

## پیشنهاد یک جبران‌کننده مبتنی بر مدل برای فرایندهای چندورودی - چندخروجی با تاخیر انتقالی و ورودیهای محدود

محمد شاهرخی\* - فرشته نعیم‌پور\*\*

### چکیده:

در مقاله قبل یک کنترل‌کننده برای فرایندهای تک ورودی - تک خروجی حاوی تأخیر انتقالی و ورودی محدود، پیشنهاد شد. در این مقاله روش پیشنهادی به فرایندهای چندورودی - چندخروجی تعمیم داده شده است و عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با عملکرد کنترل‌کننده پس‌خور معادل از طریق شبیه‌سازی مقایسه گردیده است. کنترل‌کننده پیشنهادی بدلیل حفظ خاصیت پیش‌بینی خروجی‌ها دارای عملکرد بهتری است و هرچه تأخیرهای انتقالی فرایند افزایش یابد، تفاوت عملکرد دو کنترل‌کننده فوق بیشتر خواهد بود. کنترل‌کننده پیشنهادی حاوی یک سری انتگرال‌گیر است و در نتیجه می‌توان از یک آنتی‌واین‌دآپ ساده بصورت متوقف‌کردن انتگرال‌گیری در صورت اشباع شدن ورودیها استفاده کرد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که استفاده از این روش بهبود قابل توجهی در عملکرد کنترل‌کننده ایجاد می‌کند. اعمال این نوع آنتی‌واین‌دآپ به کنترل‌کننده پس‌خور معادل به علت عدم وجود انتگرال‌گیر بصورت صریح عملی نیست. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که به کارگیری روش‌های پیچیده‌تر آنتی‌واین‌دآپ بهبود چندانی برای کنترل‌کننده پیشنهادی ایجاد نمی‌کند.

### مقدمه:

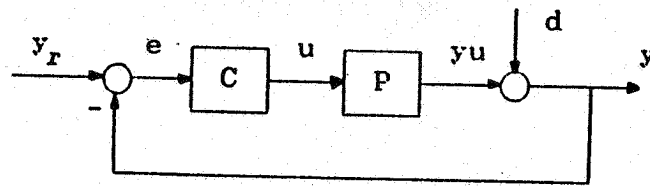
نحوه طراحی یک کنترل‌کننده براساس روش کنترل مدل داخلی<sup>۱</sup> توسط گارسیا و موراری پیشنهاد شده است ([۲] و [۳]) در این روش در صورت عدم خطای مدلسازی کنترل به صورت مدارباز بوده و لذا مشکلات مربوط به پایداری مدارهای پس‌خور مطرح نمی‌باشد. در زیر به صورت

\* استادیار دانشکده مهندسی شیمی - دانشگاه صنعتی شریف

\*\* مربی دانشکده مهندسی شیمی - دانشگاه صنعتی شریف

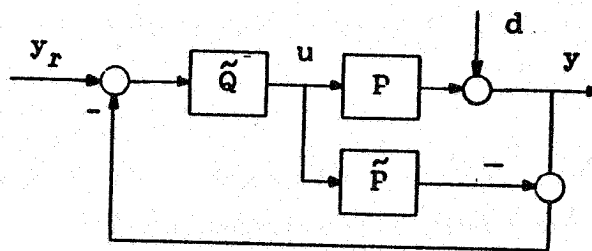
### 1. Internal Model Control (IMC)

خلاصه روش IMC توضیح داده می شود. مدار پس خور زیر را در نظر بگیرید<sup>۱</sup>:



شکل ۱- دیاگرام پس خور کلاسیک

در شکل فوق  $y_r$  بردار ورودی مبنا،  $e$  بردار خطا،  $U$  بردار ورودی  $d$  بردار اغتشاش و  $y$  بردار خروجی فرایند است که مجموع دو بردار  $y_u$  و  $d$  می باشد.  $C$  و  $P$  به ترتیب توابع تبدیل کنترل کننده و فرایند می باشند. در این مقاله فرض می گردد که فرایند پایدار است. اگر مدل فرایند را با  $\tilde{P}$  نشان دهیم نمودار IMC معادل با مدار پس خور به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۲- دیاگرام IMC.

۱- \* در کلیه دیاگرام های جعبه ای از گذاشتن علامت مثبت روی جمع کننده ها صرف نظر شده است.

