

# شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان تحت بار گذاریهای مختلف با استفاده از یک مدل بهینه برای منحنی مغناطیسی

جعفر سلطانی\* و اکبرگزین\*\*

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۴/۱۲/۱۵ - دریافت نسخه‌نهایی: ۱۳۷۵/۵/۳)

چکیده - این مقاله به ارائه روشی مربوط می‌شود که به کمک آن بتوان رفتار ترانسفورماتورهای جریان<sup>۱</sup> را به طور دقیق پیش بینی کرد. در این روش، برای شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان، مدل جدیدی معرفی می‌شود که از دو نقطه نظر وقتبری محاسباتی و حجم حافظه کامپیوتری بهینه است. از نرم افزار معرفی شده در این مقاله می‌توان به جای ترانسفورماتورهای جریان واقعی در ترکیب با دستگاههای آزمون رله برای آزمایش انواع مختلف رله های حفاظتی استفاده کرد.

## Computer Simulation of Current Transformers Using a New Steel-Iron Core Magnetization Model

J. Soltani and AK. Gozine

Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology.

**ABSTRACT-** *This paper is concerned with development of a technique for performance prediction of current transformers (CT), accurately. In this technique, a new optimized model from view-point of both computation time and memory is introduced in order to simulate the current transformers on digital computers. The introduced software in this paper in combination with relay tester equipments can be used instead of the actual CT to test different types of protection relays.*

۱- مقدمه

مطالعه عملکرد نسبتاً دقیق و نیز حصول پاسخهای مربوطه به‌ازای هر نوع شکل موج جریان اولیه (عارض شده از هرگونه خطا و یا کاز ناپایدار و همچنین جریان معوج شده هارمونیک) تحت هر نوع بارگذاری (مقاومتی، سلفی و خازنی و یا ترکیبی از آنها) فراهم خواهد آمد، به طوری که این پاسخها می‌توانند بسیار نزدیک به انواع مشابه به دست آمده از آزمایشها عملی آن باشند. به علاوه از این

رفتار ترانسفورماتورهای جریان در حالت‌های گذرا به‌ویژه انواع حفاظتی آنها اهمیت ویژه‌ای دارد. در صورتی که یک مدل کامپیوتری مناسب از آنها پیشنهاد شود، به کمک این مدل امکان

\* استادیار \*\* فارغ التحصیل کارشناسی ارشد

فهرست علائم

$i_1(t)$	جریان لحظه‌ای عبوری از کلید قبل از وقوع خطا	$H_{kc}$	K امین مقدار چگالی شدت میدان مغناطیسی محاسبه شده برای هسته
$I_1$	برحسب آمپر دامنه جریان لحظه‌ای سینوسی عبوری از کلید قبل از وقوع خطا	$H_{km}$	K امین مقدار اندازه‌گیری شده چگالی القایش مغناطیسی هسته به‌طور عملی
$\omega_0$	فرکانس زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه	$i_1, i_2$	به ترتیب مقادیر جریانهای لحظه‌ای اولیه و ثانویه ترانسفورماتور جریان امیدانس اپراتوری بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب اهم
$\theta$	زاویه فاز تعیین‌کننده لحظه وقوع خطا برحسب رادیان	$Z_b$	امیدانس اپراتوری بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب اهم
$\alpha$	زاویه فاز امیدانس مدار برحسب رادیان	$R_b, L_b$	به ترتیب مقاومت و القایش بار ثانویه برحسب اهم و هانری
$T_p$	ثابت زمانی مدار برحسب ثانیه	$R_r, L_r$	به ترتیب مقاومت و القایش پراکنندگی سیم‌پیچ ثانویه ترانسفورماتور جریان نسبت دورهای سیم‌پیچ ثانویه به اولیه ترانسفورماتور جریان
$I_{1k}$	دامنه جریان پایدار اتصال کوتاه مدار	$n$	نسبت دورهای سیم‌پیچ ثانویه به اولیه ترانسفورماتور جریان
$H$	چگالی شدت میدان مغناطیسی هسته آهنی برحسب آمپر دور بر متر	$L_m$	لحاظ مغناطیسی
$B$	چگالی القایش مغناطیسی هسته برحسب تسلا	$i_m(t)$	غیرخطی هسته جریان مغناطیس‌کننده هسته
$\Phi$	شار مغناطیسی عبوری در هسته برحسب وپر	$C_b$	ظرفیت خازن بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب فاراد
$I_m$	دامنه مؤلفه جریان مغناطیس‌کننده هسته	$V$	حجم صفحه آهنی برحسب متر مکعب
$C'_k$	K امین مقدار ضریب ثابت چندجمله‌ای مبین مدل ریاضی منحنی مغناطیسی هسته (مدل شار برحسب جریان مغناطیس‌کننده)	$T$	پریود موج ولتاژ سینوسی تغذیه‌کننده صفحه آهنی برحسب ثانیه
$C_1, C_N$	ضرایب ثابت مدل دو جمله‌ای منحنی مغناطیسی هسته (مدل چگالی القایش مغناطیسی برحسب شدت میدان مغناطیسی)	$\delta$	ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه آهنی برحسب معکوس اهم - متر چگالی جریانهای فوکوی
$B_k$	K امین مقدار محاسبه‌کننده چگالی القایش مغناطیسی	$J$	
$t, d$	ایجاد شلده در صفحه آهنی برحسب امپر بر متر مربع به ترتیب ضخامت و عمق صفحه آهنی برحسب متر		
$F$	فرکانس موج لحظه‌ای ولتاژ سینوسی تغذیه‌کننده صفحه آهنی برحسب سیکل در ثانیه		
$B_{max}$	چگالی بیشینه القایش مغناطیسی در صفحه آهنی برحسب تسلا		
$P_e$	متوسط توان تلفاتی ناشی از جریانهای فوکو در صفحه آهنی برحسب وات		
$\eta$	ضریب بی‌نظمی تلفات فوکو در هسته آهنی		
$P_{em}, P_{ec}$	به ترتیب متوسط مقادیر توانهای تلفاتی فوکوی اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در هسته آهنی برحسب وات		
$v(t)$	ولتاژ لحظه‌ای سینوسی دو سر القایش مغناطیسی هسته آهنی		
$V_{rms}$	مقدار مؤثر ولتاژ قرار گرفته بر روی دو سر القایش مغناطیسی هسته برحسب ولت		
$A, l$	به ترتیب مقادیر سطح مقطع و طول متوسط هسته آهنی		
$R_e$	مقاومت مجازی مبین تلفات فوکو در هسته برحسب اهم		
$C'_1$ و $C'_N$	ضرایب ثابت در مدل ریاضی حلقه‌پسماند		
$i_c(t), i_e(t)$	به ترتیب جریان معادل هسته و جریان معادل تلفات فوکو		

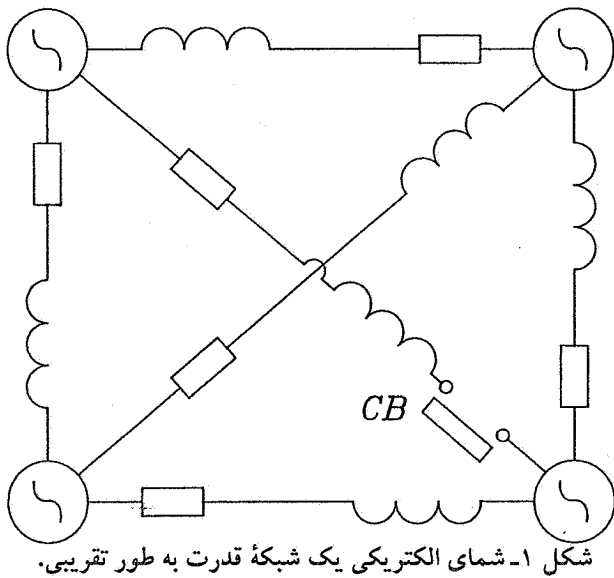
ضرایب ثابت آنها براساس اطلاعات عملی به‌دست آمده از هسته و به‌کارگیری روش حداقل مربعات خطا محاسبه می‌شوند [۵،۴ و ۶]. مدل پیشنهادی در مرجع [۶] یک تقریب دو جمله‌ای است که جریان مغناطیس‌کننده هسته را بر حسب شار آن بیان می‌کند. این مدل تقریبی در مقایسه با مدل‌های دیگری دارای وقتبندی کم محاسباتی ولیکن از دقت کمتری نسبت به سایر مدل‌های چندجمله‌ای برخوردار است.

مقاله حاضر با ایده گرفتن از مدل‌های ارائه شده در مراجع [۵،۴ و ۶] به‌ویژه [۶]، یک مدل دو قسمتی جدید را پیشنهاد می‌کند که نسبت به مدل‌های قبلی و خود مدل [۶] دارای دقت بالاتر و همچنین به‌نحو قابل توجهی دارای وقتبندی کم محاسباتی و حجم ذخیره‌سازی کامپیوتری کمتری است (اقتصاد خوب کامپیوتری). این روش، منحنی مغناطیسی هسته را از مبدأ مختصات تا تقریباً نقاط ۲۰٪ بالاتر از نقطه زانویی و قسمت دوم آن بالاتر از این نقاط

مدل می‌توان به‌جای CTهای واقعی در سیستم‌های روی خط<sup>۲</sup> و خارج خط<sup>۳</sup> همراه با دستگاه‌های آزمون رله‌های جریان زیاد، واتمتری و دیستانس در سیستم‌های انتقال و توزیع انرژی الکتریکی استفاده کرد. بدین وسیله از انجام آزمایش‌های پرهزینه و نسبتاً مشکل بر روی CTهای واقعی جلوگیری خواهد شد.

تاکنون تعداد قابل توجهی از این مدل‌ها توسط تنی چند از محققان پیشنهاد شده است که بعضی از آنها در فهرست مراجع به پیوست آمده است. به‌طور کلی این مدل‌ها به‌دو دسته تک‌مقداره و نمایی و چند جمله‌ای از نقطه نظر (H و B) منحنی مغناطیسی هسته تقسیم‌بندی می‌شوند. مدل‌های تک‌مقداره نمایی را می‌توان در مراجع [۲،۳ و ۷] جستجو کرد.

مدل‌های چندجمله‌ای کاملاً متفاوت با مدل‌های نمایی اند. در این مدل‌ها رابطه بین شدت میدان مغناطیسی (H) هسته با چگالی شار آن (B) در غالب توابع چندجمله‌ای با درجات فرد صحیح‌اند که



یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی را مدل‌سازی می‌کند. ضرایب این مدل دو قسمتی مانند مدل‌های پیشین با استفاده از نقاط اندازه‌گیری شده و کاربرد روش حداقل مربعات خطا به دست می‌آیند. کارایی آن برای چند نمونه مختلف هسته آزمایش شده و نتایج به دست آمده انطباق نسبتاً عالی را بر منحنی‌های عملی مربوطه نشان می‌دهد. این منحنیها همچنین با به کارگیری مدل‌های پیشنهادی در مراجع [۴، ۵، ۶] نیز به دست آمده‌اند و سپس همه آنها یکجا همراه با منحنی‌های عملی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. ضمن نوشتن یک برنامه اصلی کامپیوتری و چند زیر برنامه مربوطه، شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان با استفاده از مدل پیشنهادی در این مقاله برای انواع بارگذارهای مختلف (مقاومتی، سلفی و خازنی) در ثانویه انجام گرفته است. لازم به ذکر است که این نرم‌افزار قادر است همین نتایج را با به کارگیری سایر مدل‌های قبلی نیز در اختیار گذارد. به علاوه این مدل‌سازی همچنین با در نظر گرفتن تلفات هسته (شامل مدل تلفات فوکو به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس و مدل کامل خود حلقه‌پسماند هسته) نیز انجام گرفته است. شایان توجه است که صرف نظر از پیشنهاد این مدل بهینه جدید، نتایج مربوطه به هر نوع بارگذاری به ویژه بارهای خازنی، مقاومتی برای اولین بار است که توسط این مقاله ارائه می‌شود.

