مطالعه عددی حرکت یک قطره درجریان پواسل

سعید مرتضوی *

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۳/۱۲/۴– دریافت نسخه نهایی: ۸٤/۱۲/۲۸)

چکیده – مهاجرت عرضی یک قطره قابل انعطاف درجریان دو بعدی پواسل[1] در اعداد رینولدز محدود به‌صورت عددی مطالعه شده است. درحالت حدی عدد رینولدز کوچک (۱>) حرکت قطره به شدت تحت تاثیر نسبت چسبندگی سیال قطره به چسبندگی سیال محیطی است. برای نسبت چسبندگی ۰/۱۲۵ یک قطره به طرف مرکز کانال حرکت می‌کند درحالی‌که برابر نسبت ۱ به‌سمت دیواره کانال حرکت می‌کند تا اینکه به دلیل وجود دیواره متوقف می‌شود. نرخ مهاجرت با افزایش تغییر شکل قطره زیاد می‌شود. در اعداد رینولدز بالاتر (۵۰-۵) قطره یا به یک نقطه تعادل که درحدود نصف فاصله از محورکانال‌تا دیواره‌است حرکت می‌کند که به اثر سگر- سیلبربرگ[2] معروف است ویا یک حرکت نوسانی را دنبال می‌کند. محل تعادل قطره به‌طور ضعیفی بستگی به پارامترهای فیزیکی جریان دارد. اما طول نوسانات گذرا با افزایش عدد رینولدز یا افزایش دانسیته قطره و یا کاهش چسبندگی سیال قطره زیاد می‌شود. با افزایش عدد رینولدز دیده می‌شود که نوسانات برای همیشه باقی می‌مانند وهیچ حالت دائمی مشاهده نمی‌شود. نتایج عددی با مشاهدات تجربی تطبیق خوبی دارند به‌خصوص درحالتی که قطرات به یک نقطه تعادل دائمی می‌رسند. بیشتر تشابه‌سازیها برای یک قطره دو بعدی انجام گرفته است و دو تشابه‌سازی نیز برای یک قطره سه بعدی انجام شده است و با نتایج دوبعدی مقایسه شده‌اند.

واژگان کلیدی : قطره، جریان پواسل، تغییر شکل، نسبت چسبندگی، نقطه تعادل، عدد مویینگی

A Numerical Study of Drop Motion in Poiseuille Flow

S. Mortazavi

Department of Mechanical Eng., Isfahan University of Technology

Abstract: ***The cross-stream migration of a deformable drop in two-dimensional Poiseuille flow at finite Reynolds numbers is studied numerically. In the limit of a small Reynolds number (<1), the motion of the drop depends strongly on the ratio of the viscosity of the drop fluid to the viscosity of the suspending fluid. For a viscosity ratio 0.125, the drop moves toward the centre of the channe while for the ratio 1.0, it moves away from the centre until halted by wall repulsion. The rate of migration increases***

* – استادیار

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]

with the deformability of the drop. At higher Reynolds numbers (5-50), the drop either moves to an equilibrium lateral position about halfway between the centerline and the wall according to the so-called Segre-Silberberg effect or undergoes oscillatory motions. The steady-state position depends only weakly on the various physical parameters of the flow but the length of the transient oscillations increases as Reynolds number is raised, the density of the drop is increased, or the viscosity of the drop is decreased. Once the Reynolds number is high enough, the oscillations appear to persist forever and no steady state is observed. The numerical results are in good agreement with experimental observations, especially for drops that reach steady-state lateral position.

Keywords: ***Drop, Poiseuille flow, Deformation, Viscosity ratio, Equilibrium position, Capillary number.***

۱- مقدمه

قطراتی که دریک کانال در یک سیال غوطه ورند در بسیاری از تحولات صنعتی اتفاق می‌افتند. جداسازی دو مایع وجریان آب وروغن درخطوط لوله مثالهایی از این قبیل جریانها هستند [۱ و ۲]. چون برای یک افت فشار مشخص، دبی جریان دریک کانال بستگی به توزیع قطرات درعرض سطح مقطع کانال دارد، به‌دست آوردن مهاجرت عرضی قطرات ومحل تعادل نهایی آنها بسیار مورد علاقه است. تعدادی محقق این مسئله را مطالعه کرده‌اند اما بیشتر آنها روی جریان در عدد رینولدز صفر یا مرتبه یک تکیه کرده‌اند. دراینجا ما رفتار قطرات را در یک محدوده بزرگ عدد رینولدز بررسی می‌کنیم. این شرایط به‌خصوص درارتباط با جریان درحالت نیروی ثقل ناچیز[۳] اهمیت دارد و اندازه قطرات نسبتاً بزرگ است.

مطالعات اولیه تجربی توسط برنز [۳] بحث شده است. مهاجرت ذرات جامد وقطرات بدون نیروی غوطه وری درحالت عدد رینولدز تقریباً صفر توسط گولد اسمیت و میسون [٤ و ٥] در جریان درون لوله مطالعه شده است. آنها هیچ مهاجرت عرضی برای ذرات جامد کروی که به اندازه ٥٠٠٠٠ برابر شعاع لوله در طول لوله حرکت کردند مشاهده نکردند. آزمایشات انجام شده توسط کارنیس، گولد اسمیت و میسون [٦] روی ذرات صلب درجریان داخل لوله دراعداد رینولدز کوچک هیچ گرادیانی غلظتی را درعرض سطح مقطع لوله نشان نداده است. برخلاف ذرات جامد قطره‌های مایع تغییر شکل پذیر با نسبت چسبندگی در محدوده ۰/۰۰۰۲ تا ٤/۸ به‌سمت محور یک لولهٔ افقی مهاجرت کردند و نرخ مهاجرت با افزایش دبی حجمی واندازه قطره زیاد شد. قطره‌های تقریباً کروی در دبی کم از ناحیه نزدیک به دیواره دور شدند، اگر چه آنها همیشه به محور لوله نرسیدند. آزمایشات مشابه به وسیله کارنیس و میسون [۷] انجام گرفته است که مشاهده کردند که قطرات مایع با نسبت چسبندگی کوچک (۰/۰۰۰۲-۰/۰۲) از لوله مهاجرت کردند ودر اعداد رینولدز کم به محور لوله رسیدند.

هیلر و کوالسکی [۸] آزمایشاتی را روی قطرات غوطه ور در جریان پواسل در حالت نسبتاً رقیق درحد جریان خزشی[٤] انجام دادند. آنها به‌دست آوردند که قطرات با نسبت چسبندگی کم (۰/۱) در محور کانال متمرکز می‌شوند. درنسبت چسبندگی زیاد محل ماکزیمم تمرکز قطرات به نقطه‌ای بین دیواره ومحورکانال حرکت می‌کند. برای مطالعه حرکت قطرات بزرگ دریک لوله به کویلت و پوزریکیدیس [۹] و مقاله دوره‌ای اولبرایت [۱۰] مراجعه شود.

اثر اینرسی روی حرکت قطرات درجریان پواسل به روش آزمایش توسط سگر و سیلبربرگ [۱۱ و ۱۲] مطالعه شده است. آنها آزمایشاتی را با یک سیستم ذرات جامد درغلظت نسبتاً کم برای یک محدوده عدد رینولدز وسیع و اندازه ذرات متفاوت انجام دادند و مشاهده کردند که ذرات جامد به‌سمت دور از دیواره ومحور لوله حرکت می‌کنند ویک لایه با غلظت زیاد در فاصله نصف بین دیواره ومحور لوله تشکیل می‌دهند. این اثر سپس توسط کارنیس، گولد اسمیت و مسیون [٦، ۱۳ و ١٤] با استفاده از ذرات جامد کروی و قطرات تحقیق شد. آنها مشاهده کردند که قطرات تغییر شکل پذیر اگر چسبندگی آنها کم باشد به طرف محور لوله مهاجرت می‌کنند (مشابه حالت حدی جریان خزشی)، اما درنسبت چسبندگی زیاد مشابه به ذارت

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]

جامد عمل می کنند ودرفاصله‌ای حدوداً برابر نصف فاصله بین دیواره ومحور لوله اسکان می‌یابند.

مطالعه تجربی ذرات جامد کروی دریک کانال همچنین توسط اولیور [۱۵] و جفری و پیرسون [۱۶] و تاکیبانا [۱۷] انجام گرفته است که نتایج سگر و سیلبربرگ را تصدیق می‌کند.

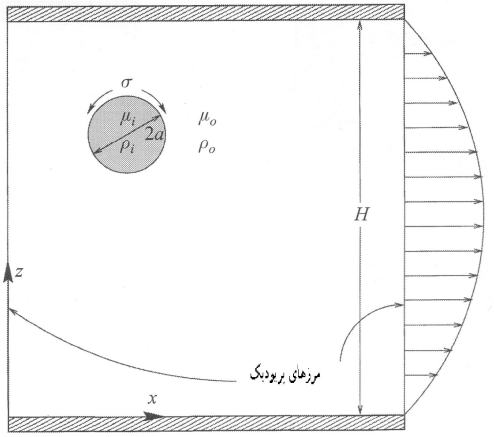
مطالعه نظری بر روی مهاجرت عرضی قطرات درجریان پواسل اثرات تغییر شکل پذیری واینرسی را به‌طور جداگانه درنظر گرفته است. نظریه‌ها برای مهاجرت عرضی قطرات تغییر شکل پذیر محدود به جریان استوکز[5] (Re=0) است. چن و لیل [۱۸] یک قطره تقریباً کروی را که درمقایسه با پهنای کانال کوچک است در نظر گرفتند ویک حل بسته برای سرعت مهاجرت عرضی قطرات دریک جریان برشی خطی و درجریان پواسل با فرض اینکه $\lambda<1/Ca$ باشد که λ نسبت چسبندگی و Ca عدد مویینگی[6] است به‌دست آوردند. شکل تغییر شکل یافته قطره به‌صورت تابعی از پارامترهای جریان توسط آنها پیش بینی شد. برای مقادیر λ بین۰/۵ و ۱۰ قطره به طرف دیواره‌ها مهاجرت می‌کند. اما برای $\lambda<0/5$ و $\lambda>10$ قطره به طرف محور کانال حرکت می‌کند. سرعت محوری پیش بینی شده برای قطره نشان داد که همیشه درجریان پواسل نسبت به جریان دست نخورده عقب است (سرعت آن کمتر از سرعت دست نخورده جریان پواسل است)

مطالعات نظری اثرات اینرسی محدود به ذرات کروی است. هو و لیل [۱۹] محل تعادل و مسیر یک ذره کروی کوچک در جریان برشی خطی وهمچنین جریان بواسل را با یک روش بسط اختلال معمولی برای عدد رینولدز کوچک به‌دست آوردند.