که در آن  $\tilde{Q}$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tilde{Q} = C(I + \tilde{P}C)^{-1} \quad (1)$$

اگر  $\tilde{P} = P$  باشد از شکل ۲ داریم:

$$y = \tilde{P}\tilde{Q}y_r + (I - \tilde{P}\tilde{Q})d \quad (2)$$

$$e = (I - \tilde{P}\tilde{Q})(y_r - d) \quad (3)$$

از معادلات (۲) و (۳) روشن است که اگر  $\tilde{Q} = \tilde{P}^{-1}$  باشد اثراغتشاش خنثی شده و خروجی، ورودی مبنا را دنبال می‌کند. البته چنین حالتی کنترل ایده‌آل است و دستیابی بدان در عمل ممکن نیست. در ضمن با استفاده از رابطه (۱) می‌توان نشان داد که برای اعمال چنین کنترلی از طریق مدار پس‌خور باید بهره کنترل‌کننده بی‌نهایت شود. همانگونه که گارسیا و موراری [۳] متذکر شده‌اند وقتی فرایند دارای تأخیر انتقالی است، معکوس آن علی<sup>۱</sup> نیست و لذا ساخت آن غیر عملی است. مشکل دیگر وجود صفرهای انتقال<sup>۲</sup> سمت راست تابع تبدیل است که باعث می‌گردد که کنترل‌کننده ناپایدار شود.

فرایندی را در نظر بگیرید که مدل آن به صورت زیر باشد:

$$\tilde{P}(s) = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11}(s)e^{-\tilde{\alpha}_{11}s} & \dots & \tilde{P}_{1n}(s)e^{-\tilde{\alpha}_{1n}s} \\ \tilde{P}_{n1}(s)e^{-\tilde{\alpha}_{n1}s} & \dots & \tilde{P}_{nn}(s)e^{-\tilde{\alpha}_{nn}s} \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در آن  $\tilde{P}_{ij}(s)$  نسبت دو چند جمله‌ای از  $S$  می‌باشد. برای آنکه کنترل‌کننده پایدار و علی باشد، گارسیا و موراری [۳] پیشنهاد کردند که  $\tilde{P}(s)$  را به صورت زیر تجزیه کنیم:

1- Causal

2- Transmission

$$\tilde{P}(s) = \tilde{P}_A(s) \tilde{P}_M(s) \quad (5)$$

که در آن  $P_M$  قسمت فاز مینیمم و  $P_A$  قسمت همه گذر می باشند. در رابطه فوق  $P_M^{-1}(s)$  پایدار و علی است. البته باید توجه داشت که تجزیه فوق منحصر بفرد نمی باشد مگر شرط اضافه تری اعمال گردد که علاقمندان می توانند در این مورد به مرجع [۳] مراجعه کنند. حال می توان کنترل کننده  $\tilde{Q}$  را به صورت زیر انتخاب کرد:

$$\tilde{Q}(s) = \tilde{P}_M^{-1}(s) \quad (6)$$

کنترل کننده فوق معمولاً سره<sup>۱</sup> نبوده و با ضرب کردن آن در یک فیلتر سره می گردد:

$$Q = \tilde{Q}F \quad (7)$$

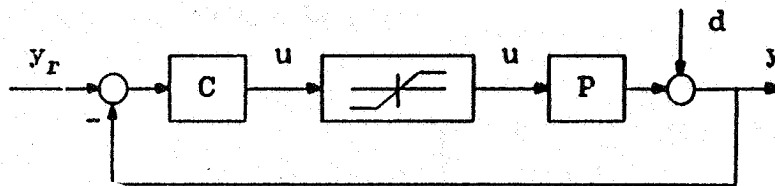
فیلتر  $F$  را میتوان بصورت زیر انتخاب کرد:

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\tau_1 s + 1)^{m_1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\tau_n s + 1)^{m_n}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

از فیلتر فوق برای شکل دادن به پاسخ نیز استفاده می شود. یعنی اگر  $\tau_i$  ها بزرگ انتخاب گردند پاسخ کندشده و اگر نزدیک به صفر شوند پاسخ به حالت ایده آل میل می کند. اگر در رابطه (۱) بجای  $\tilde{Q}$ ،  $Q$  را جایگزین کنیم و بر حسب  $C$  حل کنیم خواهیم داشت:

$$C = Q(I - \tilde{P}Q)^{-1} \quad (9)$$

اگر ورودیهای فرایند محدود نباشند عملکرد کنترل‌کننده Q در قالب مدار IMC با عملکرد کنترل‌کننده C در قالب مدار پس‌خور (شکل ۱) معادل است. اما در صورت محدود بودن ورودیها و عدم خطای مدل‌سازی، روش IMC به صورت مدار باز عمل کرده و لذا پایداری آن تضمین شده است، ولی به علت عدم پس‌خور کند عمل می‌کند. مدار پس‌خور معادل آن گرچه سریع‌تر است ولی می‌تواند ناپایدار گردد. چنانچه از کنترل‌کننده C در قالب مدار پس‌خور استفاده شود و ورودیها محدود باشند، دیاگرام مربوطه به صورت زیر خواهد بود:

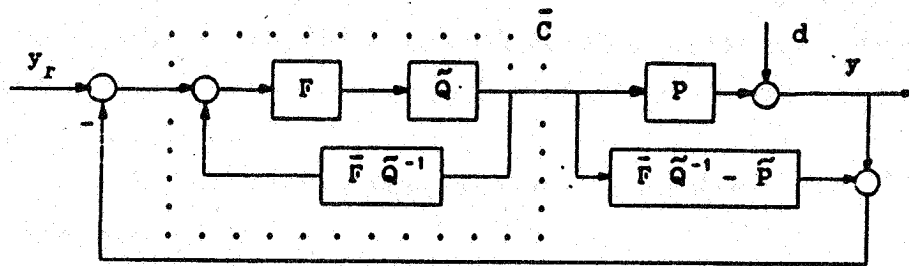


شکل ۳- مدار پس‌خور معادل IMC با ورودیهای محدود.

