

کاربرد روشهای مبتنی بر شبیه سازی در آشکارسازی اهداف راداری

محمد فرزانه صباحی*، محمود مدرس هاشمی** و عباس شیخی**

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز

(دریافت مقاله: ۸۶/۱/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۷/۳۰)

چکیده - در این مقاله آشکارسازی با استفاده از روشهای عددی مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو بررسی شده است. در این روشها با استفاده از تولید اعداد تصادفی عملیات تخمین پارامترهای نامعلوم و یا محاسبه آماره آشکار ساز انجام می پذیرد. به عنوان نمونه دو آشکار ساز بر مبنای روش نمونه برداری اهمیتی^۱ ارائه می شود. در این آشکار سازها، که آن را آشکار ساز ذره ای^۲ می نامیم، با استفاده از تولید اعداد تصادفی اقدام به محاسبه تقریبی نسبت درستنمایی با استفاده از تخمین پارامترهای نامعلوم (شبیه GLRT) و یا انتگرال گیری روی پارامترهای نامعلوم (شبیه AALR) می کنیم. روشهای ارائه شده، با توجه به طبیعت عددی آنها، قابل اعمال به طیف وسیعی از مسایل آشکار سازی و به خصوص مسائلی که روشهای تحلیلی برای آنها وجود ندارد خواهد بود. نتایج شبیه سازی در چندین حالت مختلف نشان دهنده این است که در حالاتی که روش GLRT قابل اعمال است، آشکار ساز پیشنهادی عملکرد قابل رقابتی دارد. از طرف دیگر آشکار ساز پیشنهادی به بسیاری از مسائلی که در آنها تخمین ML پارامترها موجود نبوده و یا توزیع پیشین آنها مشخص است، قابل اعمال است.

واژگان کلیدی: آشکارسازی راداری، نمونه برداری مونت کارلو، روشهای مبتنی بر شبیه سازی، نمونه برداری اهمیتی

Simulation-Based Radar Detection Methods

M. Farzan Sabahi, M. Modarres Hashemi, and A. Sheikhi

Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology
Faculty of Engineering, Shiraz University

Abstract: *In this paper, radar detection based on Monte Carlo sampling is studied. Two detectors based on Importance Sampling are presented. In these detectors, called Particle Detector, the approximated likelihood ratio is calculated by Monte Carlo sampling. In the first detector, the unknown parameters are first estimated and are substituted in the likelihood ratio (like*

** - استادیار

* - دانشجوی دکتری

the GLRT method). In the second detector, the averaged likelihood ratio is calculated by integrating out the unknown parameters (like the AALR method). Thanks to the numerical nature of these methods, they can be applied to many detection problems which do not have analytical solutions. Simulation results show that both the proposed detectors and the GLRT have approximately the same performance in problems to which the GLRT can be applied. On the other hand, the proposed detectors can be used in many cases for which either no ML estimate of unknown parameters exists or their prior distribution is known.

Keywords: Radar detection, Monte-Carlo sampling, Simulation-based methods, Importance Sampling.

فهرست علائم

دامنه هدف	α	فرایند Auto Regressive	AR
نسبت درست‌نمایی	$\Lambda(\underline{y})$	ضرایب فرایند AR	\underline{a}
شیفت فرکانسی نرمالیزه شده داپلر هدف	Ω	فرضیه عدم وجود هدف	H_0
توان نویز سفید	σ^2	فرضیه وجود هدف	H_1
بردار پارامترهای مجهول	$\underline{\theta}$	تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم از مرتبه n	$k_n(\cdot)$
نمونه تولید شده پارامتر مجهول	$\underline{\theta}^{(i)}$: توزیع پسین پارامترها به شرط مشاهدات	$p(\underline{\theta} \underline{y})$
وزن نمونه i ام	$w^{(i)}$ یا $w(\underline{\theta}^{(i)})$	مقدار درست‌نمایی	$p(\underline{y} H_i)$

۱- مقدمه

در آشکارسازی راداری اغلب نیاز به تخمین پارامترهای نامعلوم یا محاسبه انتگرالهای پیچیده است. برای آشکارسازی معیارهای مختلفی بیان شده است. معیار عمومی که در نظریه آشکارسازی در رادار استفاده می‌شود معیار نایمن-پیرسون است که مطابق با این معیار، نسبت درست‌نمایی^۳ از روی بردار دریافتی \underline{y} محاسبه شده و با یک سطح آستانه مقایسه می‌شود. [۱]

$$\Lambda(\underline{y}) = \frac{P_Y(\underline{y} | H_1)}{P_Y(\underline{y} | H_0)} \begin{matrix} > H_1 \\ < H_0 \end{matrix} \eta \quad (1)$$

سطح آستانه η به گونه‌ای انتخاب می‌شود که احتمال هشدار غلط (P_{fa}) در یک حد مشخص ثابت بماند. آشکارسازی که طبق این معیار به دست آمده باشد آشکارساز بهینه نامیده می‌شود. روشن است که در مقایسه آشکارسازهای مختلف، هر کدام که در P_{fa} ثابت احتمال آشکارسازی یا P_D بیشتری داشته باشند عملکرد بهتری دارد. در حالت کلی هر کدام از فرضیه‌های H_0 یا H_1 ممکن است حاوی پارامترهای نامعلوم باشند. اگر بردار پارامترهای نامعلوم در این فرضیه‌ها را به ترتیب $\underline{\theta}_0$ ، $\underline{\theta}_1$

بنامیم نسبت درست‌نمایی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Lambda(\underline{y}) = \frac{\int p(\underline{y} | H_1, \underline{\theta}_1) p(\underline{\theta}_1 | H_1) d\underline{\theta}_1}{\int p(\underline{y} | H_0, \underline{\theta}_0) p(\underline{\theta}_0 | H_0) d\underline{\theta}_0} \quad (2)$$

به $\Lambda(\underline{y})$ در این حالت نسبت درست‌نمایی میانگین^۴ (ALR) گفته می‌شود. در صورتی که تمام یا بعضی از اجزای $\underline{\theta}_0$ ، $\underline{\theta}_1$ قطعی باشند توزیعهای $P(\underline{\theta}_1 | H_1)$ و یا $P(\underline{\theta}_0 | H_0)$ حاوی توابع ضربه خواهند بود. محاسبه $\Lambda(\underline{y})$ در اغلب موارد منجر به محاسبه انتگرالهای پیچیده و یا تخمین پارامترهای متعدد خواهد شد. وقتی تعداد این پارامترها زیاد و یا شکل توزیعها پیچیده می‌شود محاسبه $\Lambda(\underline{y})$ بسیار دشوارتر خواهد شد. به‌عنوان مثال در آشکارسازی همدوس با فرض تموج آرام هدف، اگر نویز به‌صورت AR گوسی از مرتبه M مدل شود در صورت معادله (۲) $2M+3$ مجهول (M ضریب مختلط فرایند AR، توان نویز سفید ورودی فیلتر AR و دامنه مختلط هدف) و در مخرج آن $2M+1$ مجهول وجود دارد.

رویکرد دیگری که به جای معادله (۲) پیشنهاد می‌شود آزمون GLRT^۵ است. در این روش تخمین ML پارامترهای

نامعلوم تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 یا H_1 جایگزین مقادیر واقعی آنها شده و نسبت درست‌نمایی طبق معادله (۱) محاسبه می‌شود [۲]. از معایب این روش می‌توان به نداشتن مبنای دقیق نظری، در دسترس نبودن تخمین ML به‌صورت تحلیلی در حالت کلی و برخورد کردن با تمام پارامترها به‌صورت پارامترهای قطعی اشاره کرد. به عبارت دیگر چنانچه اطلاعات پیشینی^۶ در مورد پارامترهای نامعلوم موجود باشد GLRT از آن استفاده نمی‌کند.

برای محاسبه (۲) می‌توان به تقریب صورت و مخرج معادله نیز اقدام کرد. در این روش که AALR^۷ نامیده می‌شود توابع با شکل‌های ساده‌تری که انتگرال آنها شناخته شده است جایگزین می‌شوند و سپس $\Lambda(\underline{y})$ به دست می‌آید. بدیهی است که موجود بودن تقریب مناسب به‌ویژه وقتی که تعداد پارامترها زیاد است مورد تردید است.

مسائل متعددی وجود دارد که روشهای فوق قابل اعمال به آن نیست. یک راه حل عمومی در این موارد استفاده از روشهای عددی است. مثلاً در [۳ و ۴] به روشهای CGLR^۸ و CALR^۹ اشاره شده است. در CGLR آشکارسازی یک هدف با داپلر نامعلوم مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور برای داپلر هدف K نقطه بین یک بازه مشخص (مثلاً $(0, 2\pi)$) در نظر گرفته و برای هر کدام از نقاط GLRT استفاده می‌شود. در CALR نیز انتگرالها با مجموع تخمین زده می‌شوند. به عبارتی از روش مبتنی بر شبکه‌بندی برای محاسبه انتگرال استفاده شده است. در [۵] یک آشکارسازی چند کاناله بررسی شده و چون به دست آوردن تخمین ML از طریق تحلیلی مشکل بوده است یک روش عددی برای پیدا کردن ریشه مشتق تابع درست‌نمایی ارائه شده است. البته برای به دست آوردن ماکزیمم تابع درست‌نمایی می‌توان از روشهای عددی دیگری نیز بهره جست. مثلاً روش نیوتن-رافسون [۶]، روشهای گرادیان و یا EM^{۱۰}. اغلب این روشها، روشهای تکراری هستند که به منظور رسیدن به نقطه ماکزیمم، تابع درست‌نمایی را در هر تکرار افزایش می‌دهند [۷]. در این مقاله برای تقریب معادله (۲) از روشهای عددی مبتنی بر

نمونه برداری مونت کارلو استفاده می‌شود. روش مونت کارلو پیش از این در محاسبه انتگرالها به کار گرفته شده است. در این بخش مروری بر کاربرد این روش در حل مسائل تخمین پارامتر خواهیم داشت.