## ۲- نظریه مقاله

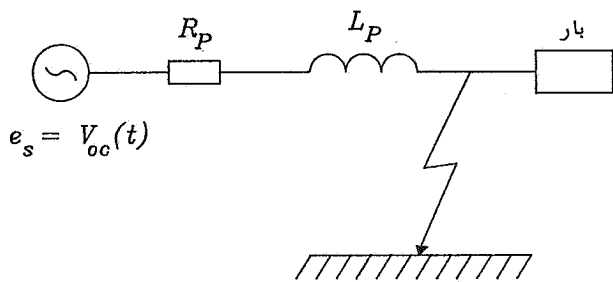
### ۲-۱- مدل تقریبی ریاضی جریان اولیه ترانسفورماتورهای جریان

هنگامی که در یک شبکه قدرت از ادمیتانس شنت خطوط انتقال و ترانسفورماتورها صرف نظر شود، در این صورت مدل تک خطی این شبکه را می‌توان به صورت شکل (۱) نشان داد. بایستی توجه کرد که در این مدار منابع ولتاژ در واقع همان ولتاژهای القایی بی‌باری تحریک پشت راکتانسهای سنکرونی در ماشینهای سنکرون هستند. در ثانی هرگاه یک کلید قدرت مانند CB بسته شود، جریان عبوری از آن در حوزه فرکانس را به طور تقریبی می‌توان از معادله (۱) به دست آورد. این جریان می‌تواند عارض شده از وقوع هرگونه خطای الکتریکی (در یک نقطه معین از شبکه) و یا ناشی از عمل کلید زنی باشد.

$$i_1(t) = I_1 \sin(\omega t) \quad (2)$$

در معادله (۱)،  $V_{OC}(s)$  عبارت است از ولتاژ معادل تونن از دو سر کلید و  $Z_{OS}(s)$  امپدانس دیده شده (امپدانس معادل تونن) از آن دو سر است. دقت شود که در شبکه فرضی شکل (۱)، ولتاژ  $V_{OC}(t)$  همواره سینوسی ماندگار فرض شده است و بدین معناست که در هنگام بروز خطاهای الکتریکی، از حالت‌های دینامیکی ماشینهای سنکرون و احتمالاً بارهای دینامیکی تقریباً بالاتر از ۱۰۰KW (منظور موتورهای القایی پر قدرت است) صرف نظر شده است. برای به دست آوردن عبارت دقیق جریان عبوری از کلید به خاطر کلیدزنی یا بروز هرگونه خطا در شبکه لازم است که تمام مسائل فوق الذکر به طور کامل به حساب آورده شوند و مطلب مهم دیگر آنکه معادله (۱) جریانهای فرکانس بالای ناشی از امواج سیار ناشی از صاعقه و کلیدزنیها را نیز مدنظر قرار نمی‌دهد.

شکل (۲) مدار معادل تونن به دست آمده از دو سر کلید را در شبکه شکل (۱) نشان می‌دهد که در آن در محل کلید CB یک خطای سه فاز متقارن به وقوع پیوسته است. در این مدار جریان عبوری از کلید قبل از وقوع خطا به صورت زیر فرض شده است.



شکل ۲- وقوع اتصال کوتاه سه فاز متقارن در یک شبکه قدرت ساده

تکمقداره چندجمله‌ای نیز توسط محققان ارائه دهنده آنها در مراجع [۶ و ۵، ۴] نسبت به مدل‌های قدیمی‌نمایی [۷ و ۳، ۲، ۱] به اثبات رسیده است لذا در اینجا ابتدا مدل‌های چندجمله‌ای را به طور کلی مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس مبادرت به معرفی یک مدل بهینه دو قسمتی جدید می‌کنیم.

مدل‌های چندجمله‌ای کاملاً متفاوت با مدل‌های نمایی هستند زیرا در آنها شدت میدان مغناطیسی  $H$  برحسب چگالی شار  $B$  به صورت یک تابع چندجمله‌ای مطابق مدل پیشنهادی در مرجع [۵] و یا در مرجع [۶] است. این چند جمله‌ایها ارتباط چگالی شدت میدان مغناطیسی ( $H$ ) را با چگالی شار مغناطیسی ( $B$ ) در هسته و یا ارتباط جریان مغناطیس کننده هسته ( $i_m$ ) را برحسب شار آن بیان می‌کنند. این مدل‌ها به قرار معادلات (۴-الف) و (۴-ب) معرفی شده‌اند.

$$H = \sum_{k=1}^9 C_k B^k \quad (۴-الف)$$

$$i_m = \sum_{k=1}^9 C'_k \Phi^k \quad (۴-ب)$$

در این دو معادله، ضرایب  $C_k$  و  $C'_k$  اعداد ثابت صحیح فرد مثبت‌اند که بر اساس روش حداقل مربعات خطا و به کمک نقاط اندازه‌گیری شده عملی محاسبه می‌شوند. در بسیاری از حالات دو مدل فوق‌الذکر به صورت دو جمله‌ای (توسط بعضی از محققان) به کار گرفته شده‌اند که عبارت‌اند از:

با مراجعه به شکل (۲)، به سادگی می‌توان معادله ریاضی جریان عبوری از کلید  $CB$  را به شکل زیر با توجه به شرایط اولیه قبل از وقوع خطا به دست آورد [۱].

$$i_1(t) = I_{1k} [\sin(\omega t + \theta - \alpha) + \sin(\theta - \alpha) e^{-t/Tp}] + I_{10} \sin(\omega t) e^{-t/Tp} \quad (۳)$$

$t$  زمانهای بعد از وقوع خطاست.

در این معادله  $\theta$  زاویه فاز تعیین کننده لحظه وقوع خطاست که از آخرین قله مثبت و لتاژ قبل از وقوع خطا اندازه‌گیری می‌شود،  $\alpha$  برابر با است  $\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$  و  $Tp$  ثابت زمانی مدار و برابر  $\frac{L}{R}$  و بالاخره  $I_{10}$  و  $I_{1k}$  به ترتیب مقادیر بیشینه جریانهای پایدار اتصال کوتاه و جریان مدار قبل از عارض شدن خطا هستند.

در صورتی که از جریان عبوری از مدار شکل (۲) قبل از وقوع خطا صرف نظر شود، بر حسب مقادیر مختلف مقدار فاز  $(\theta - \alpha)$  (الف) برابر صفر و (ب) برابر  $\pm \frac{\pi}{4}$  به ترتیب عبارتهای  $dc$  گذرا حذف و یا با حداکثر مقدار خود در معادله (۳) ظاهر خواهند شد. برای وقتی که جریان پایدار مدار قبل از وقوع خطا مخالف صفر است، جریان خطای به دست آمده از معادله (۳) در آخر مقاله طی شکل (۸) نمایش داده شده است. در این شکل جریان بیشینه ماندگار اتصال کوتاه سه فاز متقارن یعنی  $I_{1k}$ ، ۱۶ برابر جریان بیشینه مدار قبل از خطا یعنی ( $I_{10}$ ) فرض شده است. نکته قابل توجه در این قسمت آن است که مدل تقریبی ارائه شده برای جریان خطا توسط معادله (۳) صرفاً یک مثال ساده و تقریبی است، بدیهی است مدلی که در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفته است آماده است تا پاسخهای مختلف و لتاژ، جریان و نظایر آن را در ثانویه  $CT$  به ازای هر نوع شکل موج دلخواه جریان اولیه در اختیار بگذارد.

۲-۲- مدل‌های ریاضی مشخصه  $B/H$  هسته  $CT$  یا مدل‌های ریاضی مربوط به منحنی مغناطیسی هسته آهنی ترانسفورماتورهای جریان

از آنجایی که هدف این مقاله ارائه یک مدل بهینه دو قسمتی (از خانواده مدل‌های دو جمله‌ای) است و از طرفی برتری مدل‌های

$$H = C_1 B + C_N B^N \quad (5-الف)$$

$$i_m = C'_1 \Phi + C'_N \Phi^N \quad (5-ب)$$

برای  $N = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$

در این معادله  $H_{Kc}$  شدت میدان محاسبه شده به ازای  $K$  امین مقدار محاسبه شده چگالی شار  $B_K$  است. برای اعمال روش حداقل مربعات خطا به منظور تعیین ضرایب  $C_i$  در معادله (۷) بایستی تابع زیر را کمینه کنیم [۹].

$$\Phi = \sum_{k=1}^N [H_{KM} - \sum_{i=1}^N C_i B_K^i]^2 \quad (8)$$

توجه:  $H_{KM}$ ،  $K$  امین شدت میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده است.

مثلاً امین معادله از این دسته معادلات عبارت است از:

$$\frac{\sigma \Phi}{\sigma C_i} = \gamma \sum_{i=1}^N \{ [-H_{KM} + \sum_{i=1}^N C_i B_K^i] + [B_K^i] \} = 0 \quad (9)$$

(i ≠ j)

و یا

$$\sum_{i=1}^N [(C_i B_K^i) (B_K^i)] = \sum_{i=1}^N H_{KM} B_K^i \quad (10)$$

که می‌توان به سادگی دسته معادلات را به شکل ماتریسی زیر تبدیل کرد:

$$[B_1] [C] = [B_2] [H_{KM}] \quad (11-الف)$$

در این معادله برداری، درجه ماتریسهای  $B_1$  و  $B_2$   $(N \times N)$ ،  $[C]$  و  $[H_{KM}]$  بردارهای  $N$  مولفه‌ای هستند. با استفاده از معادله ماتریسی (۱۱-الف)، دسته ضرایب  $[C]$  به قرار زیر محاسبه می‌شوند

$$[C] = [B_1]^{-1} [B_2] [H_{KM}] \quad (11-ب)$$

بدیهی است که درصد دقت ضرایب محاسبه شده  $[C]$  بستگی به عدد  $k$  یعنی تعداد نقاط اندازه‌گیری شده و درجه چند جمله‌ای یعنی  $N$  دارد.

این روش به طور مشابه برای مدل‌های دو جمله‌ای معادلات (۵-الف) و (۵-ب) و مدل‌های دو قسمتی پیشنهادی در معادلات

به عنوان یک مدل بهینه از دو نقطه نظر دقت نسبتاً بالای انطباق و اقتصاد خوب کامپیوتری توأم با هم، برای شبیه‌سازی CTها، در این مقاله یک مدل دو قسمتی جدید به صورت زیر پیشنهاد شده است به طوری که قسمت اول آن، منحنی مغناطیسی هسته فولادی CT را از مبدأ مختصات تا نقاط تقریباً حدود ۲۰٪ بالاتر از نقطه زانویی و قسمت دوم بالاتر از این نقاط یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی هسته را مدل می‌کنند و آنها عبارت‌اند از:

$$H = \sum_{k=1}^N C_k B^k \quad (6-الف)$$

$$H = C_m B^m \quad (6-ب)$$

در معادلات بالا،  $N$  هر عدد فرد صحیح دلخواه مثبت و  $m$  هر عدد دلخواه حتی غیر صحیح هم می‌تواند باشد. علاوه بر مدل دو قسمتی مذکور در معادلات (۶-الف) و (۶-ب)، با اندکی تغییر مدل دو قسمتی دیگری نیز مورد مطالعه قرار گرفته است که اختلاف جزئی این دو مدل فقط در قسمت دوم آنها یعنی برای نقاط بالاتر از ۲۰٪ نقطه زانویی است. که در معادله (۶-ب) عبارت  $C_1 B$  نیز به آن اضافه می‌شود.

در تمامی مدل‌های تکمقداره (نمایی و یا چندجمله‌ای) یک قسمتی و یا دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله، برای تعیین ضریب از اطلاعات مربوط به یکسری نقاط اندازه‌گیری شده و روش حداقل مربعات خطا استفاده می‌کنیم. فرض کنید معادله یک مقدره تبیین کننده مشخصه هسته به شکل زیر داده شده باشد:

$$H_{Kc} = \sum_{i=1}^N C_i B_K^i \quad (7)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{(R_p + R_b)i_1 + (L_p + L_b)(di_1/dt) - (R_p + R_b)i_m}{n + (L_p + L_b)di_m/d\Phi} \quad (13-الف)$$

که در آن  $n$  نسبت تبدیل ترانسفورماتور است. همچنین داریم:

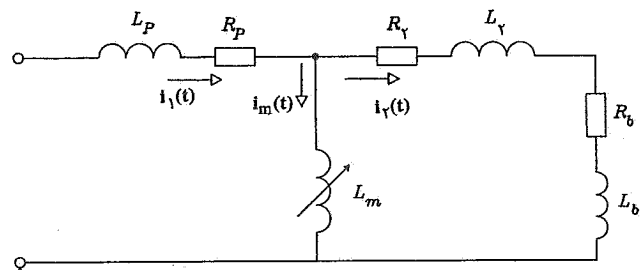
$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \quad (13-ب)$$

برای هر مدل انتخابی برای منحنی مغناطیسی هسته، به سادگی می توان عبارت ریاضی  $\frac{di_m}{d\Phi}$  مربوطه را استخراج و در معادله (13-الف) جایگزین کرد و از طرفی طبق معادله  $i_1 = i_m + i_p$  که از مدار شکل (3) استخراج می شود و نیز معادله (13-الف)، جریان  $i_p$  نیز در تابعی از شار هسته یعنی  $\Phi$  به دست می آید و بالتیجه این معادله تبدیل به یک معادله دیفرانسیل غیرخطی درجه دوم بر حسب  $\Phi$  مربوط به هر مدل انتخابی از مدل های مشروح در بخش (2) خواهد شد.

