استفاده از شبه معکوس ماتریس برای رفع محدودیت در تعداد رنگهای به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری

سیدحسین امیرشاهی*
دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده – در این مقاله الگوریتمی برای رفع محدودیت در تعداد رنگهای شرکت کننده در رنگ همانندی کالریمتری[1] ارائه شده است. روش معمول، استفاده از الگوریتم پیشنهادی آلن[2] است که اساس آن بر مبنای رسیدن به ماتریسهای معکوس پذیر[3] است. این روش محدودیت استفاده از چهار رنگ در نظریه دوثابتی کیوبلکا ـ مانک[4] را ایجاد می‌کند. بااستفاده از روش پیشنهادی که بر مبنای به کارگیری شبه معکوس ماتریس[5] است، لزومی به مقید بودن به چنین محدودیتی از نقطه نظر تعداد رنگهای اولیه به کار رفته نیست. کاربرد روش پیشنهادی در یک رنگ همانندی کامپیوتری آزمایش شده است.

Using Pseudo-Inverse to Eliminate the Limitation of the Number of Colors in Colorimetric Match

S.H. Amirshahi
Department of Textile Engineering, Isfahan University of Technology

ABSTRACT- *An algorithm is suggested for implementation of unlimited primaries in two-constants Kubelka-Munk color matching attempt. Allen's method for tristimulus color matching, which was limited to four colorants in two constant theory, dealt with inversable matrices. By application of the pseudo-inverse, it is not necessary to limit the number of primary colors to four as Allen suggested. The suggested method is programed to a color matching attempt with five pre-colored fibres.*

۱- مقدمه

در سالهای اخیر استفاده از روشهای دستگاهی بر مبنای نظریه کیوبلکا - مانک [۱] برای رنگ همانندی اشیاء در صنایع مختلف مـــتداول شـــده است. دو روش مـــتفاوت کـــه رنگ هـــمانندی اسپکتروفتومتری[6] و رنگ همانندی کالریمتری نامیده می شوند، در روشهای دستگاهی رنگ همانندی متداول‌اند. در روش اول، تقلید منحنی انعکاسی نمونهٔ استاندارد، هـدف رنگ هـمانندی است. از آنجا که کپی کامل منحنی انعکاسی استاندارد عملاً ممکن نـیست، جمع مربع انحرافات بین منحنیهای انعکاسی نمونه و استاندارد ویا تابعی از این منحنیها به حداقل رسانده می‌شود. بیان ریاضی ایـن هدف را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

* استادیار

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

فهرست علائم

A^+	شبه معکوس ماتریس A	R	انعکاس	X, Y, Z	محرکهای رنگی
C	غلظت هر رنگ	S	ضریب‌انتشارکیوبلکا-مانک	$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	توابع رنگ همانندی
E	انرژی نسبی منبع نوری	samp	نمونه	ΔE	مقدار اختلاف رنگ
$F(c_1,c_2,...,c_n)$	تابع‌غیرخطی‌غلظت‌رنگها	T	ماتریس‌توابع‌رنگ‌همانندی	λ	طول موج
K	ضریب‌جذب‌کیوبلکا-مانک	t	استاندارد هدفی		

$$\sum_i [\Delta R(\lambda_i)]^2 \to 0 \qquad (1)$$

که $\Delta R(\lambda_i)$ اختلاف بین فاکتورهای انعکاسی نمونهٔاستانداردو نمونهٔ همانند شده است. اگرچه در این نحوهٔ رنگ همانندی، رنگ مستقیماً در نظر گرفته نمی‌شود (رنگ به عنوان نتیجهٔ منبع نوری، جسم و مشاهده کننده)، اختلاف رنگ متعادلی بین نمونه‌های استاندارد و همانند شده در زیر منابع نوری مختلف حاصل می‌شود [۲]. از مزایای این روش رنگ همانندی، عدم محدودیت در تعداد رنگهای به کار رفته است.