آنها یک جواب بسته برای نیروی عمودی[7] به‌دست آوردند ونتیجه گرفتند که یک ذره کروی غوطه ور درجریان پواسل به یک نقطه تعادل که عبارت است از $Zeq=0/2H$ مهاجرت می‌کند که H ارتفاع کانال وZ فاصله از دیواره است. نتایج آنها توافق خوبی با مشاهدات تجربی سگر و سیلبربرگ [۱۱ و ۱۲] و تاکیبانا [۱۷] دارد. مطالعه تحلیلی بیشتر توسط وسور و کاکس [۲۰] و کاکس و سو [۲۱] انجام گرفته است که نقطه تعادل را کمی نزدیکتر به دیواره نسبت به بیش بینی هو و لیل پیش‌بینی می‌کند. ذرات نزدیک به دیواره همچنین دارای یک سرعت مهاجرت متفاوت بودند. اخیراً شونبرگ و هینچ [۲۲] با استفاده از یک روش اختلال منفرد[8] مشابه روش استفاده شده توسط سفمن [۲۳] مهاجرت عرضی ذرات صلب را درجریان پواسل دراعداد رینولدز بالاتر مطالعه و اثرات تغییر عدد رینولدز را بررسی کردند. برخلاف کاکس و برنر [۲۴] و هو و لیل [۱۹] و وسور و کاکس [۲۰] آنها یک ناحیه بیرونی را که اثرات اینرسی قابل ملاحظه با اثرات چسبندگی است درنظر گرفتند. با وجود این اندازه ذره هنوز فرض شد که نسبت به ابعاد کانال کوچک است. شونبرگ و هینچ هیچ تغییری در نقطه تعادل ذره برای رینولدز $Re_b<15$ مشاهده نکردند ونتایج آنها با نتایج وسور و کاکس [۲۰] در این محدوده عدد رینولدز یکسان بود. اما فاصله تعادل ازدیواره دیده شد که از $Z=0/185H$ در عدد رینولدز پایین به $Z=0/16H$ در عدد در رینولدز ۷۵ تغییر می‌کند و توافق با نتایج آزمایش سگر و سیلبربرگ با افزایش عدد رینولدز بدتر می‌شود. فلبویس [۲۵] حرکت ذرات جامد در جریان برشی را مرور کرده است.

اخیراً مهاجرت قطرات تغییر شکل پذیر در جریان برشی درعدد رینولدز صفر با تشابه‌سازی عددی توسط روش انتگرال مرزی[9] مطالعه شده است. تشابه‌سازی دو بعدی یک تعداد قطره توسط پوزریکیدیس [۲۶،۲۷] برای جریان کوت[10] و توسط زو و پوزریکیدیس [۲۸] برای جریان پواسل نشان داده است که قطرات تغییر شکل پذیر از دیواره دور می‌شوند. زو و پوزریکیدیس به‌دست آوردند که قطراتی که دارای همان چسبندگی سیال محیطی‌اند به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کنند. تشابه سازی برای یک قطره با نسبت چسبندگی ۱۰ نشان داد که اگر قطره درابتدا نزدیک به محور کانال باشد به طرف دیواره مهاجرت می‌کند واگردر ابتدا نزدیک به دیوار باشد به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کند. این نتیجه پیشنهاد می‌کند که قطرات با این نسبت چسبندگی می‌توانند به یک محل تعادل

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۱- هندسه در نظر گرفته شده برای تشابه سازی یک قطره در یک کانال مستطیلی. یک گرادیان فشار ثابت جریان را به حرکت در می آورد

بین دیواره ومرکز کانال مهاجرت کنند. تشابه‌سازیهای سه بعدی برای یک قطره تنها در نزدیکی یک دیوار مسطح درجریان ساده برشی توسط کندی، پوزریکیدیس و اسکالاک [۲۹] همچنین نشان داد که قطره‌ها همیشه برای یک محدوده بزرگ نسبت چسبندگی وعدد مویینگی(Ca) از دیواره دور می‌شوند.

فنگ، هو و جوزف [۳۰] ذرات جامد دو بعدی را در جریان پواسل در اعداد رینولدز محدود با یک روش المان محدود تشابه سازی کردند. نتایج آنها با نظریه اختلال هو و لیل و آزمایشات سگر و سیلبربرگ توافق خوبی داشت، اگر چه نقطه تعادل پیش بینی شده با تشابه سازی آنها به محور کانال نزدیکتر بود.

در این مقاله مهاجرت عرضی قطرات تغییر شکل پذیر در اعداد رینولدز محدود با تشابه سازی عددی مطالعه می شود. مطالعه حاضر مشابه مطالعه فنگ، هو و جوزف [۳۰ و ۳۱] است و تشابه‌سازی برای قطرات تغییر شکل‌پذیر انجام گرفته است و تعدادی تشابه‌سازی سه بعدی نیز ارائه شده است. وابستگی مهاجرت قطره به تغییر شکل قطره، نسبت چسبندگی و عدد رینولدز بررسی شده است.

۲- معادلات مربوط وپارامترهای بدون بعد

حرکت غیر دائم یک قطره نیوتنی دریک سیال نیوتنی با معادلات ناویر استوکز پیش بینی می‌شود. یک معادله برداری را می‌توان برای کل میدان جریان با درنظرگرفتن اینکه دانسیته وچسبندگی به‌طور ناپیوسته تغییر می‌کند و با درنظر گرفتن کشش سطحی به‌صورت یک نیروی کلی حجمی که روی مرز دو سیال متمرکز است درنظر گرفت. معادله یک میدان عبارت است از :

$$\frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \nabla.(\rho \underline{u}\underline{u}) = -\nabla p + \nabla.\mu\left(\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^{T}\right) - \int \sigma \kappa \underline{n}\, \delta(\underline{x} - \underline{X}(s,t))ds \qquad (۱)$$

در اینجا u , ρ , p , μ , σ به‌ترتیب سرعت، فشار، دانسیته، چسبندگی وضریب کشش سطحی‌اند. κ دو برابر انحنای متوسط برای جریانی سه بعدی وانحنا برای جریانی دو بعدی است. $\underline{n}$ بردار واحد به طرف خارج سطح قطره است و $\underline{X}(s,t)$ یک نشان‌دهنده موقعیت لاگرانژی سطح جدایی دو سیال است وδ تابع دلتای دو بعدی یا سه بعدی است وانتگرال روی مسیر(دو بعدی)یا روی سطح (سه بعدی)جدایی است. سیالها فرض می‌شود تراکم ناپذیر و اختلاط ناپذیر و دارای خصوصیات ثابت‌اند:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \qquad (۲)$$

$$\frac{D\mu}{Dt} = 0 \qquad (۳)$$

تراکم‌ناپذیری لازم می‌دارد که میدان جریان معادله زیر را ارضا کند.

$$\nabla.\underline{u} = 0 \qquad (٤)$$

هندسه دامنه جریان در شکل (۱) نشان داده شده است. دامنه محاسباتی درجهت x پریودیک است ودرجهت z به‌صورت دیواره‌های بدون لغزش است. توزیع سرعت در داخل کانال در شروع محاسبات به‌صورت پروفیل سهمی متناسب با گرادیان فشار اعمال شده است و قطره در ابتدا با سرعتی برابر سرعت جریان در داخل کانال رها می‌شود. بنابراین در ابتدای شروع تشابه‌سازی سرعت مرکز ثقل قطره برابر سرعت جریان در داخل کانال در موقعیت مرکز ثقل قطره است. در جریان سه بعدی دامنه همچنین درجهت y پریود یک است

جریان در داخل کانال توسط یک گرادیان فشار ثابت رانده می‌شود. در فرمولبندی این مسئله می‌توان نوشت:

$$\nabla p = \nabla p_0 + \nabla p' \qquad (۵)$$

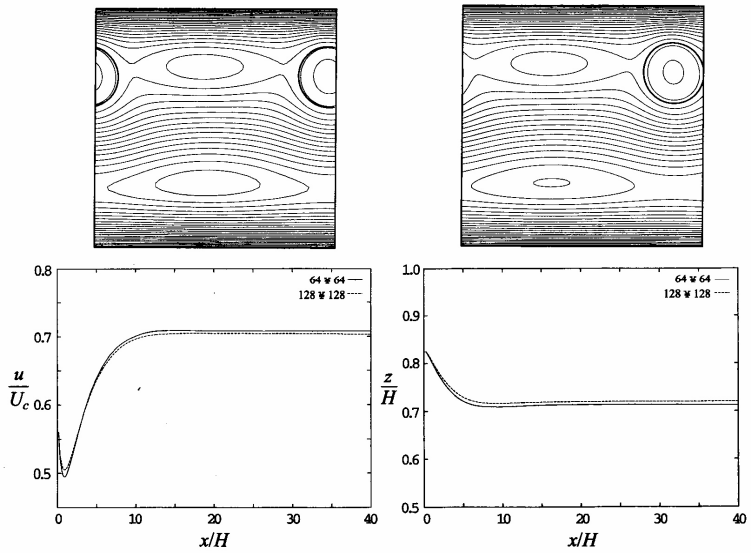
[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]

