quad (28)$$

$$0 < \lambda \leq 1$$

$$1 - \lambda \leq 1$$

در مدل (۲۸)، ECC و ECIF و ECEF همگی تابعی از  $\lambda$

هستند که بعد از اجرای مدل، مقدار بهینه آن به دست می‌آید.

محدودیت  $1 - \lambda \leq 1$  نیز پایداری فرایند را تضمین می‌کند.

### ۴- آزمون مدل

برای بررسی عملکرد مدل در تخمین پارامترهای کنترل

بازخوردی رویه EWMA در فرایند R2R فرایند زیر بررسی شده است.

نوعی عدسی اپتیکی در یکی از مراحل مهم تولید به صورت دسته‌ای در محفظه‌ای قرار گرفته و مایعی شیمیایی روی آن را می‌پوشاند. این ماده با غلظت مشخص (برحسب مول بر لیتر) باعث به دست آمدن ضخامت خاصی (برحسب میلیمتر) برای عدسیها می‌شود. در نظر است برای کنترل کیفیت این فرایند از کنترل کننده R2R استفاده شود. در این حالت میزان غلظت ماده شیمیایی به عنوان متغیر ورودی و ضخامت به دست آمده عدسی، متغیر خروجی است. شکل (۴)، ساختار کنترل کننده R2R را در مطالعه موردی نشان می‌دهد. برای بررسی کیفیت هر دسته تولیدی یک طرح نمونه‌گیری بر اساس جدول ABC بر اساس معیارهای جدول (۱)، پیشنهاد می‌شود.

بر اساس داده‌های فوق، طرح نمونه‌گیری بر اساس جداول استاندارد ABC-STD-105E در جدول (۲) نشان داده شده است.

همان طور که در بخش دوم اشاره شد اولین قدم در فرایند کنترلی R2R، تخمین رابطه خروجی و ورودی به صورت یک معادله رگرسیونی است. به این منظور در مطالعه موردی فوق نتایج ۲۰ دوره تولیدی متوالی جمع آوری و در جدول (۳)، نمایش داده شده است.

نتایج جدول (۳)، تحت شرایط زیر به دست آمده است:

- ماده شیمیایی مورد استفاده با فرمولاسیون ثابت واز یک تامین کننده تهیه شده است.

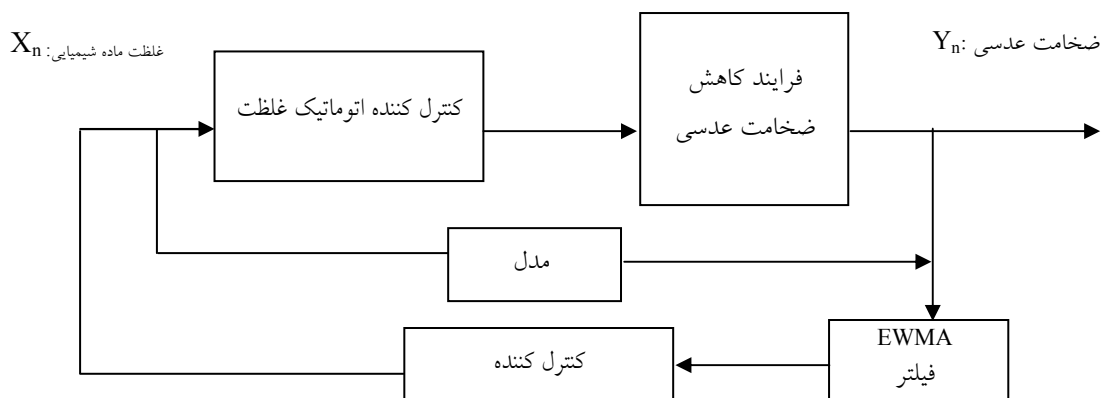
- ابزار اندازه‌گیری غلظت مواد شیمیایی و ضخامت عدسی در هر مرحله کالیبره شده است.

- در تمامی مراحل سعی شده، فرایند تحت تاثیر شرایط محیطی قرار نگیرد.

- فرایند تولید به صورت استاد کاری انجام نشده است بلکه فقط بر اساس دستورالعملهای تهیه شده توسط کارشناس ارشد انجام می‌شود.

