الگوریتمهای طراحی فیلترهای دوپلر MTI (با تقریب چبی چ)

یدالله ذاکری* محمدرضا عارف**

چکیده

در عموم رادارهای دیده‌بانی هدفهای هوائی یکی از پردازنده‌های دوپلر یا حذف کننده‌ٔ MTI مورد استفاده قرار می گیرد. برای هر یک از این فیلترها نخست معیارهای ارزیابی و پاسخ فرکانسی ایده‌آل ارائه می‌شود. مناسبترین فیلترهای دیجیتال با طول محدود برای این منظور فیلترهای با تقریب چبی چف هستند. با استفاده ازدیدگاه توجه به نقش صفرهای یک فیلتر دیجیتال عرضی در فرم دهی پاسخ فرکانسی الگوریتمهائی برای طراحی این فیلترها ارائه می شود. نخست برای طراحی فیلترهای دوپلر، که فیلترهائی با ضرایب مختلط و دارای باندگذر باریک هستند، الگوریتمی ارائه گردیده و سپس برای طراحی فیلترهای حذف کننده MTI، که فیلترهای حقیقی بالا گذر و با پهنای باند وسیع هستند، الگوریتمی معرفی خواهد شد. با بیان مثالهائی، نشان داده خواهد شد که توانائی این الگوریتمها، بخصوص الگوریتم طراحی فیلترهای حذف کننده، در مقایسه با الگوریتمهای شناخته شده‌ای چون الگوریتم پارکس - مک کللان بیشتر می باشد.

---

* مربی دانشکدهٔ برق وکامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان

** استادیار دانشکدهٔ برق وکامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان

نشریه تحقیقاتی فنی - مهندسی استقلال، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره ۹، اسفند ۶۹

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

مقدمه

هدف از بکارگیری پردازنده در یک سیستم رادار، جداسازی پژواکهای بازگشتی از هدفهای موردنظر از پژواکهای اختلال و بالا بردن احتمال آشکارسازی هدف می باشد. پژواکهای اختلال عمدتا" ناشی از انعکاس از سطح زمین (کلاترسطحی)، و یا انعکاس از پدیده‌های جوی نظیر برف و باران و یا دستجات پرندگان (کلاترحجمی) و نیز نویز حرارتی می باشند.

استفاده از پردازنده‌های دیجیتال، بدلیل امکانات عملی و امتیازات اقتصادی آنها، قابلیت پردازنده‌های رادار را به نحو چشمگیری افزایش داده است. برای این منظور سیگنال دریافتی با فرکانس مناسبی نمونه‌برداری شده و سپس توسط فیلترهای دیجیتال عرضی[1] (و به ندرت بازگشتی[2]) پردازش می شود.

شکل ۱ ساختمان پردازنده را نشان می دهد. درورودی به ازای هر سلول تفکیک فاصله[3]، بردار N بعدی زیر را خواهیم داشت:

$$\underline{X}=(x_1 \text{ و } x_2 \text{ و } \cdots \text{ و } x_n)^T \qquad (۱)$$

سیگنال دریافتی علاوه بر پژواک هدف، حاوی مؤلفه‌های کلاتر و نویز حرارتی نیز هست:

$$X=\underline{S}+\underline{C}+\underline{N} \qquad (۲)$$

در این رابطه بردارهای $\underline{S}$، $\underline{C}$ و $\underline{N}$ بترتیب مؤلفه‌های پژواک هدف، کلاتر و نویز حرارتی را مشخص می کنند.

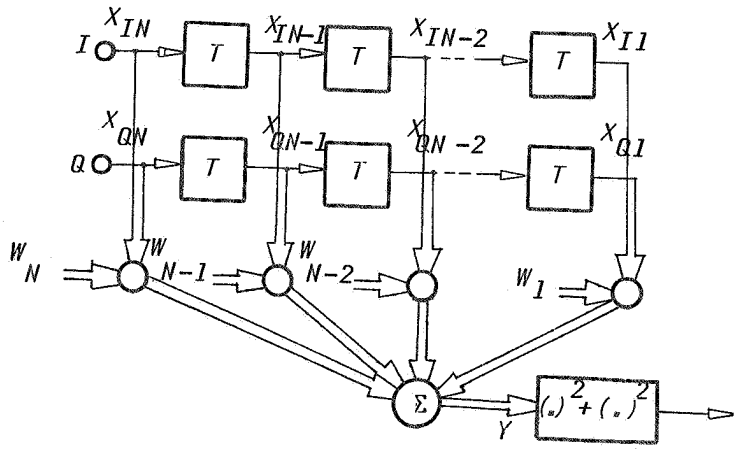
پژواک بازگشتی از هدف پس از انتقال به باند پایه، یک سیگنال سینوسی است که فرکانس آن در اثر حرکت شعاعی هدف نسبت به رادار (پدیده دوپلر[4]) تغییر می کند. کلاتر سطحی دارای توانی به مراتب

---

1. *Transversal* 2. *Recursive* 3. *Range Resolution Cell*

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

بیشترا زتوان پژواک هدف وباطیف فرکانسی باریک ومتمرکزحول فرکانس صفراست وعموما " به‌صورت یک سیگنال باطیف توان گوسی



شکل ۱ : ساختمان پردازنده

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

تقریب زده می شود . درحالیکه کلاتر حجمی دارای طیف فرکانسی وسیع وبافرکانس مرکزی نامشخص است .
مؤلفه‌های بردار پژواک هدف را می توان با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه نمود :

$$S_i = \sqrt{P_s}\, e^{j\phi}\, e^{j2\pi f_d Ti} \quad ,i = 1,2,\ldots,N \qquad (۳)$$

در رابطهٔ (۳)، P_s توان پژواک هدف ، fd فرکانس دوپلر و T فاصله زمانی ارسال پالسها را مشخص می کنند . مؤلفه‌های کلاتر و نویز فرآیندهای تصادفی هستند که آمارگان آنها توسط ماتریس کوواریانس آنها مشخص می شود :

$$\underline{R}_C = E\{\underline{C}\ \underline{C}^{t*}\} \qquad (۴)$$

$$\underline{R}_N = E\{\underline{N}\ \underline{N}^{t*}\} = I \qquad (۵)$$

پردازنده‌های رادار را می توان به دو دسته عمده دوپلر و حذف کنندهٔ MTI[2] تقسیم کرد :
پردازنده‌های دوپلر : این پردازنده‌ها برمبنای فرض معلوم بودن فرکانس دوپلر هدف طرح می شوند . فرکانس دوپلر هدف می تواند مقادیر بین صفر و فرکانس تکرار پالسهای رادار را داشته باشد ولذا در عمل بایستی از مجموعه‌ای از فیلترها ، که هریک بخشی از محدودهٔ فرکانسی دوپلر را پوشش می دهند استفاده نمود . معیارهای ارزیابی پردازنده‌های دوپلر را، با توجه به وظایفی که برعهده دارند، می توان به شرح زیر خلاصه نمود :

- توانائی حذف کلاتر سطحی ، که در مهندسی رادار به عنوان ضریب بهبود (IF) شناخته می شود .
- توانائی حذف کلاتر حجمی

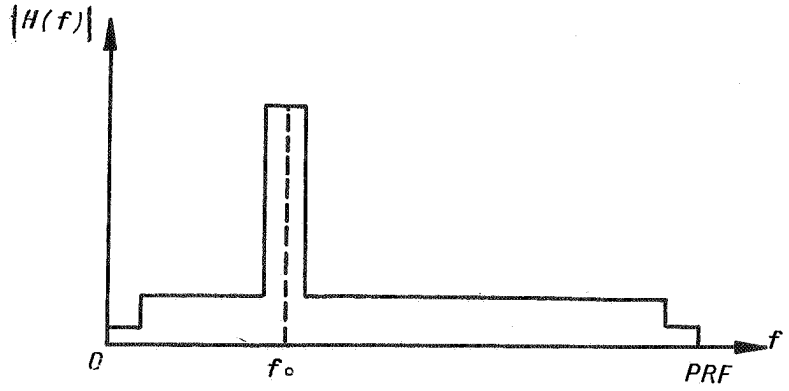
---

1. Doppler 2. Moving Target Indicator

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

ـ افزایش بهرهٔ انتگرال گیری

پاسخ فرکانسی یک فیلتردوپلرایدهآل به‌صورت شکل ۲ می باشدکه درمحدودهٔ فرکانسی هدف دارای بهره‌کافی ، درمحدودهٔ کلاترسطحی (حول فرکانس صفرو PRF[1]) ونیزمحدودهٔ کلاترحجمی (سایربخشهای طیف) دارای تضعیف‌کافی می باشد :