ازسوی دیگر رنگ همانندی زیرمنبع نوری خاصی به عنوان رنگ همانندی کالریمتری شناخته می‌شود که در صورت استفاده از اولیه‌های مناسب، مقادیر محرکهای سه گانهٔ[۷] (Z, Y, X) یکسانی برای نمونهٔاستاندارد و نمونهٔ همانند شده، زیر منبع نوری مورد نظر حاصل می‌شوند. به بیان دیگر اختلاف رنگ برابر و یا بسیار نزدیک به صفر بین نمونهٔ استاندارد و نمونهٔ همانند شده زیر یک منبع نوری، هدف یک رنگ همانندی کالریمتری است که می‌توان آن را به صورت زیر بیان نمود:

$$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \to (0, 0, 0) \qquad (2)$$

که $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ اختلاف بین مقادیر محرکهای سه گانهٔ نمونهٔ استاندارد و نمونهٔ همانند شده را نشان می‌دهند.عموماً وقوع پدیدهٔ متاماریزم[۸] در این نوع رنگ همانندی حتمی است، ولی روشهایی برای به حداقل رسانیدن این پدیده پیشنهاد شده است [۲]. مبنای محاسبات مربوط به رنگ همانندی کالریمتری الگوریتم پیشنهادی آلن [۳] است. بر اساس روش پیشنهادی وی تعداد رنگهای به کار رفته در نظریه یک ثابتی کیوبلکا - مانک به سه رنگ و در نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک به چهار رنگ محدود می‌شوند. زیرا صرفاً در چنین حالتهای ماتریسهای تشکیل شده می‌توانند معکوس شوند.

در مقالهٔ حاضر، با استفاده از شبه معکوس ماتریس، روشی برای حل ماتریسهای تشکیل شده در شرایطی که تعداد اولیه‌های به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری محدود به تعداد پیشنهادی در روش آلن نیست پیشنهاد شده است. به عبارتی، با استفاده از روش پیشنهادی، محدودیت در تعداد اولیه‌های به کار رفته در رنگ همانندی لغو شده است. این روش برای نظریه دو ثابتی کیوبلکا-مانک در یک رنگ همانندی کامپیوتری به صورت عملی آزمایش شده که نتایج حاصله در این مقاله نشان داده شده‌اند. کاربرد این روش در نظریه یک ثابتی کیوبلکا - مانک موضوع پژوهش دیگری است که در حال حاضر در دست انجام است.

۲ - نظریه‌های موجود در رنگ همانندی کالریمتری

بر اساس پیشنهاد آلن، شرایط برای رنگ همانندی کالریمتری را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$T.E.R_t = T.E.R_{samp} \qquad (3)$$

به گونه‌ای که T تابع‌رنگ همانندی[۹]، E انرژی نسبی منبع[۱۰]، R انعکاس طیفی[۱۱] بوده و t نشان دهندهٔ هدف[۱۲] و samp مبین نمونه ای است که همانند شده است.

معادلهٔ عمومی بین مقادیر محرکهای سه گانه و غلظت رنگهای به کار رفته را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$\begin{aligned} X_t &= F_1(c_1, c_2, ..., c_N) \\ Y_t &= F_2(c_1, c_2, ..., c_N) \\ Z_t &= F_3(c_1, c_2, ..., c_N) \end{aligned} \qquad (4)$$

که X_t، Y_t، Z_tمقادیرمحرکهای سه گانهٔ هدف بوده و F_1، F_2، F_3 تابع غیر خطی[۱۳] غلظت رنگهای به کار رفته‌اند. c_1، c_2، ... و c_N

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

غلظت این رنگها را نشان می‌دهند. معمولاً با خطی[14] کردن معادله‌های فوق، غلظت رنگهای به کار رفته را می‌توان محاسبه نمود. ولی بدیهی است که چنین عملی منجر به کاهش دقت نتایج حاصل خواهد شد [۴]. از این رو لازم است که دقت غلظتهای محاسبه شده را با استفاده از فرایند تکرار[15] افزایش داد.