که ∇p_0 عبارت از گرادیان فشار خارجی مشخص شده است و $\nabla p'$ گرادیان فشار اختلالی است و به‌صورت جزیی از جواب محاسبه می‌شود. سرعت جریان در ابتدا به‌صورت پروفیل سرعت سهمی مربوط به گرادیان فشاراعمال شده در حالتی که هیچ قطره‌ای وجود ندارد. یک قطره با شعاع a درابتدا توسط پروفیل سرعت سهمی تغییر شکل می‌یابد. اما کشش سطحی سرعت تغییر شکل قطره را محدود می‌سازد وسرعت جریان به علت وجود قطره تغییر می‌کند. چون گرادیان فشار مشخص شده است، دبی حجمی درحالت کلی با تغییر جواب، تغییر می‌یابد. درتمام تشابه‌سازیهای ارائه شده در اینجا نیروی ثقل صرف نظر شده است. بنابراین نیروی غوطه وری حتی وقتی که قطرات نسبت به سیال محیطی دارای دانسیته بیشتری هستند وجود ندارد. اعداد بدون بعد مربوط به جریان عبارت‌اند از عدد رینولدز Re، عدد ویرWe، نسبت چسبندگی سیال قطره به سیال محیطی $\lambda = \frac{\mu_i}{\mu_o}$، نسبت دانسیته $\alpha = \frac{\rho_i}{\rho_o}$، نسبت شعاع قطره به ارتفاع کانال $\varsigma = \frac{a}{H}$. چسبندگی و دانسیته سیال قطره با μ_i و ρ_i نشان داده می‌شوند و سیال محیطی دارای چسبندگی μ_o و دانسیته ρ_o است. کانال به‌صورت مربعی با ارتفاع H درحالت دو بعدی است و به‌صورت یک مکعب مستطیل با ضخامت کم درحالت سه بعدی است. برای این جریانات عدد رینولدز به‌گونه‌های متفاوت تعریف شده است و بستگی به این دارد که سرعت مبنا وطول مبنا را به چه ترتیب اختیار کنیم. عدد رینولدز کانال برحسب سرعت درمرکز کانال وارتفاع کانال H به‌صورت $Re_b = \frac{\rho_o U_c H}{\mu_o}$ تعریف می‌شود. یک سرعت مشخصه را می‌توان برمبنای متوسط اختلاف سرعت درعرض قطره به‌صورت $\frac{U_c a}{H}$ تعریف کرد و بنابراین عدد رینولدز ذره برمبنای این سرعت عبارت است از $Re_p = \frac{\rho_o U_c a^2}{\mu_o H}$. یک عدد رینولدز را می‌توان برمبنای سرعت مرکز کانال وقطرقطره تعریف کرد $Re_d = \frac{\rho_o U_c d}{\mu_o}$ این اعداد رینولدز توسط $Re_p = Re_d(\frac{a}{2H})$ و $Re_b = Re_d(H/d)$ با هم ارتباط دارند.عدد وبر را می‌توان برمبنای سرعت مرکز کانال وقطر قطره تعریف کرد $We = \frac{\rho_o U_c^2 d}{\sigma}$. درحالت حدی اینرسی کم که تنشهای چسبندگی اهمیت دارند، عدد بدون بعد مناسب برای کشش سطحی عدد مویینگی است که بیان کننده نسبت تنش چسبندگی به کشش سطحی است $Ca = \frac{U_c \mu_o}{\sigma}$. استون و لیل [۳۲] و بنتلی و لیل [۳۳] گسیختن قطره‌ها را درجریان خطی برشی مطالعه و عدد مویینگی را برمبنای سرعت برش تعریف کردند: $Ca = \frac{Ga\mu}{\sigma}$ که G نرخ برش است این به مقادیر عددی کوچکتر نسبت به تعریف حاضر منتهی می‌شود. زمان بدون بعد به‌صورت $\tau = \frac{tU_c}{H}$ تعریف می‌شود.

۳- روش عددی

حرکت قطرات با روش عددی اختلاف محدود/ پیروی جبهه[11] تشابه‌سازی می‌شود که توسط آنوردی و تریگواسون [۳٤ و ۳۵] توسعه داده شده است. جملات جابه‌جایی و چسبندگی هر دو با اختلاف مرکزی که دارای دقت مرتبه دوم است جداسازی می‌شوند. برای محاسبه فشار ابتدا از معادله ممنتم دایورجنس گرفته می‌شود که در نتیجه یک معادله بیضوی برای فشار تولید می‌شود. این روش به روش تصویر کردن معروف است که برای جریانات تراکم‌ناپذیر استفاده می‌شود. برای جداسازی از شبکه جابجا شده[12] استفاده می‌شود و برای اینکه مرز بین قطره وسیال محیطی تیز باشد و کشش سطحی با دقت خوب محاسبه شود مرز دو سیال به‌صورت نقاط متصل‌به‌هم[13] نشان داده می‌شود. این نقاط توسط میدان جریان به‌طریق لاگرانژی حرکت داده می‌شوند (جبهه). اگر جبهه در جریان کشیده شود این نقاط ازهم فاصله می‌گیرند و به هنگام محاسبه شعاع انحنای سطح قطرات وضعیت بدی ایجاد می‌شود. به عبارت دیگر محاسبه انحنای سطح که در محاسبه نیروی کشش سطحی اهمیت دارد با دقت بسیار پایین انجام می‌گیرد. برای ثابت نگه داشتن تمرکز نقاط، هنگامی‌که فاصله بین آنها زیاد می‌شود، نقاط جدید بین آنها اضافه می‌شود. همچنین وقتی فاصله بین نقاط از مقدار

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۲- اثر تمرکز شبکه روی مهاجرت عرضی یک قطره. خطوط جریان در بالا و سرعت و موقعیت عرضی بر حسب موقعیت طولی در پایین برای دو اندازه شبکه رسم شده است. خطوط جریان در طرف چپ مربوط به شبکه ٦٤×٦٤ و خطوط جریان در طرف راست مربوط به شبکه ١٢٨×١٢٨ است

معینی کمتر می‌شود نقاط حذف می‌شوند. به عبارت دیگر یک شبکه بدون سازمان بر روی مرز بین دو سیال وجود دارد. در حالت دو بعدی این شبکه از المانهای خطی تشکیل شده است و در حالت سه بعدی سطح بین دو سیال با شبکه بدون سازمان که از المانهای مثلثی شکل ساخته شده است مدل می‌شود. این شبکه بدون سازمان به طریق لاگرانژی روی شبکه ثابت اویلری حرکت داده می‌شود. یعنی سرعت در روی نقاط شبکه بدون سازمان از روی سرعت موجود در شبکه ثابت میانیابی می‌شود و سپس با این سرعت به‌دست آمده از شبکه ثابت، نقاط موجود د شبکه بدون سازمان به روش لاگرانژی حرکت داده می‌شود. بدین‌وسیله می‌توان میدان چگالی و میدان چسبندگی را در سیال دوفازی در هر مرحله از محاسبه نشان داد. به عبارت دیگر با توجه به موقعیت جدید شبکه بدون سازمان نقاطی از شبکه ثابت که در داخل شبکه بدون سازمان قرار می‌گیرند دارای خصوصیات سیال داخلی و نقاطی که در خارج از شبکه بدون سازمان قرار می‌گیرند دارای خصوصیات سیال خارجی می‌شوند. معادله بیضوی برای فشار یا با روش چند شبکه‌ای [٣٦] وقتی دانسیته سیال قطره متفاوت با سیال محیطی باشد ویا با یک حل کننده سریع معادله پواسون (فیش‌پک)[١٤] وقتی دانسیته‌ها یکسان باشد حل می‌شود. برای جزییات بیشتر روش عددی به مقاله‌های آنوردی و تریگواسون [٣٤ و ٣٥] مراجعه شود.

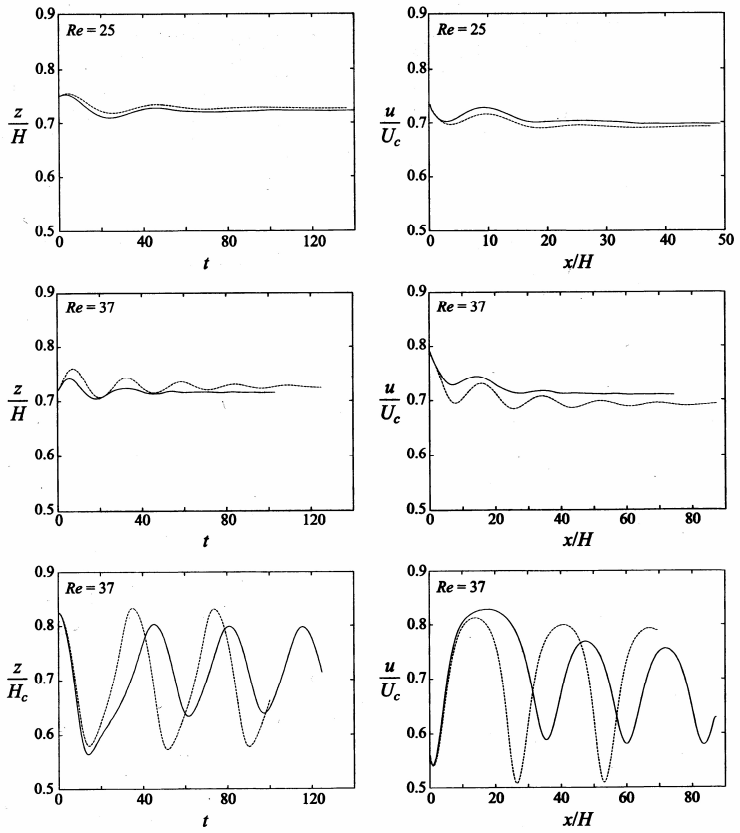
٤- نتایج

٤-١- امتحان تمرکز شبکه[١٥]

برای به‌دست آوردن اندازه شبکه محاسباتی مناسب برای تحلیل درست میدان جریان وعدم وابستگی نتایج به شبکه مورد استفاده آزمایشهایی با شبکه‌های با اندازه متفاوت درتعدادی عدد رینولدز انجام گرفته است. همان‌طور که انتظار می‌رفت دیده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز به شبکه ریزتر احتیاج می‌شود و قطره احتیاج به زمان بیشتری برای رسیدن به موقعیت تعادل دارد.

شکل (٢) خطوط جریان، مسیر قطره وسرعت محوری را برای یک قطره دو بعدی درعدد رینولدز Re_d=١٠ در دو شبکه ٦٤^2 و ١٢٨^2 نشان می‌دهد. پارامترهای جریان عبارت‌اند از We=٠/٥ و $\alpha=\lambda=8$ و ζ=١٢٥/. قطره در ابتدا درنزدیکی دیواره بالایی رها می‌شود.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



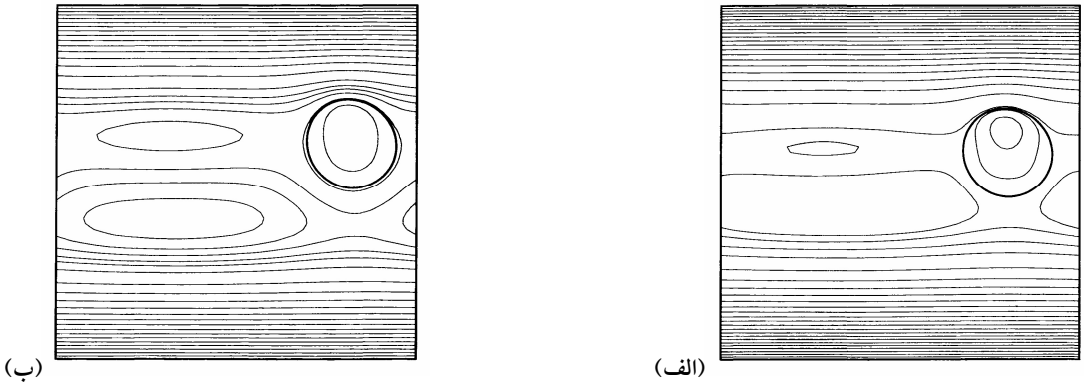
شکل ۳- آزمایش اثر اندازه شبکه در اعداد رینولدز متفاوت. عدد رینولدز بر مبنای سرعت در مرکز کانال و قطر قطره است. خطوط پر مربوط به شبکه ۱۲۸×۱۲۸ و خطوط خط چین مربوط به شبکه ۲۵٦×۲۵٦ است