تخمین آماری پارامتر(یا تابعی از پارامتر) از دو دیدگاه قابل بررسی است. یکی دیدگاه کلاسیک که در آن پارامترها قطعی و نامعلوم فرض می‌شوند و دیگری دیدگاه بیزی که در آن پارامتر مجهول، یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود که تحقیقی از آن مورد نظر است. در حالت اخیر در مورد پارامترها اطلاعات پیشینی به شکل یک تابع توزیع پیشین^{۱۱} در نظر گرفته می‌شود. این تابع توزیع ممکن است حاوی اطلاعات کمی بوده یا اصلاً خالی از اطلاعات^{۱۲} باشد(مثل توزیع یکنواخت در کل ناحیه ممکن). با داشتن اطلاعات پیشین و همچنین درست‌نمایی^{۱۳} داده‌های مشاهده شده می‌توان توزیع پسین^{۱۴} پارامترها را به شکل زیر به دست آورد:

$$p(\underline{\theta}|\underline{y}) = \frac{p(\underline{y}|\underline{\theta})p(\underline{\theta})}{p(\underline{y})} \quad (۳)$$

که در آن \underline{y} بردار مشاهدات، $\underline{\theta}$ بردار پارامترها و $p(\underline{y}|\underline{\theta})$ درست‌نمایی داده‌هاست. نظریه بیز بیان می‌کند که تمامی اطلاعات ممکن در مورد $\underline{\theta}$ در $p(\underline{\theta}|\underline{y})$ موجود است. از این توزیع پسین می‌توان در سایر تحلیلها استفاده کرد. متأسفانه به دلیل وجود جمله $p(\underline{y})$ در مخرج معادله (۳) به دست آوردن تحلیلی توزیع پسین اغلب کار مشکلی است. با توجه به معادله:

$$p(\underline{y}) = \int p(\underline{y}|\underline{\theta})p(\underline{\theta})d\underline{\theta} \quad (۴)$$

برای محاسبه $p(\underline{y})$ ، به‌ویژه اگر تعداد پارامترها زیاد باشد، یک انتگرال با ابعاد بالا باید محاسبه شود. چون جمله $p(\underline{y})$ برای تمامی مقادیر $\underline{\theta}$ جمله ثابتی است اصطلاحاً به آن ثابت نرمالیزاسیون^{۱۵} می‌گویند. همچنین با توجه به معادله (۴) به $p(\underline{y})$ ، درست‌نمایی کناری^{۱۶} هم گفته می‌شود و آن را با m نشان می‌دهیم.

هر چند به دست آوردن توزیع پسین کار مشکلی است ولی اگر به طریقی بتوان نمونه‌های مستقل $\underline{\theta}$ را طبق توزیع پسین

۱۹۴۹ شروع می‌شود. در این سال فیزیکدانی به نام متروپولیس^{۱۸} در مقاله مشهوری این روش را معرفی کرد [۸] که پایه بسیاری از تحقیقات بعدی شد.

مسئله اصلی در روشهای مونت کارلو تولید نمونه از یک توزیع دلخواه است. برای این کار راههای مختلفی وجود دارد که به بیان تعدادی از آنها می‌پردازیم.

۲-۱- نمونه برداری مونت کارلو بر مبنای زنجیره

مارکف^{۱۹} (MCMC)

یک راه برای به دست آوردن نمونه از توزیع دلخواه $p(\cdot)$ ساختن یک زنجیره مارکف با توزیع ایستادن $p(\cdot)$ است. اگر X_k چنین زنجیره گسسته‌ای باشد به شرط کاهش ناپذیری^{۲۰} و غیر متناوب بودن^{۲۱} زنجیره می‌توان نوشت:

$$\forall x, y: p(X_k = y | X_0 = x) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} p(y) \quad (7)$$

به علاوه برای هر تابع $h(\cdot)$ که $E_p[h(x)] < \infty$ داریم:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N h(x_k) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} E_p[h(x)] \quad (8)$$

که منظور از همگرایی، همگرایی در احتمال است. نتیجه اخیر نیازی به نامتناوب بودن زنجیره ندارد [۹]. برای ساختن زنجیره مارکف با توزیع ایستادن دلخواه دو حالت کلی وجود دارد که عبارت‌اند از الگوریتم متروپولیس-هستینگ^{۲۲} [۱۰] و نمونه بردار گیبز^{۲۳} [۱۱].

۲-۲- نمونه برداری اهمیت^{۲۴}

ایده اصلی در این روش تولید نمونه‌های وزن دار است. وقتی که تولید نمونه طبق توزیع هدف، $p(\cdot)$ ، به راحتی امکانپذیر نباشد می‌توان از یک توزیع دلخواه دیگر مثل $q(\cdot)$ نمونه تولید کرده و رابطه تقریب مونت کارلو را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E[h(\theta)] = \int h(\theta)p(\theta)d\theta = \int h(\theta)\frac{p(\theta)}{q(\theta)}q(\theta)d\theta \quad (9)$$

به $q(\theta)$ تابع توزیع اهمیت و به $w(\theta) = \frac{p(\theta)}{q(\theta)}$ وزن اهمیت^{۲۵} گفته می‌شود. روشن است که برای برقراری رابطه (۹) باید شرط زیر

تولید کرد می‌توان از این نمونه‌ها برای تقریب عددی روابط استفاده کرد. به عنوان یک مثال ساده می‌توان به تخمین تابعی از θ با در دست داشتن مشاهدات، y ، اشاره کرد. می‌توان گفت که مقدار مورد انتظار یا میانگین تابع $h(\theta)$ به شکل زیر به دست می‌آید:

$$E[h(\theta)] = \int h(\theta)p(\theta|y)d\theta \quad (5)$$

پایه تمام روشهای انتگرال‌گیری مونت کارلو تقریب این انتگرال به شکل زیر است:

$$E[h(\theta)] \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(\theta^{(i)}) \quad (6)$$

که $\theta^{(i)}$ نمونه‌هایی از توزیع $p(\theta|y)$ هستند. بدین ترتیب با فرض تولید نمونه از توزیع پسین می‌توان هر تابع دلخواهی از θ را تقریب زد. به عنوان مثال اگر فرض کنیم $h(\theta) = \theta$ می‌توان اقدام به تخمین خود پارامتر کرد.

در این مقاله ما برای اولین بار به کاربرد روشهای عددی مبتنی بر شبیه سازی (مونت کارلو) در حل مسائل نظری آشکارسازی راداری می‌پردازیم. بدین منظور پس از طرح مبانی این روشها در بخشهای (۲) و (۳) به ارائه دو الگوریتم آشکارسازی مبتنی بر شبیه سازی (مونت کارلو) در بخش (۴) و ارائه نتایج حاصل از اعمال آنها به چند مسئله آشکارسازی راداری در بخش (۵) خواهیم پرداخت.

۲- روشهای مونت کارلو

به طور کلی روشهایی که در آنها از اعداد تصادفی برای شبیه سازی استفاده می‌شود روشهای شبیه سازی مونت کارلو نامیده می‌شوند. کلمه مونت کارلو در حقیقت برگرفته از مراکز تفریح مشهور در مونت کارلو است که در آنها برای تصادفی کردن بازیها از اعداد تصادفی استفاده می‌شده است. اولین استفاده عملی از این روش در سال ۱۹۰۰ توسط لازارینی^{۱۷} انجام شده است. او با انجام ۳۰۴۸ آزمایش تصادفی، که عبارت از پرتاب سوزن بین دو خط با فاصله مشخص بود، π را تا ۷ رقم اعشار محاسبه کرد. استفاده گسترده از روشهای مونت کارلو از سال

برقرار باشد:

$$p(\theta) > 0 \Rightarrow q(\theta) > 0 \quad (10)$$

این روش در [۱۲] برای محاسبه انتگرالها به کار گرفته شده است. در حقیقت معادله (۹) را می توان به این صورت تعبیر کرد که میانگین تابع $h(\theta)w(\theta)$ روی توزیع $q(\theta)$ محاسبه شده است:

$$E_p[h(\theta)] = E_q[h(\theta)w(\theta)] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(\theta^{(i)})w(\theta^{(i)}) \quad (11)$$

در این معادله $\theta^{(i)}$ ها نمونه های تولید شده طبق توزیع $q(\cdot)$ هستند. به این روش نمونه برداری اهمیتی، IS، گفته می شود. می توان نشان داد که هر چه $q(\cdot)$ تقریب بهتری از $p(\cdot)$ باشد این روش کارایی بهتری خواهد داشت [۱۳]. به عبارت دقیقتر واریانس $w(\theta)$ نمایانگر کارایی روش می باشد [۱۳].