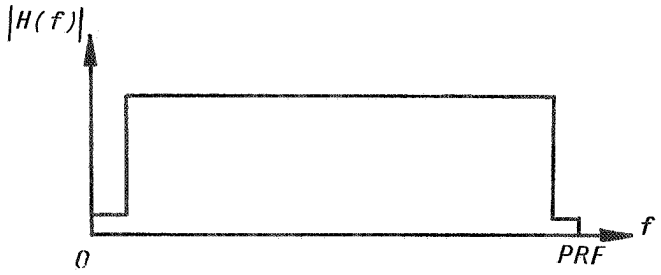
شکل ۲ : پاسخ فرکانسی فیلتردوپلرایدهآل بافرکانس‌مرکزی f_0

پردازنده‌های MTI : این پردازنده‌ها برمبنای فرض نامشخص بودن فرکانس دوپلرهدف طرح می شوندوصرفا " نقش حذف کلاترسطحی را به‌عهده‌دارند . همچنین درناحیه‌گذربدلیل نامشخص‌بودن فرکانس دوپلرهدف،بایستی دارای پاسخ فرکانسی یکنواختی باشند . معیارهای ارزیابی این فیلترها را می توان بشرح زیرخلاصه نمود (شکل ۳) :

ـ توانائی‌حذف کلاترسطحی

ـ یکنواختی‌پاسخ فرکانسی درمحدودهٔ باندگذر

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۳ : پاسخ فرکانسی فیلتر MTI ایده‌آل

تحقق دقیق هریک از این فیلترها مستلزم دردست داشتن تعداد بیشماری نمونه دریافتی است . درراادار ، بدلیل چرخش آنتن ، عملا" درهربازدیده شدن هدف توسط رادار نمونه‌های معدودی دریافت می‌شود، ولذا پردازنده نیز الزاما " یک فیلتردیجیتال عرضی با طول محدودخواهد بود ، که پاسخ فرکانسی آن بنحوی پاسخ ایده‌آل را تقریب می زند .

با مشخص شدن تعداد نمونه‌های قابل دریافت از هدف درهربار چرخش آنتن وسرعت آن وهمچنین فرض طیف گوسی برای کلاترسطحی ، ضرایب فیلتردوپلرتحلیلی با استفاده از رابطهٔ (۶) محاسبه می شودکه درآن $\underline{R}$ ماتریس کوواریانس پژواک تداخل می باشد[۲] :

$$\underline{W} = \underline{\bar{R}}^{-1}\underline{S}^{*} \qquad (۶)$$

ضرایب فیلترهای حذف کنندهٔ MTI تطبیقی را نیزمی توان با استفاده از رابطهٔ زیرمحاسبه نمود[۳] :

$$\underline{W} = \underline{E}_{min} \qquad (۷)$$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

در این رابطه E_{min} بردار ویژهٔ متناظر با کوچکترین مقدار ویژهٔ ماتریس اختلال $(\underline{R})$ است. کارآئیها و محدودیتهای فیلترهای تحلیلی در مراجع متعددی از جمله [۵] - [۳] موردبررسی قرار گرفته‌اند.

روش اساسی طراحی فیلترهای دیجیتال، طراحی به‌کمک کامپیوتر است. در این روش نخست معیار نزدیکی پاسخ فرکانسی با پاسخ ایده‌آل بصورت یک تابع هدف درنظرگرفته می شود. سپس با اجرای الگوریتمهای تکراری، ضرائب فیلتر به‌نحوی تنظیم می شوندکه تابع هدف کمینه (یا بیشینه) شود. معمولاً" تابع هدف متوسط وزن داده‌شدهٔ توانی از اختلاف پاسخ فرکانسی وپاسخ ایده‌آل است که توسط رابطهٔ (۸) بیان می شود [۶] و [۷]:

$$E_p = \int_0^{2\pi} W(\omega)\left[\,|H(\ell^{j\omega})| - |H_d(\ell^{j\omega})|\,\right]^p d\omega \qquad (۸)$$

در این رابطه $|H(\ell^{j\omega})|$ اندازهٔ پاسخ فرکانسی فیلتر، $|H_d(\ell^{j\omega})|$ اندازهٔ پاسخ ایده‌آل، $W(\omega)$ وزن خطا درهرفرکانس و P توان خطاست. تابع وزن دهی وتوان خطا با توجه به‌ویژگیهای موردنظروتوسط طراح انتخاب می شوند. به‌ازای $P = ۲$ معیار بهینگی به‌کمینه‌نمودن متوسط مجذورخطا تبدیل می گردد. با افزایش P، تاثیرمقادیرپیک خطا افزایش می یابد. می توان نشان داددرحالت حدی $P \to \infty$ فیلتربهینه‌تقریب چبی چف وباتوزیع یکنواخت خطا ازپاسخ ایده‌آل خواهدبود. در این صورت می توان معیار معادل زیررا درنظرگرفت [۶] و [۷]:

$$\text{Minimize; } \max \left|E(\ell^{j\omega})\right|, \omega \in [0, 2\pi] \qquad (۹)$$

معیار فوق مناسبترین معیار برای طرح فیلترهای پردازندهٔ رادار است. فیلترهای دوپلری که براساس این معیار طرح می شوند، برای میزان تضعیف مشخص دربا ندکلاترحجمی وبه‌ازای تعداد معین نمونه‌های دریافتی، وسیعترین پهنای با ندکلاترحجمی را دارا می باشند [۴] و [۸]. درطراحی فیلترهای حذف‌کننده‌نیز، با معین بودن تعداد نمونه‌های دریافتی وخطای قابل قبول برای پاسخ فرکانسی، این

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

فیلترها وسیعترین پهنای باندگذر را دارند.

در ادامهٔ مقاله مروری برنقش صفرهای فیلترهای دیجیتال عرضی درشکل دهی پاسخ فرکانسی خواهیم داشت. آنگاه الگوریتمهای طراحی فیلترهای دوپلر و MTI با ریپل یکنواخت ارائه خواهندشد.

نقش صفرفیلترهای دیجیتال عرضی درفرم دهی پاسخ فرکانسی

شکلهای ۴ و ۵ پاسخهای فرکانسی و نیز مکان صفرهای دوفیلتر دیجیتال عرضی نمونه را نشان می دهند. ازیک نظرصفرهای این فیلترهارامی توان به دو دسته تقسیم کرد:

ـ صفرهای واقع درمحدودهٔ زاویه ای متناظربا باندحذف فیلتر، که عمدتا "نقش تضعیف پاسخ فرکانسی دراین باندرا به عهده دارند ودرصورت قرارگرفتن روی دایرهٔ واحد بیشترین تضعیف ممکن را ایجادمی کنند. درحالت کلی می توان نشان داد که این صفرها درفیلترهای دوپلر وحذف کنندهٔ MTI روی دایرهٔ واحد قرارگرفته اند[۱۰].

صفرهای واقع درمحدودهٔ زاویه ای متناظربا باندگذرکه نقش یکنواخت کنندهٔ پاسخ دراین باندرا به عهده دارند. به عنوان مثال فیلتربا پاسخ فرکانسی شکل۵تنها با افزودن یک صفردرباندگذربه فیلترشکل۴ حاصل شده است.