خطوط جریان در زمان یکسان برای هر دو شبکه وقتی قطره به حالت تعادل رسیده است نشان داده شده‌اند. قطره با شبکه ریز کمی آهسته‌تر از قطره با شبکه درشت حرکت می‌کند. درغیر این‌صورت نتایج تطبیق خوبی با هم دارند. نقطه تعادل به اندازه۰/٦٪ ارتفاع کانال باهم تفاوت دارند و اختلاف بین سرعتهای محوری در حدود ۰/٤٪ سرعت محوری است. شکل (۳) آزمایشهای دیگری را در اعداد رینولدز بالاتر ودریک نسبت چسبندگی متفاوت با شبکه‌های 128^2 و 256^2 نشان می‌دهد. موقعیت عرضی قطره نسبت به زمان رسم شده است. و سرعت محوری نسبت به موقعیت محوری برای ۳۷ و Re_d=۲۵ رسم شده است اگرچه قطره با Re_d=۲۵ در فاصله‌ای از دیواره رها شده است که نزدیک به نقطه تعادل است، در طول مسیر نوسان می‌کند وقطره در حدود ٤۰ برابر ارتفاع کانال قبل از رسیدن به حالت دائمی حرکت می‌کند. با افزایش عدد رینولدز اختلاف نتایج بین دو شبکه زیاد می‌شود. دقت محاسبات همچنین برای یک نسبت چسبندگی پایین (λ=۲) امتحان شده است. نوسانات پریود یک که دراین حالت مشاهده می‌شوند دارای دامنه بزرگتری برای شبکه 256^2 هستند و قطره با شبکه 128^2 با قطره 256^2 دارای فاز یکسانی نیست.

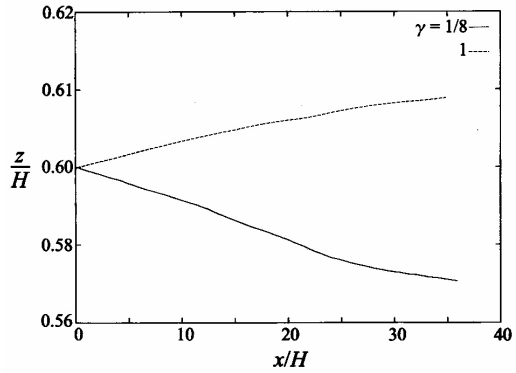
٤-۲- مهاجرت عرضی یک قطره درحد اینرسی ناچیز

مطالعه حرکت یک قطره تغییر شکل پذیر را با تعدادی تشابه‌سازی دو بعدی درحد اینرسی ناچیز شروع می‌کنیم. چون جریان شدیداً تحت تاثیر اثرات چسبندگی است، عدد بدون بعد مناسب عدد مویینگی (Ca) است. نظریه چن و لیل [۱۸] محدود به تغییر شکل کوچک و قطرات کوچک است. اما تشابه سازیها اجازه تغییر شکل دلخواه و اندازه قطره محدود را می‌دهند.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ٤- خطوط جریان برای یک قطره در ζ=۰/۱۲۵ ، α=۱ ، Ca=۰/۲۵ و Re=۰/۲۵ . نسبت چسبندگی برای الف)- γ=۰/۱۲۵ و برای ب)- r=1 است. برای خطوط جریان در طرف چپ نسبت چسبندگی برابر γ=۰/۱۲۵ و برای خطوط جریان طرف راست نسبت چسبندگی برابر γ=۰/۱ است



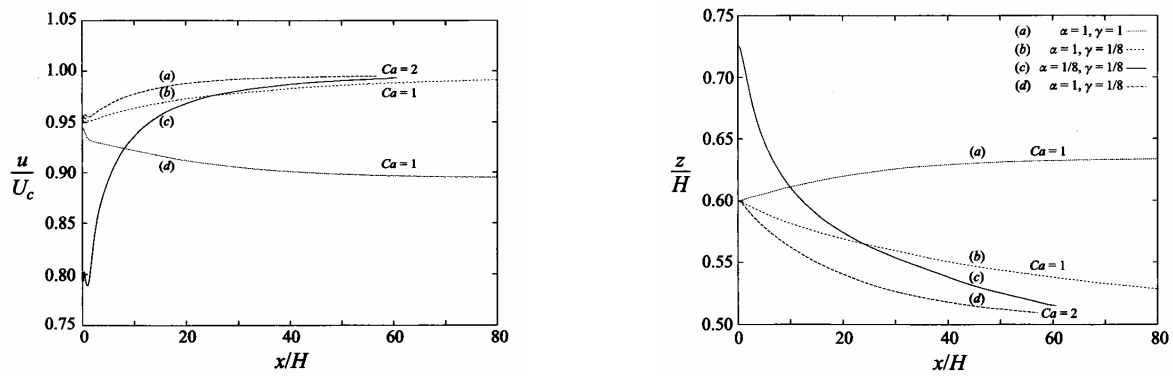
شکل ٥- موقعیت عرضی قطره نشان داده شده در شکل ٤. بر حسب موقعیت طولی

می‌توان پارامترها را طوری اختیار کرد که محدودیتهای نظری تقریباً ارضا شوند.

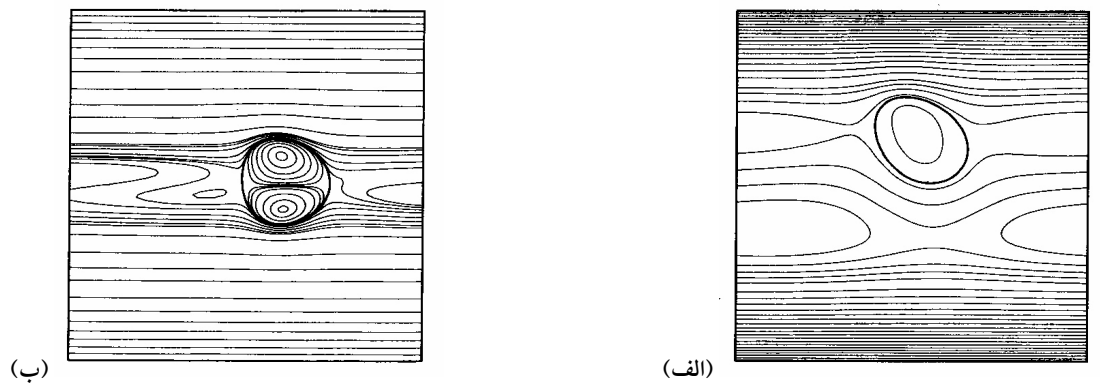
برای تحقیق وابستگی مهاجرت نسبت به چسبندگی شبیه‌سازیهایی در λ=۰/۱۲۵ و λ=۱ انجام شده است اندازه نسبی قطره ζ=۰/۱۲۵ است و دو عدد رینولدز متفاوت در نظر گرفته شده است: ۱، Re_d=۰/۲۵. ابتدا حالت رینولدز پایینتر را در نظر می‌گیریم. محاسبات روی یک شبکه $٦٤^{٢}$ انجام شده‌اند. عدد مویینگی Ca=۰/۲۵ است و بنابراین تغییر شکل قطره کوچک است و نسبت دانسیته α=۱ است. شکل (٤) خطوط جریان را برای دو قطره با نسبت چسبندگی λ=۰/۱۲۵ و λ=۱ در لحظه t=۳٦/۹ نشان می‌دهد. مرکز ناحیه گردشی در داخل قطره با چسبندگی زیاد نزدیک به مرکز قطره است در حالی‌که مرکز ناحیه گردشی برای قطره با چسبندگی کم نزدیک به سطح خارجی آن است. موقعیت عرضی قطرات نسبت به موقعیت محوری در شکل (٥) رسم شده است. قطره با چسبندگی کم به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کند و قطره با چسبندگی زیاد از مرکز کانال دور می‌شود که در توافق با پیش بینی چن و لیل است اما مهاجرت بسیار ضعیف است و زمان نسبتاً طولانی برای رسیدن قطره به حالت تعادل لازم است.

چون در تشابه‌سازی عددی روش عددی صریح است، در اعداد رینولدز بسیار پایین قدم زمانی به علت پایداری بسیار کوچک می‌شود. بنابراین ما عدد رینولدز را به یک Re_d=۱ افزایش دادیم، برای اینکه در زمان محاسباتی نسبتاً کمتری به حالت تعادل برسیم. محاسبات روی یک شبکه $١٢٨^{٢}$ انجام

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ٦- موقعیت عرضی و سرعت محوری بر حسب موقعیت طولی برای تعدادی قطره با Re=1 و نسبت چسبندگی و نسبت دانسیته متفاوت



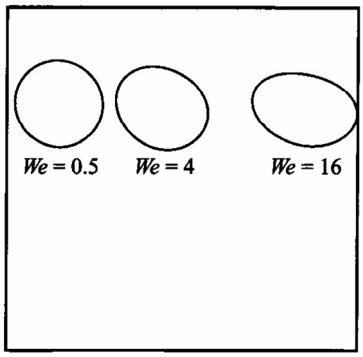
شکل ۷- خطوط جریان برای یک قطره در α=۱ ، Re=۱ ، الف) Ca=۱ ، γ=۱ ، We=۱ و ب) We=۲ ، γ=۰/۱۲۵ ، Ca=۲

گرفته‌اند. شکلهای (٦) و(۷) نتایج را برای چهار تشابه‌سازی نشان می‌دهند. دو تشابه‌سازی برای Ca=۱ و نسبت چسبندگی (الف)- λ=۱ و (ب)- λ=۰/۱۲۵ و دو تشابه‌سازی برای Ca=۱ و λ=۰/۱۲۵ اما دو نسبت دانسیته متفاوت (ج)- α=۰/۱۲۵ (د)- α=۱ انجام شده است. چون Ca در این حالت بزرگتر است قطره‌ها بیشتر تغییر شکل می‌دهند. شکل (٦) موقعیت عرضی از دیواره پایینی و سرعت محوری قطره را نسبت به موقعیت محوری نشان می دهد.