با استفاده از رگرسیون معادله بیان کننده رابطه خروجی و





شکل ۴ - ساختار کنترل کننده R2R در فرایند کاهش ضخامت عدسی

جدول ۱- معیارهای پیشنهادی طرح نمونه‌گیری

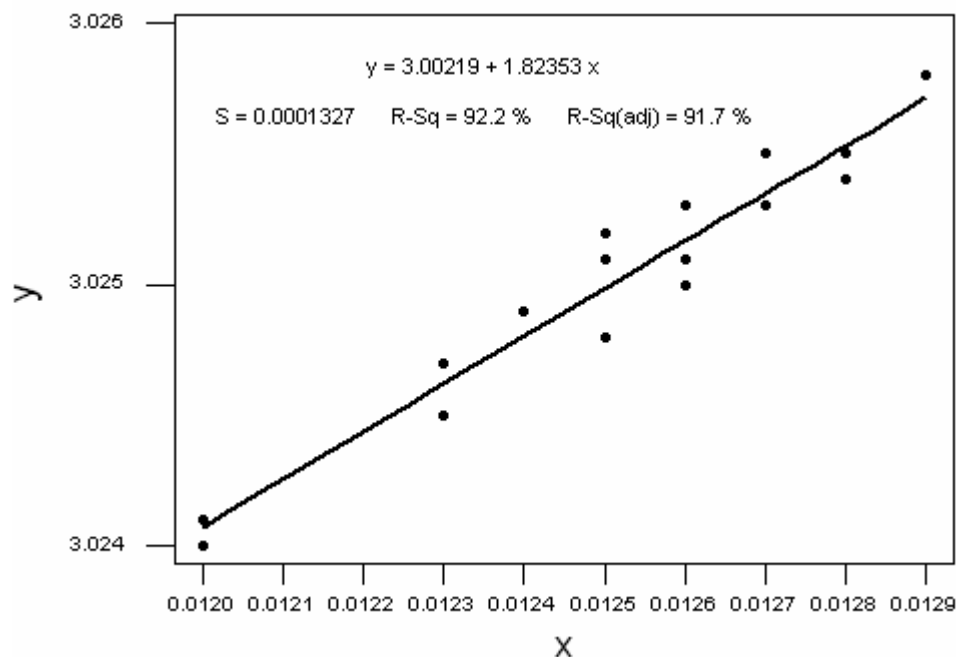
اندازه محموله (N)	سطح بازرسی	کد نمونه‌گیری	AQL
73	II	E	%1

جدول ۲- طرح نمونه‌گیری بر اساس جداول استاندارد ABC-STD-105E و معیارهای جدول ۱

اندازه نمونه (n)	عدد پذیرش (c)	عدد رد (r)
13	0	1

جدول ۳- میزان خروجی ورودی در ۲۰ دوره متوالی تولید

غلظت (مول بر لیتر)	ضخامت (میلیمتر)
0.012	3.024
0.0125	3.0251
0.0123	3.0245
0.0123	3.0247
0.0128	3.0255
0.0129	3.0258
0.0127	3.0253
0.012	3.0241
0.0125	3.0248
0.0126	3.0253
0.0126	3.025
0.0124	3.0249
0.0126	3.0251
0.0127	3.0255
0.0128	3.0254
0.0125	3.0252
0.0125	3.0248
0.0126	3.0251
0.0128	3.0255
0.0125	3.0252



شکل ۵- برازش مدل به رفتار فرایند

(۵)، نشان داده شده است. همچنین شکل (۷)، درصد هر یک از این هزینه‌ها را نمایش می‌دهد. نسبت هزینه‌های انطباق به هزینه‌های عدم انطباق برابر ۷۸٪ است که نشان از عدم بهینگی هزینه‌های کیفی است زیرا بر اساس استاندارد هزینه‌های کیفی (BS 6143) موقعی این هزینه‌ها حداقل هستند که این نسبت به سمت یک میل کند [۲۴].

در قدم دوم برای پیاده سازی کنترل کننده R2R، با توجه به مدل به دست آمده در قسمت اول و پارامترهای هزینه‌ای  $(C_1, C_2, C_3)$ ، مدل ۲۸، اجرا شده و مقدار بهینه پارامتر وزنی رویه EWMA برابر ۰/۰۹۴ به دست می‌آید. با این پارامتر وزنی در رویه EWMA کنترل کننده R2R را برای کنترل فرایند استفاده می‌کنیم. نتایج حاصل از ۲۰ مرحله متوالی تولید تحت کنترل R2R در جدول (۶) آمده است.