خالی از لطف نیست که تذکر دهیم برای آنکه معادله  $H=f(B)$  را تبدیل به معادله  $i_m = f(\Phi)$  کنیم بایستی از دو معادله  $\Phi = A.B$  و  $H.l = nI$  استفاده کرد که،  $A$  سطح مقطع هسته،  $l$  طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید درون هسته و  $n$  نسبت تبدیل است (در واقع تبدیل ضرایب  $C$  به ضرایب  $C'$ ). برای هر مدل انتخابی، به کمک معادله (13-الف)، معادله دیفرانسیلی غیر خطی  $\Phi$  بر حسب زمان به دست آمده مربوطه را می توان با استفاده از روش های عددی حل کرد.

3-2- معادله دیفرانسیل شار هسته در یک بار خازنی و مقاومتی

عموماً بارگذاری ترانسفورماتورهای جریان به صورت مقاومتی، سلفی هستند و در مواردی هم ممکن است این بار به صورت خازنی، مقاومتی باشد. به عنوان مثال می توان به (الف): رله های الکترومغناطیسی وصل مجدد<sup>5</sup> که دارای حافظه خازنی هستند (ب): رله هایی که براساس جداسازی مؤلفه های مثبت و منفی و صفر جریان نامتعادل سه فاز شبکه با به کارگیری فیلترهای  $R, L, C$  کار می کنند و (ج): رله هایی که مانع قطع ترانسفورماتورهای قدرت و توزیع به خاطر جریان بالای هجومی آنها می شوند و براساس



شکل 3- مدار الکتریکی یک CT در بار سلفی، مقاومتی.

(6-الف) و (6-ب) قابل اجراست. در مدل های دو قسمتی توان قسمت اول یعنی  $N$  عدد صحیح فرد مثبت و در قسمت دوم آن  $m$  می تواند هر عدد دلخواه حتی غیر صحیح هم باشد. نکته قابل توجه در اینجا آن است که در مدل های چند جمله ای، درجه کثیرال جمله  $N$  از پیش تعیین شده است ولیکن در مدل دو قسمتی پیشنهادی (هر دو درجات  $N$  و  $m$ ) از پیش تعیین شده نیستند و این ضرایب پس از چند تکرار با روش سعی و خطا طوری محاسبه می شوند که هر دو خصلت مهم اقتصاد خوب کامپیوتری و دقت نسبتاً بالا را در کنار یکدیگر برای مدل فراهم آورند.

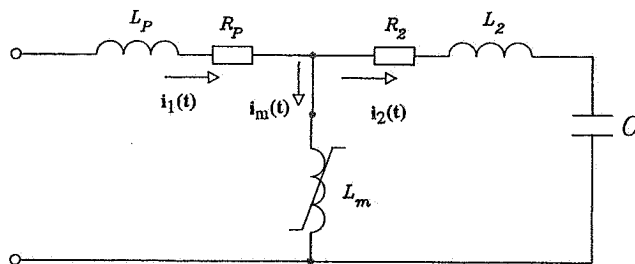
3- مدل الکتریکی CT

3-1- مدل الکتریکی CT با استفاده از مدل های تکمقداره

مانند ترانسفورماتورهای معمولی تکفاز، مدل الکتریکی CT را می توان به صورت شکل (3) نمایش داد، در این شکل  $i_1$  جریان اولیه و بعنوان ورودی CT است و براساس مدل های تکمقداره، جریان مغناطیس کننده هسته در تابعی از شار به صورت زیر است:

$$i_m = f(\Phi) \quad (12)$$

در این مدار نیز از تلفات هسته صرف نظر شده و هسته بر مبنای رابطه تکمقداره (12) به صورت یک القایش غیرخطی  $L_m$  مدل سازی شده است. امپدانس بار  $Z_b$  مثلاً در بار سلفی و مقاومتی به صورت  $Z_b = R_b + PL_b$  است که در آن  $P$  اپراتور مشتق است. به سادگی می توان از مدار شکل (3) معادله زیر را استخراج کرد:



شکل ۴- مدار الکتریکی یک CT در بار خازنی، مقاومتی

هارمونیک دوم این جریان کار می‌کنند اشاره کرد. برای جداسازی این مؤلفه هارمونیک دوم نیز لازم است از فیلترهای  $R, L, C$  استفاده کرد. از این جهت لازم است رفتار CT ها را در بارگذاریهای خازنی نیز مورد مطالعه قرار داد.

فرض کنید به جای بار سلفی  $Z_b = R_b + j\omega L_b$  یک بار خازنی و مقاومتی را مطابق شکل (۴) در ثانویه ترانسفورماتور داشته باشیم. از روی این شکل می‌توان معادله زیر را به سادگی به دست آورد.

$$n \frac{d^2\Phi}{dt^2} = \frac{1}{C_b} (i_1 - i_m) + R \frac{d}{dt} (i_1 - i_m) + L_p \frac{d^2}{dt^2} (i_1 - i_m) \quad (14)$$

$i_1$  طبق معادله (۳) فرض می‌شود.

برای هر مدل مشروح در بخش (۲)، معادله (۱۴) تبدیل به یک معادله دیفرانسیل غیرخطی بر  $\Phi$  بر حسب  $t$  مربوط به آن مدل انتخابی خواهد شد. این معادله اندکی پیچیده‌تر از معادلات نظیر به دست آمده در بارهای سلفی خواهد بود که بایستی آن را با استفاده از روش تفاضل متناهی<sup>۶</sup> و با توجه به شرایط مرزی یعنی  $\Phi(0)$  و نیز  $\frac{d\Phi}{dt}(0)$  که در واقع همان ولتاژ اولیه بر دو سر خازن  $C_b$  یعنی  $V_{cb}(0)$  است، براساس دو معادله زیر حل کرد [۸ و ۹].

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi(m+1) - \Phi(m)}{\Delta t} \quad (الف-۱۵)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = \frac{\Phi(m+1) - 2\Phi(m) + \Phi(m-1)}{(\Delta t)^2} \quad (ب-۱۵)$$

از دو معادله بالا برای هر مدل انتخابی، معادله دیفرانسیل غیرخطی  $\Phi$  بر حسب زمان  $t$  تبدیل به یک معادله دیفرانسیل

خطی بر حسب  $\Phi$  خواهد شد که بایستی در هر تکرار بر حسب انتخاب فاصله زمانی مناسب برای  $\Delta t$  حل شود. راه حل به این ترتیب است که در شروع محاسبات یا در تکرار اول با معلوم بودن شرایط مرزی یعنی  $\Phi(0)$  و  $\frac{d\Phi}{dt}$ ، به کمک معادله (الف-۱۵) مقدار  $\Phi(1)$  و سپس از معادله (ب-۱۵) مقدار (۱)  $\frac{d^2\Phi}{dt^2}$  به دست آید و آن گاه به کمک معادله دیفرانسیل غیرخطی مذکور  $\Phi$  بر حسب  $t$ ، مقدار  $\Phi(2)$  محاسبه و به همین ترتیب در تکرارهای بعدی عمل کرد.

#### ۴- مدل‌های چندمقداره هسته CT

در مدل‌های چندمقداره بایستی تلفات هسته شامل تلفات فوکو و مدل حلقه پسماند را نیز به حساب آورده شوند. تلفات فوکو ترکیب ظاهری از تلفات مربوط به جریانهای فوکو و تلفات غیرعادی آن نشان داده است که برای یک فرکانس معین با افزایش چگالی بیشینه فلوی مغناطیس تلفات هسته افزایش می‌یابد، از طرف دیگر میزان تلفات به ابعاد هسته نیز بستگی دارد [۱۱ و ۱۳].

یک روش کلاسیک برای محاسبه تلفات ناشی از جریانهای فوکو استفاده از معادلات ماکسول است و آن بدین ترتیب است که برای یک صفحه مستطیلی با ابعاد نامتناهی و ضخامت  $d$ ، تلفات جریانهای مذکور از معادله زیر به دست می‌آید [۱۳].

$$P_e = \frac{2}{T} \int_0^T \int_V \frac{J^2}{\sigma} \cdot dV dt \quad (الف-۱۶)$$

در این معادله  $T$  پرورد نوسان،  $V$  حجم صفحه مورد نظر،  $J$  چگالی جریانهای فوکو و  $\sigma$  ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه است. با استفاده از معادله (الف-۱۶)، در مرجع [۱۳] فرمول زیر برای محاسبه تلفات فوکو در یک هسته فولادی ارائه شده است.

$$P_e = (\pi f t B_{max})^2 / 6 \rho d \text{ Watts/kg} \quad (ب-۱۶)$$

$f$  فرکانس،  $t$  ضخامت ورقه و  $d$  عمق صفحه مستطیلی و  $\rho$  مقاومت

مخصوص آن صفحه است.

[۱۳] منحنیهای تغییرات ضریب بی‌نظمی در تابعی از فرکانس برای چند نمونه هسته رسم شده است. با مراجعه به این منحنیها مشاهده می‌شود که ضریب بی‌نظمی بین ۱/۶۶ تا ۷/۲۸ تغییر می‌کند. این منحنیها را می‌توان به سه ناحیه تقسیمبندی کرد(الف): در زیر فرکانسهای قدرت که تغییرات ضریب بی‌نظمی قابل توجه است (ب): بالاتر از فرکانسهای قدرت که این ضریب تقریباً ثابت و برابر ۲ است (ج): برای فرکانسهای قدرت این ضریب برابر ۲/۵ است. بر اساس توضیحاتی که داده شد می‌توان با در نظر گرفتن ضریب بی‌نظمی و به کمک معادله (۱۶-ج)، برای هر نمونه هسته آهنی بدون در دست داشتن تلفات واقعی فوکوی اندازه‌گیری شده، مقدار این تلفات را با تقریب بسیار خوبی محاسبه کرد. آنگاه می‌توان با به‌کارگیری معادلات (۱۷-الف، ب و ج) که به دنبال آورده شده‌اند، این تلفات را در غالب یک مقاومت  $R_e$  ثابت مستقل از فرکانس که در مدل CT موازی با راکتانس مغناطیسی قرار می‌گیرد مدل‌سازی کرد. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت آن است که در محاسبه مقاومت  $R_e$  فقط اثر هارمونیک اصلی میدان مغناطیسی هسته به حساب آمده است ولی معمولاً در حالت‌های گذرا علاوه بر این هارمونیک، هارمونیکهای دیگر نیز حضور دارند که البته اگر خواسته باشیم آنها را هم به حساب آوریم اندازه  $R_e$  اندکی با مقدار محاسبه شده تفاوت پیدا می‌کند. لیکن، بایستی توجه داشت که این اختلاف بسیار جزئی بوده و از طرف دیگر یک روش تحلیلی هم برای این کار نمی‌توان یافت. به عنوان مثال بر اساس معادلات زیر که از مرجع [۱۳] گرفته شده است، فرایند محاسبه  $R_e$  برای یک CT معین با مشخصات داده شده به دنبال آورده شده است.

$$v(t) = n.A. \frac{dB}{dt} \quad (۱۷-الف)$$

$$R_e = \frac{V_{rms}^2}{P_{em}} \quad (۱۷-ب)$$

و از طرفی برای شار مغناطیسی سینوسی داریم:

$$V_{rms} = 4/4 \pi n f A B_{max} \quad (۱۷-ج)$$

پس:

اساساً بین نتایج به‌دست آمده از فرمول (۱۶-ب) و آنچه که در عمل رخ می‌دهد تفاوت قابل توجهی وجود دارد لذا تفاوت بین مقادیری که از فرمول به‌دست می‌آید با مقادیر اندازه‌گیری شده مورد توجه محققان قرار گرفته است. توجیهی که در این زمینه ارائه می‌شود به مبانی علمی روش به‌دست آوردن فرمول فوق‌الذکر بر می‌گردد که دراصل به وضعیت تلفات غیر عادی در مواد فرومغناطیسی و به نایکنواختی توزیع جریانهای فوکو در ماده مربوط می‌شود. در حالی که توزیع یکنواخت جریانهای مذکور اساس محاسبه تلفات کلاسیک قرار می‌گیرند. می‌دانیم که جریانهای فوکو در اطراف دیواره متحرک ناحیه متمرکز است [۱۳ و ۱۱]. بنابراین برای تصحیح نتایج حاصل از فرمول (۱۶-ب) بایستی یک ضریب موسوم به ضریب بی‌نظمی که برابر است با نسبت تلفات واقعی تلفات مذکور فوکو به تلفات کلاسیک (به‌دست آمده از معادله زیر) که عددی بزرگتر از یک است تعیین کرد به‌طوری که:

$$(۱۶-ج) \quad \eta = \frac{\text{تلفات بی‌نظمی} + \text{تلفات کلاسیک}}{\text{تلفات کلاسیک}} = \frac{\text{تلفات واقعی فوکو}}{\text{تلفات کلاسیک فوکو}}$$

هر چه فرکانس افزایش یابد این ضریب نیز کاهش می‌یابد. برای فرکانسهای کمتر از ۱۰ HZ، علت اصلی افزایش تلفات بی‌نظمی به خاطر وابستگی تلفات پسماند به فرکانس است (حلقه دینامیکی پسماند هسته).