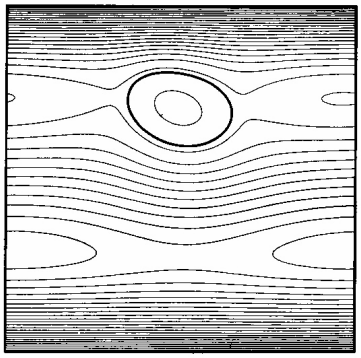
موقعیت اولیه قطرات (الف) و (ب) و (ج) یکی است در حالی‌که قطره (ج) در فاصله‌ای نزدیک به دیواره بالایی رها شده است. قطره با چسبندگی کم در (ب) به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کند اما قطره با چسبندگی بالا (الف) به طرف دیوار مهاجرت می‌کند. این نتایج دوباره در توافق با پیش بینی نظریه چن و لیل است. قطره‌هایی که به طرف دیوار مهاجرت می‌کنند به یک نقطه تعادل در Z_{eq}/H=۰/۳۷ می‌رسند. این اثر همچنین در تشابه‌سازی عددی زو و پوزریکیدیس [۲٦] برای λ=۱۰ دیده شده است. شکل (۷) خطوط جریان را برای حالات (الف) و (د) به ترتیب در زمانهای ٥٦/۸ و ٥٥/٦ وقتی قطرات به اندازه ٥۰ برابر ارتفاع کانال در طول کانال حرکت کرده‌اند نشان می‌دهد. شکل قطره (د) (همچنین قطره (ج) که نشان داده نشده است) به‌طور کیفی با شکل پیش بینی شده چن و لیل برای یک قطره حرکت کرده به مرکز کانال مطابقت دارد. اما میزان تغییر شکل در اینجا بیشتر است چون اندازه نسبی قطره بزرگتر است.

اثر تغییر شکل روی مهاجرت قطره را می‌توان با در نظر گرفتن قطره‌های (ب) و (د) در شکل (٦) تحقیق کرد. این دو قطره دارای عدد مویینگی متفاوت‌اند اما سایر پارامترها یکسان است. قطره با تغییر شکل بیشتر (د) سریعتر به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کند. قطره‌های در نسبت چسبندگی پایین اما با

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



(الف)



(ب)

شکل ۸- الف) موقعیت تعادل و شکل قطره در $\alpha=\beta=8$ ، $Re=10$ در اعداد و بر متفاوت.
ب) خطوط جریان برای قطره با $We=16$

نسبت دانسیته متفاوت ($\alpha=0/125$ و $\alpha=1$) هر دو با یک نرخ به طرف مرکز کانال مهاجرت می‌کنند (ج و د) که تصدیق می‌کنند وقتی اینرسی ناچیز باشد نسبت دانسیته تأثیری روی مهاجرت قطره ندارد.

سرعت محوری قطرات نسبت به موقعیت محوری در شکل (٦) نشان داده شده است. مطابق با پیش بینی چن و لیل قطره همیشه نسبت به جریان بدون قطره عقب است (سرعت آن از سرعت جریان بدون اختلال کمتر است). قطره‌های با عدد موینیگی بیشتر کمی تندتر نسبت به قطرات با عدد موینیگی کمتر حرکت می‌کنند. اما سرعت لغزش (اختلاف سرعت قطره با سرعت جریان بدون قطره در همان محل قطره) در هر دو حالت ناچیز است.

٤-٣- مهاجرت یک قطره در اعداد رینولدز محدود

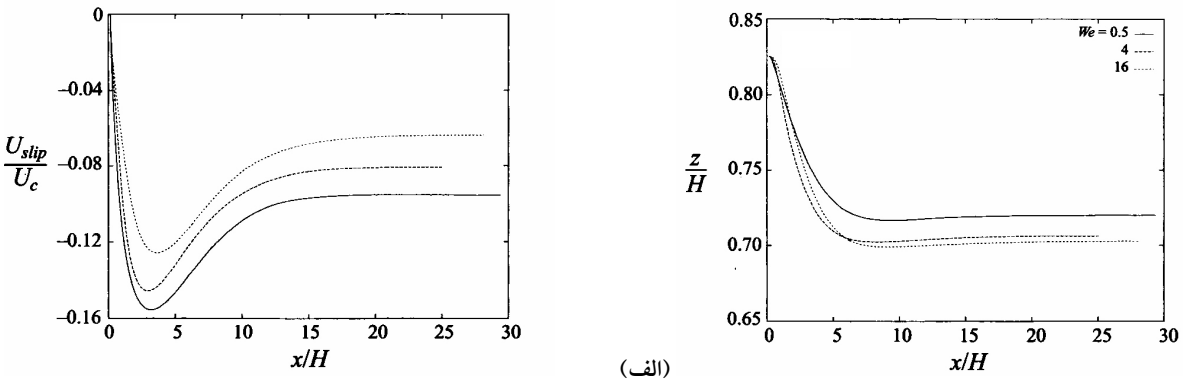
در این بخش ما حرکت قطره را در اعداد رینولدز بالاتر مطالعه می‌کنیم و اثرات پارامترهای مربوطه به تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرند.

٤-٣-١- اثر تغییر شکل قطره

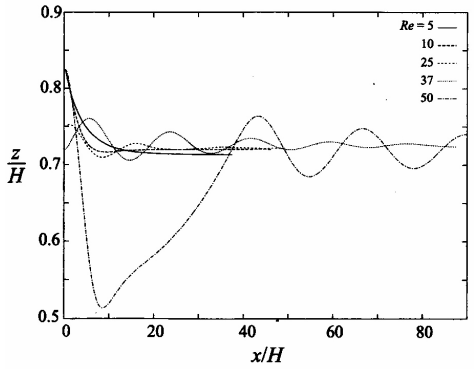
برای قطرات در جریان استوکز تغییر شکل تنها عامل مهاجرت عرضی قطره است. برای نشان دادن اثر تغییر شکل برای اعداد رینولدز غیر صفر در شکل (۸-الف) ما شکل تعادل و موقعیت تعادل را برای سه قطره با عدد و بر ١٦، ٤، $We=0/5$ نشان داده‌ایم. برای همه حالات $Re_d=10$ و $\alpha=\lambda=8$ و $\zeta=0/125$ است. عدد رینولدز ذره و عدد رینولدز کانال $Re_p=0/625$ و $Re_b=40$ است. با افزایش عدد وبر قطرات تغییر شکل بیشتری می‌یابند. خطوط جریان در حالات دائمی در شکل (۸-ب) برای قطره با بیشترین تغییر شکل نشان داده شده است ($We=16$). این بایستی با شکل (۲) مقایسه شود که خطوط جریان برای $We=0/5$ نشان داده شده است. شکل خطوط جریان مشابه است در حالی‌که محور اصلی قطره با $We=4$ تقریباً در زاویه ٤٥ درجه نسبت به دیوار کانال است محور اصلی قطره با $We=16$ بیشتر در جهت جریان است.

موقعیت عرضی قطره نسبت موقعیت محوری در شکل (۹-الف) نشان داده شده است. فاصله تعادل از دیوار بالایی برای قطره تقریباً دایره‌ای برابر $Z_{eq}/H=0/28$ است و قدری بیشتر از مقدار پیش بینی شده توسط نظریه اختلال هو و لیل [١٩] و وسور و کاکس [٢٠] و شونبرگ و هینچ [٢٢] (به ترتیب ۰/۲، ۰/۱۹، ۰/۱۸۵) در حالت حدی ذرات کوچک و عدد رینولدز کوچک است. اما نتیجه ما نزدیک به تشابه‌سازیهای دو بعدی فنگ [٣٠] است که برای آنها $Z_{eq}=0/252$ به‌دست آمده است. این نتیجه را می‌توان به عنوان مبنایی برای صحت تشابه‌سازی عددی با استفاده از کد مذکور در نظر گرفت[١٦]. هو و لیل و فنگ هر دو مکانیزمی که موقعیت تعادل را باعث

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۹- الف) موقعیت عرضی و ب) سرعت لغزش بر حسب موقعیت طولی برای قطرهای نشان داده شده در شکل (۸)



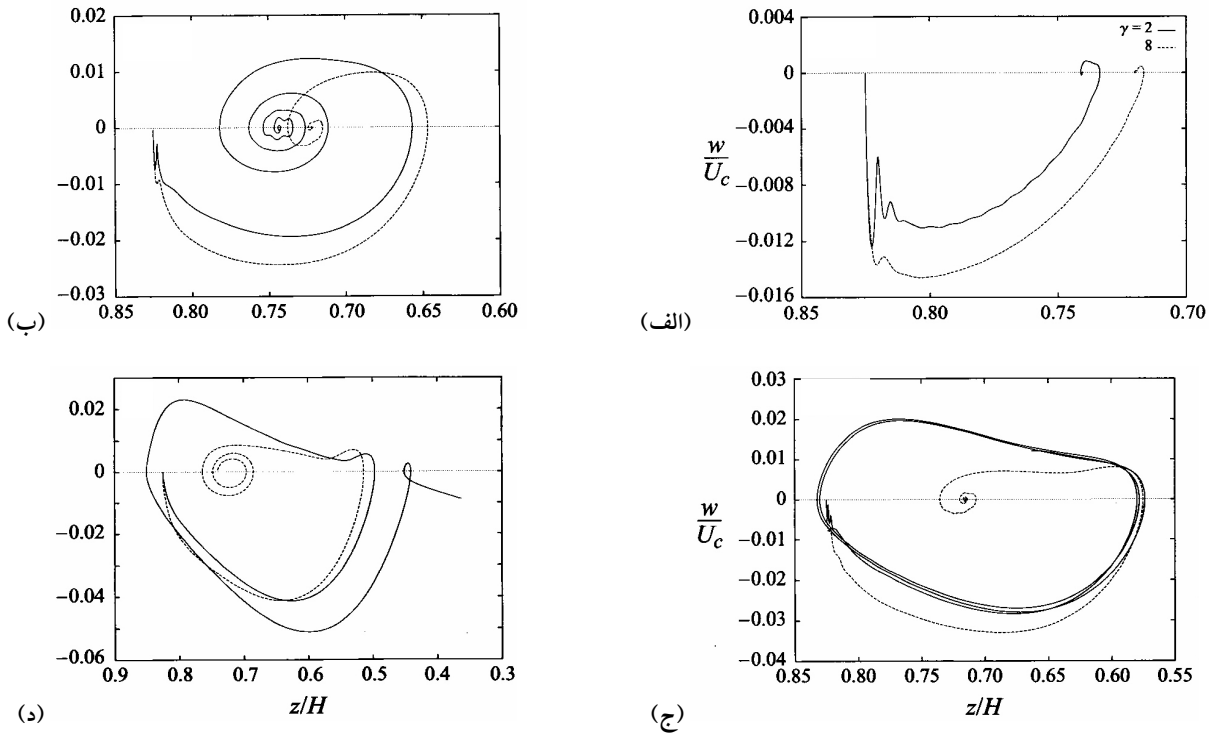
شکل ۱۰- موقعیت عرضی بر حسب موقعیت محوری برای یک قطره با We=۰/۵ ، α=β=۸ و پنج رینولدز متفاوت. عدد رینولدز بر مبنای سرعت در مرکز کانال و قطر قطره است