چون روش پیشنهادی آلن بر مبنای استفاده از چهار رنگ در نظریه دوثابتی استوار شده است، شکل عمومی معادله ای که در حلقه‌های تکرار بر اساس کار وی ظاهر می‌شود معادله زیر خواهد بود:

$$A_{(3\times 3)} \cdot \Delta c_{(3\times 1)} = \Delta t_{(3\times 1)} \qquad (5)$$

به گونه ای که با چنین محدودیتی، A یک ماتریس مربعی ۳×۳ است که از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$A = T.E[D_k(\Phi_k - K_4 u) + D_s(\Phi_s - S_4 u)] \qquad (6)$$

اجزای معادلهٔ بالا که به گونه ای مرتب شده‌اند تا یک ماتریس معکوس پذیر را فراهم سازند، عبارت اند از:

$$T = \begin{bmatrix} \bar{x}_{400} & \bar{x}_{420} & \cdots & \bar{x}_{700} \\ \bar{y}_{400} & \bar{y}_{420} & \cdots & \bar{y}_{700} \\ \bar{z}_{400} & \bar{z}_{420} & \cdots & \bar{z}_{700} \end{bmatrix}_{3\times 16} \qquad (7)$$

$$E = \begin{bmatrix} E_{400} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{420} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & E_{700} \end{bmatrix}_{16\times 16} \qquad (8)$$

همان گونه که گفته شد، T تابع رنگ همانندی $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$است و E توزیع انرژی نسبی طیفی منبع را نشان می‌دهد.

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} K_{1,400} & K_{2,400} & K_{3,400} \\ K_{1,420} & K_{2,420} & K_{3,420} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{1,700} & K_{2,700} & K_{3,700} \end{bmatrix}_{16\times 3} \qquad (9)$$

و

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} S_{1,400} & S_{2,400} & S_{3,400} \\ S_{1,420} & S_{2,420} & S_{3,420} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{1,700} & S_{2,700} & S_{3,700} \end{bmatrix}_{16\times 3} \qquad (10)$$

که K و S ضریبهای جذب[16] و انتشار[17] کیوبلکا - مانک برای رنگهای مربوطه‌اند.

$$D_k = \begin{bmatrix} (\partial R/\partial K)_{400} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\partial R/\partial K)_{420} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (\partial R/\partial K)_{700} \end{bmatrix}_{16\times 16} \qquad (11)$$

و

$$D_s = \begin{bmatrix} (\partial R/\partial S)_{400} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\partial R/\partial S)_{420} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (\partial R/\partial S)_{700} \end{bmatrix}_{16\times 16} \qquad (12)$$

به گونه ای که

$$(\partial R/\partial K)_i = \frac{-2R_i^2(t)}{S_i(t)(1 - R_i^2(t))} \qquad (13)$$

و

$$(\partial R/\partial S)_i = R_i(t)\,\frac{1 - R_i(t)}{S_i(t)(1 + R_i(t))} \qquad (14)$$

$R_i(t)$ انعکاس هدف را نشان می‌دهد.

$$K_4 = \begin{bmatrix} K_{4,400} \\ K_{4,420} \\ \vdots \\ K_{4,700} \end{bmatrix}_{16\times 1} \qquad (15)$$

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

و

$$S_4 = \begin{bmatrix} S_{4,400} \\ S_{4,420} \\ \vdots \\ S_{4,700} \end{bmatrix}_{16\times 1} \qquad (16)$$

و

$$u = [1 \quad 1 \quad 1]_{1\times 3} \qquad (17)$$

K_4 و S_4 ضریبهای جذب و انتشار کیوبلکا - مانک برای رنگ چهارم هستند.

۳ - اصلاح الگوریتم به منظور عمومی ترکردن آن

معادلهٔ $A.c = t$ که در آن A یک ماتریس $m\times n$ است در نظر گرفته می‌شود. برای حل این معادله دو حالت زیر قابل تصور است:

۱- تعداد مشاهده‌های (m) برابر با تعداد مجهولها باشد،

۲- تعداد مشاهده‌های (m) بزرگتر از تعداد مجهولهای باشد.

