ارائهٔ الگوریتمی برای مسئلهٔ برش دوبعدی با تقاضا

قاسم مصلحی * و علیرضا رضایی **
دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۱/۱۰/۲۹ – دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۸/۱۲)

چکیده – در ایـن مقاله مسئله برش دو بعدی[۱] با تقاضا، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مسئله باید با برش ورقهای مستطیل شکل بزرگ، مستطیلهای کوچکتر مورد نیاز به نحوی تولید شوند که ضمن تامین تقاضاهای آنها، ضایعات یا تعداد ورقهای مصرفی حداقل شد. حل این مسئله در هر صنعتی که برش صفحات در آن مورد نیاز باشد از نظر کاهش ضایعات حائز اهمیت خواهد بود. در اکثر مقالات، تقاضای قطعات در نظر گرفته نشـده و تنها به مسئله حداقل کردن ضایعات در یک ورق پرداخته شده است. مسئله برش جزء مسائل **Np-hard** بوده و روشهای دقیق قادر به حـل عملـی آن نخواهند بود، لذا الگوریتمی فراابتکاری[۲] با استفاده از روش**SA** [۳]برای حل مستقیم مسئله برش با تقاضا، ارائه شده است. در این الگوریتم جواب اولیه با رویه‌ای قانون گرا ایجاد شده و از یک **SA** داخلی، در فرایند تولید جواب همسایگی در هر تکرار حلقه **SA** اصلی استفاده شـده اسـت ایـن امـر مـوجب کارایی مناسب الگوریتم شده است. به دلیل وجود نداشتن مسائل نمونه به اندازه کافی، روشی برای تولید مسائل تصادفی برش با تقاضا ارائه شده است و به این ترتیب مسائلی در محدوده ۱۰ تا۵۰ نوع قطعه و با تقاضای کل حداکثر ۲۴۰۰ تولید و توسط الگوریتم حل شده است. نتایج محاسباتی نشان دهنده قابل قبول بودن الگوریتم است. این الگوریتم توانسته است برای مسائلی با۳۰ نوع قطعه و تقاضای کل ۵۰۰ جوابی با ضایعات کمتر از ۶ درصد را بیابد.

واژگان کلیدی : مسئله برش دو بعدی، ضایعات، سبک برش، روشSA

An Algorithm for Two Dimensional Cutting Stock Problems with Demand

GH. Moslehi and A. R. Rezaie
Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: ***In this paper, two-dimensional cutting stock problem with demand has been studied.In this problem, cutting of large rectangular sheets into specific small pieces should be carried out; hence, the waste will be minimized. Solving this problem is important to decrease waste materials in any industry that requires cutting of sheets. In most previus studies, the demand of pieces has not been usually considered. The cutting problems belong to the category of Np-hard problems. So finding a desirable solution in a suitable time is practically impossible and heuristic methods must be used. A meta-heuristic algorithm using SA approach is presented.Then attempt will be made to regulate the SAs parameters. Initial solutions are produced with a rule based***

---

* – استادیار   ** – کارشناس ارشد

algorithm and two internal and main SAs are used that lead to better performance of the algorithm. Due to lack of benchmark or test problems, two procedures for generating random problems is presented and are used to study efficiency of the algorithm. For this purpose, problems about 10 to 50 types of pieces with maximum demands of 2400 are generated and solved using the proposed algorithm. The results indicate that the algorithm capable of finding a solution with less than 6% of waste for problems with 30 types of pieces and total demands of 500.

Keywords: *Two dimensional cutting stock problem, Waste, Cutting patterns, Simulated annealing*

فهرست علائم

a_{ij} تعداد قطعه i ام در سبک برش jام	ns تعداد ورقهای اصلی مصرفی
b_i حداکثر تعداد قطعه i ام که می‌توان از یک ورق برش داد	TF دمای انجماد
c درصد ضایعات جواب جاری الگوریتم	TS دمای شروع
C_j هزینه استفاده از سبک برش j ام	x_i تعداد قطعه i ام در یک ورق اصلی
EM حداکثر تکرار حلقه داخلی با بهبود جواب	X_j تعداد ورقی که مطابق سبک برش j ام برش داده می‌شود
I نشان دهنده SA داخلی	v_i ارزش قطعه i ام
LS طول ورق اصلی	w درصد ضایعات در یک ورق
m تعداد قطعات	W درصد ضایعات کل
n تعداد سبکهای برش	WS عرض ورق اصلی
N_i تقاضای قطعه i ام	β ضریب کاهش دما $0< \beta <1$

۱- مقدمه

در فرایند تولید بسیاری از صنایع نیاز است تا قطعات کوچکتری با برش اجسام بزرگتر حاصل شوند یا به طور معادل، قطعه‌های کوچکتری در یک جسم بزرگتر جای داده شوند. در این عمل معمولاً بخشهایی از جسم بزرگتر به قطعاتی تبدیل می‌شوند که قابل استفاده در هیچ یک از محصولات تولیدی نبوده و به عنوان ضایعات و دورریز محسوب می‌شوند. کاهش چنین ضایعاتی نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها داشته و به عنوان یکی از موضوعات علم تحقیق در عملیات و با نام مسئله برش توجه بسیاری از محققان را در نیم قرن گذشته به خود جلب کرده است. در صنایع بسیاری مانند صنایع تولید کننده بدنه اتومبیل، لوازم خانگی، سازه های ساختمانی، کشتی و هواپیماسازی، کاغذ، پوشاک، چرم، سنگ بری و یا در فعالیتهایی مانند حمل و نقل، انبارداری، بسته بندی، چاپ، می‌توان مسئله برش و یا مسائل نزدیک به آن را مشاهده کرد.

از طرف دیگر، چنانچه فرایند برش بدون استفاده از روشهای علمی صورت گیرد، به خصوص در هنگامی که تعداد و انواع قطعات مورد نیاز زیاد و متغیر باشد، معمولاً مقادیر زیادی ضایعات ایجاد خواهد شد. زیرا تعداد الگوهایی (سبکهای برش[٤]) که می‌توان صفحات یا میله‌های بزرگ را به تکه‌های کوچکتر مورد نیاز تقسیم کرد بسیار زیاد بوده و تعداد کمی از این الگوها، دارای ضایعات کم هستند. طبیعی است که فقط با اتکا به ادراک شهودی و عمل به صورت استاد کاری، احتمال انتخاب سبکهای برش بهینه از بین تعداد بسیار زیاد آنها، بسیار کم ودر حد صفر خواهد بود. بنابراین لازم است تا الگوریتمی ارائه گردد که برای هر ترکیبی از قطعات بتواند به

نحـو موثـر و کارا روشی را ارائه کند تا با برش طبق آن، ضمن تامین قطعات مورد نیاز، حتی الامکان به حداقل درصد ضایعات دست یافت.