پیشنهاد یک مدار پس‌خور جدید:

در این قسمت یک جبران‌کننده پیشنهاد می‌گردد که آنرا جبران‌کننده مبتنی بر مدل<sup>۱</sup> می‌نامیم. این جبران‌کننده وقتی فرایند حاوی تأخیر انتقالی است و ورودیها محدودند عملکرد بهتری از کنترل‌کننده پس‌خور معادل IMC یعنی کنترل‌کننده C دارد. اگر در نمودار شکل ۲ از یک فیلتر استفاده شود و  $\bar{F} \tilde{Q}^{-1}$  را به دیاگرام کم و اضافه کنیم مدار زیر بدست می‌آید:

## 1. Model Based Compensator (MBC)



شکل ۴- دیاگرام پس‌خور پیشنهادی.

در شکل فوق  $\bar{F}$  طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{F}(s) = \begin{bmatrix} (\tau_1 s + 1)^{m_1 - 1} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 0 \\ 0 & & (\tau_n s + 1)^{m_n - 1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

و  $\bar{C}$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{C} = (I - \tilde{Q} F \bar{F} \tilde{Q}^{-1})^{-1} \tilde{Q} F \quad (11)$$

با استفاده از اتحاد زیر:

$$(I - ABC)^{-1} = A(B^{-1} - CA)^{-1} B^{-1} A^{-1} \quad (12)$$

اگر  $\tilde{Q}^{-1} = C$  ،  $F\bar{F} = B$  ،  $\tilde{Q} = A$  انتخاب شود داریم:

$$(I - \tilde{Q} F \bar{F} \tilde{Q}^{-1})^{-1} = \tilde{Q} \left[ (F \bar{F})^{-1} - I \right]^{-1} (F \bar{F})^{-1} \tilde{Q}^{-1} \quad (13)$$

$$(I - \tilde{Q} F \bar{F} \tilde{Q}^{-1})^{-1} \tilde{Q} = \tilde{Q} [(F \bar{F})^{-1} - I]^{-1} (F \bar{F})^{-1} \quad (14)$$

با استفاده از تعاریف  $F$  و  $\bar{F}$  داریم:

$$(F \bar{F})^{-1} - I = \begin{bmatrix} \tau_1 s & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tau_n s \end{bmatrix} \quad (15)$$

حال اگر  $k_i = \frac{1}{\tau_i}$  باشد به راحتی می‌توان نشان داد که:

$$[(F \bar{F})^{-1} - I]^{-1} (F \bar{F})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_1(\tau_1 s + 1)}{s} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{k_n(\tau_n s + 1)}{s} \end{bmatrix} \quad (16)$$

اگر معادله (۱۴) را از طرف راست در  $F$  ضرب کرده و از معادله (۱۶) نیز استفاده کنیم داریم:

$$(I - \tilde{Q} F \bar{F} \tilde{Q}^{-1})^{-1} \tilde{Q} F = \tilde{Q} F_1 \quad (17)$$

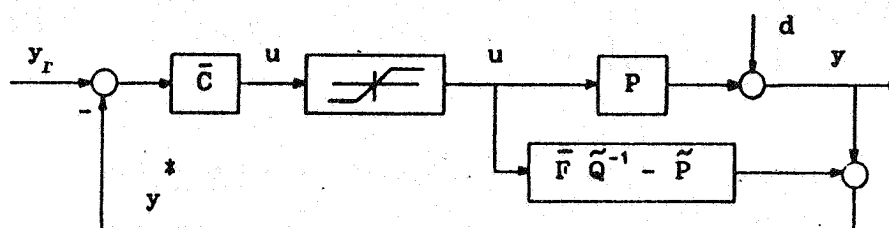
که در آن  $F_1$  برابر است با:

$$F_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{s} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{k_n}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\tau_1 s + 1)^{m_1 - 1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{(\tau_n s + 1)^{m_n - 1}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

با توجه به روابط (۱۱) و (۱۷)، کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  برابر است با:

$$\bar{C}(s) = \tilde{Q}(s) F_1(s) \quad (19)$$

ملاحظه می‌گردد که کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  عبارتست از تعدادی انتگرال‌گیر که با قسمت معکوس پذیر فرایند سری شده‌است و قسمت باقیمانده برای سره‌شدن کنترل‌کننده به کار رفته‌است. اگر از این کنترل‌کننده استفاده شود و ورودیها محدود باشند مدار مربوطه به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۵- دیاگرام MBC وقتی ورودیهای فرایند محدودند.