دسته مهمی ازفیلترهای دیجیتال عرضی را فیلترهای با فازخطی تشکیل می دهند. این فیلترها علاوه بردا شتن فازخطی، بعلت تقارن ضرایب نیازبه عملیات ضرب کمتری دارند. اعمال فازخطی ایجاب می کندکه اگر Z_i یک صفرفیلتر باشد، Z_i^{-1} نیزصفرفیلترخواهدبود. درصورتیکه فیلترحقیقی نیزباشد مزدوجهای این صفرها، یعنی Z_i^*, $(Z_i^{-1})^*$ نیزصفرهای این فیلترخواهندبود. مکان صفرهای یک فیلتردیجیتال عرضی حقیقی وبا فازخطی به یکی ازصورنشان داده شده در شکل ۶ است [۶]:

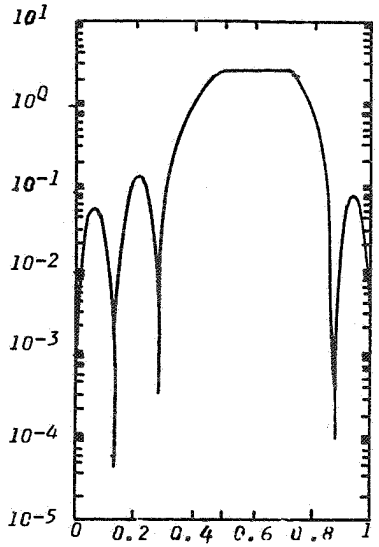
فیلترهای حقیقی وبافازخطی بدلیل کاهش حجم محاسبات ازپیچیدگی وگرانی کمتری برخوردارند وبطوروسیع، بویژه زمانی که درتعداد پالس موردپردازش محدودیتی وجودنداشته باشد، موردا ستفاده قرار می گیرندوالگوریتمهائی نظیرالگوریتم پارکس مک کللان برای طراحی آنها تدوین شده است [۶] [۱۱]. با اینهمه

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

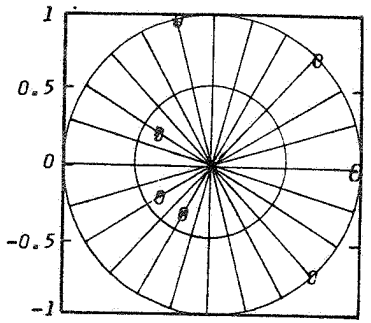
شکل ۴ : الف) پاسخ فرکانسی یک فیلتر دیجیتال عرضی نمونه
ب) صفرهای فیلتر در صفحه Z

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



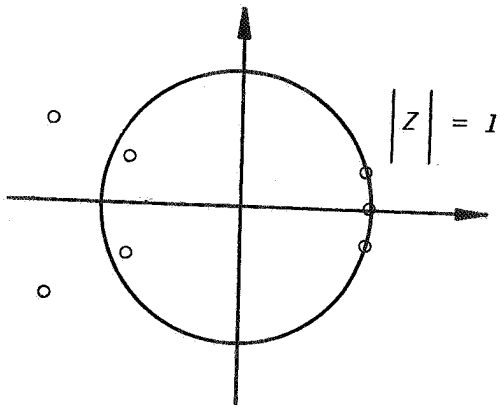
(الف)



(ب)

شکل ۵ : الف) پاسخ فرکانسی ب) مکان صفرهای فیلترشکل ۴ که به آن یک صفردربا ندگذرا ضافه‌شده‌است .

دررا دا ربدلیل محدودیت تعدا دپا لس موردپردا زش ا ستفا ده ا زفیلترهای فا زمینیموم ، که تنها ا زصفرهای دا خل دا یرهٔ وا حدتشکیل شده ا ست ، منا سبترا ست [۱۱].



شکل ۶ : مکا ن صفرهای یک فیلتردیجیتا ل عرضی حقیقی وبا فا زخطی

الگوریتم طراحی فیلترهای دوپلربا ریپل یکنوا خت

شکل ۷ـ الف پا سخ فرکا نسی یک فیلتردوپلرنمونه‌که‌برا ی فرکا نس مرکزی نرما لیزهٔ ۰/۱۷۲ وبا فرض کلاترگوسی با ا نحرا ف معیا رنرمالیزه ۰/۰۱۸۳ ونسبت توا ن کلاترسطحی به‌نویزحرا رتی ۴۰ دسیبل وبااستفاده ا زرا بطهٔ (۶) طرح شده‌ا ست را نشا ن می دهد . اگرچه‌ا ین فیلتربر ا سا س تا مین بهترین بهرهٔ سیگنا ل به‌تدا خل طرح شده‌ا ست،با ا ین‌حال به‌دلیل‌عدم‌ا مکا ن مدلسا زی منا سب کلاترحجمی ، عملا" قا دربه‌حذف کلاترحجمی نخوا هدبود .

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

توانائی حذف کلاتر حجمی توسط سطح بزرگترین لوب فرعی مشخص می شود. برای میزان تضعیف کلاتر حجمی موردنظر و نیز تعداد پالس معین، زمانی می توان به وسیعترین محدودهٔ حذف دسترسی پیدا کرد که سطح لوبهای فرعی یکسان باشند. از فیلترهای با خصوصیات فوق در رادارهای متعددی استفاده شده است که بطور مثال می توان از رادارهای دیده بانی ASR-9, MTD-II نام برد [۸] و [۱۲].

درشکل ۷ـ ب مکان صفرهای فیلتر شکل ۷ـ الف در صفحهٔ Z و پاسخ فرکانسی آن به صورت قطبی رسم شده اند. با توجه به شکل ۷ـ ب و نیز مطالب بخش قبل می توان مطالب زیر را مورد توجه قرار داد:

تمامی صفرهای این فیلتر در محدودهٔ زاویه ای متناظر با ندحذف و روی دایرهٔ واحد قرار گرفته اند.

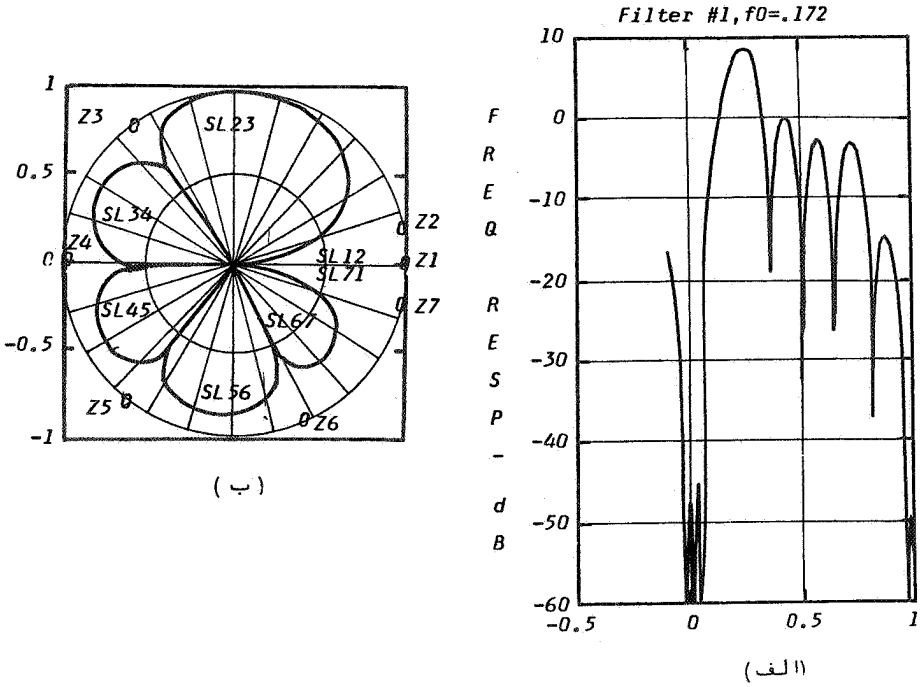
سطح هر لوب از فیلتر توسط فاصلهٔ زاویه ای دو صفر مجاور آن تعیین می شود. بطور مثال در شکل ۷ـ ب لوب $SL23$ واقع بین دورترین دو صفر مجاور Z_2 و Z_3 و دارای سطح ماکزیمم است و به عبارت دیگر لوب اصلی فیلتر را تشکیل می دهد. درحالیکه لوب $SL71$ که در محدودهٔ زاویه ای بین نزدیکترین دو صفر مجاور واقع شده است کمترین سطح را دارد. بنابراین می توان با تغییر مکان نسبی صفرها روی دایرهٔ واحد فیلتر دوپلر مناسب با سطح لوبهای فرعی یکسان بدست آورد.