مسـئله بـرش اولـین بـار توسـط کانترویچ [۱] مطرح شده اسـت. وی بـرای مسئله برش یک بعدی با تقاضا، مدلی را بیان مـی‌کند که برای حل آن، باید تمامی سبکهای برش یک میله به قطعـات مـورد نیاز شناسایی شوند، که این امر تنها برای مسائل بسـیار کـوچک عملـی خـواهد بود. لذا گیلمور و گموری [۲] روشی به نام تولید ستون[۵] را ارائه داده‌اند که توانایی حل مسائل بزرگتـراز کانترویچ را داراست. در این روش ابتدا با چند سبک بـرش اولـیه یـک مـدل ریاضـی موسـوم به مدل عمومی برش تشـکیل شـده وسـپس بـا استفاده از قیمتهای سایه‌ای[۶] به دست آمـده از حـل آن، یـک مدل کوله پشتی[۷] برای یافتن یک سبک بـرش جدیـد و مناسب تشکیل و با حل آن، سبک برش جدید حاصـله به مدل برش اضافه یا جایگزین می‌شود؛ و این عمل تا هنگامـی کـه بـتوان سبکهای برش جدیدی را ایجاد کرد تکرار مـی‌گردد. گیلمور و گموری، این روش را برای مسئله برش دو بعـدی بـا تقاضـا تعمـیم داده‌انـد[۳، ٤] برای این منظور فرض کـرده‌انـد کـه برش یک ورق در دو مرحله با ایجاد نوارهایی از ورق و سـپس بـرش ایـن نـوارها بـه قطعات گوناگون صورت می‌گیرد. این روش به دلیل بزرگ شدن مدل ریاضی آن در ابعاد عملی قابل استفاده نیست.

بیزلـی [۵] بـرای یافـتن یـک سبک برش بهینه یا به عبارت دیگـر حـل مسئله برش بدون تقاضا از روش برنامه ریزی پویا اسـتفاده کـرده و رابطـه‌هـای بازگشتی را بر این مبنا که حداکثر ارزش یـک مسـتطیل برای تبدیل آن به قطعات، در یکی از سه حالـت بـرش ندادن آن، برش دادن عمودی یا افقی آن می‌تواند ایجـاد شـود، ارائـه مـی‌کـند. همین مسئله با ابعاد مختلف ورق اصلی مورد توجه هایفای [٦] بوده است.

کریسـتوفید و وایـت لاک روش درخـت جستجویی [۷] را ارائه کرده‌اند که در آن با انجام برشی افقی یا عمودی در هر گره در یکـی از نقاط عرضی یا طولی ورق می‌توان تمامی سبکهای بـرش را تولـید کـرد. ایـن دو محقـق بـرای جلوگیری از تولید سـبکهای تکـراری قوانینی را مطرح کرده و برای محدود کردن دامـنه جسـتجو در هـر گره حد بالایی را با حل یک مدل حمل ونقـل و همچنـین اسـتفاده از رابطـه هـای بازگشـتی گیلمور و گمـوری به دست می آورند. کریستوفید [۸] این روش را بهبود داده و با آزاد سازی فضای حالت[۸] حد بالای بهتری را در مسئله اسـتفاده کـرده و در نتـیجه انـدازه درخـت جستجو را کوچکتر مـی‌کـند. وی بیان می‌دارد که این رویه عملکرد مناسبی را برای مسـائل بـا انـدازه متوسـط خواهد داشت. هایفای و عیافی [٦] روش شـاخه و کـران کاملتـری را بـرای مسئله برش دو بعدی محـدود ارائـه می‌دهند در این روش در هر گره قطعات به ورق تخصـیص داده مـی‌شـود و عمـل شاخه زدن با ترکیب افقی یا عمـودی قطعـه‌ای بـه ناحـیه ای کـه تـا آن گـره قطعات در آن جایگـذاری شـده‌انـد صورت می‌گیرد. این مولفان برای مسائل بزرگ که جستجوی کامل درخت در عمل امکان ناپذیر می‌شود روشـهای ابـتکاری را ارائـه داده و بـا قطـع کـردن تعـدادی از شـاخه‌های درخت فضای جستجو را محدود می‌کنند. بیزلی نیز روش شـاخه و کرانی را [۹] ارائه می‌کند که در آن مسئله برش دو بعدی با یک مدل صفر و یک فرمول بندی و سپس از روش آزاد سـازی لاگرانـژی[۹] و رویـه زیـر گـرادیان[۱۰] برای حل مدل استفاده شده است.

از جملـه روشـهای دیگـر بـرای مسـئله بـرش مـی‌توان به الگوریـتم ترکیبـی کـه توسط وانگ [۱۰] ارائه شده است اشاره کـرد. در ایـن الگوریتم یک سبک برش با رهیافتی متفاوت و با جفـت کـردن افقـی یا عمودی قطعات و یا ترکیبات حاصله از قطعات به دست می‌آید. در این رهیافت می‌توان گفت که حالت عکس برش قطعات رخ می‌دهد. همچنین رهیافتی ابتکاری برای حل مسئله برش توسط دیتریچ و یاکوتیز[۱۱] بیان شده که یک الگوریتم تک گذری بوده و انتخاب قطعات برای جایگذاری در ورقهـای اصـلی، مطابـق یک سری قوانین صورت می‌گیرد. این محققـان بـا مطالعـات تجربـی سـعی کرده‌اند بهترین قوانین را شناسایی کنند.

از روشهای فراابتکاری نیز برای حل مسئله برش استفاده شده است از جمله مقالات ارائه شده در این زمینه می‌توان به مقاله لی و چان[۱۲] که از روش SA، و مقاله بیزلی [۱۳] که از روش GA[۱۱]، و مقاله لئونگ و همکاران [۱٤] که از هر دو روش SA و GA استفاده کرده‌اند، اشاره کرد.

با بررسی سایر مقالات نیز می‌توان نتیجه گرفت که کمتر به مسئله برش دو بعدی با تقاضا، با وجود کاربردی تر بودن آن پرداخته شده است که دلیل آن را می‌توان بزرگ بودن مسئله از بعد ریاضی بیان کرد. مسئله برش بدون تقاضا و بالتبع مسئله کلی تر با تقاضا جزء مسائل Np-hard بوده[۱۲] و برای حل عملی مسائل با اندازه واقعی نیاز به روشهای ابتکاری یا فرا ابتکاری است در این مقاله سعی شده است برای اولین بار یک روش مناسب برای مسائل برش دو بعدی با تقاضا ارائه شده و کارایی آن نشان داده شود.

در بخش دوم مقاله مدلهای مسئله برش در دو حالت بدون تقاضا و با تقاضا ذکر شده است. در بخش سوم مسئله برش با تقاضای مورد مطالعه به طور دقیق بیان، و چگونگی پیاده سازی روش SA و ارائه یک الگوریتم در بخش چهارم تشریح می‌شود. در بخش پنجم دو روش برای تولید مسائل تصادفی ارائه شده و نتایج حاصله از حل مسائل و کارایی الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرد در انتها نتیجه گیری کلی از مقاله ارائه شده است.

۲- مدلهای عمومی مسئله برش

فرض کنید ورق اصلی مستطیل شکل A0 با طول L0 و پهنای W0 و مجموعه R متشکل از m قطعه مستطیل شکل با ابعاد (L_i, W_i) داده شده باشد و ابعاد قطعات مجموعه R به گونه‌ای باشد که در شرط زیر صدق کند:

- در حالتی که چرخش قطعه مجاز نباشد، طول وعرض هر قطعه باید از طول وعرض ورق اصلی کوچکتر یا مساوی باشد.
- در حالتی که چرخش قطعات مجاز باشد، باید ماکزیمم بعد هر قطعه از ماکزیمم بعد ورق اصلی و مینیمم بعد هر قطعه، از مینیمم بعد ورق اصلی کوچکتر یا مساوی باشد.