وقتی فرایند حاوی تأخیر انتقالی است و ورودیها محدود می‌باشند، عملکرد کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  بهتر از کنترل‌کننده پس‌خور معادل IMC یعنی کنترل‌کننده  $C(s)$  (شکل ۳) است. علت این بهبود در قسمت بعد توضیح داده می‌شود.

تشابه جبران‌کننده پیشنهادی با جبران‌کننده<sup>۱</sup> GMDC

جروم و ری [۴] جبران‌کننده‌ای طراحی کردند که تعمیم‌یافته پیش‌بین اسمیت [۵] برای سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی است. یکی از خواص این جبران‌کننده این است که سیگنال برگشتی مقدار پیش‌بینی شده خروجی‌هاست. در این قسمت نشان داده می‌شود که جبران‌کننده پیشنهادی نیز خاصیت فوق را داراست.

فرایند پایدار داده شده توسط معادله (۴) را در نظر بگیرید و فرض کنید که هیچ صفر سمت راستی ندارد. اگر حداقل تأخیرها روی قطر باشد تفکیک مدل فرایند به صورت زیر، از نقطه نظر سرعت پاسخ‌ها بهینه<sup>۲</sup> بوده و در ضمن در پاسخ‌ها تداخل وجود نخواهد داشت.

## 1. Generalized Multidelay Compensator

## 2. Minimum Response Time



$$P_A(s) = \begin{bmatrix} e^{-\tilde{\alpha}_{11}s} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-\tilde{\alpha}_{nn}s} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\tilde{P}_M(s) = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & \tilde{P}_{12} e^{-(\tilde{\alpha}_{12} - \tilde{\alpha}_{11})s} & \dots & \tilde{P}_{1n} e^{-(\tilde{\alpha}_{1n} - \tilde{\alpha}_{11})s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{P}_{n1} e^{-(\tilde{\alpha}_{n1} - \tilde{\alpha}_{nn})s} & \tilde{P}_{n2} e^{-(\tilde{\alpha}_{n2} - \tilde{\alpha}_{nn})s} & \dots & \tilde{P}_{nn} \end{bmatrix} \quad (21)$$

اگر خطای مدل‌سازی وجود نداشته باشد ( $P = \tilde{P}$ ) و  $d=0$  باشد، سیگنال برگشتی دیاگرام ۵ یعنی  $y^*$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$y^* = \bar{F} Q^{-1} \hat{u} = \bar{F} \tilde{P}_M \hat{u} \quad (22)$$

حال اگر حالت خاصی را در نظر بگیریم که در آن  $m_i=1$  ( $i=1, \dots, n$ ) باشد آنگاه  $\bar{F}=I$  است و داریم:

$$y^* = \tilde{P}_M \hat{u} \quad (23)$$

از طرفی طبق معادله فرایند داریم:

$$y = P_A P_M \hat{u} \quad (24)$$

از ترکیب دو معادله فوق نتیجه می‌شود که:

$$y^* = P_A^{-1} y \quad (25)$$

یا

$$y_i^* = y_i(t + \alpha_{ii}) \quad i = 1, \dots, n \quad (26)$$

یعنی سیگنال پس‌خور  $y$  مقدار پیش‌بینی شده خروجی هاست. حال اگر  $\bar{F} \neq I$  باشد، مقدار پیش‌بینی شده همراه با یک تقدم فاز خواهد بود. ملاحظه می‌گردد که مدار پیشنهادی علی‌رغم وجود بلوک اشباع خاصیت پیش‌بینی کردن خروجی‌ها را حفظ می‌کند، در حالیکه مدار پس‌خور معادل IMC شکل ۳ چنین خاصیتی را ندارد. همین امر سبب می‌گردد که عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی نسبت به کنترل‌کننده C بهبود یابد. نکته دیگر اینکه در یک حالت خاص که  $F=I$  می‌شود، مدار پیشنهادی با جبران‌کننده پیشنهادی جروم و ری [۵] معادل می‌شود با این تفاوت که بجای کنترل‌کننده سنتی PI کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  جایگزین گردیده‌است. در واقع مدار پیشنهاد شده ترکیبی از جبران‌کننده پیشنهادی جروم و ری و کنترل‌کننده بدست‌آمده از روش IMC است. مزیت این کنترل‌کننده نسبت به کنترل‌کننده PI سادگی تنظیم آن است زیرا برای هر حلقه فقط یک پارامتر  $k_p$  جهت تنظیم وجود دارد. امتیاز دیگر آن این است که حتی در صورت عدم محدودیت در ورودیها اگر درجه سیستم بالا باشد، در کنترل‌کننده‌های PI افزایش بهره کنترل‌کننده که برای نزدیک شدن به کنترل ایده‌آل صورت می‌گیرد می‌تواند سبب ناپایداری مدار گردد در حالیکه پاسخ کنترل‌کننده پیشنهادی تحت این شرایط می‌تواند به حالت کنترل ایده‌آل میل کند بدون اینکه مدار ناپایدار گردد (البته به شرط عدم وجود خطای مدل‌سازی).