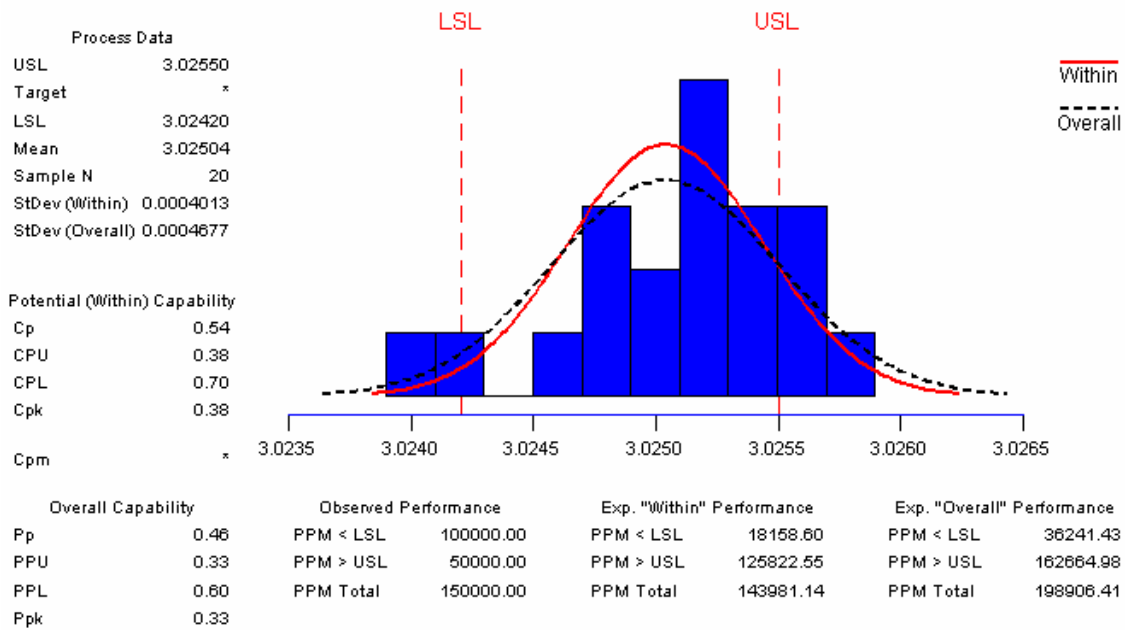
شکل (۸)، مشخصات اساس آماری و توانایی فرایند را در این حالت نشان می‌دهد در این حالت مقدار  $CP, CP_k$  به ترتیب برابر ۱/۱۴ و ۱/۰۲ است که نشان دهنده افزایش راندمان و کاهش ضایعات در این حالت است. با استفاده از معادلات (۲۰)، (۲۲) و (۲۴) و همان

ورودی به دست می‌آید. شکل (۵)، این معادله را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل (۵)، مشخص است این رابطه خطی با درجه برازش بسیار خوبی بر داده‌ها منطبق شده است و در نتیجه از مدل قابل اعتمادی در قسمت پیش بینی کنترل کننده R2R برخورداریم.

حدود استاندارد فنی بالایی و پایینی برای خروجی فرایند به ترتیب ۳/۰۲۵۵ و ۳/۰۲۴۲ است. بنابراین بر اساس تخمین معیارهای مرکزیت و پراکندگی بر اساس داده‌های جدول (۳)، توانایی فرایند محاسبه شده است. نتایج این محاسبات که در شکل (۶)، آمده است، نشان دهنده کارایی پایین فرایند  $(CP_k < 1)$  و  $(CP < 1)$  و مقدار زیاد ضایعات است.

بر اساس آمار گذشته در این فرایند متوسط فاکتورهای هزینه ای تطابق و عدم تطابق  $(C_1, C_2, C_3)$  محاسبه و در جدول (۴) نشان داده شده است. همچنین دوره گارانتی ۴ سال، نرخ بهره سالانه ۲۰ درصد و جریمه خرابی محصول در سال اول برابر ۸/۵ واحد پول است.