مسئله برش قطعات مجموعه R از ورق A0 را در دو حالت بدون تقاضا و با تقاضا می‌توان مدل کرد:

در حالت بدون تقاضا هر یک از قطعات مجموعه R دارای ارزش اقتصادی v_i بوده وبا برش یک ورق، از هرقطعه i حداکثر b_i تا باید تولید شود. بنابراین باید مشخص شود که ورق A0 به چه گونه‌ای برش داده شودکه ضمن حداکثر شدن ارزش کل حاصل از قطعات تولیدی، از هر قطعه حداکثر b_i تا تولید شود. مدل کلی و ساده شده این مسئله را می‌توان به صورت زیر نوشت [۵]:

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z=\sum_{i=1}^{m} v_i . x_i \\ &\text{s.t.} \\ &\qquad 0 \le x_i \le b_i \qquad \forall i \\ &\qquad x_i \ \text{عدد صحیح}\ \ i=1 \ \ldots\ldots\ m \end{aligned} \qquad (۱)$$

x_i : متغیر تصمیم بوده و برابر است با تعداد قطعه نوع iام که از A0 بریده می‌شود.

در حالت با تقاضا از هر قطعه موجود در مجموعه R حداقل N_i تا (تقاضای قطعه i ام) نیاز بوده و باید مشخص شود که ورقهای اصلی A0 به چه نحوی برش داده شوند تا تقاضاهای قطعات با کمترین هزینه ممکن تأمین شود. در این صورت مدل ریاضی مسئله[۳] به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &\text{Min } \ Z=\sum_{j=1}^{n} C_j X_j \\ &\text{s.t.} \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j \ge Ni \quad i=1,\ldots,m \\ &\qquad X_J \ge 0 \quad j=1,\ldots,n \quad \text{و عدد صحیح} \end{aligned} \qquad (۲)$$

مدل فوق به تنهایی نمی‌تواند مدل ریاضی مسئله برش باشد زیرا در آن محدودیتهای مربوط به قرار داشتن قطعات در ورقها و همپوشانی نداشتن آنها با هم، به طور صریح در نظر گرفته نشده‌اند. همچنین متغیرهایی که نشان دهنده موقعیت مکانی قطعات درهر ورق باشند وجود ندارند. در این مدل ابتدا باید سبکهای برش شناسایی شوند تا مدل از بین سبکهای برش، ترکیبی از آنها را انتخاب کند که کمترین ضایعات ممکن ایجاد

شـود. البته در مسائل با اندازه واقعی تعداد سبکهای برش بسیار زیاد بوده وبه طور عملی قابل شمارش نیستند. بنابراین در عمل استفاده از مدل فوق برای حل مسئله برش بسیار مشکل و حتی ناممکن خواهد بود.

۳- بیان فرضیات

در ایـن بخـش فرضـیات و محدودیـتهای مسـئله بـرش با تقاضای مورد بررسی بیان می‌شود.

- قطعات مورد نیاز و ورقهای اصلی مستطیل شکل هستند.
- ورقهای اصلی هم اندازه بوده وبه تعداد نامحدود در دسترس‌اند.
- ورقهـای اصـلی همگـن و یکـنواخت بوده و تمامی نقاط آن قابل برش‌اند و دارای نقیصه‌ای نیستند.
- تعـداد قطعاتـی کـه از هر نوع قطعه تولید می‌شوند باید دقیقاً برابر تعداد تقاضا از آن نوع قطعه باشد.
- برشـها بـه صورت غیر گیوتینی[۱۲] است. برش گیوتینی برشی اسـت که از یک ضلع آزاد مستطیل شروع شده وبه ضلع آزاد مقابل ختم شود.
- سـبکهای برش ارتوگونال[۱۳] هستند یا به عبارت دیگر اضلاع قطعات برش موازی اضلاع ورق اصلی است.
- محدودیتـی در مـورد حـداقل و حداکثر تعدادی که یک نوع قطعه می‌تواند در یک ورق اصلی ظاهر شود اعمال نمی‌شود.
- ارزش هـر قطعـه متناسـب بـا مساحت آن است، و هزینه هر سـبک برش برابر درصد ضایعات آن در نظر گرفته می‌شود و از هزینه‌های مربوط به برش دادن یک سبک برش صرف‌نظر مـی‌شود. البته در حالتی که این هزینه‌ها نیز مهم و تاثیر گذار باشد به راحتی می‌توان این هزینه‌ها را در الگوریتم وارد کرد، زیـرا در الگوریـتم تعـداد برشـها و موقعـیت هر برش کاملاً شناخته شده است.
- محلهای برش قطعات دارای پهنایی نیستند. البته در صورت تاثیـر گذار بودن پهنای برش و قابل چشم پوشی نبودن، می‌توان آن را به صورت زیر در مدل وارد کرد.

فرض کنید ابزار برش، در هر برش قسمت کوچکی از ورق اصـلی را بـا پهنایـی برابر s از بین ببرد، در این صورت چنانچه طـول و عـرض هـر قطعـه مورد نیاز به اندازه s بزرگتر در نظر گـرفته شـود [۵ و۱۰]، بعـد از انجـام بـرش قطعه‌ای با طول و عرض دلخواه اولیه خواهیم داشت. و چون قطعه آخر حاصل از ورق اصـلی بدون انجام برش تولید می‌شود (به علت رسیدن به لـبه آزاد ورق) و در این آخرین قطعه نیازی به پهنای s نخواهد بـود، باید ابعاد ورق اصلی نیز به اندازه s بزرگتر فرض شود، تا بـتواند بـه طور مجازی قطعه آخر که آن هم ابعادش به اندازه s قـبلاً زیـاد تـر در نظـر گـرفته شده است را در خود جای دهد. بنابـراین بـا اضـافه کـردن پهـنای برش به ابعاد قطعات و ورق اصـلی، مـی‌تـوان محـدودیت پهـنا داشـتن محلهای برش را به الگوریتم اضافه کرد.

- جهـتهای قطعـات ثابت نیستند، به عبارت دیگر قطعه با ابعاد (l_i, w_i) مـتفاوت از قطعــه‌ای بـا ابعـاد (w_i, l_i) نیسـت، و الگوریـتم پیشنهادی در هر جهتی که امکانپذیر باشد قطعه را جایگذاری می‌کند.
- نقطـه مـرجع(راس سمت چپ و پایین هر مستطیل) هر ورق اصـلی در مبدا مختصات قرار داشته و مختصات نقاط مرجع قطعـات جایگـذاری شده در آن، نسبت به این نقطه مبدا بیان می‌شوند.