اگر فرایند به گونه‌ای باشد که حداقل تأخیرها روی قطر نباشد و باز بخواهیم که پاسخ سیستم بدون تداخل باشد و خاصیت پیش‌بینی خروجی‌ها حفظ گردد، همانگونه که جروم و ری [۵] پیشنهاد کرده‌اند، می‌توان تابع تبدیل فرایند را در یک ماتریس D ضرب کرد به طوری که حداقل تأخیرهای فرایند معادل PD روی قطر باشند. سپس می‌توان طراحی را بر مبنای فرایند معادل انجام داده نحوه به دست آوردن D در مرجع [۵] توضیح داده شده‌است. وقتی فرایند دارای صفر سمت راست است جروم و ری [۵] نحوه انتخاب  $P_M(s)$  را بر مبنای مقاله حالت و موراری [۶] پیشنهاد کرده‌اند که علاقمندان می‌توانند به مراجع فوق مراجعه کنند.

در ادامه برای نمایش کارایی کنترل‌کننده پیشنهادی به ذکر یک مثال می‌پردازیم.

#### مثال ۱:

مدل بدست‌آمده برای یک برج تقطیر آب - متانول توسط وود و بری [۶] به صورت زیر است.

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8 e^{-s}}{(16.7 s + 1)} & \frac{-18.9 e^{-3s}}{(21 s + 1)} \\ \frac{6.6 e^{-7s}}{(10.9 s + 1)} & \frac{-19.4 e^{-3s}}{(14.4 s + 1)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

محدوده مجاز ورودیهای فرایند در زیر داده شده است.

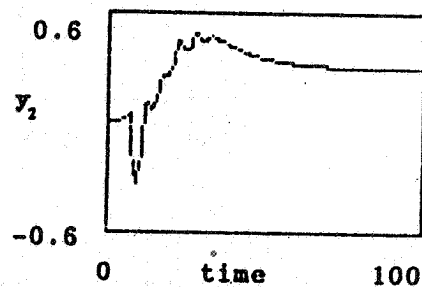
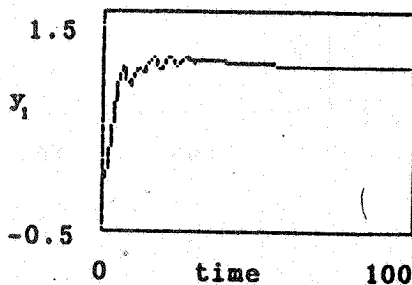
$$\begin{aligned} -0.3 \leq u_1 \leq 0.3 \\ -0.01 \leq u_2 \leq 0.59 \end{aligned} \quad (28)$$

اگر یک تغییر پله‌ای در  $y_r$  به صورت زیر بدهیم و  $\tau_1 = \tau_2 = 0.8$  اختیار شود پاسخ سیستم با هر یک از کنترل‌کننده‌های  $C$  و  $\bar{C}$  به صورت نشان داده شده در شکل‌های ۶ و ۷ خواهد بود.

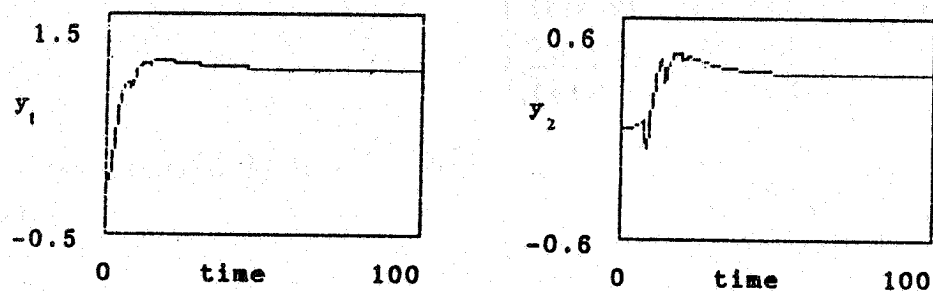
$$y_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

حال اگر در مثال قبل مقدار تأخیرها را زیاد کنیم بگونه‌ای که تابع تبدیل فرایند به صورت زیر درآید:

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8 e^{-10s}}{(16.7 s + 1)} & \frac{-18.9 e^{-14s}}{(21 s + 1)} \\ \frac{6.6 e^{-8 s}}{(10.9 s + 1)} & \frac{-19.4 e^{-6 s}}{(14.4 s + 1)} \end{bmatrix} \quad (30)$$

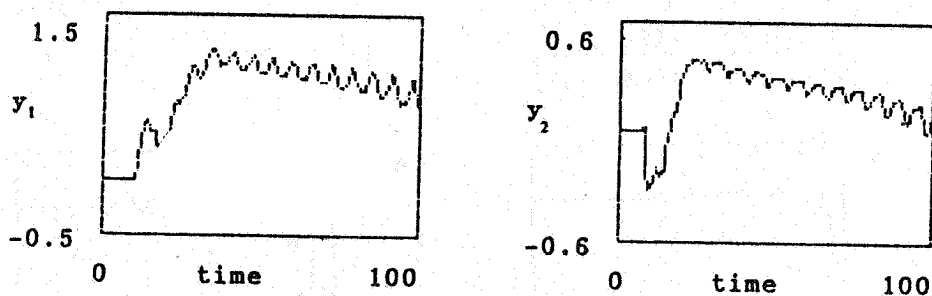


شکل ۶- پاسخ کنترل‌کننده  $C(s)$  به تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وودویری.