الگوریتم طراحی فیلترهای دوپلر با ریپل یکنواخت براساس ایدهٔ فوق تدوین شده است. در اینجا به تشریح الگوریتم فوق برای تصحیح فیلتر دوپلر شکل ۷ بمنظور رسیدن به فیلتری با مشخصات زیر می پردازیم:

۱ـ صفر واقع در $Z=1$ (یعنی Z_1) با توجه به اهمیت آن در حذف بخش بزرگی از کلاتر سطحی باقی بماند.

۲ـ سطح لوبهای مجاور فرکانس صفر، یعنی $SL12$, $SL71$، که در محدودهٔ کلاتر سطحی قرار دارند دارای تضعیف ۶۰ـ دسیبل (نسبت به بهرهٔ

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



(الف) (ب)

شکل ۷ : الف) پاسخ فرکانسی فیلتر دوپلر محیطی بهینه
ب) مکان صفرهای فیلتر در صفحه Z همراه با پاسخ فرکانسی آن در فرم قطبی

نویز حرارتی) و سطح دیگر لوبها بجز لوب اصلی ($SL23$) دارای تضعیف ۲۰ـدسیبل باشد.

ـ نحوهٔ اجرای الگوریتم :

در ورودی ، مقادیر صفرهای اولیه بترتیب قرار گرفتن روی دایرهٔ واحد وارد می شوند :

$$Z = [Z_1, Z_2, \ldots, Z_N] \qquad (۱۰)$$

سپس ماتریس X که هر سطر آن به ترتیب اندیس صفرهای واقع در طرفین هر یک از لوبهای فرعی، ضریب همگرائی تنظیم زاویه صفرها و سطح لوب مورد نظر و تعداد نقاط محاسبهٔ پاسخ فرکانسی در محدودهٔ آن لوب است ، وارد می شود :

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

$$X = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۰ & -۰/۰۰۰۱ & -۶۰ & ۲۰ \\ \vdots & & & & & \\ ۷ & ۱ & \cdots\cdots & & & \end{bmatrix}$$

ورودیهای بعدی عبارتند از: مقدار خطای قابل قبول برای سطح لوبهای فرعی، تمایل یا عدم تمایل به محدودکردن تعداد بیت ضرائب وتعداد بیت موردنظر برای ضرائب.

درحلقهٔ اصلی الگوریتم مراحل زیربترتیب اجرا می شوند:

۱ـ ضرایب فیلتربا استفاده ازصفرها محاسبه می شوندودرصورت لزوم تعداد بیت آنها محدودمی شود.

۲ـ زوایای صفرهای مربوط به اولین سطرماتریس X (ودرمراحل بعدی برای سطرهای دیگر) محاسبه وبا درنظرگرفتن جهت مثلثاتی با کوچکترین زاویهٔ بین آنها مرتب می شوند.

۳ـ پاسخ فرکانسی درلوب واقع بین محدودهٔ زوایای فوق محاسبه ونسبت به بهرهٔ توان نویزحرارتی نرمالیزه می شود.

۴ـ با درنظرگرفتن سطح موردنظربرای لوب تحت بررسی، محل صفرهای مجاورآن با درنظرگرفتن ضریب همگرائی تنظیم می شود.

مراحل دوم تاچهارم برای تمامی لوبها (که درماتریس X توسط اندیس صفرهای مجاورآن مشخص شده است) اجرا می شود. اجرای حلقه فوق تا زمانیکه خطای سطوح لوبهای فرعی ازمقدارخطای قابل قبول کمتر شود ادامه می یابد.

الگوریتم فوق برای طراحی بانک فیلتردوپلرپنج فیلتری یک رادار دیده بانی هدفهای هوائی به کارگرفته شده است. پاسخهای فرکانسی

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

فیلترهای نیمهٔ اول محدودهٔ فرکانسی این بانک فیلتر در شکلهای ۸ـ الف تا ۸ـ د رسم شده‌اند که بخوبی نشان دهندهٔ توانائی الگوریتم در طراحی فیلترهائی از این نوع می باشد[۱].

با توجه به اهمیت محدودیت تعداد بیت ضرایب فیلتر در کاهش پیچیدگی وحجم سخت افزار، لازم است فیلترهای دوپلر با در نظر گرفتن تعداد بیت محدود طرح شوند [۱]. با استفاده از الگوریتم فوق می توان تحت شرط محدودیت تعداد بیت ضرائب، فیلترهای موردنظر را طراحی نمود. بعنوان مثال پاسخ فرکانسی یک فیلتر دوپلر با ضرائب شش بیتی در شکل ۹ وضرائب آن در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول ۱ : ضرایب فیلتر شکل ۹

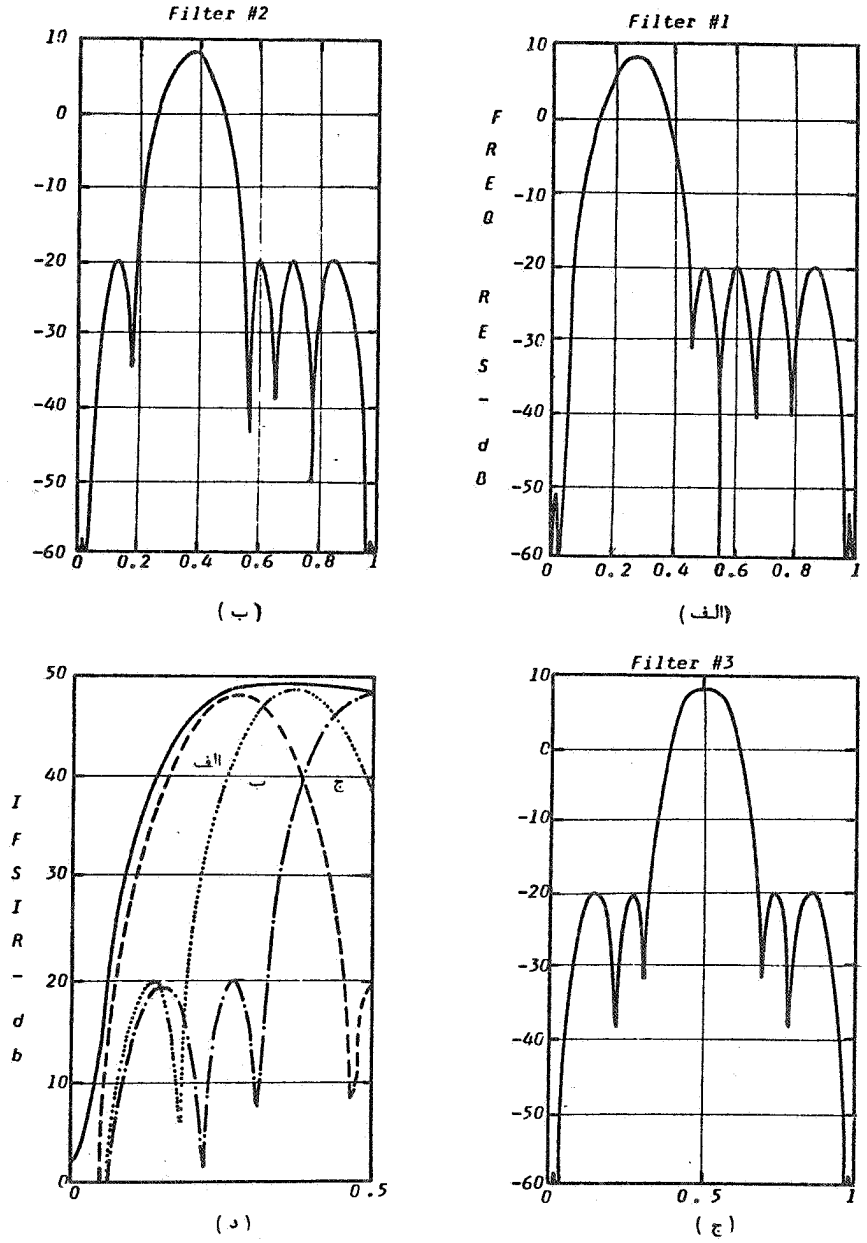
$W_1 = 8$
$W_2 = -6-j17$
$W_3 = -28+j16$
$W_4 = 23+j32$
$W_5 = 28-j28$
$W_6 = -24-j20$
$W_7 = -9-j16$
$W_8 = 8-j1$