٤- تشریح الگوریتم پیشنهادی

روش فراابتکاری SA توسط کریک پاتریک [۱۵] ابداع شدو محققـان با توجه به کارایی SA سعی کرده‌اند که در حل مسائل مخـتلف ازآن اسـتفاده کنـند. در این مقاله برای اولین بار روش SA در حـل مسـئله بـرش دو بعدی با تقاضا به کار گرفته شده است. از خصوصیات مهم روش SA، داشتن پارامترهای مختلفی اسـت کـه بایـد به صورت مناسب برای مسئله مورد نظر تنظیم شـوند. در شـکل (۱) شمای کلی الگوریتم SA نشان داده شده است همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود؛ شیوه نمایش مسـئله، چگونگـی ایجاد جواب اولیه، چگونگی ایجاد جوابهای همـسایگی و دیگر خصـوصیات پارامترهای SA ماننـد مقادیـر

```
Select an initial solution c ∈ S;
Select an initial temperature T= T0 > 0;
Set temperature change counter t=0;
Repeat —Freezing process
        Set repetition counter i=0;
        Repeat— Equilibrium process
               Generate an solution b, a neighbour of  c;
               Calculate Δf = f(c) – f(b);
                lf Δf >0 then c:= b
                              else if random (0,1) < exp (Δf/T) then c:=b;
                i: =i +l;
        Until i = N(t);
        t: = t + l;
        T: = T(t);
 Until stopping critcrion true.
```

شکل۱ - شمای کلی الگوریتم SA

دماهای شروع و پایان، نحوه سرد شدن، شرط تعادل در هر دما، موارد اصلی‌اند که برای پیشنهاد یک الگوریتم SA برای مسئله برش باید مشخص شوند. در این مقاله سعی می‌شود چگونگی پیاده‌سازی موارد فوق برای مسئله برش با تقاضا در الگوریتم پیشنهادی و مقادیر مناسب پارامترهای آن تشریح شود.

٤-۱- نمایش مسئله

یکی از موارد بسیار مهم برای استفاده از SA، نمایش مسئله به صورت مناسب برای SA است. در این مقاله از روش زیر برای نمایش مسئله استفاده شده است:

یک مسئله برش با تقاضا را می‌توان با یک توالی از نام (یا شماره) تمامی قطعات نمایش داد. طبیعی است که تعداد عناصر این توالی باید برابر مجموع تقاضاهای تمامی قطعات باشد. و در یک جواب باید بتوان تمامی قطعات را به نحو امکانپذیری در ورقهای اصلی جایگذاری کرد. منظور از امکانپذیری آن است که هیچ دو قطعه‌ای با هم همپوشانی نداشته و کلیه قطعات در داخل ابعاد ورقهای اصلی قرار گرفته باشند. با توجه به این که تمامی قطعاتی که در یک ورق اصلی قرار دارند در توالی پشت سر هم هستند با نگهداری موقعیت مکانی اولین عنصرهایی که در یک ورق اصلی جدید جایگذاری می‌شوند می‌توان کلیه قطعاتی را که در یک ورق هستند را شناسایی کرد. موقعیت مکانی هر عنصر، با یک شماره ترتیبی تعیین می‌شود که از عدد یک برای اولین عنصر سمت چپ توالی آغاز می‌شود. برای مشخص کردن چگونگی جایگذاری هر قطعه در ورقهای اصلی، مختصات نقاط مرجع و برای جایگذاری قطعات نیز نگهداری می‌شود. در حقیقت توالی را می‌توان به بخشهایی تقسیم کرد که هر بخش نمایش دهنده توالی مربوط به جایگذاری قطعات در یک ورق بوده و اصطلاحاً توالی جزیی[١٤] نامیده شده است.

٤-۲- تولید جواب اولیه

برای ایجاد یک جواب اولیه از یک الگوریتم تک گذری که توسط دیتریچ و یاکوتیز [۱۱] برای مسئله برش با تقاضا ارائه شده و اصطلاحاً الگوریتم قانون گرا نامیده می‌شود، می‌توان استفاده کرد. دراین الگوریتم انتخاب قطعات برای جایگذاری در ورقهای اصلی تا زمانی که تقاضای تمامی آنان تامین شوند، بر مبنای قوانین ابتکاری صورت می‌گیرد. به طور خلاصه این الگوریتم را می‌توان به شرح زیر بیان داشت :

در ابتدا کل مساحت یک ورق اصلی به عنوان یک حفره[١٥] یا ناحیه‌ای که در آن قطعه ای را می‌توان جایگذاری کرد در نظر گرفته می‌شود بعد از هر انتخاب و جایگذاری قطعه‌ای در یک حفره، ناحیه مستطیل شکل باقیمانده در مقابل ضلع سمت

راست وبالای قطعه جایگذاری شده به عنوان دو حفره جدید در نظر گرفته شده وحفره قبلی حذف می‌شود. سپس امکان گسترش حفره‌های موجود و یا ادغام حفره‌های همسایه بررسی شده وحفره‌ها به هنگام می‌شوند و عملیات انتخاب قطعه‌ای از بین قطعات باقیمانده و جایگذاری تکرار می‌شود، در صورتی که نتوان هیچ یک از قطعات را برای جایگذاری در یکی از حفره‌ها انتخاب کرد تمامی حفره‌های فعلی حذف و یک ورق اصلی جدید به عنوان یک حفره جدید در نظر گرفته می‌شود. عملیات فوق تا بر آورده شدن تقاضای تمامی قطعات ادامه می‌یابد اولویت انتخاب قطعه و حفره‌ای که قطعه در آن جایگذاری می‌شود، بر اساس قوانین تجربی زیر است:

الف- قطعه‌ای که صرف نظر از جهت، دارای ابعاد مساوی با ابعاد حفره‌ای باشد (دارای فیت درجه دو)

ب- در صورت وجود نداشتن قطعه‌ای با فیت درجه دو قطعه‌ای برای جایگذاری در یک حفره، انتخاب می‌شود که دارای یک ضلع مساوی با حفره باشد. (دارای فیت درجه یک)

ج ـ در صورت وجود نداشتن قطعه ای با فیت درجه یک، قطعه‌ای که دارای ابعاد کوچکتری از ابعاد حفره باشد.