در حالت اول که ساده ترین حالت برای حل این معادله است معمولاً روش حذف گوسی[18] استفاده شده و تنها جواب معادله $c = A^{-1}.t$ خواهد بود. حصول چنین حالتی در رنگ همانندی صرفاً در حالت رنگ همانندی کاملاً غیر متاماریکی که بسیار نادر است میسر خواهد بود. حل معادله در حالت دوم با استفاده از حذف گوسی امکانپذیر نیست و باید c را به گونه ای انتخاب کرد که بهترین تطبیق[19] را برای داده‌ها ایجاد کند. به بیان دیگر، در این حالت سعی می‌شود که مقدار خطادر m معادله به حداقل رسانده شود. این روش، یعنی روش حداقل مجذورات[20]، به گونهٔ وسیعی در عملیات رنگ همانندی استفاده می‌شود و درشرایط معکوس پذیر بودن ماتریسها جواب معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$c = (A^T.A)^{-1}A^T.t \qquad (18)$$

رسیدن به معادلهٔ عمومی فوق در رنگ همانندی اسپکتروفتومتری بسیار متداول است. در واقع از این طریق مجذورات اختلافها بین انعکاس نمونه و استاندارد به حداقل رسانده می‌شود.

در رنگ همانندی کالریمتری روش آلن بر مبنای کسب ماتریسهای معکوس پذیر بنا شده است. از این رو ضروری است که تعداد رنگها در نظریه یک ثابتی به سه و در نظریه دو ثابتی به چهار محدود شود. توجیه ریاضی مشکل ایجاد شده این است که در صورت رعایت نکردن محدودیت فوق، به دلیل اینکه ماتریس A ماتریس ویژه[21] می‌شود، معکوس نمودن آن میسر نیست. به بیانی دیگر، ماتریس A در معادلهٔ $A.c = t$ کیفیت مناسب را ندارد و باید از روش دیگری برای حل آن استفاده کرد. در چنین حالتی ماتریسی که معادلهٔ مورد نظر را حل می‌کند شبه معکوس ماتریس A است که با A^+ نشان داده می‌شود. در این صورت غلظت مجهول، c، را به صورت زیر می‌توان به دست آورد:

$$c = A^+.t \qquad (19)$$

A^+ نشان دهندهٔ شبه معکوس ماتریس A و $A^+.t$ حل بهینهٔ مجهول c است. بدیهی است که در صورت مربع بودن ماتریس A، این ماتریس معکوس پذیر است و شبه معکوس آن با معکوسش برابر خواهد بود. ($A^{-1} = A^+$).

از آنجاکه ریشهٔ محدودیت در روش آلن در حصول ماتریسهای معکوسن پذیر است، با چنین راه حلی، محدودیتی که در روش پیشنهادی آلن برای تعداد اولیه‌ها وجود دارد از بین می‌رود و معادلهٔ (۵) که در مرحلهٔ بهینه سازی جواب در حلقه‌های تکرار ظاهر می‌شود حالت کلی زیر را خواهد یافت:

$$A_{(3\times N)}.\Delta c_{(N\times 1)} = \Delta t_{(3\times 1)} \qquad (20)$$

در این معادله N نشان دهندهٔ تعداد رنگهای کاندیدا برای رنگ‌همانندی است و معادلهٔ (۶)به صورت کلی زیر در می‌آید:

$$A = T.E[D_K(\Phi_K - K_N.u) + D_s(\Phi_s - S_N u)] \qquad (21)$$

در معادلهٔ (۲۱) ماتریسهای T، E، D_k، D_s به ترتیب همان ماتریسهای شمارهٔ (۷)، (۸)، (۱۱) و (۱۲) هستند و بقیه‌ماتریسها به