با توجه به معادلات (۲۰)، (۲۲) و (۲۴) و پارامترهای جدول (۴)، میزان متوسط هزینه‌های کیفی، محاسبه و در جدول



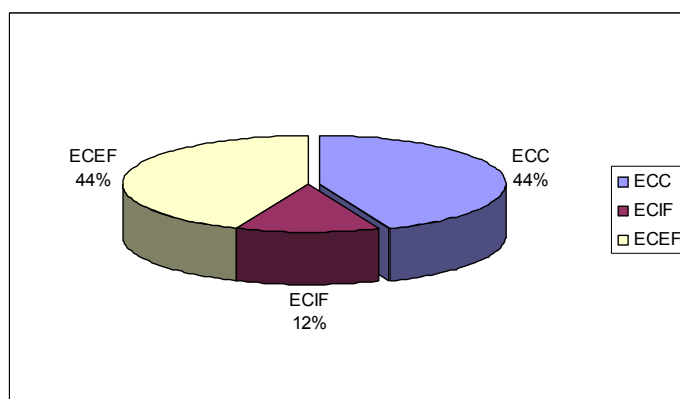
شکل ۶- مشخصات آماری و کارایی فرایند قبل از به کار گیری کنترل کننده R2R

جدول ۴- مقادیر  $C_1, C_2, C_3$  در محاسبه هزینه کیفیت

متوسط پارامتر هزینه انطباق (C1)	متوسط پارامتر هزینه عدم انطباق	
	متوسط پارامتر هزینه خرابی داخلی ( $C_2$ )	متوسط پارامتر هزینه خرابی خارج ( $C_3$ )
9.8	5.1	12.5

جدول ۵- متوسط هزینه‌ای کیفی قبل از به کارگیری کنترل کننده R2R

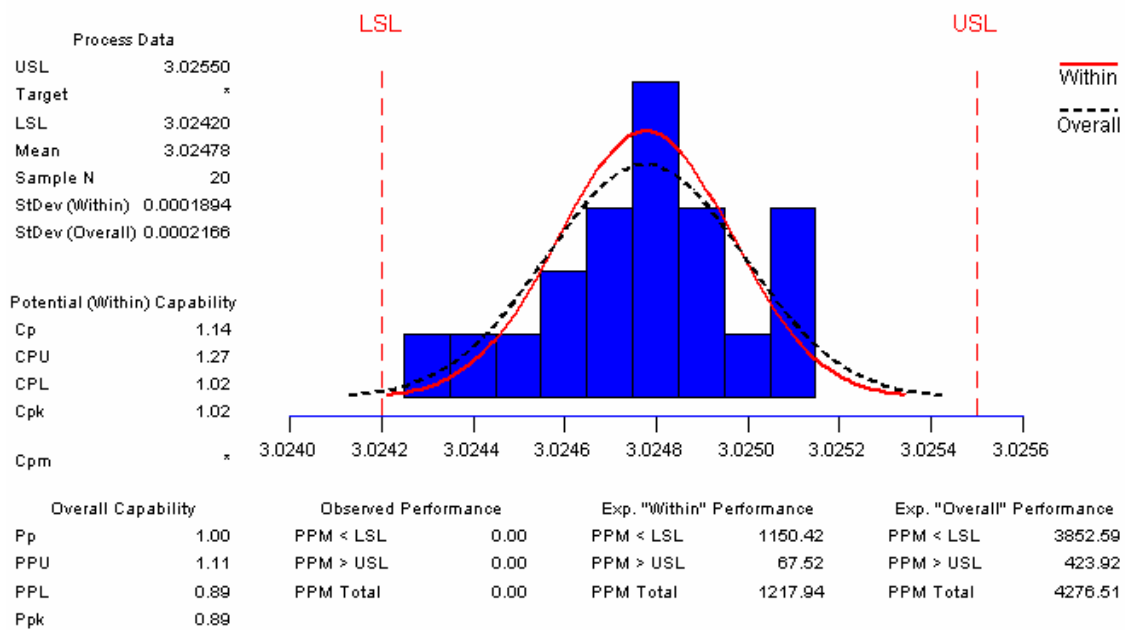
ECC	3525
ECIF	1005.3
ECEF	3520.6
مجموع هزینه‌ها	8050.9