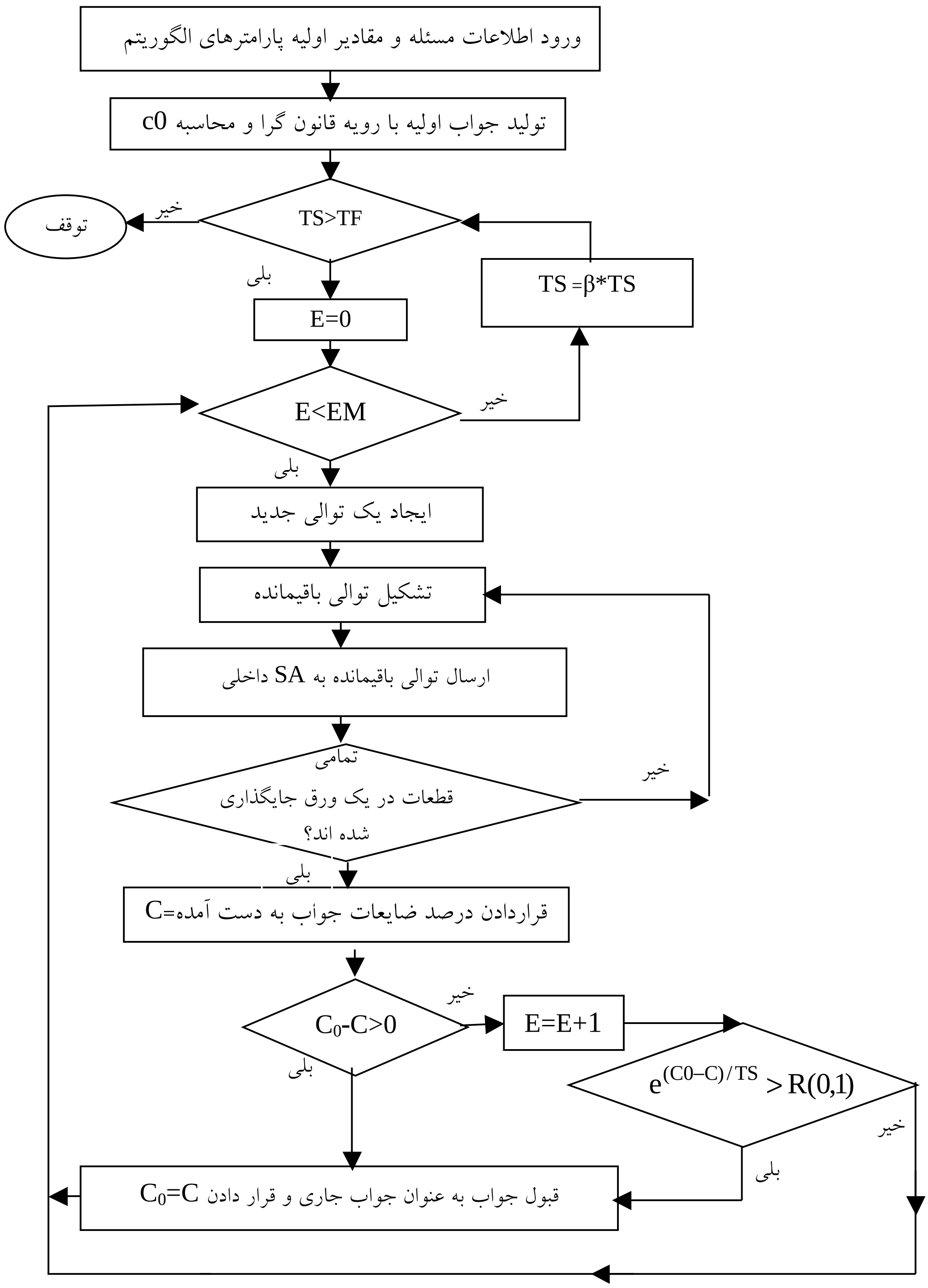
د- در صورتی که چند قطعه با درجه فیت یکسان وجود داشته باشد، از بین این قطعات، قطعه‌ای که دارای بزرگترین مساحت است برای جایگذاری در حفره مربوطه انتخاب می‌شود.

علاوه بر روش فوق، جواب اولیه را نیز می‌توان با فراخوانی متوالی رویه مربوط به مسئله برش بدون تقاضا (این رویه برای ایجاد جواب همسایگی کاربرد داشته و در بخش بعدی تشریح می‌شود) ایجاد کرد. در حقیقت می‌توان جواب اولیه را از الگوریتم پیشنهادی به دست آورد.

مقایسه عملکرد الگوریتم در دو حالت ایجاد جواب اولیه نشان می‌دهد که جواب اولیه به دست آمده توسط خود الگوریتم بهتر از جواب اولیه قانون گراست. به طوری که جواب اولیه قانون گرا دارای ضایعاتی در حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد بوده ولی برای همین مسائل جواب اولیه با الگوریتم پیشنهادی حدود ۱۲ تا ۲۰ درصد بوده است .ولی با این وجود استفاده از جواب اولیه قانون گرا موجب می‌شود تا الگوریتم در زمان کمتری به جواب بهتری نیز دست یابد. دلیل این امر را می‌توان ناشی از آن دانست که در الگوریتم قانون گرا ورقهای اصلی که در ابتدا پر می‌شوند دارای درصد ضایعات جزیی کمی بوده و یا به عبارت دیگر سبکهای برش خوبی هستند، زیرا در ابتدای اجرای الگوریتم قانون گرا قطعات بسیاری در دسترس بوده و طبق قوانین مورد استفاده، قطعاتی که ورق اصلی را به بهترین وجه پر می‌کنند در آن جایگذاری می‌شوند، با ادامه جایگذاری قطعات در ورقها، قطعات در دسترس کمتر شده، و بالتبع قطعات مناسب برای پر شدن بهتر ورق اصلی نیز کاهش خواهد یافت و در نتیجه ورقهای اصلی که در انتها پر می‌گردند معمولاً دارای درصد ضایعات جزیی، بالایی خواهند بود. هنگام ایجاد جوابهای همسایگی در الگوریتم پیشنهادی این ورقهای اصلی انتهایی شانس بیشتری برای انتخاب شدن دارند. انتخاب ورقهای اصلی که در آخر توالی قرار دارند باعث می‌شود تا توالی باقیمانده (رجوع به بند ٤-۳) کوچکتری ایجاد شده و الگوریتم پیشنهادی بتواند در زمان کمتر و نیز با کیفیت بهتری برای این توالی باقیمانده، سبکهای برش ایجاد نماید. هنگامی که جواب اولیه توسط خود الگوریتم پیشنهادی ایجاد می‌شود با توجه به مکانیزم عملکرد این الگوریتم مشخص است که بین درصد ضایعات ورقهای اصلی ابتدایی و انتهایی تفاوت کمتری وجود خواهد داشت.

٤-۳- تولید جواب همسایگی

برای تولید جواب همسایگی همان طور که در نمودار جریانی شکل (۲) دیده می‌شود ابتدا باید یک ترتیب جدید از توالی ایجاد شود برای این منظور دو توالی جزیی از بین توالیهای جزیی تشکیل دهنده جواب جاری الگوریتم، به تصادف انتخاب می‌شود. این انتخاب به گونه‌ای است که توالیهای جزیی مربوط به ورقهای اصلی با ضایعات بالاتر، احتمال بیشتری برای انتخاب شدن داشته باشند. در این صورت می‌توان انتظار داشت که با تغییر توالیهای جزیی این ورقها بتوان



شکل ۲- نمودار جریانی کلی الگوریتم پیشنهادی

به سبکهای برش با ضایعات کمتری دست یافت. سپس یکی از توالیهای جزیی در جلوی توالی جزیی دیگر درج می‌شود. و از عنصـری کـه در ایـن دو توالی جزیی منتخب دارای موقعیتی با کمتـرین شماره ترتیبی است تا انتهای توالی به عنوان یک توالی باقیمانده در نظـر گـرفته مـی‌شـود. با این فرض که این توالی باقیمانده امکانپذیـر نـبوده و یـا بـه عـبارت دیگر هیچ کدام از

عناصر آن، در ورقهای اصلی جایگذاری نشده است؛ برای ایجاد جـواب همسـایگی کافی است با استفاده از روشی کلیه عناصر موجـود در ایـن توالـی باقـیمانده را مجـدداً در ورقهـای اصلی جایگـذاری و تمام توالیهای جزیی موجود در توالی باقیمانده را تبدیل به توالیهای جزیی امکانپذیر کرد. برای این کار الگوریتمی کـه توسط لی و همکاران [۱۲] و لئونگ و همکاران [۱٤] برای مسـئله بـرش بدون تقاضا ارائه شده به عنوان یک رویه استفاده مـی‌شود. در این رویه ابتدا کل توالی باقیمانده برای جایگذاری قطعـات آن در یـک ورق در اختـیار رویـه قـرار داده مـی‌شود. معمـولاً پـس از فراخوانی رویه بدون تقاضا، تمام قطعات توالی در یـک ورق جایگذاری نشده و بخشی از آن باقی می ماند، که بـا ایـن قطعـات یک توالی باقیمانده جدید تشکیل شده و برای جایگـذاری آنـان در یـک ورق جدید مجدداً رویه بدون تقاضا فراخوانـی مـی‌شـود و ایـن عمل تا زمانی که تمامی قطعات در ورقهـای اصـلی جایگـذاری شـده و توالـی باقیمانده‌ای تشکیل نشود ادامه می‌یابد.