در بسیاری اوقات وزن اهمیت را نمی توان مستقیماً به دست آورد چون توزیع هدف یعنی $p(\theta)$ در دسترس نیست. در چنین مواردی دانستن توزیع هدف تا حد یک ثابت کافی است. یک مثال از چنین موقعیتی نمونه برداری از توزیع پسین پارامترها در معادله (۱) است. در این حالت داریم:

$$p(\theta | y) \propto p(y | \theta)p(\theta) \quad (12)$$

در این حالت می توانیم وزن اهمیت را تا حد یک ثابت محاسبه کنیم:

$$w(\theta) = \frac{p(y | \theta)p(\theta)}{q(\theta)} \propto \frac{p(\theta | y)}{q(\theta)} \quad (13)$$

و معادله (۱۱) به شکل زیر اصلاح می شود [۱۳]:

$$E_p[h(\theta)] \approx \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(\theta^{(i)})w(\theta^{(i)})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w(\theta^{(i)})} \quad (14)$$

در این حالت می توان وزنه های نرمالیزه شده را به شکل زیر تعریف نمود:

$$\tilde{w}(\theta^{(i)}) = \frac{w(\theta^{(i)})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w(\theta^{(i)})} \quad (15)$$

۲-۳- نمونه برداری اهمیتی و فقی

هر چه تابع توزیع اهمیت، $q(\cdot)$ ، به تابع توزیع هدف، $p(\cdot)$ ،

شبه تر باشد کارایی روش نمونه برداری اهمیتی بیشتر خواهد داشت. به همین دلیل می توان به جای انتخاب یک $q(\cdot)$ ثابت، دسته ای از توابع توزیع را در نظر گرفت و در طی تکرارهای متوالی سعی در بهبود بخشیدن تقریب مونت کارلوی به دست آمده از نمونه ها کرد. به عنوان مثال می توان دسته ای از توابع توزیع را در نظر گرفت که با میانگین و کواریانس توزیع مشخص می شوند. پس از هر بار تولید نمونه، میانگین و کواریانس توزیع جدید توسط نمونه های فعلی و در جهت بهبود تقریب مورد نظر به روز می شوند. برای جزئیات بیشتر در این زمینه می توان به [۱۴ و ۱۵] مراجعه کرد.

۲-۴- نمونه برداری اهمیتی ترتیبی

روشهای مطرح شده تا کنون همگی نیاز به در دست داشتن کل مشاهدات به صورت یکجا دارند. در بسیاری از مسائل تعداد بسیار زیادی از داده ها به صورت متوالی در یافت می شوند. در چنین مسائلی انجام محاسبات به صورت ترتیبی بسیار سودمند خواهد بود. در دهه ۹۰ فعالیت های وسیعی در زمینه نمونه برداری اهمیتی ترتیبی انجام شده است. نمونه برداری اهمیتی ترتیبی که با نام فیلترینگ ذره ای^{۲۶} نیز شناخته می شود کاربرد وسیعی در حوزه پردازش بلا درنگ^{۲۷} پیدا کرده است. فیلترینگ ذره ای به صورت بالقوه قابل اعمال به هر مسئله ای است که بتوان آن را به صورت یک فضای حالت مدل کرد. در این مسائل "حالت" در طی قدمهای زمانی تغییر می کند و با استفاده از مشاهدات، که معمولاً آغشته به نویز هستند، سعی در تخمین زدن آن می شود. به دلیل این ماهیت عمومی، این روش کاربردهای زیادی در حوزه های مختلف علوم نظیر اقتصاد، نجوم، هواشناسی، مخابرات و ... پیدا کرده است. در [۱۶] مجموعه مقالات ارزشمندی در مورد روش فیلترینگ ذره ای جمع آوری شده است.

۳- محاسبه در ستمایی کناری

در ساختار بیزی انتخاب اینکه داده های دریافتی طبق چه

۳-۱- روشهای مبتنی بر IS

بر مبنای روش IS نمونه‌ها از یک تابع توزیع اهمیت تولید می‌شوند و بر اساس آنها انتگرال (۱۷) محاسبه می‌شود. برحسب اینکه تابع توزیع اهمیت چگونه انتخاب شود روشهای مختلفی پیشنهاد شده است.

۳-۲- مونت کارلوی ساده- نمونه برداری از توزیع پیشین

درستنمایی کناری را می‌توان با میانگین‌گیری از مقدار درستنمایی روی توزیع پیشین به دست آورد [۲۲]. می‌توان نوشت:

$$m = E_p [p(\underline{y} | \underline{\theta})] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(\underline{y} | \underline{\theta}^{(i)}) = m_{\text{prior}} \quad (19)$$

که $\underline{\theta}^{(i)}$ ها نمونه‌های تولید شده از توزیع پیشین هستند. این روش خیلی کارآمد نیست چون نمونه‌های توزیع پیشین ممکن است در ناحیه‌ای باشند که درستنمایی مقدار کمی دارد و بنابراین باید تعداد زیادی نمونه استفاده شود.

۳-۳- نمونه برداری از توزیع پسین^{۳۲} یا توابع اهمیت دیگر

کارایی را می‌توان با انتخاب توابع اهمیت دیگر بهبود داد. اگر از توزیع $q(\cdot)$ برای تولید $\underline{\theta}^{(i)}$ ها استفاده کنیم می‌توان نوشت [۱۳]:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^N w^{(i)} p(\underline{y} | \underline{\theta}^{(i)})}{\sum_{i=1}^N w^{(i)}} \quad , \quad w^{(i)} = \frac{p(\underline{\theta}^{(i)})}{q(\underline{\theta}^{(i)})} \quad (20)$$

به دلیل اینکه تمام اطلاعاتی که در مورد $\underline{\theta}$ موجود است در $p(\underline{\theta} | \underline{y})$ نهفته است، به نظر منطقی می‌رسد که در صورت امکان از توزیع پسین برای تولید نمونه استفاده شود یعنی $q(\underline{\theta}) = p(\underline{\theta} | \underline{y})$. تولید نمونه از توزیع پسین می‌تواند با نمونه برداری MCMC و یا سایر روشها صورت بگیرد.

در مسائلی که توزیع پسین و نمونه‌های آن در دسترس نیست می‌توان نمونه‌های وزن داری بر مبنای یک تقریب از توزیع پسین به دست آورد. به عنوان مثال فرض کنید به جای

مدلی تولید شده‌اند بر مبنای احتمال پسین مدل صورت می‌گیرد. اگر مدل مورد نظر را M بنامیم این اطلاعات در $p(M | \underline{y})$ قرار دارد که \underline{y} بردار مشاهدات یا داده‌های دریافتی است. به عنوان مثال اگر انتخاب بین دو مدل M_0 و M_1 مورد نظر باشد می‌توان نسبت توزیعهای پسین^{۲۸}، PO ، را مورد بررسی قرار داد:

$$PO = \frac{p(M_1 | \underline{y})}{p(M_0 | \underline{y})} = \frac{p(\underline{y} | M_1)p(M_1)}{p(\underline{y} | M_0)p(M_0)} \quad (16)$$

نسبت $\frac{p(\underline{y} | M_1)}{p(\underline{y} | M_0)}$ را اصطلاحاً ضریب بیز^{۲۹} نیز می‌گویند که رابطه بسیار نزدیکی با روابط مربوط به آزمون فرضیه^{۳۰} دارد. در آزمون فرضیه دو فرض H_0 و H_1 در نظر گرفته می‌شود و نسبت درستنمایی $\frac{p(\underline{y} | H_1)}{p(\underline{y} | H_0)}$ با یک آستانه مقایسه می‌شود. در عمل هر کدام از فرضها یا مدلهای احتمالاً حاوی پارامترهای نامعلومی هستند که اگر آنرا $\underline{\theta}$ بنامیم می‌توان نوشت:

$$p(\underline{y} | H_i) = \int p(\underline{y} | \underline{\theta}, H_i) p(\underline{\theta} | H_i) d\underline{\theta} \quad (17)$$

که به این مقدار درستنمایی کناری داده‌های دریافتی تحت فرض i گفته می‌شود.

فرض کنیم داده‌های دریافتی از مدل H_i تبعیت کنند. اگر برای سادگی از نوشتن H_i در معادلات صرف نظر کنیم می‌توان نوشت:

$$p(\underline{\theta} | \underline{y}) = \frac{p(\underline{y} | \underline{\theta})p(\underline{\theta})}{\int p(\underline{y} | \underline{\theta})p(\underline{\theta})d\underline{\theta}} = \frac{\text{Likelihood} \times \text{Prior}}{\text{marginal Likelihood}} \quad (18)$$

فقط در بعضی موارد خاص که شکل تابع درستنمایی نمایی بوده و توزیع پیشین نیز هم خانواده^{۳۱} باشد می‌توان مقدار درستنمایی کناری را، که آن را m می‌نامیم، به صورت تحلیلی محاسبه کرد. برای بقیه حالتها باید به دنبال روشهای مناسب عددی بود. بعضی روشها در [۱۷ و ۱۸] مرور شده اند. از جمله آنها می‌توان به روش لاپلاس [۱۹]، روشهای مبتنی بر MCMC [۲۰] و [۲۱]، روشهای مبتنی بر نمونه برداری اهمیتی و ... اشاره کرد. در اینجا مروری بر روشهای مبتنی بر نمونه برداری اهمیتی می‌کنیم که در الگوریتمهای پیشنهادی از آن استفاده شده است.

نمونه‌های $p(\theta|y)$ نمونه‌هایی از $q(\theta)$ در دسترس هستند. اگر وزنهای این نمونه‌ها را طبق معادله

$$w^{(i)} = \frac{p(y|\theta^{(i)})p(\theta^{(i)})}{q(\theta^{(i)})} \propto \frac{p(\theta^{(i)}|y)}{q(\theta^{(i)})} \quad (21)$$

تعریف کنیم می‌توان نشان داد که میانگین وزنها (که در این حالت وزنها نرمالیزه نشده هستند) در $N \rightarrow \infty$ به سمت m میل می‌کنند و بنابراین $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w^{(i)}$ تخمینی از m است [۱۳ و ۲۳].