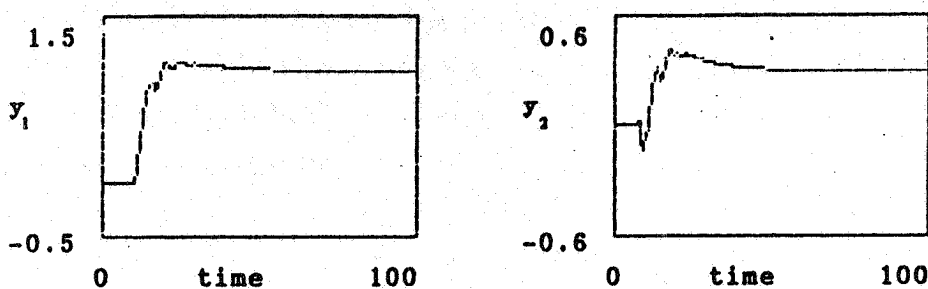
شکل ۷- پاسخ کنترل کننده  $\bar{C}(s)$  به تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وودوبری.

و همان تغییر قبلی را در  $y_r$  اعمال کنیم پاسخ سیستم با هر یک از کنترل کننده‌های  $C$  و  $\bar{C}$  به صورت نشان داده شده در شکل‌های ۸ و ۹ خواهد بود. همانگونه که ملاحظه می‌گردد، مدار مربوط به کنترل کننده  $C(s)$  ناپایدار شده درحالی‌که پاسخ سیستم با کنترل کننده  $\bar{C}(s)$  پایدار باقیمانده است و از نظر سرعت، پاسخ تفاوت چندانی با حالت قبل



شکل ۸- پاسخ سیستم با کنترل کننده  $C(s)$  به ازاء یک تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وودوبری با افزایش تأخیرها.

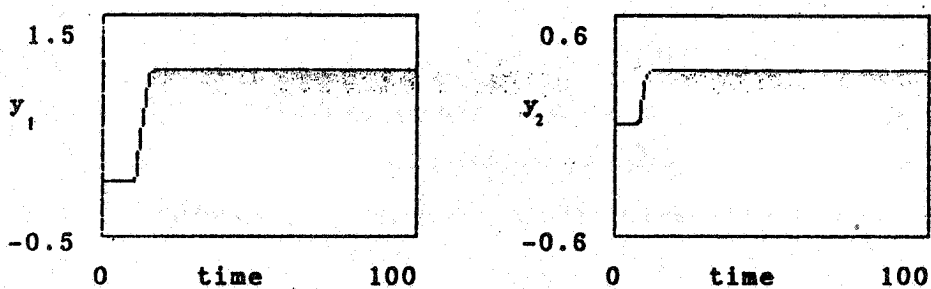
که تأخیرها کمتر بودند. علت این امر حفظ خاصیت پیش‌بینی خروجی‌ها علی‌رغم وجود بلوک اشباع است.



شکل ۹- پاسخ سیستم با کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  به تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وودوبری با افزایش تأخیرها.

#### اعمال یک آنتی‌واینداب ساده

اگر برای کنترل‌کننده پیشنهادی  $\bar{C}(s)$  یک نوع آنتی‌واینداب به صورت متوقف‌کردن هر انتگرال‌گیر در صورت اشباع شدن ورودی مربوطه‌اش اعمال کنیم پاسخ‌ها بهبود قابل توجهی خواهند داشت. نتایج حاصله در شکل ۱۰ نشان داده شده است. اعمال این نوع آنتی‌واینداب به



شکل ۱۰- پاسخ سیستم با کنترل‌کننده  $\bar{C}(s)$  به اِزاء یک تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وودوبری با تأخیرهای اضافی و متوقف‌کردن عمل انتگرال‌گیری در صورت اشباع شدن ورودیها.

کنترلر  $C(s)$  به علت عدم وجود ترم  $\frac{1}{s}$  به صورت صریح، امکان پذیر نمی باشد.