با اندازه‌گیری تلفات فوکو و محاسبه آن از معادله (۱۶-ب)، می‌توانیم مقدار ضریب بی‌نظمی  $\eta$  را به‌صورت زیر به‌دست آوریم.

$$(۱۶-د) \quad \eta = \frac{P_{em}(\text{تلفات فوکوی اندازه‌گیری شده})}{P_{ec}(\text{تلفات فوکوی محاسبه شده})}$$

با مراجعه به [۱۳]، ملاحظه می‌شود که نسبت توان تلفاتی پسماند به فرکانس ثابت بوده در حالی که این نسبت برای کل توان تلفاتی هسته متغیر است زیرا اختلاف بین نسبت‌های توان تلفاتی فوکوی اندازه‌گیری شده واقعی با آنچه که براساس معادله (۱۶-ب) محاسبه می‌شود با زیادتر شدن فرکانس افزایش می‌یابد. در مرجع



$$R_e = \frac{(4/44fnfAB_{max})^2}{P_{em}} \quad (د-۱۷)$$

و نیز بر اساس معادلات (د-۱۶) و (ب-۱۶) داریم:

$$P_{em} = \eta P_{ec} \quad (ه-۱۷)$$

بعضی از مشخصات ترانسفورماتور جریانی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است به قرار زیر است.

تعداد دور اولیه: ۱، تعداد دور ثانویه: ۴۰۰، سطح مقطع هسته  $۱۴/۵۲\text{cm}^2$ ، حجم هسته  $۵۷۹/۳۴\text{cm}^3$ ، ضخامت ورقهای هسته  $۰/۰۳۳\text{cm}$ ، عمق هسته  $۳/۸۱\text{cm}$  و وزن کل هسته  $۴/۴۳۲\text{kg}$ .

بر اساس معادلات (ب-۱۶) و (د-۱۶) و (ب-۱۷)، مقاومت  $R_e$  به عنوان مدل الکتریکی تلفات واقعی فوکو برای این CT به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_{ec} = [(\pi ft B_{max}^2) / \rho d] m = ۱/۲۱۶۲ \text{ وات} \quad (و-۱۷)$$

در این جا  $m$  جرم هسته است. با اعمال ضریب بی نظمی برابر  $۲/۵$  که از منحنیهای داده شده در مرجع [۱۳] به دست آمده است، کل تلفات و مقاومت  $R_e$  برابر است با:

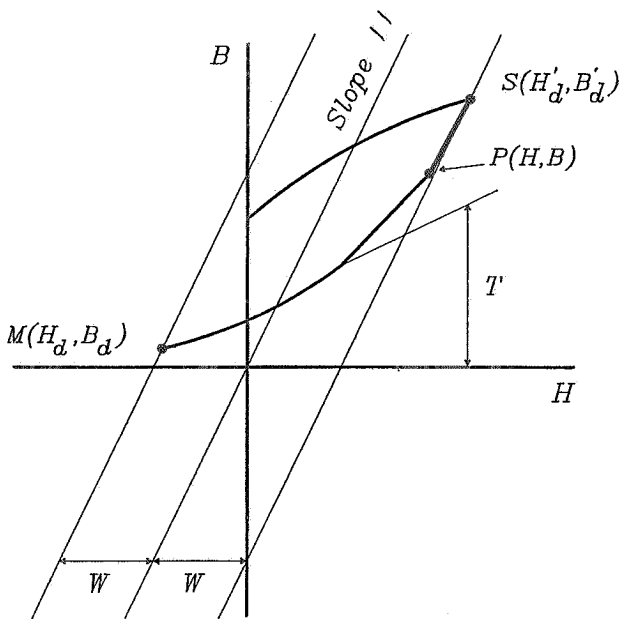
$$\text{وات} \quad P_{em} = ۲/۵ \times ۱۰۲۱۶۲ = ۳/۰۴۰۴$$

و از این رو مقاومت  $R_e$  برابر است با:

$$R_e = \frac{(4/44fnfAB_{max})^2}{P_{em}} = ۱۲۳۰۳\Omega = ۱۲/۳۰۳\text{k}\Omega$$

#### ۴-۱-۴ مدل حلقه پسماند مغناطیسی هسته

برای منظور کردن اثرات حلقه پسماند روشهای گوناگونی توسط محققانی پیشنهاد شده است [۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴] که با ایده گرفتن از یکی از جدیدترین آنها یعنی مدل ارائه شده در مرجع [۱۵] مدل پیشنهادی ارائه می شود.



شکل ۵- مشخصه  $B/H$  نشان دهنده پارامترهای مدل آقای اوکلی

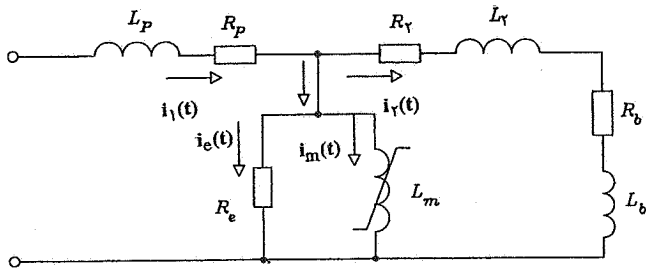
#### ۴-۲-۲ مدل‌های نمایی بر اساس مدل آقای اوکلی [۱۵]

این مدل فقط از ۳ پارامتر ثابت برای مدل نمایی پسماند منحنی  $B/H$  استفاده می کند. به کارگیری معادله غیرخطی  $B/H$ ، امکان نمایش یک مدل دقیق از منحنی مغناطیس هسته را فراهم می آورد ضمن آنکه تلفات جریانهای فوکو را به صورت یک مقاومت ثابت نظیر  $R_e$  همان طور که در بخش ۲ توضیح داده شد منظور خواهد کرد. این مدل در ابتدا رابطه بین  $B$  و  $H$  را خطی در نظر می گیرد و آن را به صورت دو معادله زیر به ترتیب برای دو مسیر افزایش و کاهش منحنی پسماند ارائه می کند.

$$H = \frac{B}{\mu} + W - 2W \exp\left[-\frac{B-B_d}{T}\right] \quad (الف-۱۸)$$

$$H = \frac{B}{\mu} - W - 2W \exp\left[-\frac{B'_d - B}{T}\right] \quad (ب-۱۸)$$

در این معادلات  $\mu$  شیب قسمت خطی مغناطیسی ( $H$  و  $B$ )،  $W$  پهنای حلقه پسماند،  $T$  ضریب نمایی اثر پسماند و بالاخره  $B_d$  و  $B'_d$  چگالی شار مغناطیسی در نقاط تغییر جهت شار هستند (به شکل ۵ مراجعه شود). با داشتن یک نقطه مفروض  $P(H, B)$  و جاگذاری آن در معادله (الف-۱۸) می توان مختصات نقطه اولیه  $M(H_d, B_d)$  را به دست آورد.



شکل ۶- مدار الکتریکی معادل یک CT با در نظر گرفتن تلفات فوکو و مدل حلقه پسماند.

$$H = C_1 B + C_N B^N \quad (20-b)$$

پس از جاگذاری این معادله در معادلات (19-b) و (19-الف) و تبدیل آنها به رابطه شار  $\Phi$  در مقابل جریان مغناطیس  $i_m$  به کمک روابط  $H.l = ni \Phi = B.A$  سطح مقطع،  $l$  طول متوسط آن و  $n$  نسبت تبدیل CT است]، به دو معادله زیر می‌رسیم:

$$i_m(t) = C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) + W \quad (20-c)$$

$$- \gamma W \exp\left[-\frac{\Phi - \Phi_d}{T}\right]$$

$$i_m(t) = C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) - W \quad (20-d)$$

$$+ \gamma W \exp\left[-\frac{\Phi'_d - \Phi}{T}\right]$$

#### ۵- مدل الکتریکی کامل CT

مدل الکتریکی کامل CT در مدار شکل (۶) نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود در این شکل تلفات فوکو در قالب مقاومت  $R_e$  مستقل از فرکانس، به طور موازی با القایش مغناطیس کننده غیرخطی  $L_m$  و حلقه پسماند نیز با نوشتن معادلات الکتریکی در این مدار با به کارگیری معادلات (20-ج) و (20-د) مدل‌سازی می‌شوند. یک سؤال در اینجا ممکن است ذهن خواننده را به خود مشغول کند و آن این است که در مدل پیشنهادی شکل (۶) جایگاه تلفات پسماند کجاست؟ آیا بهتر نبود به جای ثابت  $R_e$  یک مقاومت قرار می‌گرفت تا کل تلفات هسته را مدل‌سازی کند؟ جواب به این

مدل اصلی غیرخطی پیشنهادی آقای اوکلی نیز توسط دو معادله زیر که یکی مربوط به مسیر افزایش منحنی پسماند و دیگری مربوط به مسیر کاهش آن است ارائه شده است.

$$H = H_k(B) + W - \gamma W \exp\left[-\frac{B - B_d}{T}\right] \quad (19-الف)$$

$$H = H_k(B) - W + \gamma W \exp\left[-\frac{B'_d - B}{T}\right] \quad (19-ب)$$

تابع  $H_k(B)$  مدل چند جمله‌ای تکمقداره  $H$  بر حسب  $B$  است که در معادله (۷) داده شده است.

$$H = \sum_1^N C_k B^k \quad N = 1, 3, 5, \dots \quad (20-الف)$$

#### ۳-۴- مدل پیشنهادی توسط محققان مقاله حاضر

در این قسمت هدف ارائه یک مدل است که دو امتیاز بزرگ اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری محاسباتی و حجم ذخیره سازی کم) و نیز انطباق نسبتاً عالی را دارا باشد. بودن این دو خاصیت در کنار یکدیگر، این امکان را به مدل پیشنهادی در این مقاله داده است که بتوان از آن به جای CT های واقعی حفاظتی در سیستمهای روی خط و خارج خط همراه دستگاه آزمون رله و در نوع اندازه گیری آن برای تعیین پاسخ فرکانسی برای موج معوج شده هارمونیک جریان اولیه ترانسفورماتور به منظور حصول درصد خطای نسبت تبدیل در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع استفاده کرد تا در هر دو مورد دیگر نیازی به به کارگیری CT های واقعی مربوطه نباشد.