۴- آشکار ساز ذره‌ای

به‌طور کلی از روشهای مونت کارلو به دو صورت می‌توان در آشکار سازی استفاده کرد:

الف- تخمین پارامترهای مجهول و استفاده در نسبت درستنمایی (مشابه با GLRT)

ب- تخمین نسبت درستنمایی با استفاده از تقریب مقادیر درستنمایی کناری و تقسیم آنها بر یکدیگر (مشابه با AALR)

به آشکار سازی که از روشهای فوق استفاده می‌کند اصطلاحاً آشکار ساز ذره‌ای گفته و آنها را به ترتیب PD1 و PD2 می‌نامیم. اگر بردارمشاهدات را با y و بردار پارامترهای مجهول را با θ نشان دهیم می‌توان با تولید نمونه از تابع توزیع پسین، $p(\theta|y)$ ، به تخمین MMSE پارامتر اقدام کرد. لازم به ذکر است که در اغلب موارد تولید نمونه از تابع توزیع پسین کار مشکلی است بنابراین می‌توان از روش نمونه برداری اهمیتی برای تولید نمونه‌های وزن دار استفاده کرد. حتی در این حالت نیز محاسبه وزنها اهمیت به دلیل وابستگی آنها به $p(y)$ مشکل است اما خوشبختانه با توجه به معادلات (۱۳) و (۱۵) دانستن توزیع پسین تا حد یک ثابت کفایت می‌کند. مراحل آشکار سازی ذره‌ای را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

۴-۱- الگوریتم PD1

تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 و H_1 :

الف- نمونه‌های $\{\theta^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ را مطابق اطلاعات پیشینی که از θ موجود است تولید می‌کنیم.

ب- با فرض اینکه نمونه‌های $\{\theta^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ از توزیع $q(\cdot)$ تولید شده‌اند $\tilde{w}^{(i)}$ $i=1,2,\dots$ را مطابق با معادلات (۱۳) و (۱۵) محاسبه کرده و مجموعه نمونه‌های وزن دار $\{\theta^{(i)}, \tilde{w}^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ را تشکیل می‌دهیم (این نمونه‌ها ذره‌های وزن دار نیز نام دارند).

ج- مطابق با معادله $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N \tilde{w}^{(i)} \theta^{(i)}$ تخمین پارامترها را

به‌دست آورده و با فرض معلوم بودن پارامترها مقدار درستنمایی تحت فرضیه کنونی را به‌دست می‌آوریم. در این حالت با فرض اینکه محدوده غیر صفر $q(\cdot)$ محدود و غیر صفر $p(\cdot|y)$ را در بر بگیرد می‌توان نشان داد که با $N \rightarrow \infty$ ، $\hat{\theta}$ به سمت تخمین MMSE از θ میل می‌کند [۱۳]. با در دست داشتن مقدار درستنمایی تحت هر یک از فرضیه‌ها اقدام به محاسبه نسبت درستنمایی کرده و آن را با سطح آستانه مقایسه می‌کنیم.

۴-۲- الگوریتم PD2

تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 و H_1

الف- نمونه‌های $\{\theta^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ را مطابق اطلاعات پیشینی که از θ موجود است تولید می‌کنیم.

ب- با فرض اینکه نمونه‌های $\{\theta^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ از توزیع $q(\cdot)$ تولید شده‌اند، وزنها نرمالیزه نشده $w^{(i)}$ $i=1,2,\dots$ را از معادله (۲۱) محاسبه نموده و مقدار درستنمایی کناری

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w^{(i)}$$

تحت فرضیه کنونی را مطابق با معادله

به‌دست می‌آوریم. در این حالت نیز با فرض اینکه محدوده غیر صفر $q(\cdot)$ محدود و غیر صفر $p(\cdot|y)$ را در بر بگیرد می‌توان نشان داد که با

5-1- آشکارسازی هدف با دامنه مجهول در نویز سفید

گوسی با واریانس مجهول

برای این مسئله آشکارساز GLRT وجود دارد و به شکل زیر به دست می‌آید [۲]:

$$\frac{\underline{y}^H \underline{y}}{\underline{y}^H (\mathbf{P}_{p \times p} - \mathbf{S} \mathbf{S}^H) \underline{y}} \underset{H_0}{<} \underset{H_1}{>} \eta \quad (25)$$

که p تعداد پالسهای برگشتی از هدف و $\mathbf{P}_{p \times p}$ ماتریس یکه است و بنابراین می‌توان نتایج حاصل را با آن مقایسه کرد. در این مسئله پارامترهای نامعلوم در فرض H_1 برابر $\underline{\theta} = (\alpha, \sigma^2)^T$ و در فرض H_0 برابر $\underline{\theta} = \sigma^2$ است که σ^2 واریانس نویز سفید است. در این حالت نسبت سیگنال به نویز از معادله $SNR = \frac{|\alpha|^2 s^H s}{\sigma^2}$ به دست می‌آید. در روش PD1، α و σ^2 را تخمین زده و با مقایسه نسبت درستنمایی با یک سطح آستانه

$$\frac{f(y|\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_1^2, H_1)}{f(y|\hat{\sigma}_0^2, H_0)} > \underset{H_1}{>} \underset{H_0}{<} \eta$$

به آشکار سازی اقدام می‌کنیم. در طراحی آشکارساز ذره‌ای به منظور تولید نمونه‌های

α ، از توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$ برای تولید زاویه و از توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0, |\alpha|_{\max}]$ برای تولید دامنه استفاده می‌کنیم. $|\alpha|_{\max}$ را می‌توان با توجه به بزرگترین هدف ممکن انتخاب کرد. برای تولید نمونه‌های σ^2 نیز از توزیع یکنواخت در یک بازه معقول استفاده می‌کنیم. چنین بازه‌ای را می‌توان مثلاً با توجه به سلولهای مجاور سلول تحت آزمون تعیین کرد. شکل (۱) مقایسه دو روش PD1 و GLRT که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل به دست آمده است را نشان می‌دهد. پارامترهای شبیه سازی عبارت‌اند از:

$$p=20, \Omega=1 \text{ rad/s}, \sigma^2=2, SNR=10 \text{ dB}, N=200, |\alpha|_{\max}=5$$

که p تعداد پالسهای کوهرنت دریافتی و N تعداد نمونه‌های تولید شده در ساختار آشکارساز است. در ساختار آشکارسازهای PD برای تولید نمونه‌های σ^2 از توزیع یکنواخت در بازه $[0, 6]$ استفاده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود

$m, N \rightarrow \infty$ به سمت مقدار واقعی درستنمایی کناری میل می‌کند [۱۳]. مجدداً با در دست داشتن مقدار درستنمایی کناری تحت هر یک از فرضیه‌ها اقدام به محاسبه نسبت درستنمایی کرده و آن را با سطح آستانه مقایسه می‌کنیم.

در هر یک از الگوریتمهای فوق می‌توان تابع توزیع اهمیت، $q(\cdot)$ ، را طی قدمهای متوالی تغییر داد. البته باید توجه داشت که همه توابع توزیع اهمیت می‌بایست شرط همگرایی را بر آورده کنند. یک راه برای این کار، اضافه کردن یک مرحله دیگر به الگوریتمها به شرح زیر است:

با استفاده از نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$ ، $\bar{\theta}$ و $\text{cov}(\theta)$ را مطابق معادلات زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{\theta} = \sum_{i=1}^N \tilde{w}^{(i)} \underline{\theta}^{(i)} \quad (22)$$

$$\text{cov}(\theta) = \sum_{i=1}^N \tilde{w}^{(i)} (\underline{\theta}^{(i)} - \bar{\theta})(\underline{\theta}^{(i)} - \bar{\theta})^H$$

و از تابع $N(\bar{\theta}, \text{cov}(\theta))$ به عنوان $q(\cdot)$ استفاده کرده مجدداً به مرحله ۲ می‌رویم.

5- نتایج شبیه سازی

در شبیه سازیهای این بخش با در نظر گرفتن مدل کلی مسائل آشکارسازی راداری، فرض می‌کنیم که هدف انتخاب یکی از فرضیه‌های زیر است:

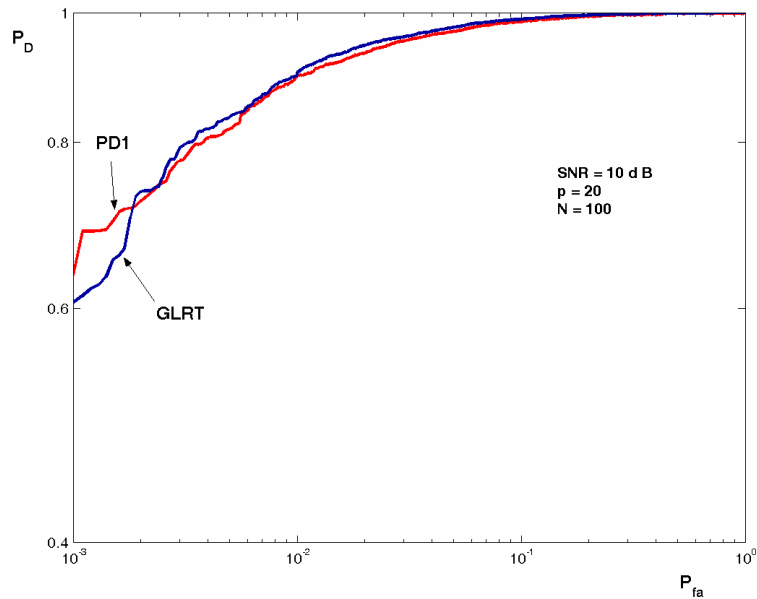
$$H_1: \underline{y} = \alpha \underline{s} + \underline{n} \quad (23)$$

$$H_0: \underline{y} = \underline{n}$$

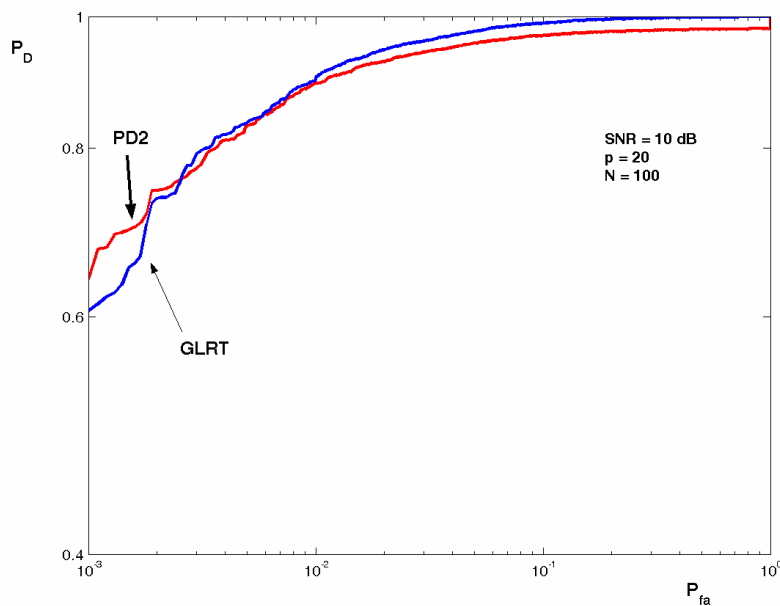
برداری \underline{y} شامل p پالس بازگشتی از هدف به صورت $\underline{y} = (y_1 \dots y_p)^T$ ، بردار \underline{n} شامل نمونه‌های کلاتر در هر یک از پالسهای دریافتی و α دامنه سیگنال بازگشتی از هدف است. \underline{s} نیز مطابق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\underline{s} = [1 \quad e^{i\Omega} \quad \dots \quad e^{j(p-1)\Omega}]^T \quad (24)$$

که در آن Ω شیفیت فرکانسی داپلر نرمالیزه شده هدف است. در حالت کلی، کلیه متغیرها می‌توانند مختلط باشند.