برای یک توالی از قطعات در رویه برش بدون تقاضا، سبک بـرش خوبی ایجاد می‌شود و یا به عبارت دیگر، از بین قطعات موجـود در توالـی، بایـد قطعاتـی انـتخاب شده و در یک ورق بـه‌گـونه‌ای جایگذاری شوند که ضایعات آن ورق حداقل شود. در ایـن رویـه بـرای نـیل بـه هدف فوق، از روش SA استفاده می‌شود. از این رویه که در داخل SA اصلی قرار داشته و در هر تکـرار SA اصلی، به کار گرفته می‌شود با عنوان SA داخلی یاد می‌شود. بنابراین الگوریتم ارائه شده دارای یک SA داخلی برای یافـتن جـواب همسـایگی و یـک SA اصـلی برای حل مسئله مـی‌باشـد. الگوریـتم SA داخلـی در نمودار جریانی شکل (۳) مشـاهده مـی‌شـود. در هر مرحله از تکرار SA اصلی یک توالی باقـیمانده بـه SA داخلـی تحویل می‌گردد. در SA داخلی سعی مـی‌شـود بـا تعویض تصادفی جای دو عنصر، یک توالی جدید برای توالی باقیمانده ایجاد شود. برای این منظور در هر تکرار از SA داخلی این توالی ارزیابی شده و درصد ضایعات آن محاسبه و مطابـق بـا روش SA پذیرش یا رد می‌شود. برای ارزیابی هر توالـی در SA داخلـی بایـد قطعـات در ورق اصلی چیده شده، سـپس ضـایعات آن محاسبه شود. این کار توسط رویه‌ای به نام BL[۱٦] انجام می‌گیرد.

رویه BL با روشی ساده سعی می‌کند که قطعات توالی را در چپترین و پایینترین ناحیه ممکن در یک ورق اصلی جایگذاری کـند تـا سـبکهای بـرش هر چه متراکمتری به دست آید. برای توضیح روش جایگذاری هر قطعه در ورق اصلی فرض کنید که در ابـتدا قطعه در بالای سمت راست ورق اصلی قرار دارد. این قطعـه تـا جایـی که امکان دارد (با قطعه دیگری همپوشانی پیدا نکـند) در ورق اصـلی پایـین آورده شـده و سـپس تا جایی که امکانپذیـر باشد به سمت چپ ورق اصلی حرکت داده می‌شود. ایـن فـرایند تا هنگامی که حرکت به سمت پایین وچپ در هر مـرحله امکانپذیـر باشـد ادامـه مـی‌یابـد تـا در نهایت قطعه در پایینتـرین و چپتـرین موقعـیت ممکـن جایگذاری شده یا عدم امکان جایگذاری آن مشخص شود. این عمل برای تمای عناصر توالـی از سـمت چپ تا انتهای توالی ادامه می‌یابد. در این رویه جهـات قطعـات ثابـت نـبوده و بـر خـلاف روش لئونگ [۱٤] می‌تواند متغیر باشد.

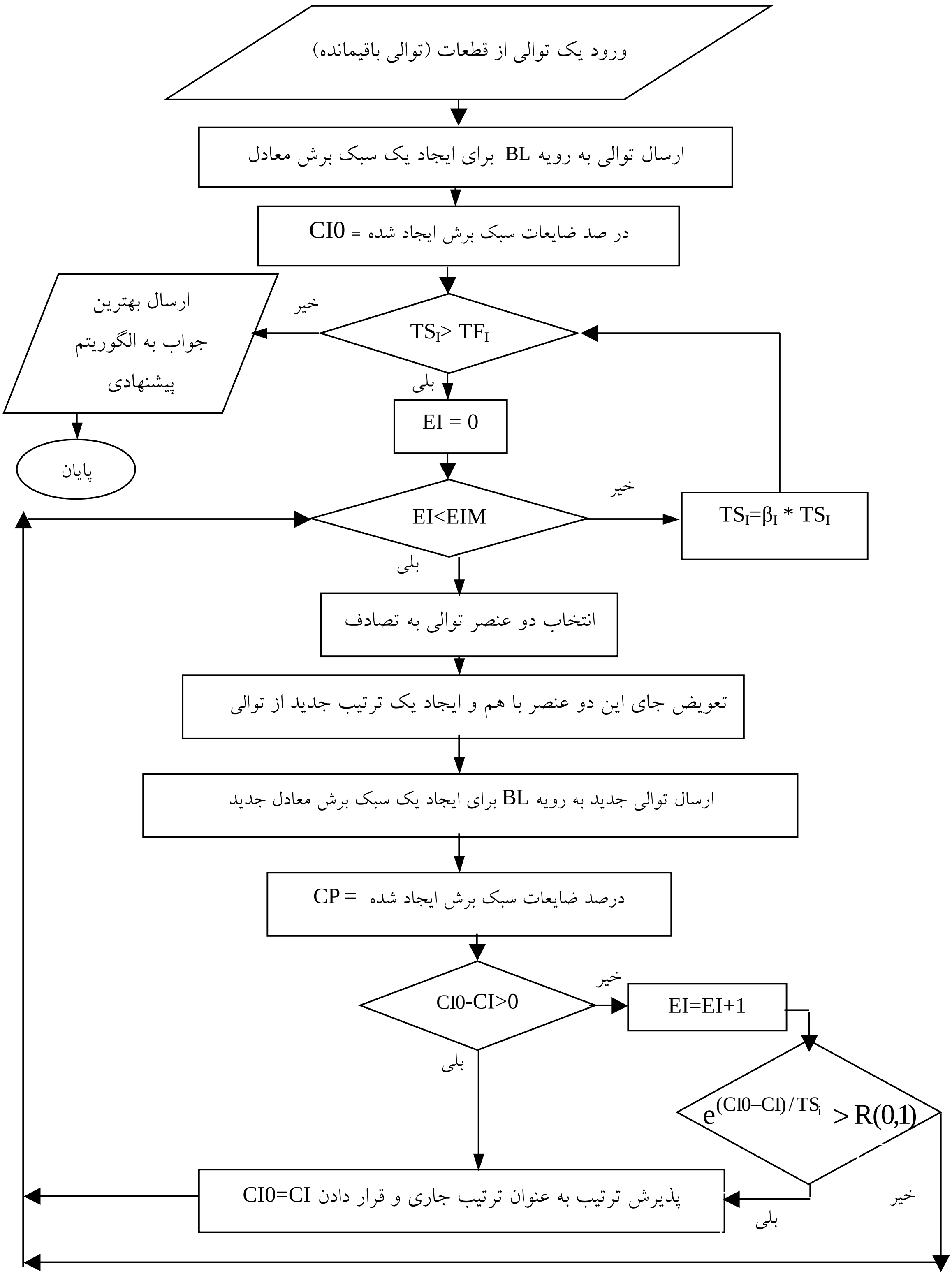
٤-٤- سایر پارامترهای SA

٤-٤-۱- معیار ارزیابی

ارزش هر جواب تنها با درصد ضایعات آن سنجیده می‌شود. درصد ضایعات با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{ns-1} w_i}{(ns-1) * LS * WS} \qquad (۳)$$