اساس مدل پیشنهادی در اصلی متکی بر دو معادله (19-الف) و (19-ب) است که در مرجع [۱۵] ارائه شده است با این تفاوت که ما با آزمایشهای مختلفی که بر روی این معادله انجام دادیم به این نتیجه رسیدیم که مدل دو جمله‌ای گرچه از نظر دقت انطباق در مقدار بسیار جزئی نسبت به مدل کثیر جمله معادلات مزبور (تا درجه  $N=9$ ) ضعیفتر است ولی دو نیاز مهم اقتصاد خوب کامپیوتری در کنار یک انطباق نسبتاً بالا را که مورد نیاز سیستمهای فوق‌الذکر است تأمین می‌کند. این مدل دو جمله‌ای عبارت است از:

سؤال این است که اولاً تلفات پسماند به طور خودکار توسط معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) منظور می‌شود (مدل پیشنهادی حلقه پسماند در این مقاله) و ثانیاً اگر کل تلفات هسته به صورت یک مقاومت مجازی مدل شود و از طرفی خود حلقه پسماند را نیز جداگانه منظور کنیم، آنگاه تلفات پسماند در مدل دوبار بحساب آمده و تازه اگر هم از مدلهای تک مقداره با احتساب تلفات هسته به صورت یک مقاومت استفاده شود، آنگاه مدل بسیار تقریبی بوده و از طرفی اثرات غیرخطی بودن منحنی پسماند را فقط از دیدگاه تلفاتی که آن هم دقیق نیست مدنظر قرار داده‌ایم. از شکل (۶) به سادگی معادلات زیر به دست می‌آیند.

$$n \frac{d\Phi}{dt} = (R_r + R_b)(i_1 - i_m - i_e) + (L_r + L_b) \frac{d}{dt} \quad (21-الف)$$

$$(i_1 - i_m - i_e)$$

$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \quad (21-ب)$$

$$i_e = \frac{n}{R_e} \frac{d\Phi}{dt} \quad (21-ج)$$

از ترکیبات معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) با معادلات (۲۱-الف)، (۲۱-ب) و (۲۱-ج) به دو معادله دیفرانسیل غیرخطی پیچیده (درجه دوم زمانی با متغیر تابع  $\Phi$ ) خواهیم رسید که در آن  $i_1(t)$  جریان اولیه CT به عنوان ورودی معلوم و شار مغناطیس کننده هسته مجهول این معادلات است که بایستی آن را به دست آوریم. دو معادله فوق‌الذکر از روش فواصل محدود براساس دو معادله (۱۵-الف) و (۱۵-ب) حل می‌شوند.

در صورتی که به جای بارهای سلفی، مقاومتی در شکل (۶) از بارهای خازنی و مقاومتی استفاده کنیم، مجدداً به کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، دو معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه دوم دیگر برحسب  $\Phi$  حاصل خواهد شد که باز آنها را می‌توانیم براساس دو معادله (۱۵-الف) و (۱۵-ب) به روش تکرار و با توجه به شرایط مرزی (مقادیر شار پسماند در هسته و ولتاژ اولیه دوسرخازن) حل کنیم.

## ۶- برنامه اصلی کامپیوتری و زیر برنامه‌های مربوطه

### ۶-۱- زیر برنامه‌ها

۱- زیر برنامه‌ای که جریان اولیه را برپایه معادله تقریبی (۳) مدلسازی می‌کند.

۲- زیر برنامه‌ای که پارامترهای هر CT و نیز شکل موج جریان اولیه (به صورت قیاسی یا دیجیتال) دریافت و سپس وارد سیستم می‌کند این پارامترها عبارت اند از (الف): مشخصات بار (سلفی، مقاومتی، خازنی یا ترکیبی از آنها) (ب): دامنه جریان خطای ماندگار  $I_{1K}$  و دامنه جریان اولیه  $I_{10}$  به طرف ثانویه و زاویه خطای  $\theta$  (ج): امپدانس پراکنندگی سیم پیچ ثانویه CT و بالاخره اطلاعات مربوط به تعداد دور سیم پیچ ثانویه، طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید در هسته فولادی، سطح مقطع هسته، مقدار شار پسماند، ولتاژ اولیه دو سر خازن (در بار خازنی) و نهایتاً اطلاعات مربوط به نقاط آزمایش شده عملی منحنی مغناطیسی هسته CT.

۳- زیر برنامه‌ای که منحنی مغناطیسی هسته را مدلسازی می‌کند و اساس کار آن به کارگیری مدل تکمقداره  $i_m = f(\Phi)$  بدون منظور کردن تلفات هسته برای تمام مدلهای مشروح در بخش (۲) است. این زیر برنامه برای هر مدل انتخابی براساس معادلات (۱۳-الف) و (۱۳-ب) در بارهای سلفی، مقاومتی و برپایه همین معادلات و معادلات (۱۵-الف) و (۱۵-ب) در بارهای خازنی، مقاومتی و با توجه به اطلاعات عملی گرفته شده از هسته (نقاط آزمایش شده)، منحنیهای زمانی  $\Phi(t)$ ،  $i_m = f(\Phi)$  را برای آن مدل در اختیار می‌گذارد.

### ۶-۲- زیر برنامه برای تعیین پارامترهای T و W

برای تعیین پارامترهای ثابت T و W (مربوط به هر CT دلخواه) به کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، به روش سعی و خطا به شرح زیر عمل می‌کنیم (هر CT مقادیر مخصوص به خود را دارند). براساس این معادلات برای هر نمونه هسته، ابتدا با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده، این منحنی را ترسیم می‌کنیم و سپس با حل این دو معادله با انتخاب مقادیر مختلف برای T و W بروش سعی و خطا آنها را طوری انتخاب می‌کنیم تا آنکه مقادیر H محاسبه شده توسط دو معادله (۱۹-الف) و (۱۹-ب) با تقریب بسیار خوبی نزدیک به مقادیر اندازه‌گیری شده مشابه باشند. این کار برای CT با اطلاعات

۳-۶- زیر برنامه برای مدلسازی هسته (منحنی پسماند) این زیر برنامه وظیفه اش تعیین ضرایب  $C'_1$  و  $C'_N$  در معادلات (۲۰-ب) و (۲۰-ج) براساس نقاط اندازه گیری شده (منحنی عملی پسماند هسته) و کاربرد روش حداقل مربعات خطاست. (برای اطلاعات بیشتر به بخش (۲) مراجعه شود).

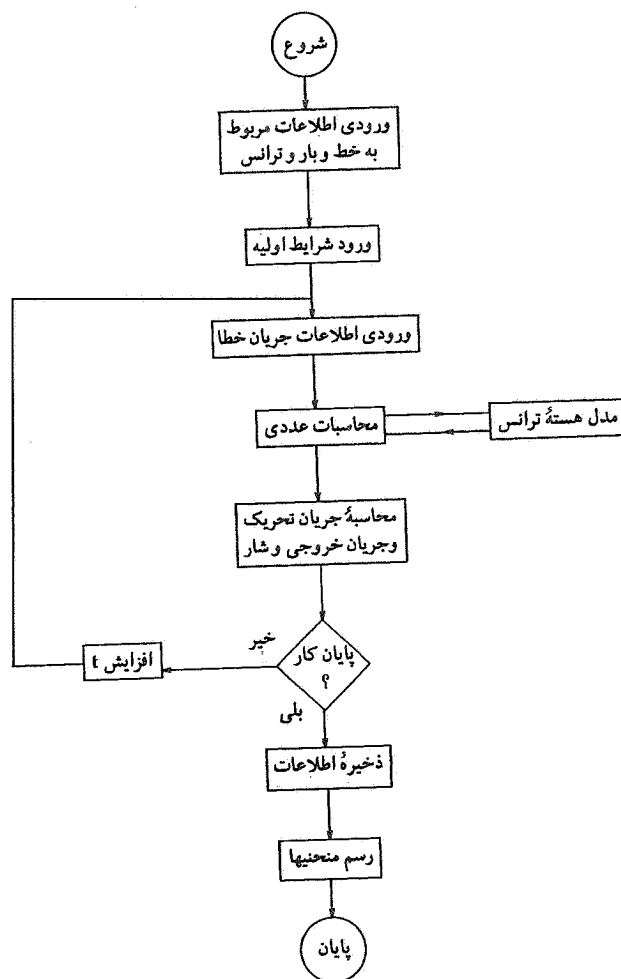
۴-۶- زیر برنامه ترسیم کننده حلقه پسماند وظیفه این زیر برنامه آن است که پس از آنکه ضرایب  $C'_1$  و  $C'_N$  توسط زیر برنامه (۳-۶) محاسبه شد و در اختیار برنامه اصلی قرار گرفت، توسط خود برنامه اصلی، نقاط محاسبه و ذخیره شده  $\Phi(t)$  و  $I_m(t)$  در اختیار این زیر برنامه قرار می گیرد تا آنکه منحنی پسماند حاصل از مدل را ترسیم کند. نمودار جریان این زیر برنامه در شکل (۷-ب) مشاهده می شود.

۵-۶- برنامه اصلی کامپیوتری نمودار جریان این برنامه که در شکل (۷-الف) نمایش داده شده وظیفه اش حل معادلات دیفرانسیل درجه دوم غیرخطی  $\Phi$  بر حسب زمان برای هر بار CT تحت بار گذاریهای مختلف به ازای مدلهای تکمقداره و چندمقداره هسته است.

۷- نتایج کامپیوتری مربوط به چند مثال برای یک CT یا اطلاعات گرفته شده از کاتالوگهای شرکت ABB با مشخصات الف: سطح مقطع هسته  $A=14052mm^2$ ، تعداد دورسیم پیچ ثانویه  $N_2=400$  ج: طول متوسط  $l=399mm$  و با مشخصات اندازه گیری شده برای منحنی مغناطیسی به شرح زیر:

(تسلا)  $B_M = 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 0.90, 1.00, 1.10, 1.20, 1.25, 1.30$   
 $H_M = 1/18, 2/7, 3/6, 4/6, 1, 6/2, 8, 11/8, 15/7, 21, 27/18$

برای حالتی که (الف):  $(\theta - \alpha) = \frac{\pi}{4}$  (به معادله ۳ رجوع شود)  
 (ب): قبل از وقوع خطا در شبکه جریان وجود داشته و حداکثر دامنه جریان خطا ۲۰ برابر دامنه جریان خطای ماندگار است، نتایج کامپیوتری حاصله طی شکل‌های (۹) تا (۱۳) مربوط به مدل دو

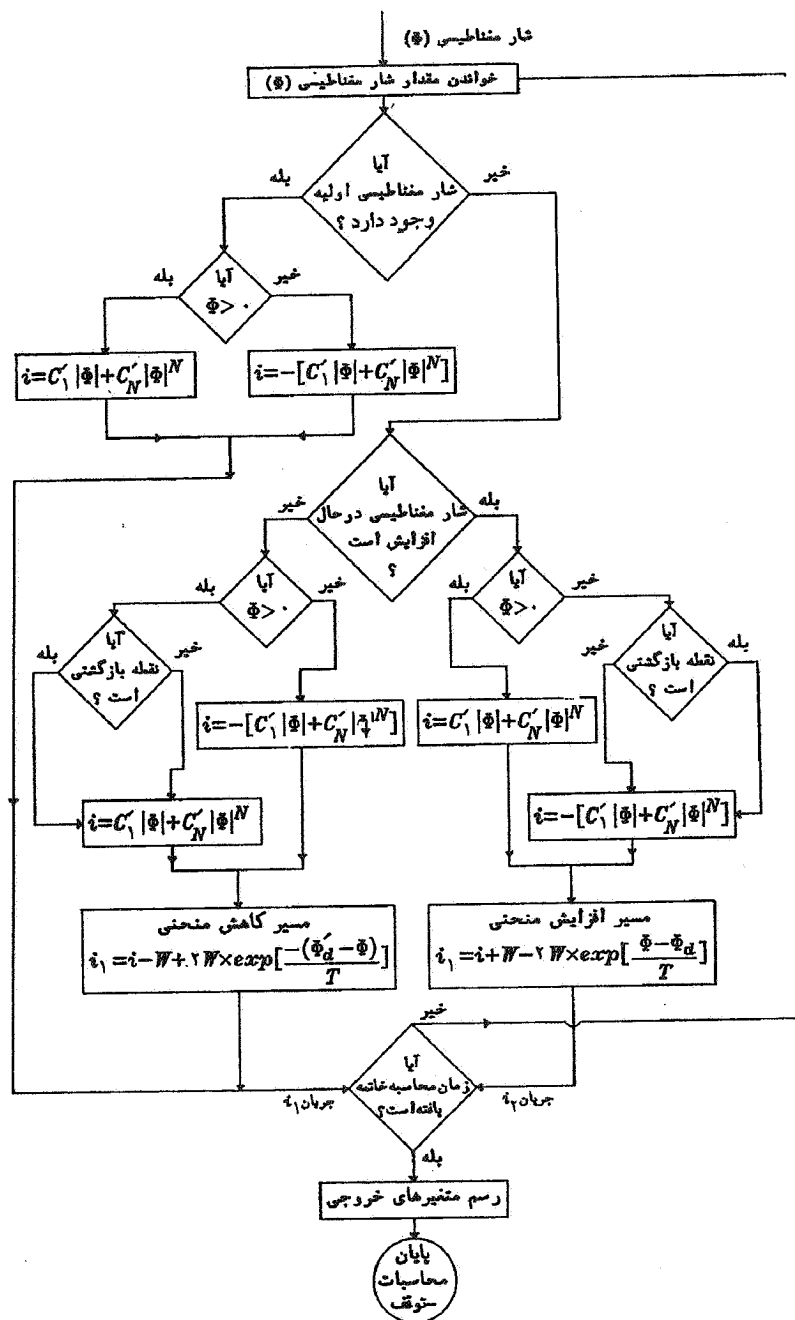


شکل ۷-الف نمودار جریان برنامه اصلی

داده شده در بخش (۲) این مقاله با روش فوق‌الذکر محاسبه شده‌اند و مقادیر  $T=0/17$  و  $W=54/5$  به دست آمده‌اند.