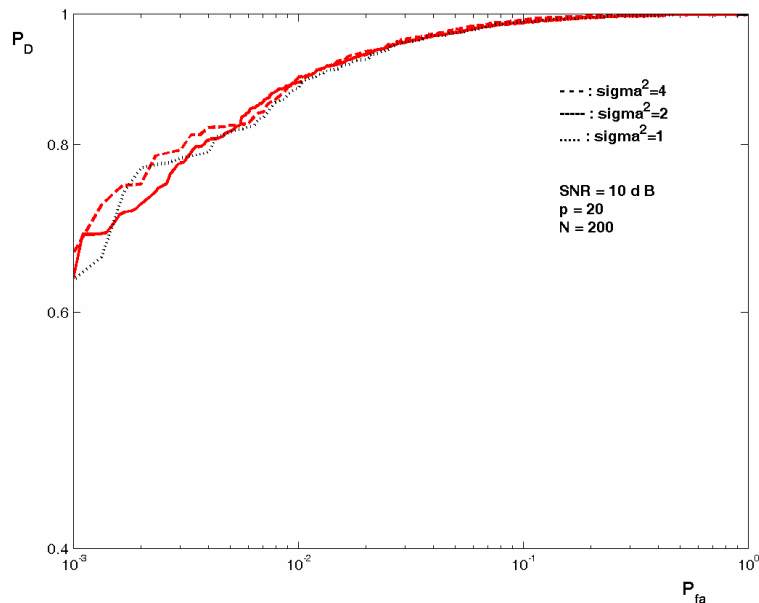
شکل ۱- مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول



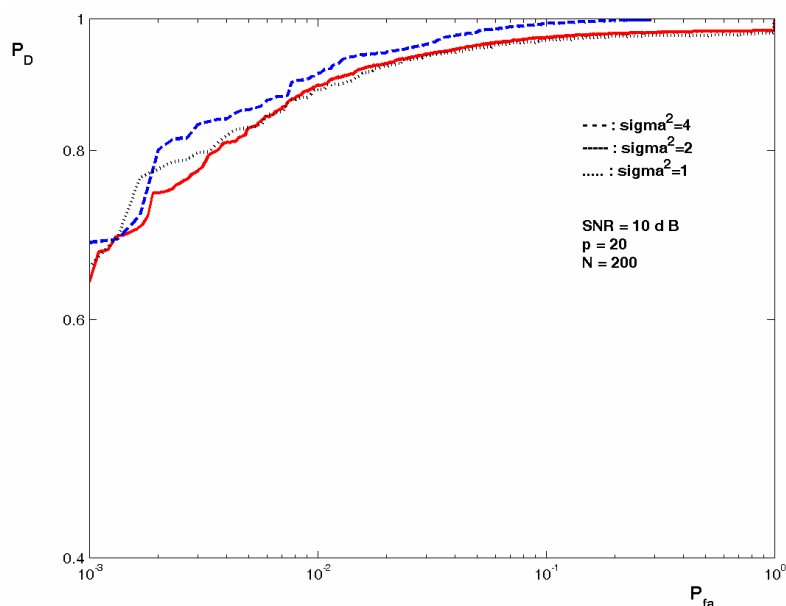
شکل ۲- مقایسه آشکار ساز PD2 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول

برای اینکه مقاوم بودن الگوریتم نسبت به تغییر پارامترها را بررسی کنیم، شبیه سازیهای فوق را برای چند مقدار متفاوت σ^2 و α انجام می دهیم. شکل های (۳) و (۴) به ترتیب نشان دهنده عملکرد الگوریتم های PD1 و PD2 برای سه مقدار مختلف σ^2 هستند. بقیه پارامترهای شبیه سازی مشابه قبل است. لازم به ذکر است که در این شکلها SNR ثابت و برابر 10 dB فرض شده

عملکرد دو روش در این حالت تقریباً یکسان است. در شکل (۲) نتیجه مقایسه روش PD2 با GLRT نشان داده شده است که در این حالت نیز نتایج مشابه است. مقادیر شبیه سازی مشابه قسمت قبل است. لازم به ذکر است مقدار $\sigma^2 = 2$ فقط در شبیه سازی فرض شده است و هیچ یک از آشکارسازها دارای اطلاعات قبلی در این مورد نیستند.



شکل ۳- مقاوم بودن آشکار ساز PD1 نسبت به تغییر پارامترها

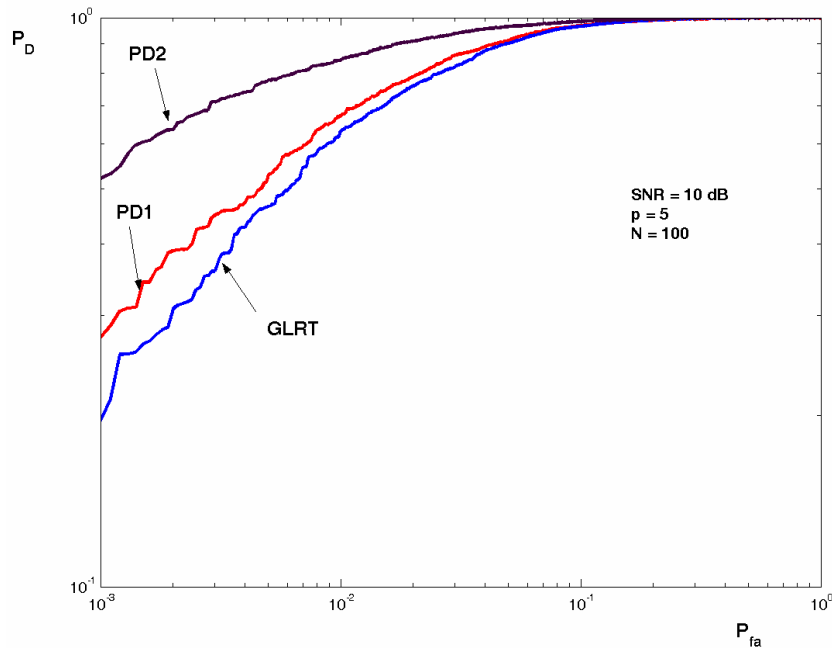


شکل ۴- مقاوم بودن آشکار ساز PD2 نسبت به تغییر پارامترها

GLRT بهبود محسوسی دارد. دلیل افت عملکرد GLRT این است که در تعداد کم مشاهدات، تخمین پارامترها از روش ML تخمین مناسبی نخواهد بود. در این شبیه سازی $N=100$ و مقادیر بقیه پارامترهای شبیه سازی مشابه قسمت قبل است. مسائل فوق را با فرض اینکه دامنه هدف نیز مطابق با یک

است. بدین منظور، با تغییر σ^2 ، α را نیز تغییر داده ایم تا مقدار SNR ثابت بماند.

با توجه به اینکه تعداد پالسهای دریافتی در عملکرد روش تخمین موثر است مسئله فوق را برای ۵ پالس دریافتی در نظر می گیریم. همان گونه که در شکل (۵) مشاهده می شود کارایی این روشها و به ویژه روش PD2 در مقایسه با



شکل ۵- مقایسه آشکار ساز PD1 و PD2 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول در تعداد پالس کم