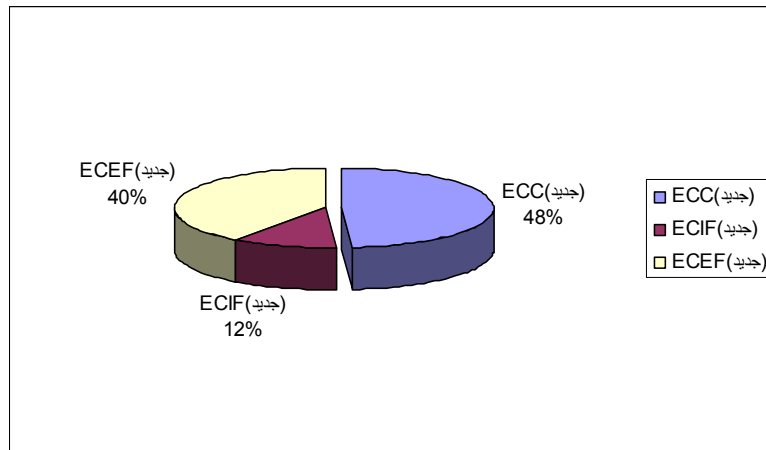
شکل ۷- درصد متوسط هزینه‌های کیفی قبل از به کارگیری کنترل کننده R2R

جدول ۶- نتایج حاصل از ۲۰ مرحله متوالی تولید تحت کنترل R2R

$a_n$	ضخامت (میلیمتر)	غلظت (مول بر لیتر)
3.0027	3.02429	0.0133
3.0028	3.02474	0.0136
3.0027	3.02476	0.0136
3.0028	3.0248	0.0136
3.0027	3.02464	0.0135
3.0025	3.02507	0.0138
3.0028	3.02474	0.0136
3.0027	3.02485	0.0137
3.0028	3.02485	0.0137
3.0026	3.02461	0.0135
3.0027	3.02508	0.0138
3.0027	3.02512	0.0138
3.0027	3.02494	0.0137
3.0028	3.02451	0.0135
3.0027	3.02442	0.0134
3.0027	3.02498	0.0137
3.0028	3.02471	0.0136
3.0026	3.02482	0.0136
3.0028	3.02484	0.0136
3.0027	3.02476	0.0136



شکل ۸- مشخصات آماری و کارایی فرایند بعد از به کار گیری کنترل کننده R2R



شکل ۹- درصد متوسط هزینه‌های کیفی بعد از به کارگیری کنترل کننده R2R

### ۵- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این مقاله کنترل کننده R2R بهینه سازی اقتصادی شده است این امر از طریق توسعه یک مدل اقتصادی که هزینه‌های کیفیت را با تعیین مقدار بهینه  $\lambda$ ، کمینه می‌کند، به انجام می‌رسد. با استفاده از فرایند کنترلی R2R بهینه شده، علاوه بر افزایش توانایی فرایند، هزینه‌های کیفی نیز کاهش می‌یابد.

علاوه بر این با اجرای این مدل نسبت هزینه‌های تطابق به هزینه‌های عدم تطابق به سمت یک میل می‌کند که نشان دهنده کمترین هزینه کیفیت در سطح کیفیت موجود است.

برای تحقیقات آتی، استفاده از مدل‌های چند معیاره که بتوانند همزمان، توانایی فرایند، میانگین مربع خطا و هزینه‌های کیفیت را به مقدار مورد نظر تصمیم گیرنده برسانند، پیشنهاد می‌شود. همچنین می‌توان در اجرای مدل توسعه داده شده در این مقاله، برای هر نوع هزینه کیفیت یک وزن در نظر گرفت و نتایج حاصله را در هزینه‌های کیفیت و کیفیت محصول بررسی کرد.

### جدول ۷- متوسط هزینه‌های کیفی بعد از به کارگیری

کنترل کننده R2R

ECC (جدید)	43.1
ECIF (جدید)	10.21
ECEF (جدید)	35.049
مجموع هزینه‌ها	88.359

پارامترهای هزینه‌های  $(C_1, C_2, C_3)$  متوسط هزینه‌ها در این حالت بررسی شده است. جدول (۷)، مقادیر متوسط هزینه‌های کیفی و شکل (۹)، درصد آنها را نشان می‌دهد. در این رویکرد جدید نسبت هزینه‌های انطباق به هزینه‌های عدم انطباق برابر ۹۵٪ است که نشان از بهینگی هزینه‌های کیفی است زیرا که این نسبت به سمت یک میل کرده است [۲۴]. به عبارت دیگر در این رویکرد با سطح کیفیت بالاتری، هزینه‌های کیفیت کمتری هم داشته‌ایم.