منحنی کامل پسماند اندازه گیری و محاسبه شده این هسته را در شکل (۱۶) ملاحظه می کنید. بر مبنای فرض یک موج سینوسی برای B با دامنه  $B_{max} = 1/35$  (تسلا) و با فرکانس  $F=50$  HZ حلقه‌های کوچکتر پسماند این هسته نیز در شکل (۱۷) آمده است.

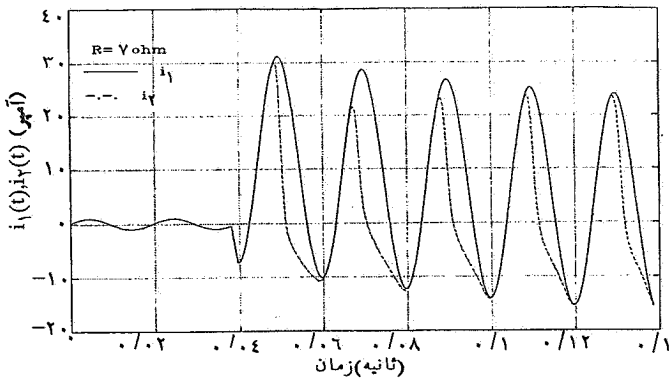
این زیر برنامه برای یک هسته دیگر (برای یک CT دیگر) مورد آزمایش قرار گرفته و مقادیر  $T=0/3$  و  $W=75$  برای آن محاسبه شده‌اند (با روش سعی و خطا). نتایج حاصله برای مدل حلقه‌های پسماند برای حالتی که هسته دارای شار پسماند بوده و به وسیله اعمال یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان غیر مغناطیسی می شود در شکل (۱۸) آورده شده است.



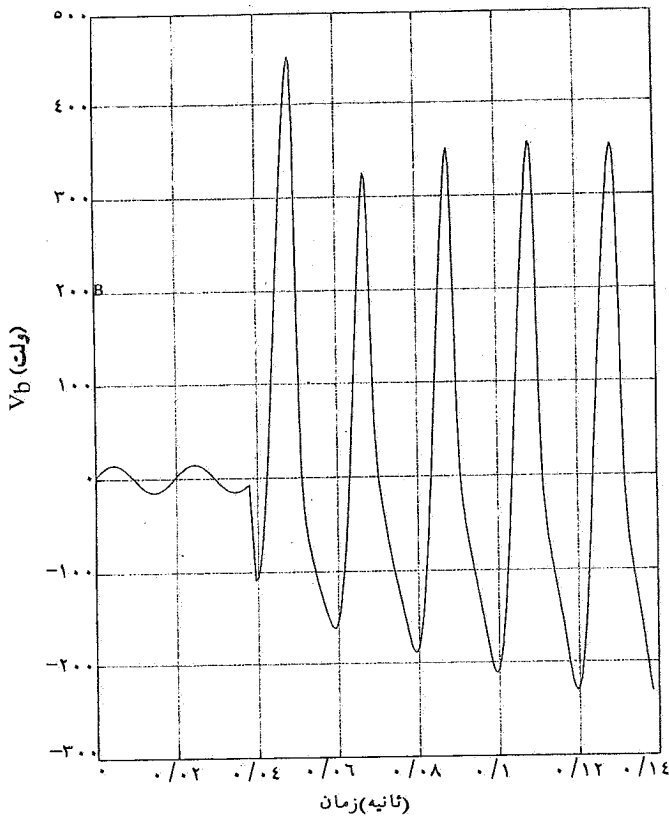
شکل ۷- ب نمودار جریان زیر برنامه ترسیم کننده حلقه پسماند

(منظور جریان ثانویه ارجاع شده به سمت اولیه است). به علاوه در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می‌رود. شکل (۱۲) شار مغناطیسی کننده هسته را با همان شرایط مذکور در حالت بالا برای یک بار خازنی، مقاومتی نشان می‌دهد. از روی این شکل ملاحظه می‌شود که بارهای خازنی برعکس بارهای سلفی باعث به شدت به اشباع بردن هسته CT می‌شوند و از این نقطه نظر بدترین نوع بار است. بالاخره شکل (۱۳)، منحنی شـ

قسمتی بهینه پیشنهادی مذکور برای یک بار مقاومتی ۷ اهمی نمایش داده شده‌اند. از این شکلها نتیجه می‌شود که دربار مقاومتی ۷ اهمی، هسته سریعاً به اشباع رفته به طوری که دامنه شار مغناطیسی هسته بعد از وقوع خطا در شبکه تقریباً ۲۰ برابر شده و به محض به اشباع رفتن هسته، به علت صفر شدن ولتاژ دوسر بار در ثانویه CT جریان بار سریعاً به صفر می‌گراید و در زمانهایی که هسته از اشباع خارج می‌شود دوباره جریانهای اولیه و ثانویه برهم منطبق می‌شوند

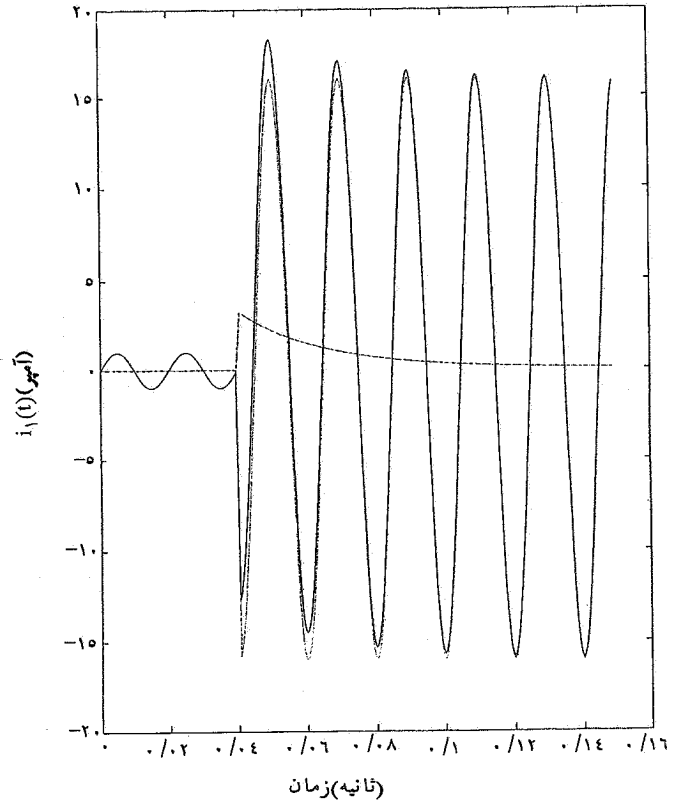


شکل ۹- منحنی زمانی جریان ثانویه CT در یک بار مقاومتی



شکل ۱۰- شکل موج زمانی ولتاژ ثانویه CT در یک بار مقاومتی

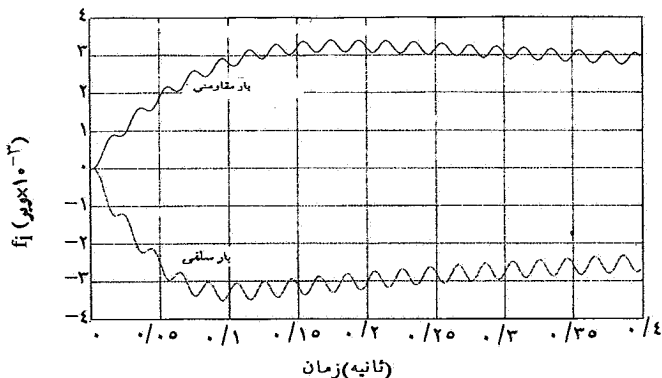
کامپیوتری تعیین می‌شوند (با انتخاب مناسب فاصله زمانی  $\Delta t$  در حل معادلات). گرچه که مدل دو جمله از لحاظ اقتصاد کامپیوتری بهینه تر از سایر مدلهاست ولی وقتی که از مدل CT خواسته باشیم در سیستمهای روی خط و خارج خط شامل دستگاههای آزمون رله‌های حفاظتی مربوطه استفاده کنیم، مدل دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله بهترین مدل از دو نقطه نظر دقت انطباق نسبتاً بالا و اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری و حجم ذخیره سازی کم) است. برای CT معرفی شده در بخش (۲) با منحنی پسماند عملی



شکل ۸- مدل زمانی جریان اولیه CT

مقدار لحظه‌ای شار مغناطیس کننده هسته را در یک بار سلفی خالص نشان می‌دهد و این بدان معناست که در بارهای سلفی، هسته ترانسفورماتور دیرتر به اشباع رفته و حتی ممکن است به طور معکوس هم مغناطیس شود.

برای نشان دادن برتری توانایی مدل دو قسمتی پیشنهادی بهینه در این مقاله از دو نقطه نظر اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری و حجم ذخیره ساز کم) و نیز دقت نسبتاً بالا نسبت به مدل‌های چندجمله‌ای و دوجمله‌ای و مدل‌های نمایی، برای دو نمونه هسته فولادی مربوط به دو CT از کارخانه ABB، منحنیهای حاصله بر پایه مدل‌های چند جمله‌ای، دوجمله‌ای، دو جمله و مدل دو قسمتی پیشنهادی همراه با نقاط عملی اندازه‌گیری شده طی شکل‌های (۱۴ و ۱۵) به نمایش گذاشته شده‌اند. همان طور که از روی این شکلها دیده می‌شود در اولین مرحله، ادعای بالاتر بودن صحت انطباق مدل پیشنهادی در این مقاله نسبت به سایر مدلها به اثبات رسیده است. علت آن این است که در مدل دو قسمتی مانند مدل دوجمله‌ای درجه معادلات (ضرایب  $m$  و  $N$ ) از پیش تعیین نشده‌اند بلکه براساس درصد دقت انطباق درخواستی و میزان نیاز اقتصاد

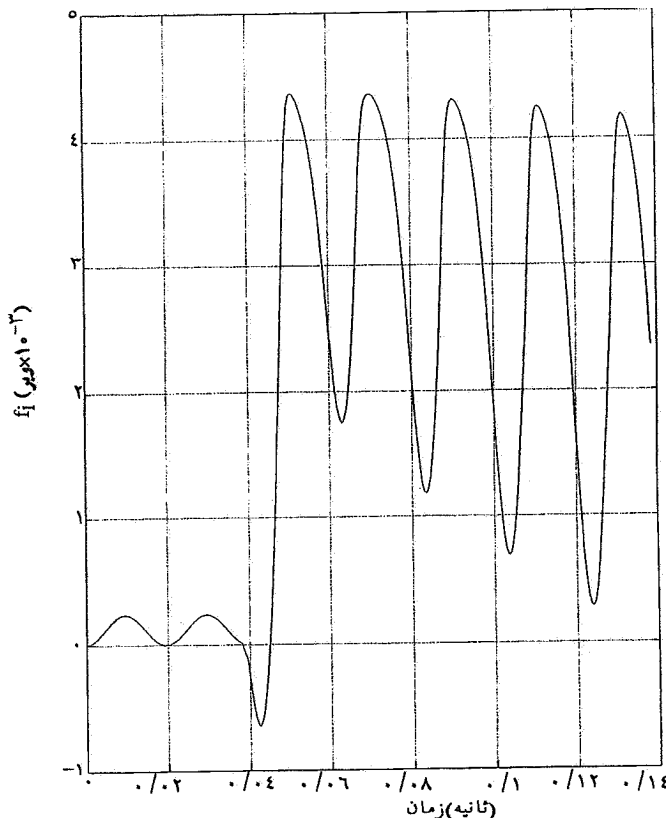


شکل ۱۲- شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کننده هسته CT در یک بار سلفی، مقاومتی و مقاومتی خالص

یکدیگر نتیجه می شود که مدل دو قسمتی، بهینه ترین مدل از نقطه نظرهای دقت بالای انطباق و اقتصاد کامپیوتری توأم در کنار یکدیگرند. ۲- در بار گذاریهای مختلف نتیجه گیری می شود که اثر به اشباع رفتن هسته در بارهای مقاومتی، بریده شدن قسمتی از جریان ثانویه است و همچنین در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می رود. بارهای سلفی باعث می شود که هسته دیرتر به اشباع رفته و از این رو جریان خطا در ثانویه کاهش یافته و بنابراین سبب دقت بیشتر در عملکرد ترانسفورماتور خواهد بود. برعکس، بارهای خازنی بدترین وضعیت از نقطه نظر به اشباع بردن هسته اند.