۵-۲- آشکارسازی هدف با دامنه مجهول در نویز AR

گوسی با پارامترهای مجهول

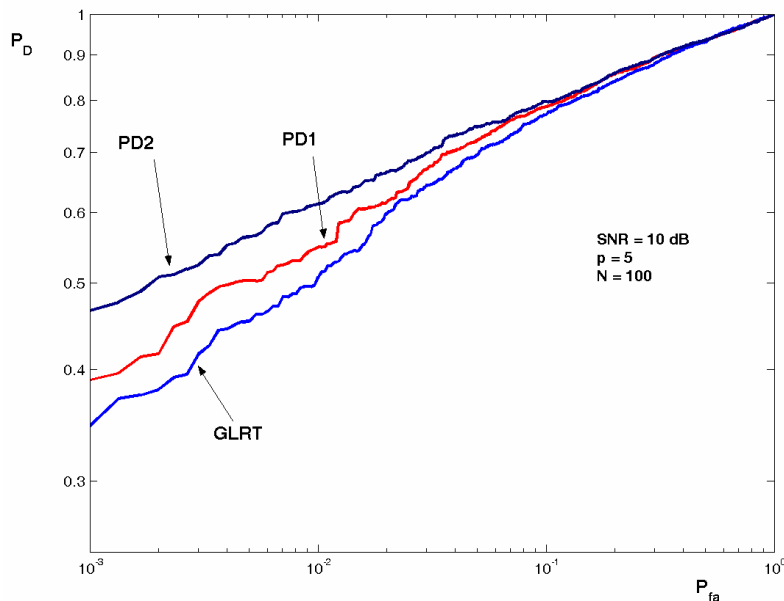
در کاربردهای راداری در بسیاری از موارد نمی توان کلاتر را به صورت گوسی سفید مدل کرد. به عبارت دیگر اندازه گیریهای واقعی نشان دهنده عدم تطابق با مدل سفید گوسی است. برای به دست آوردن مدل مناسب کلاتر تحقیقات گسترده ای انجام شده و مدل های مختلفی نیز پیشنهاد شده است. از جمله مهمترین این مدلها، مدل AR گوسی است [۲۴-۲۷]. در این مسئله بردار تداخل مربوط به کلاتر (\underline{n}) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\underline{n} = (n_1 \dots n_p)^T \quad (26)$$

$$n_k = \sum_{j=1}^M a_j n_{k-j} + w_k$$

که w_k گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس σ_w^2 بوده و $\underline{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]$ ضرایب فرایند AR است. در این مسئله $\theta = (\underline{a}, \sigma_w^2)$ نشان دهنده بردار پارامترهای کلاتر است. آشکار ساز GLRT برای این مسئله در [۲۸] به دست آمده و ARGRLR نامگذاری شده است.^(۱) لازم به یاد آوری است که در

توزیع پیشین واقعی (مدلهای سورلینگ) تغییر می کند می توان بررسی کرد. به این منظور فرض می کنیم α طبق یک توزیع گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس $\sigma_T^2 = 4$ تولید شود (مدل سورلینگ I). برای اعمال روش تحلیلی می توان ترکیبی از روشهای GLRT و ALR را به کار گرفت. در حقیقت در فرض H_1 ابتدا با فرض معلوم بودن α تخمین ML از σ^2 را به دست می آوریم و سپس $\hat{f}(\underline{y} | H_1) = \int f(\underline{y} | \alpha, \hat{\sigma}_{ML}^2, H_1) \text{CN}(\alpha; 0, \sigma_T^2) d\alpha$ را محاسبه می کنیم. در فرض H_0 نیز $\hat{f}(\underline{y} | H_0) = f(\underline{y} | \hat{\sigma}_{ML}^2, H_0)$ به دست آورده و نسبت درستنمایی را با یک سطح آستانه مقایسه می کنیم. محاسبه $\hat{f}(\underline{y} | H_1)$ منجر به محاسبه یک انتگرال پیچیده دو بعدی می شود که می توان آن را با روشهای عددی حل کرد. به دلیل اینکه حل تحلیلی این مسئله در دست نیست، در اینجا نیز نتایج را با GLRT مقایسه می کنیم. انتظار می رود به دلیل استفاده از اطلاعات پیشین در مورد توزیع α روشهای PD عملکرد بهتری داشته باشند. شکل (۶) این حدس را تأیید می کند. سایر پارامترهای طراحی آشکار ساز ذره ای و پارامترهای شبیه سازی مشابه شکل (۵) است.



شکل ۶- مقایسه آشکار سازهای PD با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول و هدف سورلینگ ۱

نتایج تحقیقات نشان می‌دهد که در این حالت نیز مشابه با حالت نویز سفید، با تغییر مقادیر σ_w^2 ، عملکرد الگوریتم نسبت به ARGLR ثابت می‌ماند [۳۲]. به عبارت دیگر الگوریتم نسبت به تغییر پارامترها مقاوم است.

یکی از روشهای طراحی آشکارساز طراحی بر اساس بدترین حالت هدف، یعنی کوچکترین هدف ممکن است. در این حالت می‌توان دامنه هدف یعنی $|\alpha|$ را معلوم و متناظر با کوچکترین هدف ممکن در نظر گرفت. به این ترتیب چون در شرایط واقعی مقدار $|\alpha|$ بزرگتر است می‌توان از کارایی آشکارساز اطمینان داشت. اگر فرض کنیم $|\alpha|$ معلوم است اعمال روش GLRT به راحتی امکانپذیر نیست زیرا تخمین ML بقیه پارامترها در دست نیست ولی در روش آشکارسازی ذره‌ای از این اطلاعات می‌توان استفاده کرد. در حقیقت در آشکارساز ذره‌ای برای تولید مقادیر α در این مسئله فقط کافی است نمونه‌های فاز آن را تولید کنیم. بدین ترتیب می‌توان آشکار ساز بهینه محلی^{۳۵} را به دست آورد. هر چند آشکار ساز بهینه محلی معمولاً با شرط $|\alpha| \rightarrow 0$ تعریف می‌شود ولی در این مسئله نیز چون آشکارساز برای کوچکترین هدف بهینه می‌شود آن را بهینه محلی می‌نامیم. انتظار می‌رود که در نتیجه

صورت در نظر گرفتن مدل AR برای کلاتر در [۲۸ و ۲۹] بهبود قابل توجه کارایی روش ARGLR بر روشهای دیگر نظیر آشکار ساز کلی^{۳۳} [۳۰] و آشکارساز IBDA^{۳۴}، [۲۴ و ۳۱] نشان داده شده است و بنابراین در ادامه تنها به مقایسه نتایج با ARGLR خواهیم پرداخت. شکل‌های (۷) و (۸) نتایج مقایسه ROC به دست آمده از روش PD و GLRT که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل به دست آمده است را نشان می‌دهد.

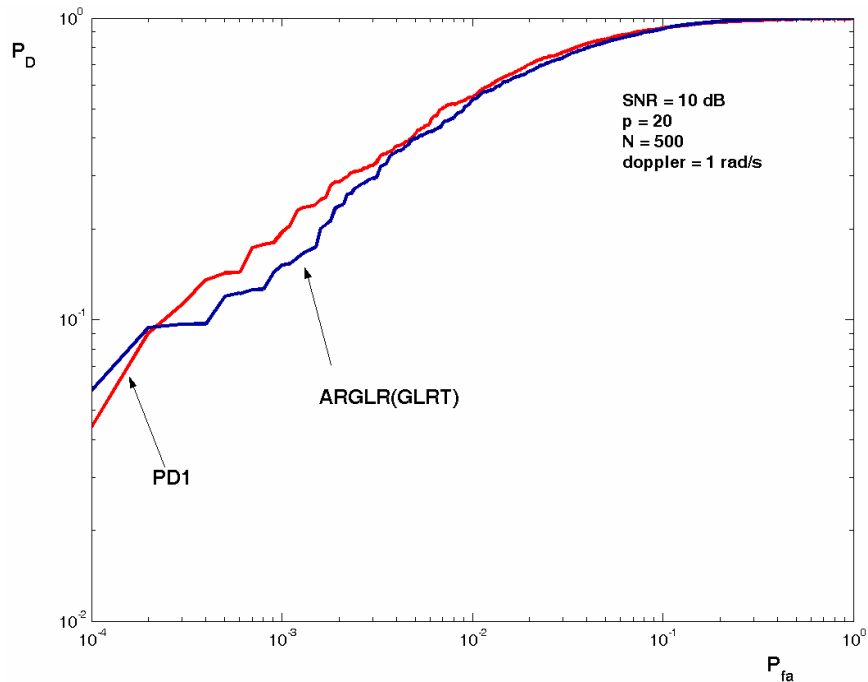
پارامترهای شبیه سازی عبارت‌اند از:

$$\sigma_w^2 = 2 \quad \text{و} \quad \underline{a} = [-0.25 \quad +j0.25 \quad -0.3] \quad \text{و} \quad p=20 \quad \text{و} \quad N=500$$

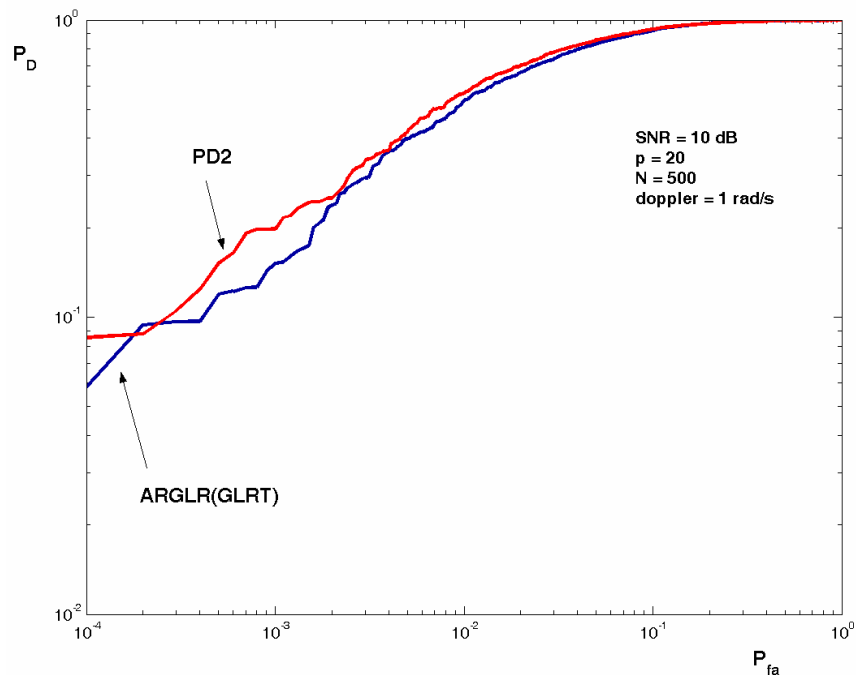
$$\text{Doppler} = 1 \text{ rad/s} \quad \text{و} \quad |\alpha|_{\max} = 5 \quad \text{و} \quad \text{SNR} = 10 \text{ dB}$$

مقدار SNR طبق [۲۸] به صورت $|\alpha|^2 \underline{S}^H \underline{R}_N^{-1} \underline{S}$ تعریف می‌شود. بدین ترتیب برای رسیدن به SNR مطلوب با استفاده از R_N واقعی مقدار $|\alpha|$ را در شبیه سازی تنظیم می‌کنیم.