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

حالت کلی تر زیر در آمده‌اند:

$$\Phi_K = \begin{bmatrix} K_{1,400} & K_{2,400} & \cdots & K_{(N-1),400} \\ K_{1,420} & K_{2,420} & \cdots & K_{(N-1),420} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{1,700} & K_{2,700} & \cdots & K_{(N-1),700} \end{bmatrix}_{16\times(N-1)} \quad (22)$$

$$\Phi_S = \begin{bmatrix} S_{1,400} & S_{2,400} & \cdots & S_{(N-1),400} \\ S_{1,420} & S_{2,420} & \cdots & S_{(N-1),420} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{1,700} & S_{2,700} & \cdots & S_{(N-1),700} \end{bmatrix}_{16\times(N-1)} \quad (23)$$

و

$$K_N = \begin{bmatrix} K_{N,400} \\ K_{N,420} \\ \vdots \\ K_{N,700} \end{bmatrix}_{16\times 1} \quad (24)$$

و

$$S_N = \begin{bmatrix} S_{N,400} \\ S_{N,420} \\ \vdots \\ S_{N,700} \end{bmatrix}_{16\times 1} \quad (25)$$

و

$$u = \begin{bmatrix} 1_1 & 1_2 & \cdots & 1_{(N-1)} \end{bmatrix}_{1\times(N-1)} \quad (26)$$

در چنین حالتی، معادلهٔ زیر با توجه به معادلهٔ (۲۰) در تعیین مقدار Δc در حلقه‌های تکرار ظاهر می‌شود.

$$\Delta c_{(N\times 1)} = A^{+}_{(3\times N)} \cdot \Delta t_{(3\times 1)} \quad (27)$$

معادلهٔ (۲۷) که بر مبنای استفاده از شبه معکوس ماتریسهاست بدون هیچ نوع محدودیتی در تعداد رنگهای به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری می‌تواند استفاده شود.

۴ - آزمایشهای عددی و نتایج آنها

چون اصول تمامی‌برنامه‌های رنگ همانندی بر مبنای استفاده از ماتریسهاست، در این مقاله از "مت لب"[۲۲] به عنوان نرم افزاری برای‌انجام عملیات ماتریسی استفاده شده است. روش پیشنهادی برای رنگ همانندی الیاف از قبل رنگ شده ای که از نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک پیروی می‌کنند [۶ و ۷] آزمایش شده است. اولیه‌های به کار رفته الیاف پشمی‌از قبل رنگ شده ای به رنگهای سفید (خودرنگ)، زرد، قرمز،آبی و مشکی بودند. مشخصات انعکاسی این اولیه‌ها در جدول شمارهٔ (۱) نشان داده شده است. برای بررسی‌اثر تعداد رنگهای اولیه به کار رفته در رنگ همانندی، چهار گروه مختلف شامل تعداد متفاوتی از این اولیه‌ها به صورت زیر در نظر گرفته شدند:

گروه اول : زرد، قرمز و آبی (سه رنگ)

گروه دوم : رنگهای گروه اول به علاوهٔ سفید (چهاررنگ)

گروه سوم : رنگهای گروه اول به علاوهٔ مشکی(چهار رنگ)

گروه چهارم : رنگهای‌گروه‌اول‌به‌علاوهٔسفیدومشکی(پنج رنگ)