۳- نرم افزار کامپیوتری همراه با زیر برنامه های متعلقه آماده شده در این مقاله، به نحو شایسته ای می تواند در طراحی ترانسفورماتور جریان (هر نوع حفاظتی و اندازه گیری) و نیز در نوع اندازه گیری آنها برای تعیین پاسخ فرکانسی CT مربوطه در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع به منظور تعیین درصد خطای نسبت تبدیل به ازای امواج جریان اولیه معوج شده هارمونیکي مورد استفاده قرار گیرد.

۴- این مقاله، مدل ترانسفورماتورهای جریان (CT) را با روش جداسازی تلفات فوکو از کل تلفات هسته و مدلسازی الکتریکی آن به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس موازی قرار گرفته با القایش مغناطیسی کننده و نیز مدلسازی خود حلقه پسماند بر اساس یک مدل جدید پیشنهاد کرده است که به خاطر دو خصیلت خوب و مهم اقتصاد کامپیوتری و دقت انطباق نسبتاً بالای بهینه و هر دوی آنها در کنار یکدیگر این امکان را به این مدل می دهد تا از آن بتوانیم در سیستمهای روی خط و خارج خط شامل دستگاههای آزمون



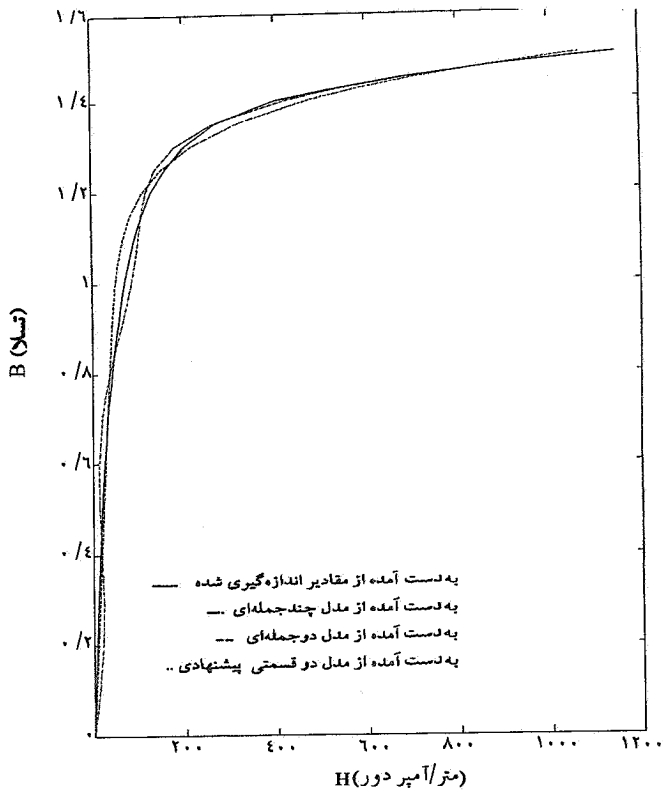
شکل ۱۱- شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کننده هسته CT در یک بار مقاومتی

نمایش داده شده در شکل های (۱۶) و (۱۷)، برای بارهای مختلف سلفی و مقاومتی خالص و یا ترکیبی از آنها آزمون هایی انجام شده که نتایج آنها در شکل های (۱۹) تا (۲۴) نمایش داده شده اند. برای بررسی اثرات تلفات فوکو بر روی جریان مغناطیس هسته با مدل تکمقداره پیشنهادی در این مقاله (دو قسمتی بهینه) بدون در نظر گرفتن اثرات حلقه پسماند نیز آزمونهای جداگانه ای انجام شده است که نتایج حاصل از آنها در شکل های (۲۵) و (۲۶) نمایش داده شده اند.

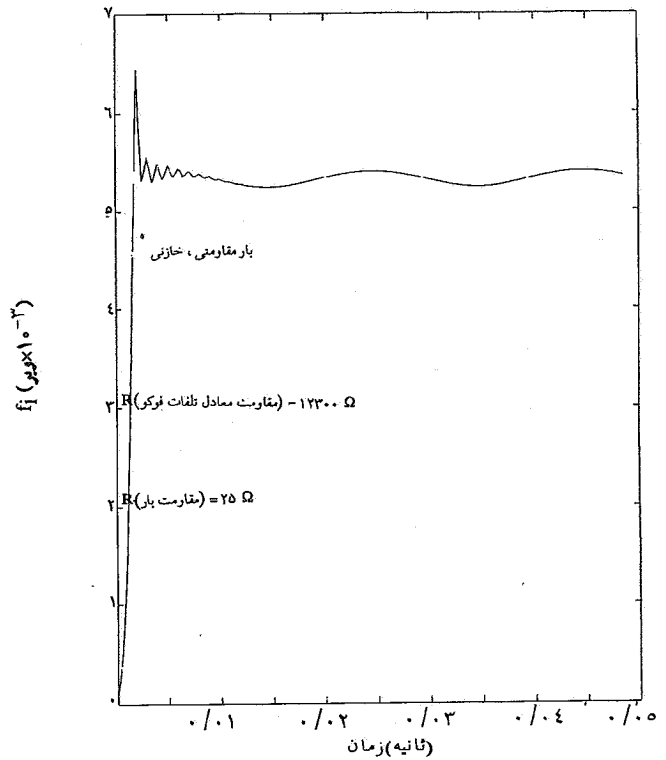
## ۸- نتایج

در این مقاله به طور خلاصه نتایج زیر استخراج می شود:

۱- مدل کامپیوتری ترانسفورماتورهای جریان بدون نظر گرفتن تلفات هسته (اعم از فوکو و پسماند) با در نظر گرفتن مدلهای تکمقداره چند جمله، دو جمله ای و دو قسمتی بهینه پیشنهادی در این مقاله به نمایش گذاشته شده است. در مقایسه این نتایج با



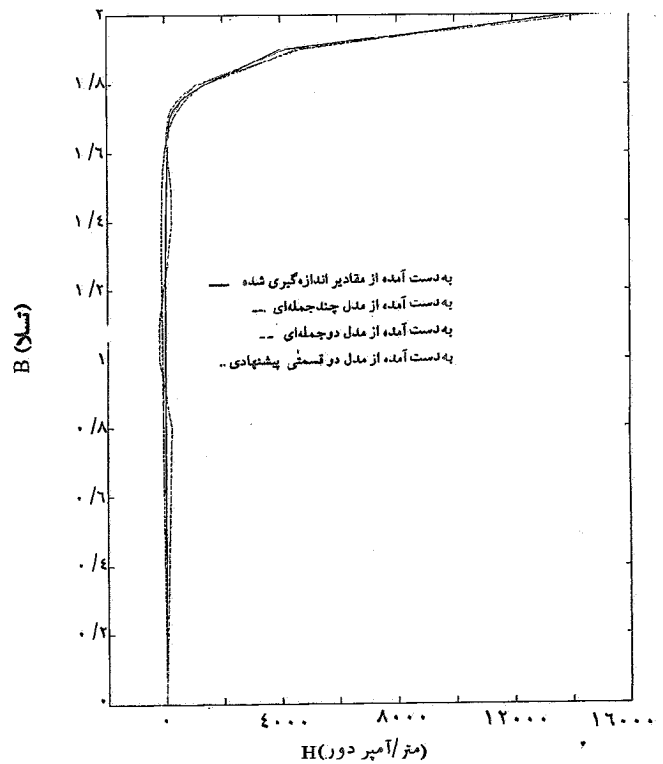
شکل ۱۵- منحنی مغناطیسی هسته CT به دست آمده از مدل‌های مختلف، (مثال دوم)



شکل ۱۳- شکل موج زمانی فلوی مغناطیسی کننده هسته CT در یک بار خازنی، مقاومتی

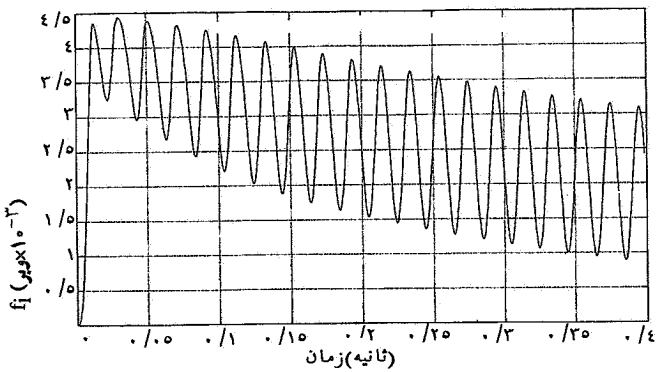
رله‌های حفاظتی جریان زیاد، واتمتری و دیستانس استفاده کنیم (به جای خود CT‌های واقعی حفاظتی). لازم به ذکر است که برنامه کامپیوتری تهیه شده برای مدل‌سازی روش‌های ارائه شده قبلی برای حلقه‌های پسماند نیز قابل استفاده است.

۵- از روی نتایج به دست آمده پیشنهادی بدون در نظر گرفتن مدل کامل حلقه پسماند ولی منظور کردن فقط تلفات فوکو به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس، نتیجه گیری می‌شود که تأثیر جریانهای فوکو عبارت است از کاسته شدن بیشینه دامنه جریان مغناطیسی کننده هسته و در نتیجه دیرتر به اشباع رفتن آن. بدان معنی که این تلفات را صرف نظر از دیدگاه اتلاف انرژی و پایین آوردن راندمان سیستم و نیز ایجاد اعوجاج در متغیرهای خروجی CT، صرفاً به خاطر اینکه هسته ترانسفورماتور دیرتر به اشباع می‌رود شاید بتوان نقطه مثبت کوچکی قلمداد کرد.