می‌شود بحث کرده‌اند. جریان در فاصله بین ذره و دیواره باعث یک نیروی روغنکاری رانش می‌شود که توسط فنگ مسدود کننده هندسی[۱۷] نامیده شد. این نیرو با افزایش اندازه ذره زیاد می‌شود. اما ذره همیشه دارای سرعت لغزش منفی است و از جریان بدون اختلال عقب است. سرعت لغزش منفی وانحنای پروفیل سرعت یک نیرویی تولید می‌کند که ذره را از مرکز کانال دور می‌کند. چون قطره تغییر شکل یافته نازکتر است اختلاف سرعت در عرض قطره همیشه کمتر از قطره کروی است بنابراین نیروی وارده که قطره را به طرف دیواره می‌راند کوچکتر است و بنابراین نقطه تعادل نزدیکتر به مرکز کانال است. این اثر با وجود این کوچک است. سرعتهای لغزش که به صورت سرعت محوری قطره منهای سرعت سیال بدون وجود قطره در مرکز قطره تعریف می‌شود در شکل (۹-ب) نشان داده شده است. قطره‌ها همیشه نسبت به جریان بدون اختلال عقب‌اند که در توافق با پیش بینی نظریه چن و لیل است. سرعت لغزش برای قطره با بیشترین تغییر شکل (We=۱٦) از همه کمتر است چون این قطره کمترین مقاومت را در مقابل جریان از خود نشان می‌دهد. کاهش سرعت لغزش به‌علاوه تغییر کم نقطه تعادل باعث می‌شود که قطره تغییر شکل یافته کمی سریعتر نسبت به قطره تغییر شکل‌ناپذیر در طول کانال حرکت کند. چون قطرات در عدد رینولدز صفر تنها وقتی تغییر شکل یابند می‌توانند مهاجرت کنند. بنابراین می‌توان گفت که محل تعادل نهایی یک قطره تغییر شکل پذیر در عدد رینولدز غیر صفر بر اثر رقابت بین تغییر شکل پذیری و اینرسی قطره است. در اعداد رینولدز در نظر گرفته شده در این بخش اثرات اینرسی شدیدترند و نقطه تعادل توسط اثر سگر و سیلبربرگ به‌دست می‌آید.

٤-۳-۲- اثر عدد رینولدز

برای بررسی اثر عدد رینولدز در شکل (۱۰) موقعیت عرضی قطره نسبت به موقعیت محوری برای اعداد رینولدز Re_d = ۵۰،۳۷،۱۵،۱۰،۵ و We=۰/۵ و α=λ=۸ و ζ=۰/۱۲۵ رسم شده است. در اعداد رینولدز پایین قطرات به‌طور یکنواخت به موقعیت تعادل می‌رسند. با افزایش عدد رینولدز قطره‌ها حول محل تعادل شروع به نوسان می‌کنند و با تعدادی نوسان به محل

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۱۱- مولفه سرعت w نسبت به مختصات z یک قطره در چهار عدد رینولدز متفاوت: الف) Re=۱۰، ب) ۲۵، ج) ۳۷ و د) ۵۰.
پارامترهای دیگر جریان عبارت‌اند از: We=۰/۵ ، α=۸

تعادل می‌رسند. محل تعادل همچنین کمی به طرف دیواره میل می‌کند. دامنه نوسانات با افزایش عدد رینولدز زیاد می‌شود. در عدد رینولدز Re_d=۳۷ حتی بعد از اینکه قطر به اندازه ۹۰ برابر ارتفاع کانال حرکت کرده است نوسانات هنوز وجود دارند. نتایج با اعداد رینولدز پایین در توافق با نظریه شونبرگ و هینچ [۲۲] است که بیان می‌کند محل تعادل برای ذرات کروی با افزایش عدد رینولدز به سمت دیواره حرکت می‌کند. با افزایش عدد رینولدز اثرات چسبندگی کاهش می‌یابد و نیروهای روغنکاری بین دیواره و قطره همچنین کم می‌شوند و بنابراین قطره در محلی نزدیکتر و به دیواره اسکان می‌یابد. مشاهدات غیر مستقیم آزمایش نشان می‌دهد که در اعداد رینولدز بالا قطرات حرکت نوسانی دارند.

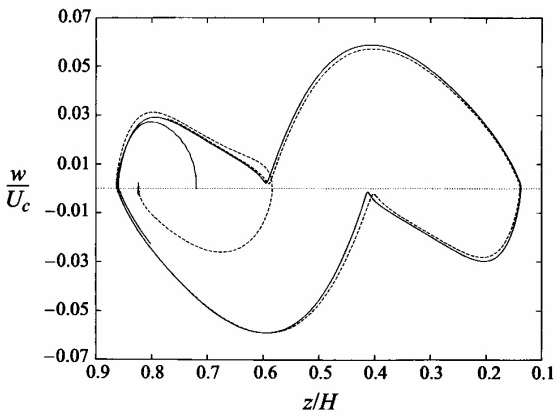
سگر و سیلبربرگ آزمایشاتی را برای تعداد زیادی ذره جامد در درصد حجمی کم انجام دادند. آنها مشاهده کردند که در عدد رینولدز پایین لایه‌های متمرکز از ذرات در حول محل تعادل تشکیل می‌شوند و با افزایش عدد رینولدز ضخامت لایه زیاد می‌شود و کمتر قابل تشخیص است. این می‌تواند به علت حرکت غیر دائم ذرات باشد. همچنین ضخامت لایه بدون ذرات در نزدیکی دیواره کاهش می‌یابد. در اعداد رینولدز خیلی زیاد Re_d=۱۳۸۸-۳٤٦ لایه ذرات کاملاً ناپدید می‌شوند.

٤-۳-۳- اثر نسبت چسبندگی

در آزمایشاتی که رفتار قطرات با سیالات متفاوت بررسی می‌شود نسبت چسبندگی مهمترین پارامتری است که تغییر می‌یابد (با فرض اینکه اندازه قطره و گرادیان فشار ثابت می‌ماند). در این بخش ما اثر نسبت چسبندگی را برای تغییر شکل نسبتاً کم (We=۰/۵) و اعداد رینولدز متوسط امتحان می‌کنیم. اثر چسبندگی برای اعداد رینولدز خیلی کم در بخش (٤-۲) بررسی شد.

در شکل (۱۱) سرعت عرضی برای یک قطره بر حسب موقعیت عرضی برای دو نسبت چسبندگی (λ=۸،۲) و چهار عدد رینولدز متفاوت (۵۰، ۳۷، ۲۵، ۱۰= Re_d) رسم شده است. (الف)- برای Re_d=۱۰ قطره‌ها به‌طور یکنواخت به طرف محل

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۱۲- مولفه سرعت w بر حسب مختصات z دو قطره با موقعیت اولیه متفاوت در γ=۱ ، α=۸ ، Re=۳۷ و We=۰/۵. خطوط پر مربوط به یک قطره در یک موقعیت عرضی مشخص و خط چین مربوط به یک قطره با موقعیت عرضی متفاوت است

تعادل حرکت می‌کنند و قطره با چسبندگی کمتر به دیواره نزدیکتر می‌شود. با افزایش عدد رینولدز به (ب)- Re_d=۲۵ قطره‌ها مقداری از حالت تعادل فاصله می‌گیرند و قطره با چسبندگی کمتر حتی بعد از اینکه به اندازه ۶۰ برابر ارتفاع کانال حرکت کرده است همچنان دارای نوسان است. از طرف دیگر حرکت قطره با چسبندگی بالاتر سریعتر مستهلک می‌شود. اگر چه قطره با چسبندگی کمتر کاملاً در محل تعادل اقامت نیافته است، واضح است که محل تعادل کمی نزدیکتر به دیواره است. در (ج) عدد رینولدز به ۳۷ افزایش یافته است و دامنه نوسان بیشتر از حالت (الف) و (ب) است با وجود اینکه نوسانات قطره با λ=۸ نهایتاً مستهلک می‌شود، نوسانات قطره با چسبندگی کمتر (λ=۲) همچنان باقی می‌ماند. برای (د) Re_d=۵۰ نوسانات برای قطره با چسبندگی بالاتر مستهلک می‌شود. قطره با چسبندگی کمتر نه تنها به حالت دائمی نمی‌رسد، بلکه این قطره به طرف نیمه پایینی کانال حرکت کرده است ودراین موقعیت محاسبات متوقف شده است.

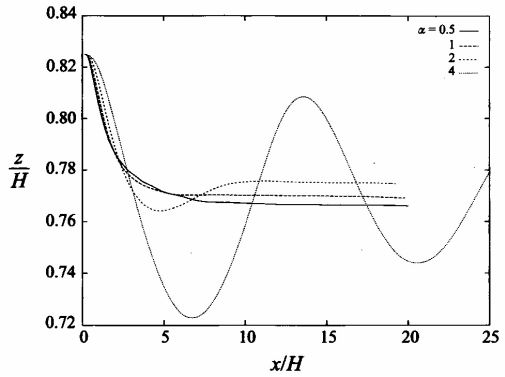
برای بررسی رفتار قطره درچسبندگیهای پایینتر تشابه‌سازی برای حالت Re_d=۳۷ و λ=۱ تکرار شده است .شکل (۱۲) سرعت عرضی را نسبت به موقعیت عرضی برای دو قطره با دو موقعیت اولیه متفاوت نشان می‌دهد قطره‌ای که درابتدا نزدیک به مرکز کانال بوده سریعاً به طرف دیواره حرکت می‌کند وبه دیواره برخورد کرده وبه طرف مرکز کانال حرکت خود را ادامه می‌دهد. ودر حوالی نصف فاصله بین دیواره ومرکز کانال به سرعت صفر می‌رسد. وسپس به طرف نیمه دیگر کانال مهاجرت کرده وحرکت به همین ترتیب تکرار می‌شود. قطره دیگر که درابتدا نزدیک به دیواره بوده ابتدا به محلی که تقریباً نصف فاصله بین دیواره ومرکز کانال است حرکت کرده اما از اینجا بعد به طرف دیواره حرکت می‌کند و همان مسیر قطره اول را تکرار می‌کند.