طراحی فیلترهای حذف کننده (*MTI*) با زیپل یکنواخت

همانگونه که در مقدمه نیز اشاره شد، فیلترهای *MTI* صرفا "برای حذف کلاتر سطحی بکار گرفته می شوند. فیلترهای حذف کنندهٔ تحلیلی بدلیل پاسخ فرکانسی نامناسب آنها در محدودهٔ سرعت عملا" غیرقابل استفاده می باشند. بطور مثال اگر کلاتر با مشخصات بخش قبل را در نظر

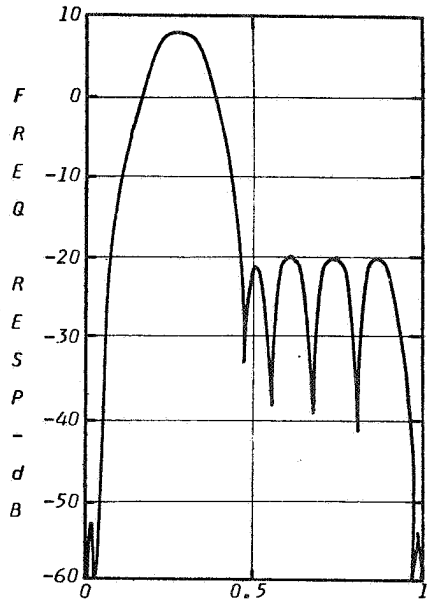
۱ـ پاسخ فرکانس فیلترهای نیمه دوم قرینهٔ پاسخ فرکانسی فیلترهای نیمه اول وضرائب آنها مزدوج ضرایب این فیلترها است.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۸: الف ، ب و ج) پاسخهای فرکانسی فیلترهای نیمه اول محدود
فرکانسی د) کیفیت پوشش محدوده‌ٔ فرکانسی در مقایسه با
کیفیت پوشش با نک فیلتر با تعداد نا محدود فیلترهای تحلیلی

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۹ : پاسخ فرکانسی فیلتردوپلرنمونه با ضرایب شش بیتی

بگیریم ، ومحدودهٔ باندگذرفیلتررا محدوده‌ای که‌پاسخ فرکانسی در آن دارای بهره‌ای با لاترازصفردسیبل است فرض‌کنیم، با استفاده‌ازحذف کنندهٔ سه‌پالسی ، پهنای باند ۴۰% ازکل محدودهٔ فرکانسی خواهدبود وبا استفاده‌ازحذف‌کنندهٔ ده‌پالسی ، این مقداربه‌حدود ۲۵% کاهش می یابدوبه‌عبارت دیگربیشترازه۶۰% تا ۷۵% ازفرکانسهای دوپلرقابل روئیت نخواهندبود[۱] و[۵] و [۹]. برای پوشش‌کافی محدودهٔ سرعت بایستی فیلترحذف‌کننده دارای پهنای باندوسیع باشدودرشرایط یکسان زمانی وسیعترین پهنای باندگذررا خواهیم داشت که‌پاسخ

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

فرکانسی تقریب چبی چف پاسخ فرکانسی ایده‌آل باشد.

وهمچنانکه دیدیم ، دریک فیلترحقیقی با فازخطی، اگر Z_i یک صفرفیلتری باشد، Z_i^{-1}، Z_i^* و $(Z_i^{-1})^*$ نیزصفرهای فیلترخواهندبود. تاثیردوصفری که‌دریک زاویه‌قرار می گیرند (یعنی Z_i و $(Z_i^{-1})^*$)برروی پاسخ فرکانسی به‌میزان ناچیزی بیشتر از تاثیریکی از آنهاست وعملا" یکی ازصفرها زائدخواهدبود. زمانیکه صفرهای فوق درمحدودهٔ زاویه‌ای باندحذف قرارگرفته باشندبرهم منطبق می شوندوصفراضافی نخواهیم داشت. ولی درصورتیکه درمحدودهٔ زاویه‌ای باندگذرقرارگرفته‌باشند متمایزازهم هستندوصفرهای اضافی محسوب می شوند. بنابراین می‌توان گفت هرچه نسبت صفرهائی که‌درمحدودهٔ فرکانسی باندهای گذرقرار می گیرندنسبت به‌صفرهای واقع درمحدودهٔ زاویه‌ای باندهای حذف بیشترباشندویا به‌عبارت دیگرپهنای باندگذرنسبت به‌باندحذف وسیعتر باشد ،تعدادنسبی صفرهای زائدنسبت به‌کل صفرها افزایش می یابد و نقش محدودکنندهٔ فازخطی بیشترمی شود. به‌عبارت دیگر ،اگریک پاسخ فرکانسی وخطای مشخص داده‌شده‌باشندنسبت طول فیلتربهینه‌با فازمینیمم (N') به‌طول فیلتربهینه‌با فازخطی (N) که‌خواسته‌های موردنظررا بر آورده می کنددرمحدودهٔ زیرقرارخواهدداشت [۱۱]:

$$\frac{1}{2} < \frac{N'}{N} < 1 \qquad (۱۲)$$

بدلیل وسعت پهنای باندگذرفیلترهای حذف‌کننده ،استفاده از فیلترهای با فازخطی مناسب نیست وبایستی ازفیلترهای با فازمینیمم استفاده‌کرد. ازآنجاکه‌الگوریتم های موجودطراحی فیلتر ، مانند پارکس ـ مک کللان ، رانمی توان درطراحی فیلترهای با فازمینیمم‌به کارگرفت ، الگوریتم جدیدی برای این منظور ارائه شده‌است که‌در ادامه‌ارائه‌خواهدشد.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

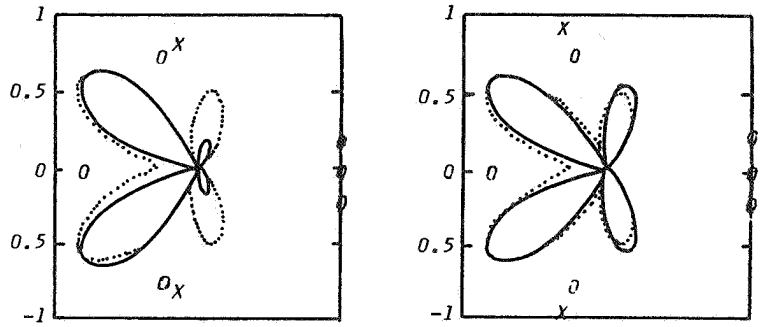
الگوریتم طراحی

دریک فیلترحذف‌کنندهٔ N پالسی (با $N-1$ صفر) اگرتعداد m صفربه باندحذف اختصاص یابد، باندگذردارای $N-m-1$ صفرخواهدبود. تقسیم تعداد صفرها براساس برآوردومقایسهٔ بین ضریب بهبودوکیفیت پاسخ فرکانسی،دربانندگذرانجام می گیرد.