استفاده از آنتی وایندهاپ پیشنهادی کمپو و موراری برای بهبود کنترل کننده های پس خور، کمپو و موراری [V] یک نوع آنتی وایندهاپ پیشنهاد کرده اند که در زیر به صورت خلاصه توضیح داده می شود. در ابتدا فرض کنید که کنترل کننده  $C(s)$  حاوی تأخیر انتقالی نباشد، آنگاه نمایش حداقل آن در فضای حالت به صورت زیر است:

$$\dot{v} = Av + Bc \quad (31)$$

$$u = C_1 v + D_1 e \quad (32)$$

که در آن  $v$  بردار متغیرهای حالت کنترل کننده است. اگر معادله (۳۲) را در  $H$  ضرب کرده و از معادله (۳۱) کم کنیم رابطه زیر بدست می آید.

$$\dot{v} = (A - H C_1) v + (B - H D_1) e + H u \quad (33)$$

برای آنکه در حالت اشباع، کنترل کننده از خطا متأثر نگردد، ماتریس  $H$  را برابر  $BD_1^{-1}$  (بافرض وجود  $D_1^{-1}$ ) می گیریم و در ضمن  $u$  را با ورودی واقعی فرایند یعنی  $\hat{u}$  جایگزین می کنیم و لذا داریم:

$$\dot{v} = (A - BD_1^{-1} C_1) v + B D_1^{-1} \hat{u} \quad (34)$$

یک تغییر دیگر از نحوه بدست آوردن رابطه فوق به صورت زیر است: اگر در معادلات (۳۱) و (۳۲) خطای  $e$  با خطای فرضی  $\tilde{e}$  جایگزین گردد به طوری که باعث شود در صورت اشباع شدن ورودی، خروجی کنترل کننده برابر  $\hat{u}$  شود، بایستی معادلات زیر برقرار باشد.

$$\dot{v} = Av + B \tilde{e} \quad (35)$$

$$\hat{u} = C_1 v + D_1 \tilde{e} \quad (36)$$

حال اگر از معادلات فوق  $\tilde{e}$  حذف گردد همان رابطه (۳۴) نتیجه می‌گردد. از این مطلب در زیر استفاده خواهیم کرد.

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که کنترل‌کننده  $C(s)$  حاوی تأخیر انتقالی باشد، در آن صورت نمایش فضای حالت آن به صورت کلی بفرم زیر است:

$$\dot{v} = \sum_i A_i v(t-\alpha_i) + \sum_j B_j e(t-\beta_j) \quad (37)$$

$$u = \sum_i C_i v(t-\delta_i) + \sum_j D_j e(t-\mu_j) \quad (38)$$

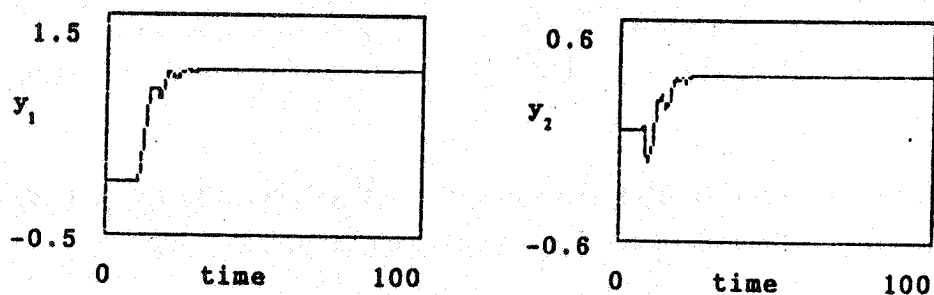
برای اعمال آنتی‌واین‌دآپ پیشنهادی کمپو و موراری به صورت زیر عمل می‌کنیم. ابتدا با استفاده از معادله (۳۸)  $u$  محاسبه می‌گردد. با عبور  $u$  از بلوک اشباع  $u$  به دست می‌آید. با داشتن  $u$  و استفاده از معادله زیر خطای فرضی  $\tilde{e}(t)$  محاسبه می‌شود:

$$\dot{\tilde{u}} = \sum_i C_i v(t-\delta_i) + \sum_j D_j \tilde{e}(t-\mu_j) \quad (39)$$

با داشتن  $\tilde{e}$  و استفاده از معادله زیر متغیرهای حالت کنترل‌کننده محاسبه می‌شوند:

$$\dot{v} = \sum_i A_i v(t-\alpha_i) + \sum_j B_j \tilde{e}(t-\beta_j) \quad (40)$$

اگر از آنتی‌واین‌دآپ فوق برای مثال قبل استفاده کنیم نتایج برای کنترل‌کننده‌های  $C(s)$  و  $\bar{C}(s)$  معادل است و در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

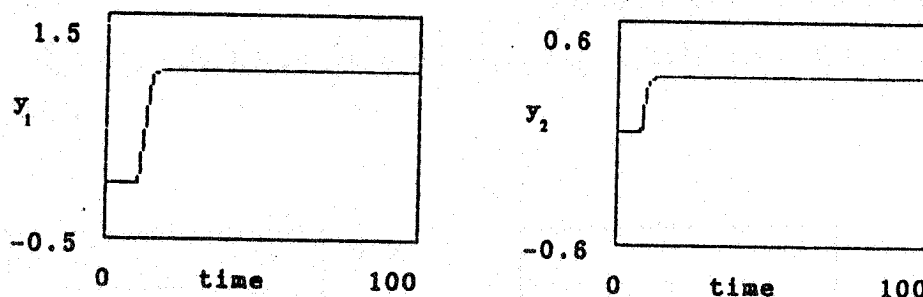


شکل ۱۱- پاسخ کنترل‌کننده‌های  $C$  و  $\bar{C}$  به ازاء یک تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وود و بری با تأخیرهای اضافی و اعمال آنتی‌واین‌دآپ کمپو و موراری.