جدول ۱ - درصد انعکاس الیاف رنگ شده ای که به عنوان اولیه به کار برده شده‌اند

طول‌موج (nm)	٪انعکاس				
	سفید	زرد	قرمز	آبی	مشکی
۴۰۰	۴۴/۴۴	۴/۲۱	۲۴/۹۵	۱۶/۳۵	۲/۳۸
۴۲۰	۴۷/۴۳	۳/۲۵	۲۶/۹۶	۲۰/۹۸	۲/۱۵
۴۴۰	۵۳/۰۵	۳/۶۵	۲۰/۹۵	۲۸/۲۵	۲/۱۱
۴۶۰	۵۷/۶۶	۷/۲۶	۱۴/۰۳	۲۸/۲۸	۲/۱۳
۴۸۰	۶۰/۶۹	۲۲/۷۹	۸/۹۰	۲۰/۶۷	۲/۱۳
۵۰۰	۶۲/۴۵	۴۷/۸۸	۵/۹۷	۱۳/۳۴	۲/۰۹
۵۲۰	۶۳/۲۲	۵۹/۳۰	۴/۵۳	۸/۶۴	۱/۹۶
۵۴۰	۶۳/۳۷	۶۳/۷۱	۴/۰۷	۵/۴۱	۱/۸۱
۵۶۰	۶۳/۱۰	۶۵/۳۳	۴/۲۲	۳/۹۵	۱/۷۱
۵۸۰	۶۲/۵۱	۶۵/۷۶	۶/۰۶	۲/۹۳	۱/۶۵
۶۰۰	۶۲/۴۴	۶۵/۸۹	۱۲/۴۷	۲/۷۱	۱/۶۵
۶۲۰	۶۲/۴۹	۶۵/۹۹	۲۶/۰۸	۲/۶۵	۱/۶۹
۶۴۰	۶۲/۵۲	۶۶/۰۴	۴۴/۰۷	۲/۶۰	۱/۷۶
۶۶۰	۶۳/۷۳	۶۶/۱۴	۵۷/۱۵	۴/۵۳	۲/۰۹
۶۸۰	۶۴/۱۷	۶۵/۴۸	۶۱/۲۲	۱۱/۷۷	۳/۵۹
۷۰۰	۶۳/۶۹	۶۴/۷۷	۶۲/۰۶	۲۵/۹۸	۷/۴۵

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

جدول ۲ - مشخصات پنج نمونهٔ رنگی در سیستم CIELAB که به عنوان استاندارد هدفی انتخاب شده‌اند

شمارهٔ هدف	L*	a*	b*
۱	۳۵/۸۹	۵/۷۸	-۱/۶۲
۲	۴۳/۴۰	-۹/۶۹	۱۹/۵۸
۳	۳۲/۱۸	۹/۸۸	-۵/۷۲
۴	۳۷/۰۸	۲۴/۴۷	-۲۸/۰۶
۵	۴۱/۲۷	۶/۷۷	-۲۸/۵۵

اختلاف رنگ برابر صفر زیر استاندارد نوری[۲۳] $D_{۶۵}$ به عنوان هدف این رنگ همانندی کالریمتری انتخاب شد ($\Delta E_{D_{۶۵}} = ۰$). پنج نمونه ای که به عنوان اهداف رنگ همانندی انتخاب شده‌اند با اختلاط تصادفی الیاف از قبل رنگ شده ای که به عنوان اولیه به کار رفته‌اند تهیه شده‌اند. مشخصات کالریمتری این پنج نمونه زیر استاندارد نوری $D_{۶۵}$ و مشاهده کنندهٔ استاندارد[۲۴] ۱۰^{oc} (CIE۱۹۶۴) در جدول (۲) نشان داده شده‌اند. جدولهای (۳) تا (۷) نیز نتایج رنگ همانندی با گروههای مختلفی از اولیه‌ها را نشان می‌دهند. همان گونه که جدولهای (۳) تا (۷) نشان می‌دهند، به کار بردن رنگ پنجم باعث کاهش مقدار ΔE بین مقادیر تخمین زده و نمونه‌های هدفی شده و به بیان ساده تر افزایش تعداد رنگهای اولیه منجر به همانندی بهتری شده است. به هر حال بدیهی است با اولیه‌های انتخابی که از رنگهای کاملاً متفاوتی برخوردارند امکان منفی شدن مقدار یک یا دو اولیه ممکن بوده که این امر به مفهوم عدم نیاز به حضور چنین رنگ و یا رنگهایی در رنگ همانندی نمونه مورد نظر است. متذکر می‌گردد که علی رغم منفی بودن غلظت (درصد) این رنگها، فرایند تکرار، همگرا بوده و همواره به سوی ΔE کوچکتر میل می‌کند. از آنجایی که در گروه اول تنها سه رنگ به کار برده شده است، این مجموعه فاقد درجهٔ آزادی[۲۵] کافی برای تضمین رنگ همانندی است و عموماً اختلاف رنگ حاصل در مخلوط سه رنگ زرد، قرمز و آبی بیشتر از هدف در نظر گرفته شده ($\Delta E_{D_{۶۵}} = ۰$) است. برای کنترل و بیان متاماریزم، مقدار اختلاف رنگ بین نمونهٔ استاندارد و نمونهٔ همانند شده زیر منبع نوری A نیز محاسبه شده است. همان گونه که در جدولها می‌بینید، استفاده از تعداد بیشتر رنگ باعث کاهش اختلاف رنگ بین نمونه‌ها در زیر منابع نوری دیگر (به طور مثال منبع نوری A) شده است. این نکته به معنی تعادل بهتر در رنگ همانندی و کاهش متاماریزم است.