همان‌گونه که دیده می‌شود نتایج بسیار به هم نزدیک‌اند. در ساختار آشکارساز ذره‌ای برای تولید نمونه‌های \underline{a} از توزیع یکنواخت داخل دایره واحد (به منظور پایداری) و برای تولید نمونه‌های σ_w^2 از توزیع یکنواخت در بازه [0,6] استفاده شده است. تولید نمونه‌های دامنه نیز با توجه به $|\alpha|_{\max}$ و طبق روشی که قبلاً گفته شد انجام می‌گیرد.

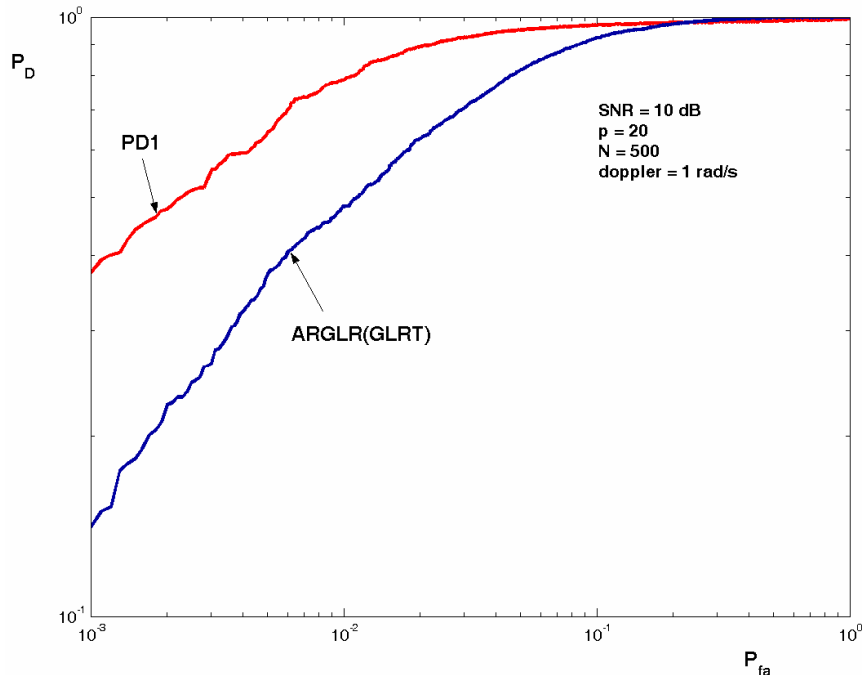


شکل ۷- مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول



شکل ۸- مقایسه آشکار ساز PD2 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول

استفاده از اطلاعات اضافی، PD به نتیجه بهتری منجر شود. شکل (۹) این حدس را تایید می‌کند. مقادیر شبیه سازی مشابه حالت قبل است. برای تولید زاویه α از توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0, 2\pi)$ استفاده شده است.



شکل ۹ - مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول در حالتی که دامنه هدف معلوم است (LOD)

۳-۵- آشکار سازی هدف با دامنه مجهول در کلاتر K ترکیبی

توزیع دیگری که برای مدل کردن کلاترهای واقعی پیشنهاد شده است مدل K ترکیبی است [۳۳-۳۶] که در حقیقت مثالی از حالت غیر سفید و غیر گوسی است. در این حالت کلاتر یک فرایند تغییر ناپذیر کروی^{۳۶} (SIRP) در نظر گرفته می شود که از حاصلضرب یک کلاتر گوسی رنگی و یک متغیر تصادفی گاما با توزیع مشخص به دست می آید. در این مسئله قسمت گوسی را یک فرایند AR از مرتبه 2 با ضرایب نامعلوم در نظر می گیریم. لازم به ذکر است که حل تحلیلی این مسئله در دست نیست ولی با صرف نظر از توزیع گامای متغیر تصادفی ضرب شونده، می توان همان روش ARGLR را اعمال کرد. به عبارت دیگر در روش ARGLR متغیر تصادفی ضرب شونده نیز به صورت ML تخمین زده شده و بنابراین از اطلاعات پیشین آن استفاده نمی شود. در روش PD می توان از اطلاعات پیشینی که در مورد توزیع متغیر تصادفی ضرب شونده وجود دارد استفاده

کرد. اگر متغیر تصادفی ضرب شونده که توزیع گاما دارد را با t نشان دهیم با فرض میانگین واحد برای t می توان نوشت [۳۷]:

$$p(t) = \frac{v^v}{\Gamma(v)} t^{v-1} e^{-vt} \quad t > 0 \quad (27)$$

همچنین داریم:

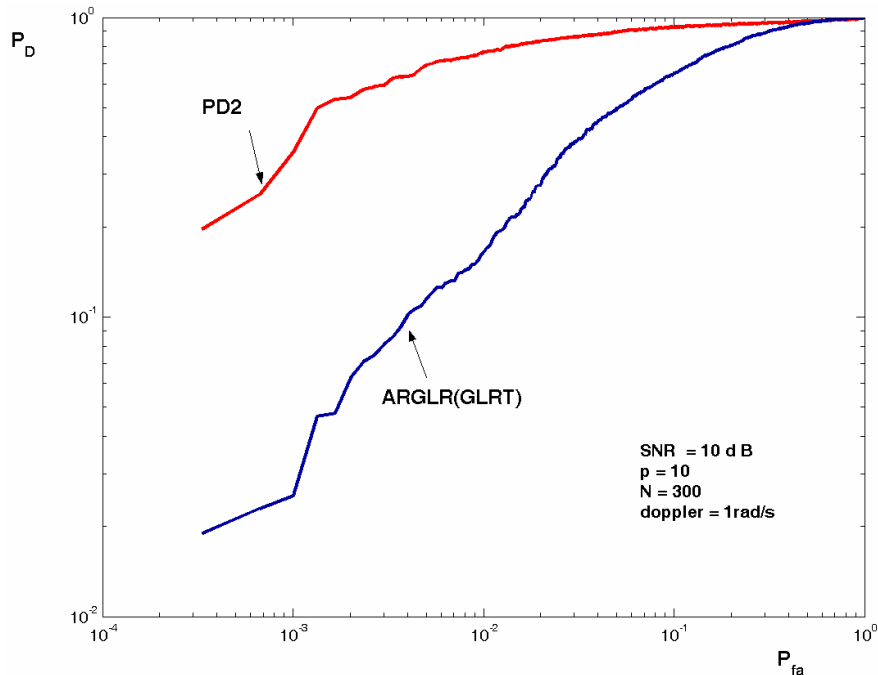
$$p(\underline{y} | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, H_1) = \int p(\underline{y} | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, t, H_1) p(t | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, H_1) dt \quad (28)$$

با توجه به اینکه t از ضرایب AR و هدف مستقل است می توان گفت $p(t | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, H_1) = p(t | H_1)$ همچنین به شرط معلوم بودن $\underline{a}, \sigma_w^2$ کواریانس کلاتر معلوم است و می توان نوشت [۳۷].

$$p(\underline{y} | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, H_1) = \int p(\underline{y} | \underline{a}, \sigma_w^2, \alpha, t, H_1) p(t | H_1) dt \quad (29)$$

$$= \frac{v+p}{\pi^p} \frac{v-p}{2^p} \frac{v-p}{2^p} k_{v-p}(\sqrt{4vx})$$

که در آن v پارامتر شکل توزیع k و R_N ماتریس کواریانس به دست آمده با توجه به $\underline{a}, \sigma_w^2$ و $k_n(\cdot)$ تابع بسل تعمیم یافته



شکل ۱۰- مقایسه آشکار ساز PD2 با ARGLR در نویز رنگی با توزیع k و کواریانس مجهول

ساز بر مبنای روش نمونه برداری اهمیتی ارایه شده است. در آشکار ساز PD1 با استفاده از تولید اعداد تصادفی اقدام به تخمین پارامترهای مجهول و جاگذاری در نسبت درستنمایی برای محاسبه آماره آشکار ساز می شود و در آشکار ساز PD2 با انتگرال گیری مونت کارلو روی پارامترهای نامعلوم نسبت درستنمایی محاسبه می شود. نتایج شبیه سازی در حالت های کلاتر گوسی سفید، کلاتر گوسی رنگی و کلاتر غیر سفید و غیر گوسی (k ترکیبی) نشان دهنده این است که در حالتی که روش GLRT قابل اعمال است، آشکار سازهای پیشنهادی عملکرد قابل رقابتی دارند. از طرف دیگر در حالتی که در آنها تخمین ML پارامترها موجود نبوده و یا توزیع پیشین آنها مشخص است، می توان از آشکار سازهای پیشنهادی استفاده کرد. البته در مسائلی که بررسی گردید با صرف نظر از بعضی اطلاعات پیشین می توان روش GLRT را اعمال کرد. مشاهده می شود که در این حالات آشکار سازهای پیشنهادی منجر به بهبود محسوس عملکرد نسبت به GLRT می شوند.