### واژه نامه

- |                                          |                               |                               |
|------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. exponentially weighted moving average | 5. stability                  | 10. internal failure cost     |
| 2. statistical process control           | 6. single input single output | 11. external failure cost     |
| 3. adjustment                            | 7. white noise                | 12. average outgoing quality  |
| 4. engineering process control           | 8. state-space                | 13. upper specification limit |
|                                          | 9. average total inspection   | 14. lower specification limit |

1. Vander Weil, S.A., Tucker, W.T., Faltin, F. W., and Doganksov, N.G., "Algorithmic Statistical Process Control: Concept and Application," *Technometrics*, Vol. 34, No. 3, pp. 286-297, 1992.
2. Del Castillo, E., *Statistical Process Adjustment for Quality Control*, John Wiley & Sons., New York, 2002.
3. Girshick, M.A., and Rubin, A., "Bayes Approach to Quality Model," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, No. 3, pp. 234-249, 1952.
4. Bather, J.A., "Control Chart and Minimization of Cost," *Journal of the Royal Statistical Society (B)*, Vol. 25, No. 1, pp. 36-52, 1963.
5. Ross, S.M., "Quality Control under Markovian Deterioration," *Management Science*, Vol. 17, No. 4, pp. 390-412, 1971.
6. Saniga, I.R., "Surveillance Problems," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, No. 1, pp. 56-68, 1962.
7. White, C.C., "A Markov Quality Control Process Subject to Partial Observation," *Management Science*, Vol. 19, No. 1, pp. 12-23, 1974.
8. Weiler, h., "On Most Economical Sample Size for Controlling the Mean of a Population," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, No. 3, pp. 198-222, 1952.
9. Aroian, L., and Levine, H., "The Effectiveness of Quality Control Charts," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 44, No. 4, pp. 350-364, 1950.
10. Weiler, H., "The Use of Runs to Control the Mean in Quality Control," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 48, No. 2, pp. 141-159, 1953.
11. Weiler, H., "A New Type of Control Limit for Means, Ranges, and Sequential Runs," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 49, No. 2, pp. 130-143, 1954.
12. Crowder, S.V., "A Simple Method for Studying Run-Length Distributions of Exponentially Weighted Moving Average Chart," *Technometrics*, Vol. 29, No. 3, pp. 358-371, 1987.
13. Barish, N.N., and Hauser, E., "Economic Design for Control Decisions," *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 65-79, 1963.
14. Taylor, H.M., "Markovian Sequential Replacement Process," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 36, No. 1, pp. 22-34, 1965.
15. Montgomery, D.C., "The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey," *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 1, pp. 75-87, 1980.
16. Ho. C., and Case, K.E., "Economic Design of Control Charts: A Literature Review for 1981-1991," *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 39-52, 1994.
17. Lorenzen, T.j., and Vance, L.C., "The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach," *Technometrics*, Vol. 28, No. 1, pp. 3-10, 1986.
18. Keats, J.B., Del Castillo, E., Von Collani, E., and Saniga, E.m., "Economic Modeling for Statistical Process Control," *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 2, pp. 144-157, 1997.
19. Woodal, W.H., "Weaknesses of the Economic Design of Control Charts," *Technometrics*, Vol. 28, No. 4, pp. 408-409, 1986.
20. Montgomery, D.C., Trong, J.C., Cochran, J.K., and Lawrence, F.P., "Statistically Constrained Economic Design of the EWMA Control Chart," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, No. 2, pp. 250-256, 1995.
21. Linderman, K. and Love, T.E., "Economic and Economic Statistical Design for MEWMA Control Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 33, No. 4, pp. 410-417, 2000.
22. Ingolfesson, A., and Sachs, E., "Stability and Sensitivity of an EWMA Controller," *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, pp. 271-287, 1993.
23. Montgomery, D.C., *Introduction to Statistical Process Control*, John Wiley & Sons, New York, 2004.
24. Dale, B.G., and Plunkett, J.J., *Quality Costing*, 3rd Edition, pp. 213-219, Chapman & Hall, London, 2001.