نتایج ما با نتایج کارنیس [٦ و ١٤] متفاوت است. آنها مشاهده کردند که قطرات با چسبندگی خیلی کم به طرف محورکانال حرکت می‌کنند. اما عدد رینولدز جریان خیلی پایین بوده است (خیلی کمتر از یک) وما در بخش (٤-٣-١) نشان دادیم که افزایش تغییرشکل، موقعیت تعادل را درمحدوده عدد رینولدز درنظر گرفته شده چندان تغییر نمی‌دهد. بنابراین ما اعتقاد داریم که علت اصلی برای رفتار متفاوت، تفاوت درعدد رینولدز است. درعدد رینولدز پایین (کمتر ازیک) تغییر شکل قطره باعث رانش قطره به سمت مرکز کانال می‌شود. اما دراعداد رینولدز بالا (Re_d=۱۰) اینرسی قطره را به سمت نقطه تعادل که تقریباً نصف فاصله دیواره تا مرکز کانال است حرکت می‌دهد.

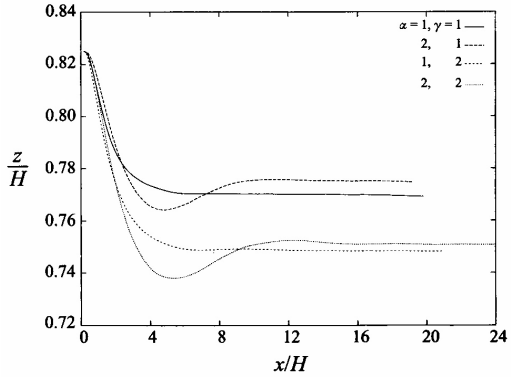
٤-٣-٤- اثر نسبت دانسیته

اثر نسبت دانسیته روی مهاجرت عرضی قطره با تشابه‌سازیهای ٤، ٢، ١، α=٠/٥ برای Re_d=۳۷ و We=۰/۵ و λ=۱ بررسی شده است. شکل (۱۳) موقعیت عرضی را برحسب موقعیت محوری قطره نشان می‌دهد. حرکت گذرای قطره بسیار تحت تاثیر نسبت دانسیته است .قطره‌های با دانسیته پایین به‌صورت یکنواخت به موقعیت تعادل می‌رسند درحالی‌که قطرات سنگین‌تر دارای نوسان‌اند وسنگینترین قطره (α=٤) از چند نوسان که نهایتاً مستهلک می‌شود پیروی می‌کند. واضح

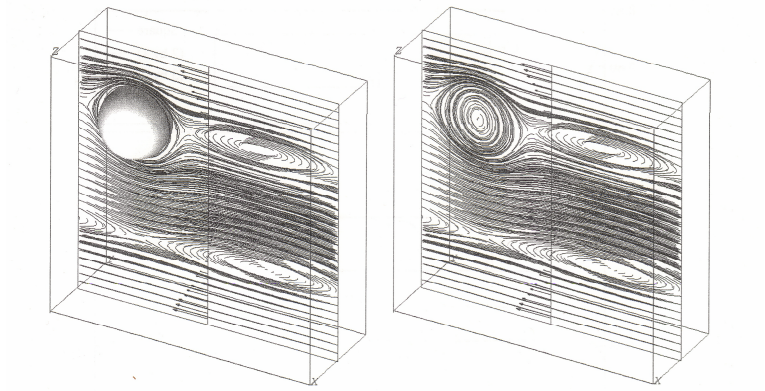
[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ۱۳- اثر نسبت دانسیته روی موقعیت تعادل یک قطره در γ=۱، We=۰/۵ و Re=۳۷



شکل ١٤- مقایسه بین اثر نسبت چسبندگی و نسبت دانسیته روی موقعیت تعادل یک قطره. شرایط جریان عبارت‌اند از We=۰/۵، Re=۳۷



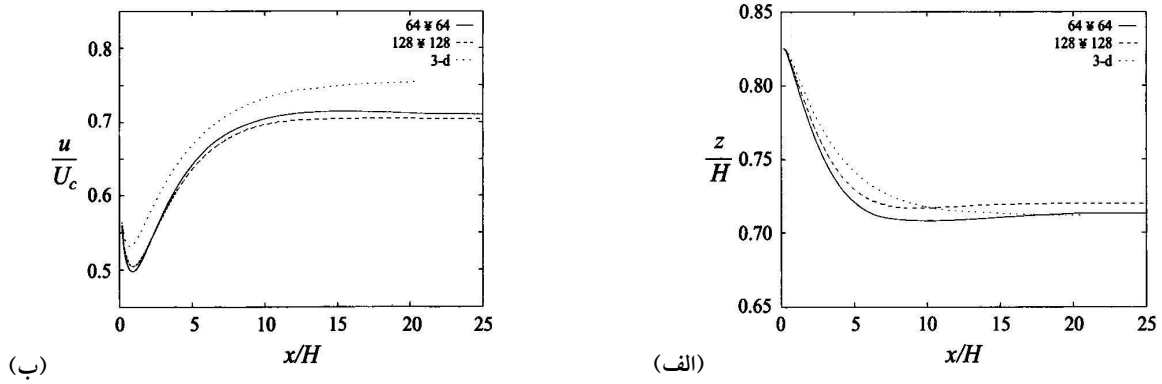
شکل ١٥- قطره و خطوط جریان در حالت دایمی برای تشابه سازی سه بعدی در We=۰/۵، α=γ=۸ و Re=۱۰

است که نقطه تعادل برای قطره‌های سنگینتر کمی نزدیکتر به دیواره است. توجه شود که افزایش دانسیته قطره دارای همان اثر کاهش چسبندگی قطره است واین مسئله پیشنهاد می‌کند که این اثر عدد رینولدز سیال قطره است که باعث تشدید نوسانات می‌شود. اما تغییرات چسبندگی دارای اثرات شدیدتر است همان‌طور که در شکل (١٤) نشان داده شده است. دراین شکل موقعیت عرضی قطره نسبت به موقعیت محوری برای دو نسبت دانسیته ودو نسبت چسبندگی رسم شده است.

٤-٤- تشابه‌سازیهای سه بعدی

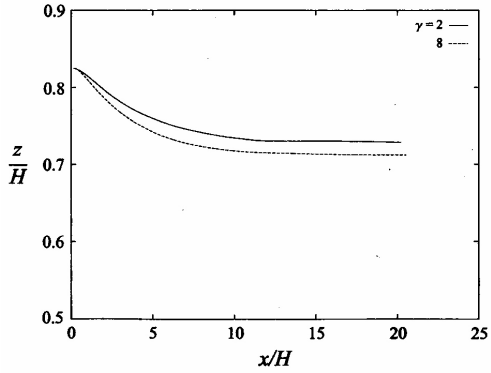
نتایج ارائه شده دربخشهای قبل برای جریان دو بعدی با استفاده از یک شبکه نسبتاً ریز انجام شد و تشابه سازیها برای زمان نسبتاً طولانی برای به‌دست آوردن جوابهای دائمی انجام گرفت. تشابه‌سازی سه بعدی برای مسئله مورد نظر احتیاج به زمانی طولانیتر دارد و به همین دلیل ما تعدادی تشابه‌سازی سه بعدی در عدد رینولدز پایین و برای شبکه نسبتاً درشت ارائه می‌دهیم. برای اینکه شرایط تشابه‌سازی سه بعدی و تشابه‌سازی دو بعدی تا حد امکان یکسان باشد ما از یک دامنه باریک در جهت y استفاده می‌کنیم (۰/۳۷۵H). اندازه شبکه عبارت از ٦٤×٢٤×٦٤ به ترتیب در جهات x، y و z است. در شکل (١٥) قطره و خطوط جریان در حالت دائمی در روی یک صفحه که از مرکز قطره می‌گذرد (y=۰/۱۸۷۵H) برای Re_d=۱۰ و We=۰/۵ و α=λ=۸ و ζ=۰/۱۲۵ رسم شده‌اند. در شکل (١٦) یک مقایسه بین تشابه‌سازی سه بعدی نشان داده شده در شکل (١٥) و یک تشابه‌سازی دو بعدی با همان پارامترها توسط رسم موقعیت عرضی و سرعت محوری قطره نسبت به موقعیت محوری انجام

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]



شکل ١٦- مقایسه بین تشابه سازی دو بعدی و سه بعدی یک قطره در We=٠/٥، α=γ=٨ و Re=١٠ .

الف) موقعیت عرضی قطره، ب) سرعت محوری نسبت به موقعیت محوری



شکل ١٧- اثر نسبت چسبندگی روی موقعیت تعادل برای یک قطره سه بعدی با We=٠/٥، α=γ=٨ و Re=١٠ .

موقعیت عرضی بر حسب موقعیت محوری رسم شده است

گرفته است. تشابه‌سازی دو بعدی برای دو شبکه انجام شده است که نشان دهنده اثر تمرکز شبکه است. اندازه شبکه برای حالت سه بعدی و برای حالت دو بعدی با شبکه درشت‌تر یکسان است. موقعیت تعادل قطره سه بعدی با موقعیت قطره دو بعدی در حالت شبکه درشت تقریباً یکسان است اما قطره سه بعدی دارای سرعت محوری نسبتاً بیشتری است این احتمالاً به علت اختلال کمتر ایجاد شده توسط قطره در حالت سه بعدی است که به نیروی درگ کمتر نسبت به حالت دو بعدی منتهی می‌شود. اثر نسبت چسبندگی در شکل (١٧) نشان داده شده است. موقعیت عرضی قطره سه بعدی نسبت به مختصات محوری برای نسبت چسبندگی λ=٨،٢ رسم شده است. باکاهش نسبت چسبندگی، قطره سه بعدی به موقعیت تعادلی نزدیکتر به دیواره میل می‌کند که در توافق با نتایج دو بعدی است. این اثر قبلاً برای حالت دو بعدی در بخش (٤-٣-٣) بحث شده است.

٥- نتیجه‌گیری

حرکت یک قطره تنها که در جریان پواسل رها شده با تشابه‌سازی عددی که اثرات اینرسی، چسبندگی و کشش سطحی را شامل می‌شود مطالعه شده است. بیشتر تشابه سازیها به حالت دو بعدی محدود شده‌اند. اما یک تعداد تشابه‌سازی سه بعدی نیز در نظر گرفته شده است.