۵ - نتیجه گیری

در بسیاری از موارد در رنگ همانندی کالریمتری نیاز به استفاده از تعداد بیشتری رنگ نسبت به آنچه که توسط آلن پیشنهاد شده است وجود دارد. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی محدودیتی در تعدادرنگهای شرکت کننده در رنگ همانندی، نظیرآنچه که در روش آلن وجود دارد، وجود نخواهد داشت. همان گونه که در جدولهامی بینید، به دلیل استفاده از تعداد اولیه‌های بیشتر و در نتیجه برخورداری از درجهٔ آزادی بالاتر، با اینکه تنها همانندی در زیر یک منبع نوری ($D_{۶۵}$) هدف بوده است، اختلاف رنگ بین نمونه‌ها بیشتر متعادل شده و این اختلاف در زیر منابع نوری دیگر نیز کاهش یافته است. این امر به نوعی کاهش در متاماریزم را نشان می‌دهد.

جدول ۳ - مقداراختلاف رنگ بین یک نمونه قهوه‌ای تیره‌ته‌قرمز (هدف) ونمونه‌های تخمین زده شده توسط گروه‌های مختلفی ازاولیه‌های به‌کاررفته

شمارهٔ گروه	نسخهٔ محاسبه‌شده براساس الگوریتم پیشنهادی (٪ وزن الیاف)						ΔE	
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی		$D_{۶۵}$	A
۱	۳۵/۱۹	۳۹/۹۸	۲۴/۸۳				۳/۹۳	۴/۶۹
۳	۳۳/۳۶	۳۹/۰۹	۱۵/۷۷		۱۱/۷۹		۰	۱/۵۱
۴	۲۱/۱۳	۳۳/۶۷	۸/۳۶	۱۸/۶۷	۱۸/۶۷		۰	۱/۰۴

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

جدول ۴ - مقداراختلاف رنگ بین یک نمونه سبزته زردکدر(هدف) ونمونه‌های تخمین زده شده توسط گروه‌های مختلفی ازاولیه‌های به‌کاررفته

شمارهٔ گروه	نسخهٔ محاسبه‌شده براساس الگوریتم پیشنهادی (٪ وزن الیاف)					ΔE	
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	$D_{۶۵}$	A
۳	۶۶/۲۶	۸/۰۹	۱۱/۰۳		۱۴/۶۲	۰	۰/۶۲
۴	۶۵/۶۲	۶/۸۰	۱۲/۵۷	۰	۱۵/۱۰	۰	۰/۲۷

جدول ۵ - مقداراختلاف رنگ بین یک نمونهٔ قهوه‌ای تیره(هدف) ونمونه‌های تخمین زده شده توسط گروه‌های مختلفی ازاولیه‌های مورداستفاده