مکان صفرهای باندحذف، به‌منظوراصلاح پاسخ فرکانسی دربانند حذف را به‌طریقی مشابه‌الگوریتم ارائه‌شده‌دربخش قبل می توان‌تنظیم نمودویا با استفاده‌ازروابط تحلیلی، محل آنها را برای بدست‌آوردن ضریب بهبودماکزیمم محاسبه‌نمود[۱]. لذا فعلا" صفرهای واقع دراین محدوده‌را تثبیت شده‌درنظرمی گیریم .ایدهٔ اساسی حاکم برالگوریتم طراحی فیلترهای حذف‌کننده‌به‌فرم چبی چف را نیزجا بجائی محل صفرها بمنظورتصحیح پاسخ فرکانسی تشکیل می دهدبا این تفاوت‌که‌دراینجا هم اندازه‌وهم زاویهٔ صفرها تغییرمی کنند، تاثیراین تغییرات طی مثال زیربررسی می شود:

درشکل ۱۰ پاسخ فرکانسی قطبی یک فیلترنمونه وصفرهای آن درصفحه z رسم شده‌است. دراین مثال،سه‌عددصفرروی دایرهٔ واحدحول $Z=1$ برای باندحذف وسه عددصفرنیزبرای باندگذرمنظورشده‌است. پاسخ فرکانسی فیلترمبنا درشکلهای ۱۰ـ الف و ۱۰ـ ب با منحنیهای نقطه‌چین وصفرهای آن با علامت "0" نشان داده‌شده‌اند. همچنین درشکل ۱۰ـ الف پاسخ فرکانسی فیلتری که‌با تغییر دراندازهٔ صفرهای باند گذرفیلتربدست می آیدهمراه با صفرهای آن درصفحهٔ Z، که‌با علامت "X" مشخص‌شده‌اند، ترسیم شده‌است. همانگونه که دیده‌می شوداثر عمدهٔ تغییراندازهٔ هریک ازصفرها، تغییرسطح مینیمم محلی پاسخ واقع درزاویه این صفراست. درشکل ۱۰ـ ب نیزهمراه با فیلترمبنا پاسخ فرکانسی وصفرهای فیلتری که‌با تغییردرزاویهٔ صفرهای باندگذر فیلترمبنا بدست می آیدرسم شده‌است که‌نشان می دهداثرعمدهٔ تغییر زاویه‌هریک ازصفرها، تغییرنسبت‌سطح لوبهای پاسخ فرکانسی واقع

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۱۰ : پاسخهای فرکانسی فیلترهای حذف‌کننده‌ٔ نمونه‌همراه‌با مکان صفرهای آنها درصفحه Z
الف) تاثیرتغییراندازه‌ٔ صفرها برپاسخ فرکانسی
ب) تاثیرتغییرزاویه‌صفرها برپاسخ فرکانسی

درزوایای طرفین آن صفرمی باشد .هرچه صفری به‌دایره‌ٔ واحدنزدیکتر شود ، میزان افت مینیمم محلی متناظرباآن بیشترخواهدشدوحرکت به سمت مبداء $(z = 0)$ ازمقدارافت می کاهد . برای تعدیل سطح لوبهای مجاور (نقاط ماکزیمم محلی) بایستی زاویه صفرواقع درزاویه‌ٔ مینیمم محلی بین آنها به‌سمت‌لوب دارای سطح بالاترتغییریابد .

نکته‌دیگری که‌باکمک شکل ۱۰می توان مشاهده‌نمود ، تعداد نوسانات پاسخ فرکانسی درمحدوده‌ٔ فرکانسی باندگذراست . اگرتعداد صفرهای واقع دراین محدوده‌را با N_P نشان دهیم ، دراینصورت حداکثر تعداد نقاط اکسترمم برابرمجموع N_P ماکزیمم محلی و N_P+1 مینیمم محلی یعنی $2N_P+1$ خواهدبود . الگوریتم تدوین شده‌باجستجوپیدا

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

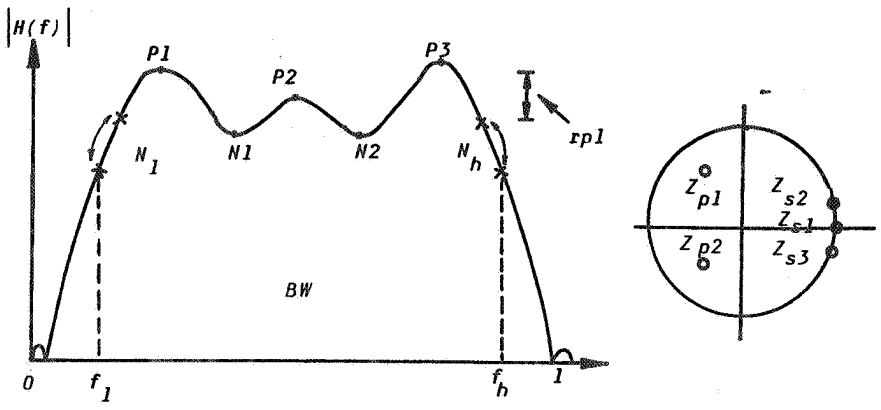
کردن این نقاط و با توجه به ترتیب قرارگرفتن آنها در محدودهٔ فرکانسی ، اندازه صفرها را در جهت تنظیم مقدار خطا (یا ریپل)وزاویه آنها را در جهت یکنواخت ترکردن مقادیر ماکزیممهای پاسخ فرکانسی تغییر می دهدتا پاسخ با خطای یکنواخت حاصل شود.

پارامترهای مهم پاسخ فرکانسی ، که درشکل ۱۱ مشخص شده اند عبارتنداز: پهنای باندگذر و ماکزیمم خطا (یا ریپل) پاسخ فرکانسی در باندگذر. برای تعداد معین صفرهای باندگذر ، پهنای باند و ریپل نمی توانندبطور مستقل تعیین شوندویکی ازآنها بایستی آزاد گذاشته شودتا مقدار آن درروند اجرای الگوریتم تعیین شود. افزایش پهنای باند باعث افزایش ریپل می شودوکاهش ریپل نیزپهنای باند راکاهش می دهد. درطراحی فیلتربرای استفاده درپردازندهٔ *MTI* را داردیده‌بانی هدفهای هوائی ، مقادیراین دوپارامتربنحوی تنظیم می شوندکه پاسخ فرکانسی کل پردازنده دارای ریپل حداقل گردد[۱].

نحوهٔ تنظیم صفرهای باندگذر: برای سادگی ، نحوهٔ تنظیم صفرهای باندگذرراهمراه باذکریک مثال موردبررسی قرارمی دهیم. فرض می کنیم صفرهای فیلتردرورودی (یا پس ازآخرین بارتنظیم آنها) بصورت نشان داده درشکل ۱۱ باشد. با مقایسهٔ این شکل با شکل ۱ می توان دیدکه مینیممهای N_1 و N_2 بترتیب درزوایای صفرهای Z_{P1} و Z_{P2} قرار گرفته اندوماکزیممهای *P1* و *P2* بترتیب درزوایای طرفین Z_{P1} و ماکزیممهای *P2* و *P3* درزوایای طرفین Z_{P2} واقع شده اند. برای تنظیم مقادیرصفرهای باندگذرنخست پاسخ فرکانسی فیلترمحاسبه می شود ومقادیرآن درنقاط اکسترمم باندگذر، که برای مثال فوق بترتیب با *P1* ، *N1* ، *P2* ، *N2* و *P3* مشخص شده اند، استخراج شده وبه همان ترتیب دربردار F قرارداده می شوند. سپس به ابتدا وانتهای بردار F دو عضوجدیدبا مقادیر N_1 و N_h اضافه می شود. مقادیر N_1 و N_h بصورت زیر محاسبه می شوند:

درصورتیکه درورودی مقدار ریپل تثبیت شده باشد ، N_1 و N_h به نسبت مقدار

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۱۱ : پاسخ فرکانسی یک فیلترنمونه وپارامترهای مختلف آن

ریپل کوچکترازنقاط اکسترمم ابتدائی وانتهائی خواهندبود. برای مثال فوق داریم :

$$\begin{cases} N_1 = p1/rp1 \\ N_h = p3/rp1 \end{cases} \quad (۱۳)$$

: مقدار ریپل تثبیت شده‌است.

وبا تثبیت پهنای باند ،مقادیر N_1 و N_h بترتیب مقادیرپاسخ فرکانسی درفرکانسهای ابتدائی وانتهائی باندگذرخواهندبود :

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

$$\begin{cases} N_1 = |H(f_1)| \\ N_h = |H(f_h)| \end{cases} \quad (۱۴)$$

: پهنای باند تثبیت شده است.

در مرحله بعد متوسط مقادیر اکسترمم مینیمم (برای مثال فوق متوسط مقادیر N_1، $N1$، $N2$ و N_h) محاسبه می شود. اندازهٔ صفرها با محاسبهٔ اختلاف هریک از مینیممها (بجز N_1 و N_h) با مقدار متوسط مینیممها وحرکت درجهت کاهش میزان اختلاف با درنظرگرفتن ضریب تنظیم موردنظر، تنظیم می شوند.