تـوجه کنـید کـه در محاسـبه درصد ضایعات، آخرین ورق مصرفی توسط الگوریتم، در نظر گرفته نشده است. زیرا با توجه بـه ایـن کـه در جـوابهای الگوریـتم پیشـنهادی، تعداد هر قطعه تولـیدی بایـد دقیقاً برابر تقاضای آن باشد، در صورت احتساب آخـرین ورق در محاسـبه درصـد ضـایعات، جوابهای با ارزش عملـی متفاوت، ممکن است دارای یک درصد ضایعات یکسان باشـند، ولی در یک جـواب مسـاحت کمتـری از آخـرین ورق



شکل ۳- رویه SA داخلی

نسبت بـه جـوابهای دیگـر اسـتفاده شده باشد به طوری که از باقـیمانده مسـاحت آخـرین ورق بـتوان بـرای برشـهای بعدی استفاده کرد.

٤-٤-٢- شرط تعادل و توقف

شرط تعادل در هر دما، در SA اصلی و داخلی با آزمایشهای مـتعدد مشـخص شـده اسـت. این مقدار در بهترین حالت خود برابـر پنج تکرار حلقه داخلی، بدون ایجاد بهبود در جوابهای به دسـت آمـده اسـت. همچنـین اجـرای الگوریتم نیز در یکی از حالات زیر متوقف می‌شود:

الف- دمای الگوریتم به دمای انجماد برسد.

ب- بـه جواب بهینه در مورد مسائلی که مقدار جواب بهینه آنها مشخص است دست یافته شود.

ج- تعداد تکرارها از حداکثر تعداد مجاز تعریف شده بیشتر شود.

٤-٤-٣- رابطه کاهش دما

از دو رابطه کاهش دمای زیراستفاده، و عملکرد الگوریتم در این دو حالت با هم مقایسه شده است:

الـف - رابطـه کـاهش متناسـب دما[١٧]، برای سرد کردن که این رابطه [١٤] را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$T_{k+1}= \beta . T_k \qquad , 0< \beta <1 \qquad (٤)$$

که در آن T_{k+1} دمای الگوریتم در تکرار بعدی است.

ب- رابطـه ارائـه شـده توسط لاندی ومیز[١٦] که این رابطه به صورت زیر است:

$$T_{k+1}= T_k / (1+ \alpha T_k) \qquad , \alpha > 0 \qquad (٥)$$

در رابطـه‌هـای فوق α وβ مقادیر ثابتی‌اند که مقدار آنها قابل تنظیم است. این مقادیر تعداد کل تکرارهای الگوریتم را کنترل می‌کند.

اسـتفاده از رابطـه کـاهش متناسـب دما باعث شده است تا الگوریـتم عملکـرد بهتـری داشـته باشـد. بنابـراین در الگوریتم پیشنهادی، این رابطه برای کاهش دما به کار برده شده است.

٤-٥- تنظیم پارامترهای الگوریتم

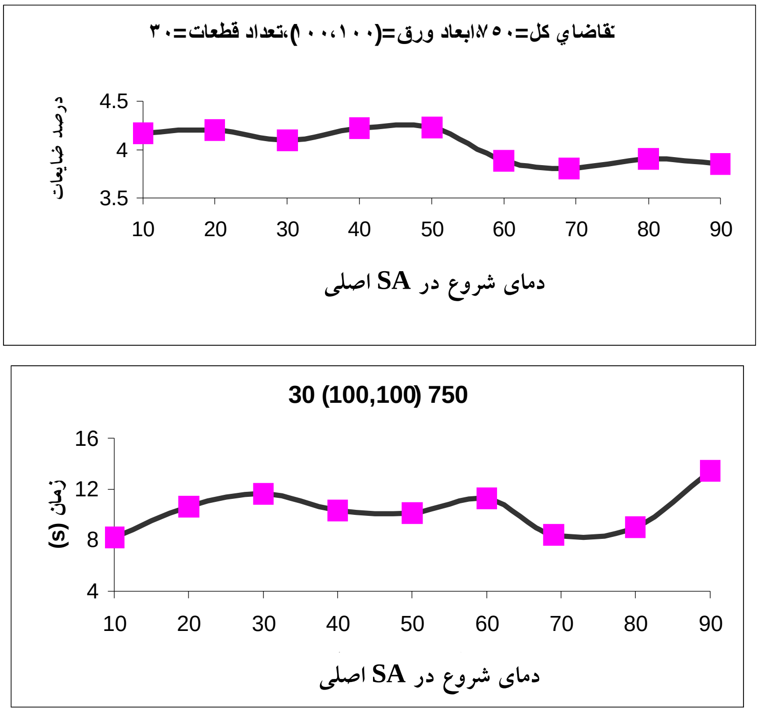
بـه مـنظور بـه دست آوردن مقادیر مناسب پارامترهای SA، اجـرای الگوریـتم بـا اسـتفاده از مسـائل نمونه مختلف صورت گـرفته است. مسائل نمونه به طور تصادفی و به گونه‌ای (مطابق بخـش ٦) تولید شده‌اند که جواب بهینه آنها معلوم و برابر صفر باشـد. در ایـن مسائل تعداد انواع قطعات از ١٠ تا٥٠، تقاضای کل از٢٠٠ تا٢٤٠٠، ابعاد ورق اصلی از (١٠،١٠) تا (١٠٠،١٠٠) و از (١٢٠،١٢٠) تا (٢١٠،٢١٠) متغیر بوده است.

بـرای هـر مسـئله خاص، الگوریتم در حالتی که مقدار یک پارامتـر متغیـر و بقـیه پارامتـرهای SA ثابـت بوده‌اند اجرا شده است. تا در کل با مقایسه نتایج حاصله از نظر درصد ضایعات و زمان حل، بتوان مقادیر تقریباً مناسب پارامترها را شناسایی کرد.