شمارهٔ گروه	نسخهٔ محاسبه‌شده براساس الگوریتم پیشنهادی (٪ وزن الیاف)					ΔE	
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	$D_{۶۵}$	A
۱	۲۸/۳۷	۴۶/۸۴	۲۴/۷۹			۶	۶/۶۳
۳	۲۳/۶۸	۴۶/۸۸	۱۲/۰۴		۱۷/۴	۰	۱/۵۶
۴	۱۱/۱۸	۴۲/۶۳	۳/۸۹	۱۷/۵	۲۴/۸	۰	۱/۰۴

جدول ۶ - مقداراختلاف رنگ بین یک نمونهٔ بنفش(هدف) ونمونه‌های تخمین زده شده توسط گروه‌های مختلفی ازاولیه‌های مورداستفاده

شمارهٔ گروه	نسخهٔ محاسبه‌شده براساس الگوریتم پیشنهادی (٪ وزن الیاف)					ΔE	
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	$D_{۶۵}$	A
۱	۴/۵۹	۷۰/۲۹	۲۵/۱۲			۴/۷۰	۴/۷۳
۲	۰	۵۷/۷۴	۲۲/۱۷	۲۰/۱۵		۰	۰/۱۲
۴	۰	۵۸/۰۷	۲۰/۹۲	۲۰/۴۶	۱/۰۳	۰	۰/۰۴

جدول ۷ - مقداراختلاف رنگ بین یک نمونهٔ آبی(هدف) ونمونه‌های تخمین زده شده توسط گروه‌های مختلفی ازاولیه‌های مورداستفاده

شمارهٔ گروه	نسخهٔ محاسبه‌شده براساس الگوریتم پیشنهادی (٪ وزن الیاف)					ΔE	
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	$D_{۶۵}$	A
۱	۱۱/۶۵	۳۲/۲۳	۵۶/۱۲			۸/۳۷	۱۲/۵۶
۲	۲/۰۶	۱۹/۷۳	۴۲/۴۳		۳۵/۷۷	۰	۰/۷۰

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]

1. colorimetric color matching
2. Allen
3. inversable matrix
4. two constant Kubelka-Munk theory
5. matrix pseudo-inverse
6. spectrophotometric color matching
7. tristimulus values
8. metamerisim
9. color matching function
10. relative spectral power of the light
11. spectral reflectance
12. target
13. nonlinear function of colorant concentrations
14. linearisation
15. iteration
16. Kubelka-Munk absorp -tion coefficient
17. Kubelka-Munk scattering coefficient
18. Gaussian elimination
19. fit
20. least-squares technique
21. singular
22. MatLab
23. standard illuminant
24. standard observer
25. degree of freedom

مراجع

1. Kubelka, P., and Munk, F., "Ein Beitrag Zur Optik der Farbastriche," *Zeitschrift Technische Physik,* Vol. 12, pp. 593-601, 1931.
2. Sluban, B., "Comparison of Colorimetric and Spectrophotometric Algorithm for Computer Matching Prediction," *Color Research and Application Journal*, Vol. 18, pp. 74-79, 1993.
3. Allen, E., "Basic Equations Used in Computer Color Matching, II- Tristimulis Matching, Two Constant Theory," *Journal of the Optical Society of America,* Vol. 64, pp. 991-993, 1974.
4. Kuehni, R.G., *Computer Colorant Formulation*, pp. 11-39, Lexington Books, Massachusetts, 1975.
5. Strang, G., *Linear Algebra and its Applications*, P. 130, Academic Press, New York, 1974.
6. Amirshahi, S.H., and Pailthorpe, M.T., "Application of the Kubelka-Munk Equation to Explain the Color of Blends Prepared from Precolored Fibers," *Textile Research Journal,* Vol. 64, pp. 357-364, 1994.
7. Burlone, D.A., "Theoretical and Practical Aspects of Selected Fiber-Blend Color Formulations," *Color Research and Application Journal,* Vol. 9, pp. 213-219, 1984.

[DOR: 20.1001.1.2251600.1374.14.2.1.6]