همانگونه که قبلا" دیدیم افزایش اندازهٔ صفرها باعث کاهش مقادیر مینیممها (در اینجا $N1$ و $N2$) وکاهش اندازهٔ صفرها باعث افزایش مقادیر مینیممها می شود. پس از تکرار عمل تنظیم ، اختلاف مقادیر مینیممها با مقدار متوسط کوچک شده ودرحد به صفر می رسد. در این صورت مقادیر N_1، $N1$، $N2$ ، ... و N_h مساوی خواهند شد.

زاویه صفرها نیز درجهت تعدیل نقاط اکسترمم ماکزیمم، بادرنظر گرفتن میزان اختلاف آنها وضریب تنظیم زاویه صفرها ، تنظیم می‌شود. برای مثال فوق زاویه Z_{p1} کاهش داده می شود تا $P1$ و $P2$ تعدیل شوند وزاویهٔ Z_{p2} برای تعدیل $P2$ و $P3$ افزایش داده می شود. پس از دفعات کافی تکرار عمل تنظیم صفرها ، مقادیر اکسترمم ماکزیمم نیز مساوی خواهند شد.

توانائیهای الگوریتم :

۱ـ طراحی فیلترهای با فاز مینیمم یا با فاز خطی .

۲ـ امکان تثبیت صفرهای باند حذف ویا تنظیم آنها برای رسیدن به ضریب بهبود ماکزیمم درمراحل مختلف اجرای برنامه .

۳ـ امکان تثبیت پهنای باند ویا ریپل پاسخ فرکانسی .

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

۴ـ امکان اعمال محدودیت درتعداد بیت ضرایب وهمزمان تثبیت صفر واقع در $Z=1$ بدلیل اهمیت آن ، بنحوی که محدودکردن تعداد بیت ضرایب تاثیری دراین صفرنداشته باشد .

ذکرچندمثال می تواندکمک موثری درنشان دادن توانائیهای این الگوریتم وارزیابی فیلترهای طرح شده باشد . برای این منظور فیلترهای متعددی با مشخصات متفاوت طراحی شده که پاسخهای فرکانسی وبعضا "محل صفرهای آنها درصفحه Z درشکلهای ۱۲ تا ۱۴ رسم شده اند . مشخصات این فیلترها نیزدرجدول ۲ آورده شده است .

درشکل ۱۲ـ الف پاسخهای فرکانسی فیلترهای حذف کنندهٔ سه پالسی ساده ، حذف کنندهٔ چهارپالسی که ازصفرهای فیلترحذف کنندهٔ سه پالسی واقع در $Z=1$ ویک صفرافی در $Z=0.45$ تشکیل شده است وهمچنین فیلترحذف کنندهٔ پنج پالسی که با اضافه کردن یک صفردرخارج دایره برای خطی نمودن فازومتقارن نمودن ضرایب تشکیل شده است ، رسم شده اند . فیلترهای دوم وسوم با فرض ریپل ۱/۵ دسیبل برای خطای پاسخ فرکانسی درمحدودهٔ باندگذرطرح شده اند . با مراجعه به جدول ۲ مشاهده می شود ، اضافه نمودن یک صفردرمحدودهٔ باندحذف ، پهنای باندفیلتر رادرمحدودهٔ افت ۱/۵ دسیبل به دوبرابر افزایش می دهد . اضافه نمودن صفرسوم برای ایجاد فازخطی اگرچه می تواندباتقارن نمودن ضرایب، حجم محاسبات راکمی کاهش دهدولیکن پهنای باندبطورنسبی ۱/۱ برابر می شودکه نسبت به تاثیرصفراول بسیارناچیزاست . همچنین دردوفیلتر دوم وسوم بدلیل افزایش پهنای باندگذر ، ضریب بهبود (یا بهرهٔ تضعیف کلاتر) بترتیب پنج وهفت دسیبل کمترشده است .

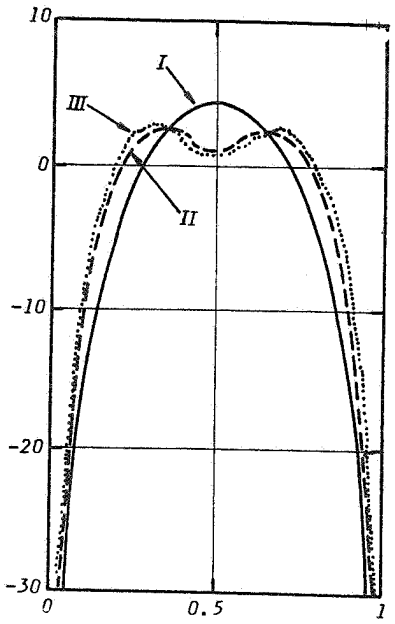
درشکل ۱۳نیزپاسخهای فرکانسی فیلترهای حذف کنندهٔ هفت پالسی با فازمینیمم وده پالسی با فازخطی رسم شده اند . پاسخهای فرکانسی رسم شده همچنین تاثیرناچیزاضافه نمودن صفرهای خارج دایره برای ایجاد فازخطی درفیلترهفت پالسی را دروسیع نمودن پهنای باند نشان می دهدوبخوبی لزوم استفاده ازفیلترهای با فازمینیمم برای

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

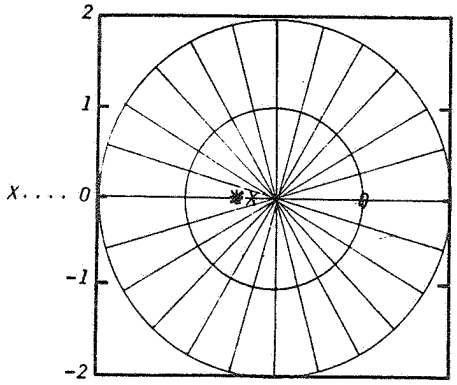
[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

جدول ۲ : مشخصات فیلترهای حذف‌کننده‌ٔ طرح شده با سطح خطای یکنواخت

نوع فیلتر حذف‌کننده	تعداد و موقعیت صفرهای باند گذر	تعداد و موقعیت صفرهای باند حذف	ریپل (db)	پهنای باند دوطرفه	انحراف استاندارد (گلاتر)	بهره تضعیف گلاتر (db)	شماره شکل	ضرایب
سه‌پالسی	دوصفر در $z=1$	۰	۱/۵	۰/۲۶	۰/۰۱۸۳	۴۰/۶	۱۲	۱ و ۲– و ۱
چهارپالسی با فاز مینیمم	دوصفر در $z=1$	۱	۱/۵	۰/۵	۰/۰۱۸۳	۳۵/۳	۱۲	۰/۰۹۶۵ و ۱/۵۴۸۲– و ۱ ۰/۴۵۱۸ و
پنج پالسی با فاز خطی	دوصفر در $z=1$	دوصفر یکی داخل و دیگری خارج دایره واحد	۱/۵	۰/۵۵	۰/۰۱۸۳	۲۳/۵	۱۲	۵/۴۴۲۸ – و ۱/۷۲۱۴ و ۱ و ۱/۷۲۱۴ و
هفت پالسی با فاز مینیمم	سه‌صفر بهینه	سه‌صفر داخل دایرهٔ واحد	۱/۵	۰/۶۳	۰/۰۱۸۳	۴۵/۰	۱۳	و ۰/۰۸۴۵ و ۱/۷۱۲ – و ۱ و ۰/۲۳۹۷ و ۰/۵۵۰۷ ۰/۰۲۸۵۲ – و ۰/۰۲۲۳
ده‌پالسی با فاز خطی	سه‌صفر بهینه	سه‌صفر داخل و سه‌صفر خارج دایره واحد	۱/۵	۰/۶۹	۰/۰۱۸۳	۳۹/۷	۱۳	و ۰/۱۵۷۸ و ۰/۶۸۷۴ و ۱ ۰/۵۱۹۰ و ۸/۵۱۹۰ و ۱/۵۵۷۴– و ۰/۱۵۷۸ – و ۱/۵۵۷۴ و ۱– و ۰/۶۸۷۴ –
پنج پالسی با فاز مینیمم و ضرایب شش‌بیتی	سه‌صفر: $z_1=1$ ، $z_{2,3}=0/9801 \pm j\,0/1700$	یک صفر در $z=-0/5512$	۲	۰/۴۷	۰/۰۱۸۳	۵۴/۳	۱۴	۱۲– و ۱۴ و ۲۹ و ۵۳– و ۲۲