نوع دوم از مرتبه n بوده و x به صورت زیر تعریف می شود:

$$x = (y - \alpha \underline{S})^H R_N^{-1} (y - \alpha \underline{S}) \quad (30)$$

با معلوم شدن $p(y | \underline{a}, \sigma^2, \alpha, H_1)$ وزن نمونه ها مطابق معادلات (۱۳) و (۱۵) یا (۲۰) و (۲۱) قابل محاسبه است. محاسبه وزنها تحت فرضیه H_0 نیز به طریق مشابه (با حذف α از معادلات (۲۹) و (۳۰)) امکان پذیر بوده و روش PD قابل اعمال خواهد بود. به عبارت دیگر برای محاسبه وزن نمونه ها از اطلاعات پیشین t استفاده شده است. شکل (۱۰) نتیجه مقایسه روش PD2 با ARGLR را که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل به دست آمده است نشان می دهد. در این شکل $p=10$ و $N=300$ و بقیه مقادیر شبیه سازی مانند حالت قبل (گوسی رنگی) انتخاب شده است. همان گونه که انتظار می رود به واسطه استفاده از اطلاعات پیشین، نتیجه بهبود محسوسی دارد.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله آشکار سازی راداری با استفاده از روشهای مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو بررسی شده و دو آشکار

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------------|--|
| 1. importance sampling | 14. posterior distribution | 27. real time |
| 2. particle detector | 15. normalizing constant | 28. posterior odds |
| 3. likelihood ratio | 16. marginal likelihood | 29. Bayes factor |
| 4. averaged likelihood ratio | 17. Lazzarini | 30. hypothesis testing |
| 5. generalized likelihood ratio test | 18. Metropolis | 31. conjugate prior |
| 6. prior information | 19. Markov chain Monte Carlo | 32. posterior |
| 7. approximated ALR | 20. irreducibility | 33. Kelly |
| 8. constrained GLR | 21. aperiodic | 34. innovation based detection algorithm |
| 9. constrained ALR | 22. Metropolis – Hasting | 35. locally optimum detector (LOD) |
| 10. expectation maximization | 23. Gibbs sampler | 36. spherically invariant random process |
| 11. prior | 24. importance sampling | |
| 12. non informative | 25. importance weight | |
| 13. likelihood | 26. particle filtering | |

مراجع

- Skolnik, M. I., *Introduction to Radar Systems*, McGrawHill, 3rd ed., 2001.
- Kay, S.M., *Fundamental of Statistical Signal Processing : Detection Theory*, prentice hall, 1st ed., 1998.
- Nayebi, M. M, Aref, M. R., and Bastani, M. H., "Detection of Coherent Radar Signals with Unknown Doppler Shift" *IEE Proc. Radar, Sonar and Navig.*, Vol. 143, No. 2, PP.79-86, April 1996.
- نایبی، م. م.، "آشکارسازی اهداف راداری در کلاتر و نویز"، پایان نامه دکترا، ۱۳۷۲، دانشگاه تربیت مدرس.
- Liu, B., Chen, B., and Michels, J. H., "A GLRT for Multichannel Radar Detection in the Presence of Both Compound Gaussian Clutter and Additive White Gaussian Noise," *Elsevier, Digital Signal Processing*, Vol. 15, PP. 437-454, 2005.
- Kress, R., *Numerical Analysis*, Springer, 1998.
- Andriuu, C., Doucet, A., Singh, S. S., and Tadic, V. B., "Particle Methods for Change Detection, System Identification, and Control," *Proceeding of IEEE*, Vol. 92, No 3, PP. 423-438, March 2004.
- Metropolis, N., and Ulam, S., "The Monte Carlo Method," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 44, PP. 335-341, 1949
- Robert G. O., "Markov Cahin Concepts Related to Sampling," in *Markov Chaine Monte Carlo in Practice*, PP. 45-47, London: chapman and Hall, 1996.
- Hastings, W. K., "Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications," *Biometrika*, Vol. 57, PP. 97-109, 1970.
- Geman S., and Geman D., "Stochastic Relaxation, Gibbs Distriubutions and the Bayesian Restoration of Images," *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6, PP. 721-741, 1984
- Kloek, T., and Van Dijk, H. K., "Bayesian Estimates of Equation System Parameters: An Application of Integration by Monte Carlo," *Econometrica*, Vol. 46, PP. 1-19, 1978.
- Geweke, J., "Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integreation," *Econometrica*, Vol. 57, PP.1317-1339, 1989
- Oh, M. S., Berger, J., "Adaptive Importance Sampling in Mote Carlo Integreation," *Journal of Statistics Computer and Simulation*, Vol. 41, PP. 143-168, 1992.
- Cappé, O., Guillin, A., Marin, J. M., and Robert, C., "Population Monte Carlo," *Journal of Computational & Graphical Statistics*, Vol. 13, PP. 907-929, December 2004.
- Doucet, A., de Freitas, N., and Gordon, N., *Sequentiel Monte Carlo Methods in Practice*, Springer, 2001.
- Kass, R. E., and Raftery, A. E., "Bayes Factors," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No. 430, PP.773-795, 1995.
- Bos, C. S., "Time Varying Parameter Models for Inflation and Exchange Rates," PhD thesis, Tinbergen Institute, Erasmus University, Rotterdam, 2001.
- Tierney L., and Kadane J. B., "Accurate Approximations for Posterior Moments and Marginal Densities," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 81, PP. 82-86, 1986.
- Chib, S., "Marginal Likelihood from the Gibbs Output," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, PP. 1313-1321, 1995.
- Chib, S., and Jeliaskov, I., "Marginal Likelihood from the Metropolis-Hastings Output," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 96, PP. 270-281, 2001.
- McCulloch, R. E., and Rossi, P., "Bayes Factors for Nonlinear Hypotheses and Likelihood Distributions," *Biometrika*, Vol. 79, PP. 663-679, 1992.

23. Neal, R. M., "Annealed Importance Sampling," *Statistics and Computing*, Vol. 11, PP.125-139, 2001.
24. Haykin, S., *Adaptive Radar Detection and Estimation*, John Wiley, 1992.
25. Nohara, T.J., and Haykin, S., "AR-Based Growler Detection in Sea Clutter," *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 41, No 3, PP. 1259-1271, 1993.
26. Souvorova, S., Moran, B., and Viola, M., "Adaptive Modelling of Sea Clutter and Detection of Small Targets in Heavy Clutter," *IEEE Proceedings of the International Conference on Radar*, PP. 614-618, 2003.
27. Michels, J. H., Varshney, P., and Weiner, D., "A Synthesis Method for Multichannel Autoregressive Processes," *IEEE 24th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, PP.63-68, 1990.
28. Sheikhi, A., Nayebi, M. M., and Aref, M.R., "Adaptive Detection Algorithm for Radar Signals in Autoregressive Interference," *IEE proc. Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 145, No. 5, PP. 309-314, 1998.
۲۹. شیخی، ع.، "آشکارسازی وفقی اهداف راداری"، پایان نامه دکترا، ۱۳۷۸، دانشگاه صنعتی شریف.
30. Kelly, E. J., "An Adaptive Detection Algorithm," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 22, PP.115-127, 1986.
31. Haykin, S., and Metford, P. A. S., "Some Limiting Forms of an Innovations-Based Discrete Time Detection Algorithm," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 23, PP. 405-411, 1987.
۳۲. صباحی، م.ف.، "به کارگیری روشهای مبتنی بر شبیه سازی در آشکارسازی راداری"، پایان نامه دکترا، در حال تدوین، دانشگاه صنعتی اصفهان.
33. Watts S., "Radar Detection Prediction in Sea Clutter Using Compound K-distribution Model," *IEEE Proceedings F, commun., Radar & Signal Proc.*, Vol. 132, No 7, PP. 613-620, 1985.
34. Jao J. K., "Amplitude Distribution of Composite Terrain Clutter and the K-distribution," *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol. 32, PP. 1049-1062, 1984.
35. E. Conte, Longo, M., and Lops, M., "Modelling and Simulation of Non-Rayleigh Radar," *IEE Proceedings F, commun., Radar & Signal Proc.*, Vol. 138, No 2, PP. 121-130, 1991.
36. Gini, F., and Greco, M. V., "Suboptimum Approach to Adaptive Coherent Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 35, No 3, PP. 1095-1104, 1999.
۳۷. تابان، م. ر.، "آشکارسازی سیگنال رادار در حالت غیر گوسی"، پایان نامه دکترا، ۱۳۷۷، دانشگاه صنعتی اصفهان.

پیوست:

(۱) آشکار ساز ARGRLR در [۲۸] به صورت آزمون η به صورت $\ln(\hat{\sigma}_0^2) - \ln(\hat{\sigma}_1^2) \underset{H_0}{>} \underset{H_1}{\eta}$ به دست آمده است که در این رابطه داریم:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{p} (\underline{u} - Y\hat{\underline{a}}_0)^H (\underline{u} - Y\hat{\underline{a}}_0) \quad \text{و} \quad \hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{p} (\underline{u}' - Y'\hat{\underline{a}}_1)^H (\underline{u}' - Y'\hat{\underline{a}}_1) \quad \text{و} \quad \hat{\underline{a}}_0 = (Y^H Y)^{-1} (Y^H \underline{u}) \quad \text{و} \quad \hat{\underline{a}}_1 = (Y'^H Y')^{-1} (Y'^H \underline{u}')$$

در عبارات فوق بردارهای \underline{u} و \underline{u}' و ماتریسهای Y و Y' با معادلات زیر به دست می آیند:

$$\underline{Y}' = H\underline{Y} \quad , \quad \underline{u}' = H\underline{u} \quad , \quad \underline{u} = [y_{M+1} \quad \dots \quad y_p]^T \quad , \quad Y = \begin{bmatrix} y_M & \dots & y_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1} & \dots & y_{p-M} \end{bmatrix}_{(p-M) \times M}$$

ماتریس H ، ماتریس تصویر بر زیرفضای عمود بر بردار ϕ است که برابر است با:

$$\underline{\phi} = [1, e^{j\Omega}, \dots, e^{j(p-M-1)\Omega}]^T \quad \text{و} \quad H = I - \frac{\underline{\phi}\underline{\phi}^H}{\underline{\phi}^H \underline{\phi}}$$