از مقایسه شکل‌های ۱۰ و ۱۱ ملاحظه می‌شود که پاسخ حاصل از کاربرد آنتی‌واین‌دآپ کمپو و موراری عملکرد بدتری نسبت به آنتی‌واین‌دآپ ساده (توقف انتگرال‌گیری در صورت اشباع شدن ورودیها) از خود نشان می‌دهد. علت این امر در زیر توضیح داده می‌شود.

همانگونه که از معادله (۳۸) مشهود است برای محاسبه  $u$  احتیاج به متغیرهای حالت کنترل‌کننده و خطا در لحظه  $t$  و لحظات قبل داریم. اگر در محاسبه  $u$  از مقادیر  $e$  در لحظات قبل استفاده شود منجر به خطای اضافی می‌گردد. برای پرهیز از این خطا در به کارگیری معادله (۳۸) هر جا احتیاج به خطا در لحظات قبل بود آنرا با  $\bar{e}$  جایگزین می‌کنیم.

اگر برای مثال قبل از روش فوق استفاده کنیم پاسخ برای هر دو کنترل‌کننده  $C$  و  $\bar{C}$  یکسان می‌گردد. نتایج مربوطه در شکل ۱۲ نشان داده شده است. همانگونه که از شکل ۱۲ پیداست نتایج کاملاً شبیه نتایج به دست آمده با قطع عمل انتگرال‌گیری در صورت اشباع شدن ورودیهاست. البته بایستی توجه داشت که اعمال آنتی‌واین‌دآپ ساده به صورت توقف انتگرال‌گیرها بسیار ساده‌تر از استفاده از آنتی‌واین‌دآپ کمپو و موراری است.



شکل ۱۲- پاسخ کنترل‌کننده‌های  $C$  و  $\bar{C}$  به‌ازاء یک تغییر پله‌ای در  $y_r$  برای مدل وود و پری با تأخیرهای اضافی و استفاده از آنتی‌واین‌دآپ کمپو و موراری با تصحیح سیگنال خطا.

#### نتیجه‌گیری

در این مقاله یک کنترل‌کننده پس‌خور برای سیستم‌های چندورودی - چندخروجی که حاوی تأخیر انتقالی بوده و ورودی‌هایشان محدود است پیشنهاد شده است. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با



کنترل‌کننده پس‌خور کلاسیک به دست‌آمده از روش IM از طریق مشابه‌سازی کامپیوتری مقایسه گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که طرح پیشنهادی عملکرد بهتری دارد و با افزایش میزان تأخیرهای فرایند، تفاوت عملکرد دو کنترل‌کننده بیشتر می‌گردد. اعمال روشهای ساده آنتی‌واین‌دآپ مانند متوقف‌کردن عمل انتگرال‌گیری در صورت اشباع‌شدن ورودیها به کنترل‌کننده پیشنهادی امکان‌پذیر است، درحالی‌که اعمال آن به کنترل‌کننده پس‌خور استاندارد به دست‌آمده از روش IM مقدور نمی‌باشد.

- ۱- محمد شاهرخی و فرشته نعیم پور، "پیشنهاد یک جبران کننده مبتنی بر مدل برای فرایندهای حاوی تأخیر انتقالی با ورودی محدود"، استقلال، فنی - مهندسی، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره ۱۰، شهریور ۱۳۷۰.
2. Garcia ,C.E. and Morari,M. "Internal Model Control. 1: A Unifying Review and Some New Results", *I & EC Process Des.Dev.*, 1982.
3. ----- , "Internal Model control.2:Design Procedure for Multivariable Systems", *I & EC Process Des.Dev.*, 1985.
4. Jerome ,N.F. and Ray ,W.H. "High Performance Multivariable Control Strategies for Systems Having Time Delays", *AIChE*, 1986.
5. Holt ,B.R. and Morari,M. , "Design of Resilient Processing Plants V : The Effect of Dead Time on Dynamic Resilience",*Chem. Eng. Science*, 1985.
6. Wood , R.K. and Berry,M. W. , "Terminal Composition Control of a Binary Distillation Column",*Chem. Eng. Science*, 1973.
7. Campo , P.J. and Morari,M., "Robust Control of Processes Subject to Saturation Nonlinearities",*Computer Chem. Eng.*, 1990.