دو دسته محاسبات ارائه شدند. برای دسته اول (٤-٢) عدد رینولدز (Re_d) دارای مرتبه یک یا کمتر است. نتایج نشان داد که حرکت یک قطره بستگی شدیدی به نسبت چسبندگی سیال

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]

قطره به چسبندگی سیال محیطی دارد. یک قطره با چسبندگی کم به طرف مرکز کانال حرکت می‌کند. در حالی‌که یک قطره با چسبندگی قابل ملاحظه نسبت به چسبندگی سیال محیطی به طرف دور از مرکز کانال حرکت می‌کند. این نتایج در توافق با پیش بینی نظریه چن و لیل [۱۸] و محاسبات زو و پوزریکیدیس [۲۸] است.

قطره‌های با عدد رینولدز (۱)۰ یا به سمت مرکز کانال حرکت می‌کنند و یا به یک موقعیت تعادل بین مرکز و دیواره می‌رسند.

برای دسته دوم تشابه سازیها بخش (٤-۳)، عدد رینولدز کانال بسیار بیشتر بود Re_d=۵۰-۵۰. در این محدوده قطره‌های کوچک یا به یک موقعیت تعادل در فاصله‌ای حدوداً نصف فاصله بین مرکز کانال و دیواره اسکان می‌یابند و یا یک حرکت نوسانی دارند. موقعیت دقیق قطراتی که اسکان می‌یابند به‌طور نسبتاً ضعیفی وابسته به پارامترهای مختلف جریان است. افزایش عدد رینولدز کانال موقعیت تعادل را کمی به طرف دیواره حرکت می‌دهد در حالی‌که افزایش چسبندگی قطره یا افزایش تغییر شکل قطره (با کاهش عدد وبر) اثر معکوس دارد. افزایش دانسیته قطره باعث می‌شود محل تعادل به طرف دیواره حرکت کند. برای حالات مطالعه شده در اینجا تغییرات در موقعیت تعادل تقریباً چند درصد است. با افزایش عدد رینولدز سیال قطره یا افزایش دانسیته قطره یا کاهش چسبندگی قطره، قطره ابتدا یک نوسانات گذرا را دنبال می‌کند. وقتی عدد رینولدز یا دانسیته زیاد باشد یا چسبندگی به اندازه کافی کم باشد نوسانات مستهلک نمی‌شوند و قطرات اسکان نمی‌یابند.

نوسانات شامل حرکت حول نقطه تعادل و یا نوسانات با دامنه بزرگ است که قطره در عرض کانال حرکت می‌کند. در حالت اخیر قطره وقتی از وسط کانال عبور می‌کند کمی توقف دارد که نشان می‌دهد این نقطه یک نقطه تعادل ناپایدار است. نتایج ما در توافق خوبی با مشاهدات تجربی است به‌خصوص برای قطراتی که در یک موقعیت ثابت اسکان می‌یابند. تشابه‌سازی عددی دو بعدی همچنین در توافق خوبی را نتایج عددی فنگ [۳۰] است.

نتایج برای قطرات دو بعدی با دو تشابه‌سازی سه بعدی تکمیل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که محل تعادل قطرات بسیار نزدیک به حالت دو بعدی است و افزایش چسبندگی قطره محل تعادل را به سمت مرکز کانال حرکت می‌دهد.

واژه نامه

1. Poiseuille
2. Segre-Silberberg
3. micro-gravity
4. creeping flow
5. Stokes flow
6. capillary number
7. lateral force
8. singular perturbation
9. boundary-integral
10. Couette flow
11. finite difference/front tracking
12. staggered grid
13. Marker points
14. FISHPACK
15. resolution test
16. code validation
17. geometric blocking

مراجع

1. Berkman, S. and Egloff, G., *Emulsions and Foams*, Reinhold. 1941.
2. Joseph, D. D. and Renardy, Y. Y., *Fundamentals of Two-Fluid Dynamics Part II: Lubricated Transport, Drops and Miscible Liquids*," Springer, 1992.
3. Brenner, H., "Hydrodynamic Resistance of Particles at Small Reynolds Numbers," *Adv. Chem. Engng* 6, Vol. pp. 287-438, 1966.
4. Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "Axial Migration of Particles in Poiseuille Flow," *Nature*, Vol. 190, pp 1095-1096, 1961.
5. Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The flow of Suspensions Through tubes I, Single Spheres, Rodes and Discs," *J. Colloid Sci*, Vol. 17, pp. 448-476, 1962.
6. Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The Kinetics of Flowing Dispersions, I. Concentrated Suspensions of Rigid Particles," *J. Colloid Sci.* Vol. 22, pp. 531-553, 1966.
7. Karnis, A., and Mason, S. G., "Particle Motions in Sheared Suspension. Part 23. Wall Migration of Fluid Drops," *J. Colloid Interface Sci.* Vol. 24, pp. 164-169, 1967.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]

8. Hiller, W., and Kowalewski, T. A. "An Experimental Study of the Lateral Migration of a Droplet in a Creeping Flow," *Exps. Fluids* Vol. 5, pp. 43-48, 1987.
9. Couillette, C., and Pozrikidis, C., "Motion of an Array of Drops through a Cylindrical Tube", *J. Fluid Mech*., Vol. 385, pp. 1-28, 1998.
10. Olbright, W. L., "Pore-Scale Prototypes of Multiphase Flow in Porous Media," *Ann. Rev. Fluid Mech*., Vol. 28, pp. 187-213, 1996.
11. Segre, G., and Silberberg, A., "Behavior of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow, Part 1., Determination of Local Concentration by Statistical Analysis of Particles Passages through Crossed Light Beams," *J. Fluid Mech.,* Vol. 14, pp. 115-135, 1962.
12. Segre, G., and Silberberg, A., "Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow, Part 2, Experimental Results and Interpretation," *J. Fluid Mech.,* Vol. 14, pp. 136-157, 1962.
13. Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "Axial Migration of Particles in Poiseuille Flow," *Nature,* Vol. 200, pp. 159-160, 1963.
14. Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The Flow of Suspensions Through Tubes V, Inertial Effects," *Can. J. Chem. Engng.,* Vol. 44, pp. 181-193, 1966.
15. Oliver, D. R., "Influence of Particle Rotation on Radial Migration in the Poiseuille Flow of suspensions," *Nature,* Vol. 194, pp. 1269-1271, 1962.
16. Jeffrey, R. G., and Pearson, J. R. A., "Particle Motion in Laminar Vertical Tube Flow," *J. Fluid Mech.,* Vol. 22, pp. 721-735, 1965.
17. Tachibana, M., "On the Behavior of a Sphere in the Laminar Tube Flows," *Rheol. Acta,* Vol. 12, pp. 58-69, 1973.
18. Chan, P.C., and Leal, L. G., "The Motion of a Deformable Drop in a Second-Order Fluid," *J. Fluid Mech.,* Vol. 92, pp. 131-170, 1979.
19. Ho, B. P., and Leal, L. G., "Inertial Migration of Rigid Spheres in Two-Dimensional Unidirectional Flows," *J. Fluid Mech.,* Vol. 65, pp. 365-400, 1974.
20. Vasseur, P., and Cox, R. G., "The Lateral Migration of a Spherical Particle in Two-Dimensional Shear Flows," *J. Fluid Mech*., Vol. 78, pp. 385-413, 1976.
21. Cox, R. G., and Hsu, S. K., "The Lateral Migration of Solid Particles in a Laminar Flow Near a Plane", *Intl J. Multiphase Flow,* Vol. 3, pp. 201-222, 1977.
22. Schonberg, J. A., and Hinch, E. J., "Inertial Migration of a Sphere in Poiseuille Flow," *J. Fluid Mech.,* Vol. 203, pp. 517-524, 1989.
23. Saffman, P. G., "The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow," *J. Fluid Mech.,* Vol. 22, pp. 385-400, 1965.
24. Cox, R. G., and Brenner, H., "The Lateral Migration of Solid Particles in Poiseuille Flow-I Theory", *Chem Engng Sci.,* Vol. 23, pp. 147-173, 1968.
25. Feuillebois, F., *Theoretical Results for the Motion of Solid Spherical Particles in Viscous Fluid. In Multiphase Science and Technology*, (ed. G. F. Hewitt, J. M. Delhaye and J. M. Zuber), Vol 4, pp. 583-789. Hemisphere, 1989.
26. Zhou, H., and Pozrikidis, C., "The Flow of Suspensions in Channels: Single Files of Drops," *Phys. Fluids A* 5, pp. 311-324, 1993a.
27. Zhou, H., and Pozrikidis, C., "The Flow of Ordered and Random Suspensions of two-Dimensional Drops in a Channel," *J. Fluid Mech.* Vol. 255, pp. 103-127, 1993b.
28. Olbright, W. L., and Kung, D. M., "The Deformation and Breakup of Liquid Drops in Low Reynolds Number Flow Through e Capillary," *Phys. Fluids A* 4, pp. 1347-1354, 1992.
29. Zhou, H., and Pozrikidis, C., "Pressure-Driven Flow of Suspensions of Liquid Drops," *Phys. Fluids,* Vol. 6, pp. 80-94, 1994.
30. Kennedy, M. R., Pozrikidis, C., and Skalak, R. "Motion and Deformation of Liquid Drops, and the Rheology of Dilute Emultions in Simple Shear Flow," *Computers Fluids,* Vol. 23, pp. 251-278, 1998.
31. Feng, D. J., Hu, H. H., and Joseph, D. D. "Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid. Part 2. Couette And Poiseuille Flows," *J. Fluid Mech.,* Vol. 277, pp. 271-301, 1994b.
32. Feng, D. J., Hu, H. H., and Joseph, D. D., "Direct Simulation of Initial Value Problems for the Motion of Solid Bodies in a Newtonian Fluid. Part 1. Sedimentation", *J. Fluid Mech.,* Vol. 261, pp. 95-134, 1994.
33. Stone, H. A., and Leal, L. G., "Relaxation and Breakup of an Initially Extended Drop in an Otherwise Quiescent Fluid", *J. Fluid Mech.,* Vol. 198, pp. 399-427, 1989.
34. Bently, B. J., and Leal, L. G., "An Experimental Investigation of Drop Deformation and Breakup in Steady, Two-Dimensional Linear Flows," *J. Fluid Mech.,* Vol. 167, pp. 241-283, 1986.
35. Unverdi, S. O., and Tryggvason, G., "A Front Tracking Method for Viscous Incompressible Flows," *J. Comput. Phys.,* Vol. 100, pp. 25-37, 1992.
36. Unverdi, S. O., and Tryggvason G., "Multifluid Flows," *Physica* D 60, pp. 70-83, 1992b.
37. Adams, J. Mudpack: "Multigrid Fortran Software for the Efficient Solution of Linear Elliptic Partial Differential Equations," *Appl. Math. Comput.,* Vol. 34, pp. 113-146, 1989.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1385.25.2.8.0]