(الف)



(ب)

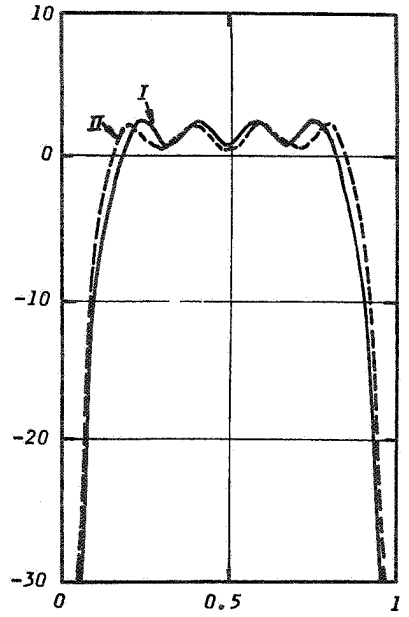
شکل ۱۲ : الف) پاسخ فرکانسی فیلترهای حذف‌کنندهٔ سه‌پالسی ساده (I)، چهارپالسی با یک صفر دربا ندگذر (II)، پنج پالسی با فازخطی (III) ب) صفرهای فیلتردرصفحه Z

بهره‌وری هرچه بیشتر از نمونه‌های محدود دریافتی را مشخص می کند.

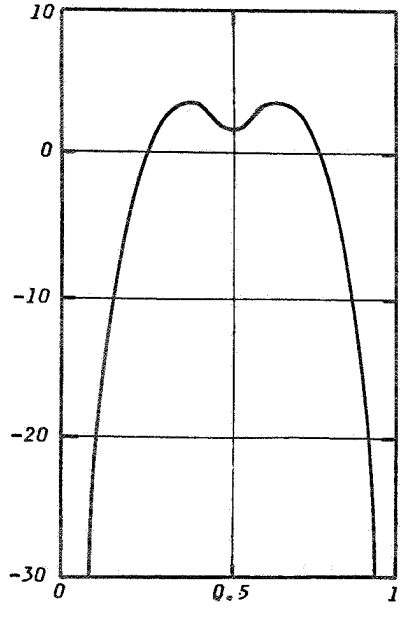
درشکل ۱۴ پاسخ فرکانسی یک فیلترحذف کننده‌ٔ پنج پالسی، متشکل از سه صفر بهینه در محدوده‌ٔ باندحذف و یک صفر واقع در محدوده‌ٔ باند گذر را که با ریپل ۲ دسیبل و محدودیت تعداد شش بیت برای ضرایب طرح شده است را نشان می دهد. مشخصات کامل این فیلتر در جدول ۲ آورده شده است. این مثال بخوبی امکان طرح فیلترهائی با محدودیت تعداد بیت ضرایب را نشان می دهد.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]



شکل ۱۳: پاسخهای فرکانسی فیلترهای حذف‌کننده هفت پالسی با فاز مینیمم (I) و ده پالسی با فاز خطی (II)



شکل ۱۴: پاسخ فرکانسی فیلترحذف‌کننده پنج پالسی با فاز مینیمم با ضرایب شش بیتی

نتیجه‌گیری

فیلترهای دوپلروحذف‌کننده *MTI* که به‌روشهای کلاسیک وتوسط روابط تحلیلی طراحی می شوندکارآئی مناسبی ندارند. زیرا به‌ترتیب فاقد توانائی حذف‌کلاترحجمی ویکنواختی پاسخ فرکانسی درباندگذرمی‌باشند.

با توجه به‌پاسخ فرکانسی ایده‌آل برای هرکدام‌ازاین پردازنده‌ها ، فیلترهائی که‌برمبنای تقریب‌چبی چف‌فیلترهای ایده‌آل طرح می‌شوند کارآئی مناسب‌تری نسبت به‌فیلترهای تحلیلی دارند.

دراین مقاله‌الگوریتمهائی برای طراحی این فیلترها ، براساس نقش‌صفرهای فیلترهای دیجیتال عرضی درفرم دهی پاسخ فرکانسی ارائه‌شده‌اند. این الگوریتمها درطراحی فیلترهای دوپلرو MTI پردازنده‌یک رادارديده‌بانی هدفهای هوائی بکارگرفته‌شده‌اندوبا مثالهائی توانائی آنها درطراحی اینگونه‌فیلترها نشان داده‌شده‌است.

ازآنجاکه‌الگوریتمهای مزبورازجابجائی صفرها برای تنظیم استفاده‌می‌کنندمی توان ازآنها برای طراحی فیلترهای مختلفی نظیر فیلترهای مختلط (باپاسخ غیرمتقارن) ، فیلترهای حقیقی بافاز مینیمم وفیلترهای حقیقی بافازخطی استفاده‌کردودرمجموع از توانائیهای بالاتری نسبت به‌الگوریتمهای معمولی ، مانندپارکس ـ مک‌کللان که‌تنها توان طراحی فیلترهای حقیقی بافازخطی را دارد ، برخوردارند.

مطالعاتی درزمینه‌اهمیت تعداد بیت ، تعداد بیت مناسب ونیز حجم محاسبات لازم برای پیاده‌سازی این پردازنده‌انجام شده‌است‌که نشان می دهدامکان ساخت‌آنها باپردازنده‌های خاص‌پردازش سیگنالهای دیجیتال DSP ، نظیرپردازنده‌های خانواده‌ٔ TMS 320 وجوددارد [۱].

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

مراجع

۱ـ ذاکری ، یدالله : طراحی پردازنده‌وحذف‌سرعت‌کوربه‌روش‌تغییر منقطع PRF درراداری MTI، پایان نامه‌کارشناسی ارشد ،دانشکده‌برق وکامپیوتر دانشگاه‌صنعتی اصفهان ـ ۱۳۶۸.

2. Reed, I.S. and L.W.Brooks, " Equivalence of the Likelihood Ratio Processor, the Maximum Signal-to-Noise Ratio Filter and Wiener Filter", IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-8, pp. 690-692, Sept. 1972.

3. Hsiao, J.k., "On the Optimization of MTI Clutter Rejection", IEEE Trans. Vol. AES-10. pp. 622-629, Sept. 1974.

4. Hansen, V.G., "Optimum Pulse Doppler Search Radar and Practical Approximation", IEEE International Radar Conf., pp. 138-143, 1982.

5. Skolnik, M.I., Introduction to Radar Systems, McGraw-Hill, New york, 1981.

6. Rabiner, L.R. and Gold, B., Theory and Application of Digital Signal Processing, Prentice Hall, New Jersey, 1975.

7. Oppenheim, A.V. and Schafer, R.W., Digital Signal Processing, Prentice-Hall, New Jersey, 1975.

8. Taylor, J.W.Jr., "Sacrifices in Radar Clutter

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]

Suppression Due to Compromises in Implementation of Digital Doppler Filters", IEEE Int.Radar Conf., pp. 46-50, 1982.

9. *Houts, R.C. and Burlage,D.W. , "Maximizing the Usable Bandwidth of MTI Signal Processors" , IEEE Trans. Vol. AES-13, pp. 48-54, Jan. 1977.*

10. *Rabinson, E.A., "Optimum Weighting Functions for the Detection of Sampled Signals in Noise" , IEEE Trans. on Information Theory, Vol. IT-11. NO. 3, July 1965.*

11. *Rabiner L.R. and McClellan, J.H. , "FIR Digital Filter Design Techniques Using Weighted Chebyshev Approximation" , Proceeding of the IEEE, Vol. 63, pp. 595-610. April 1975.*

12. *Taylor, J.W.,"Design of a New Airport Surveillance Radar (ASR-9)" , Proceeding of the IEEE, Vol. 73, pp. 284-289, Feb. 1985.*

[DOR: 20.1001.1.2251600.1369.9.1.4.2]