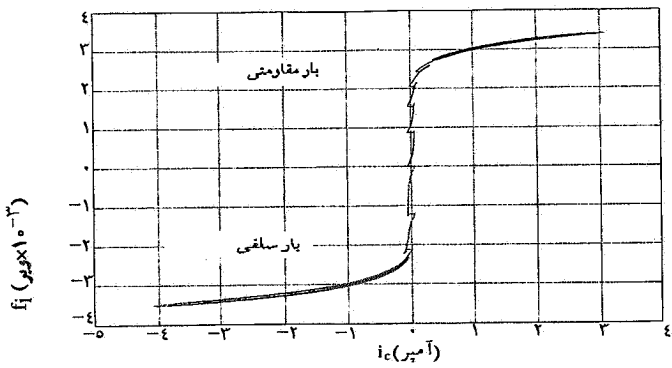


شکل ۱۴- منحنی مغناطیسی هسته CT به دست آمده از مدل‌های مختلف، (مثال اول)

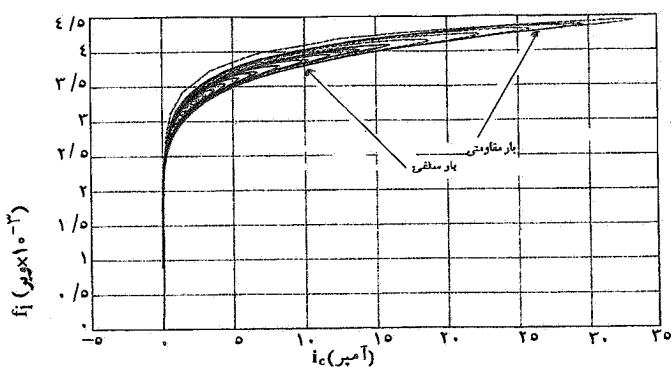




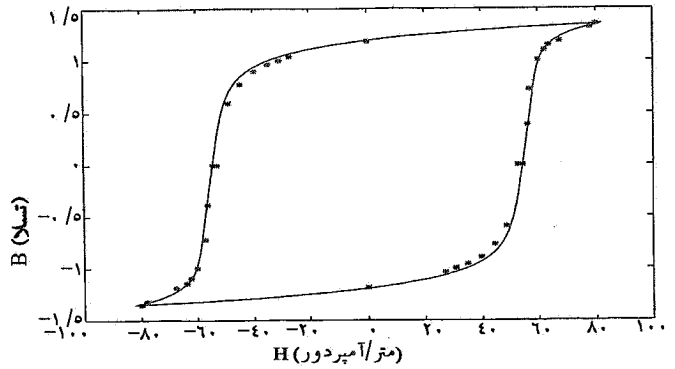
شکل ۱۹- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان مغناطیسی آن در بارهای سلفی، مقاومتی



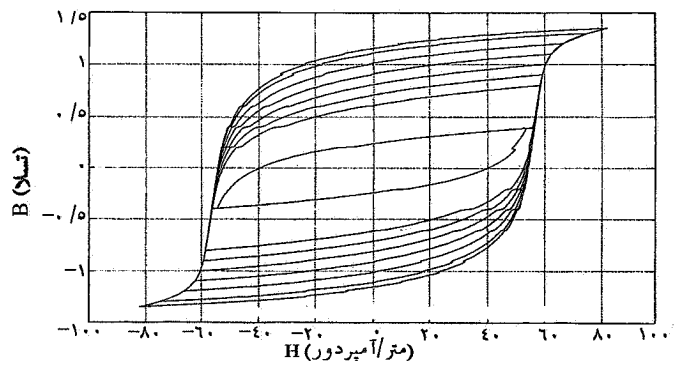
شکل ۲۰- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال اول).



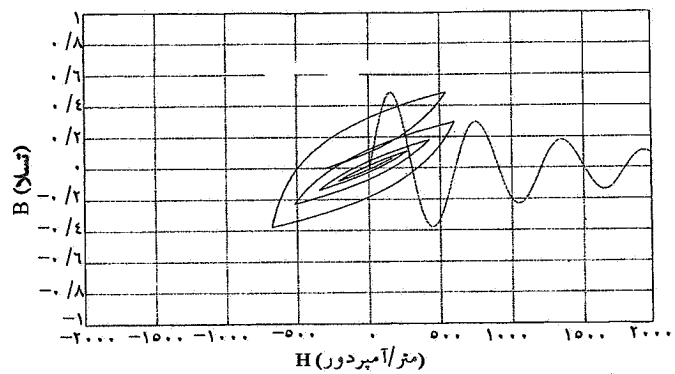
شکل ۲۱- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال دوم)



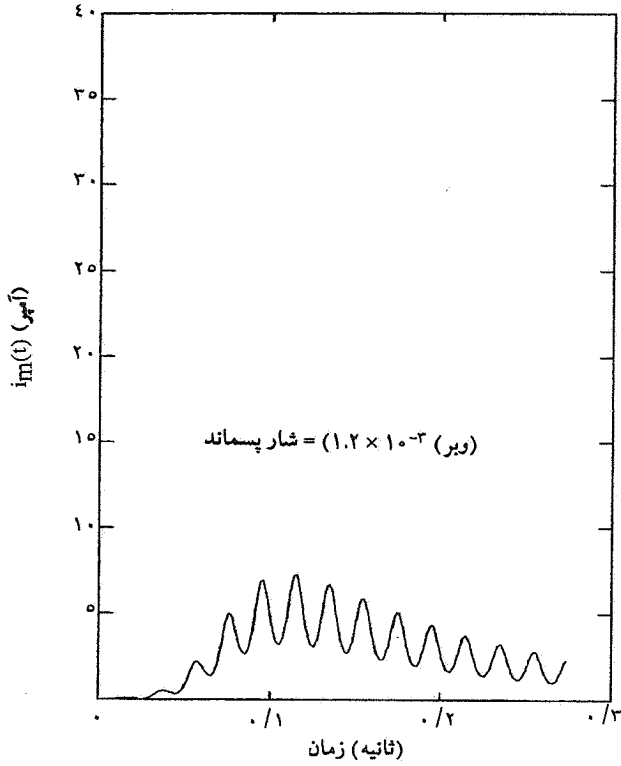
شکل ۱۶- منحنیهای اندازه‌گیری و محاسبه شده حلقه پسماند هسته CT



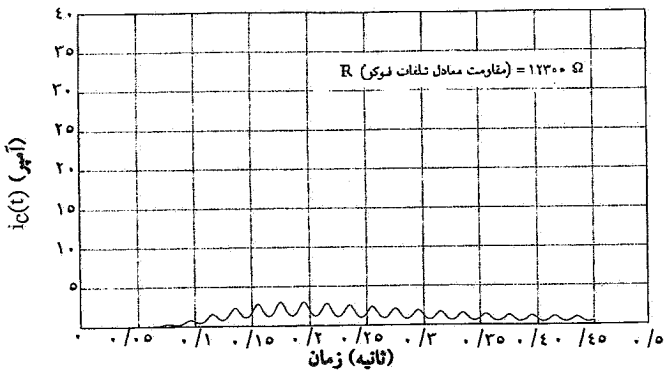
شکل ۱۷- منحنی محاسبه شده حلقه پسماند به ازای موج سینوسی زمانی پایدار برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



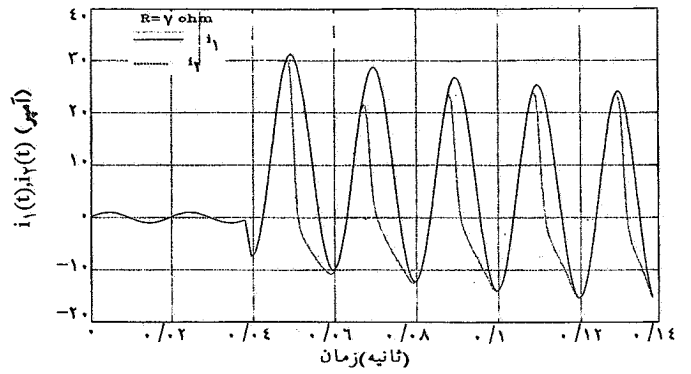
شکل ۱۸- منحنی پسماند هسته به ازای موج سینوسی میراشونده زمانی برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



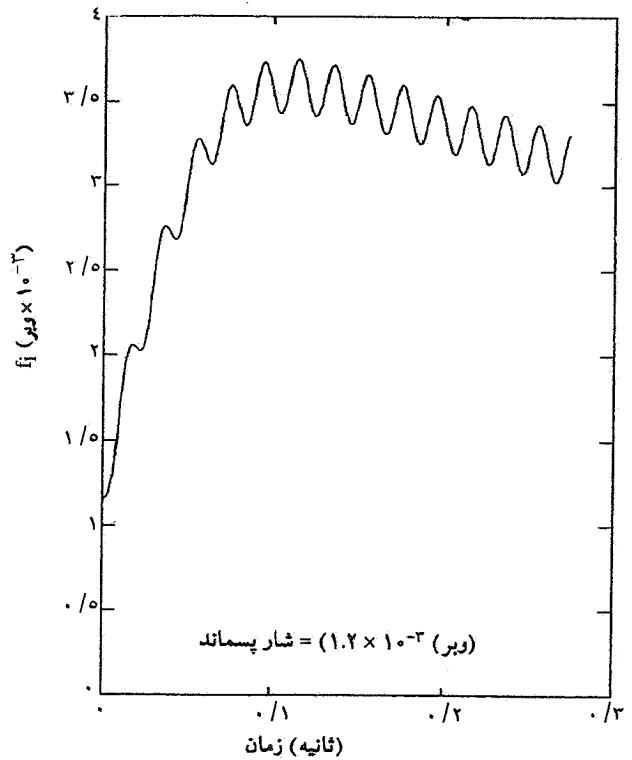
شکل ۲۴- منحنی زمانی جریان مغناطیس‌کننده هسته با بودن شار پسماند



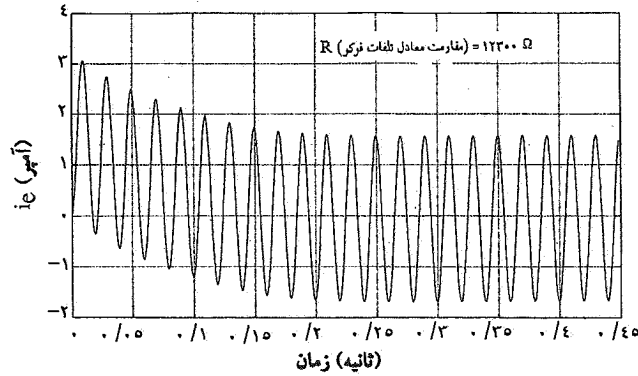
شکل ۲۵- شکل موج زمانی جریان کل معادل مغناطیسی و تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو. (بدون در نظر گرفتن مدل حلقه پسماند).



شکل ۲۲- منحنیهای زمانی جریانهای اولیه و ثانویه CT با توجه به مدل کامل هسته



شکل ۲۳- منحنی زمانی فلوئی مغناطیس‌کننده هسته با فرض بودن شار پسماند



شکل ۲۶- شکل موج زمانی مؤلفه معادل جریان تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو (بدون در نظر گرفتن مدل حلقه پسماند)

واژه نامه

- |                         |             |                             |
|-------------------------|-------------|-----------------------------|
| 1. current transformers | 3. off-line | 5. auto-reclosure           |
| 2. on-line              | 4. fault    | 6. finite difference-method |

مراجع

- Macfadyen, W. K., Simpson, R. R., Slater, R. D., and Wood, W. S., "Method of Predicting Transient Current Patterns in Transformer," *IEE proceedings*, Vol. 120, pp. 412-423, 1973.
- Krishnamoorthy, T. S., and Venugopl, M., "Determination of Best Fit Parameter of a Model for Excitation Curve," *IEE Proceedings*, pp. 1215-1223, Dec. 1973.
- Nobu Shmatani and Hiroshi Fujita, "Approximation of Magnetization Curves," *IEE Transactions*, Vol. 101, pp. 706-715, 1981.
- Dick, E. P., and W. Watson, W., "Transformer Models for Transient based on Field Measurements," *IEE Transactions on PAS 100*, No. 1, pp. 409-417 January, 1981.
- Prusty, S., and Rao, M. V. S., "New Method for Predetermination of True Saturation Characteristic of Transformers and Non - Linear Reactors," *IEE proceedings*, Vol. 127, part c, No. 22, pp. 123-129, March 1980.
- Poljak, M., and Kolibas, N., "Computation of Current Transformer Performanc", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, pp. 1816-1822, 1988.
- Idoniboyebu, D. C., "Transient response of Protection Transformer," *IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 3, NO. 4, pp. 1314-1322, 1988.
- Geralds, G. F., *MC Numerical Analysis*, McGraw-Hill, 1989.
- مهری، بهمن "محاسبات عددی"، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف.
- Wentz, E. C., and Allen, D. W., "Help for the Relay Engineer in dealing with Transient Current," *IEEE Transactions*, PAS-101, (3), (3), pp. 539-525.
- O'Kelly, D., "Simulation of Transient and Steady-state Magnetisation Characteristics with Hystersis," *IEEE Proceedings*, 124, (6), PP. 568-578, 1974.
- Samesima, M. I., and Dias, E. M., "Frequency Response Analysis and Modeling of Measurement Transformer under Distored Current and Voltage supply," *IEEE Tranactions on Power Delivery*, Vol.

- 6, No. 4, pp. 1762-1769, 1991.
13. Cullity, B. D., Introduction to Magnetic Materials, Addison - Wesley Publishing Company INC, 1972.
14. Hanalla, A. Y., and Macdonald, D. C., "Representation of Soft Magnetic Materials," *IEE Proceedings*, Vol. 127, part. A, No. 6, pp. 806-814, July 1980.
15. O'Kelly, D., "Calculation of the Transient Performance of Protective Current Transformers including Core Hysteresis," *IEE proceedings*, part-C Vol. 139, No. 5., pp. 455-460 Sept. 1992.