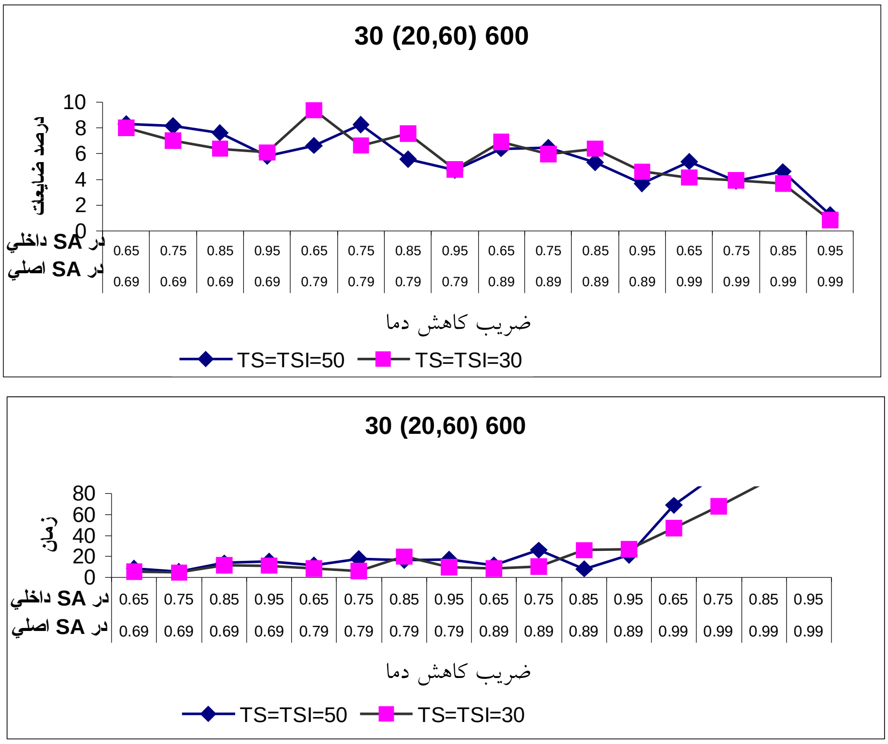
در شـکل (٤) چند نمونه از نمودارهای حاصل از تحقیقات فـوق آورده شـده است. در شکل(٤- الف) نتایج حل مسئله‌ای بـا ٣٠ قطعـه وتقاضـای کل ٧٥٠ در حالی که دمای شروع SA اصـلی از ١٠ تـا ٩٠ متغیـر و مقداردیگـر پارامتـرها ثابـت بوده نمـایش داده شـده اسـت. در ایـن نمـودار مشـاهده می‌شود که افـزایش دمـای شـروع از ١٠ تـا ٥٠ تاثیـر چندانی در ضایعات نداشـته و به طور متوسط زمان حل ٣ ثانیه(٣٧٪) افزایش داشته اسـت. ولـی افـزایش دمـای شـروع از ٥٠ تـا ٧٠ باعث کاهش ضـایعات از ٤/٢٪ به ٣/٧٪ شده است ضمن اینکه در دمای٧٠، زمان حل نیز کاهش یافته است. افزایش دمای شروع به بیش از ٧٠ باعث شده است تاضمن بیشتر شدن زمان حل ضایعات نیز کمی افزایش یابد.

در شـکل(٤- ب) ضـریبهای کـاهش دمـا در هر دو SA از ٠/٦٥ تـا ٠/٩٥ متغیر بوده است. نمودار نشان می‌دهد که هر چه مقادیـر ضـریبهای کـاهش دما افزایش داده شود با صرف زمان بیشـتر ضایعات کمتری ایجاد می‌شود. به طوری که ضایعات از حـدود ٨٪ در مقادیـر پایـین ضـرایب بـه حدود ١٪ در مقادیر نـزدیک یـک، کاهش یافته است. ولی از مقداری به بعد افزایش بیشـتر مقادیر ضریب کاهش دما باعث افزایش شدید زمان حل خواهدشد ضمن آن که میزان بهبود ضایعات نیز کاهش می‌یابد.

مقایسـه نمـودارهای شـکل (٤) نشـان مـی‌دهد که افزایش ضریب کاهـش دما تاثیر بیشتری را در عملکرد الگوریتم نسبت



شکل ٤- الف) اثر تغییر دمای شروع در عملکرد الگوریتم



شکل ٤- ب) تاثیر افزایش ضریبهای کاهش دما در عملکرد الگوریتم

شکل٤- تنظیم پارامترهای الگوریتم

به افزایش دمای شروع داراست.

البته نباید از نظر دور داشت که به علت وجود دو حلقهSA در الگوریـتم، تنظیم ایدئال پارامترهای آن کاری بسیار مشکل و پـر هـزینه خـواهد بـود. زیرا برای یک مسئله خاص، ترکیبهای مختلف مقادیر پارامترها را می‌توان بررسی کرد و از طرف دیگر در مسئله برش با تقاضا، تغییر در یکی از چهار مورد ابعاد ورق اصـلی یـا قطعـات، تقاضـای هـر قطعـه و تعـداد انواع قطعات مـی‌تـواند مسـائل متفاوتـی را ایجـاد کند. لذا برای عملی شدن تحقـیق در مـورد مقادیر مناسب پارامترها به خصوص در مورد SA داخلـی، سـعی شـده اسـت تـا از نتایج ارائه شده در [۱٤] استفاده شود.

در زیـر خلاصـه نـتایج حاصـله از تحقـیق در مورد مقادیر مناسب پارامترها بیان می‌شود:

- مقدار مناسب دمای شروع در SA اصلی ۷۰، در SA داخلی ۵۰، و دمای انجماد در هر دو SA برابر صفر در نظر گرفته شده است.
- افـزایش بیشـتر دمـای شروع، به خصوص در SA داخلی، در مواردی باعث بیشتر شدن درصد ضایعات خواهد شد.
- مقادیر مناسب ضریب کاهش دما درSA اصلی ۰/۸۵ و درSA داخلی برابر ۹۵/ در نظر گرفته شده است.

۵- نتایج محاسباتی

الگوریتم پیشنهادی به زبانTURBO C کد شده و روی یک رایانـه شخصـی پنتـیومII با ۲۵٦ مگابایت حافظه رم اجرا شده اسـت. بـا توجه به این که مسائل نمونه یا الگوی برش با تقاضا در مقـالات مشـاهده نشـد و اکثـر مقالات در مورد مسئله برش بـدون تقاضـا هسـتند، برای بررسی کارایی الگوریتم، دو روش بـرای تولـید مسـائل تصادفی با جواب بهینه معلوم و برابر صفر پیشنهاد شده است. در این بخش ابتدا به این روشها، اشاره شده و سـپس نـتایج اجرای الگوریتم برای حل این مسائل بیان می‌شود. همچنین نتایج حل سه نمونه از مسائل عملی بیان می‌شود.

۵-۱ - تولید مسائل تصادفی

بـرای تولـید تصـادفی مسـائل برش با تقاضا با جواب بهینه معلوم و درصد ضایعات برابر صفر روشهای زیر پیشنهاد شده است:

در روش اول ابتدا ابعاد ورق اصلی و تعداد قطعاتی که ورق بایـد بـه آن برش داده شود مشخص می‌شود. سپس ورق اصلی بـه عنوان یک قطعه تولیدی در نظر گرفته شده و مجموعه‌ای از قطعات تولیدی که در آغاز فقط شامل ورق اصلی است تشکیل مـی‌شـود و تـا زمانـی که تعداد قطعات تولیدی در آن، به تعداد تعیـین شـده نرسـیده باشـد، هـر بـار قطعه‌ای از آن به تصادف انـتخاب و جهـت و محـل بـرش روی آن نیـز به طور تصادفی تعیـین مـی‌شود و با برش آن، دو قطعه جدید تولید و جایگزین قطعـه قبلـی در مجموعه می‌شود. نمودار جریانی این مرحله از روش در شکل(۵) آمده است.

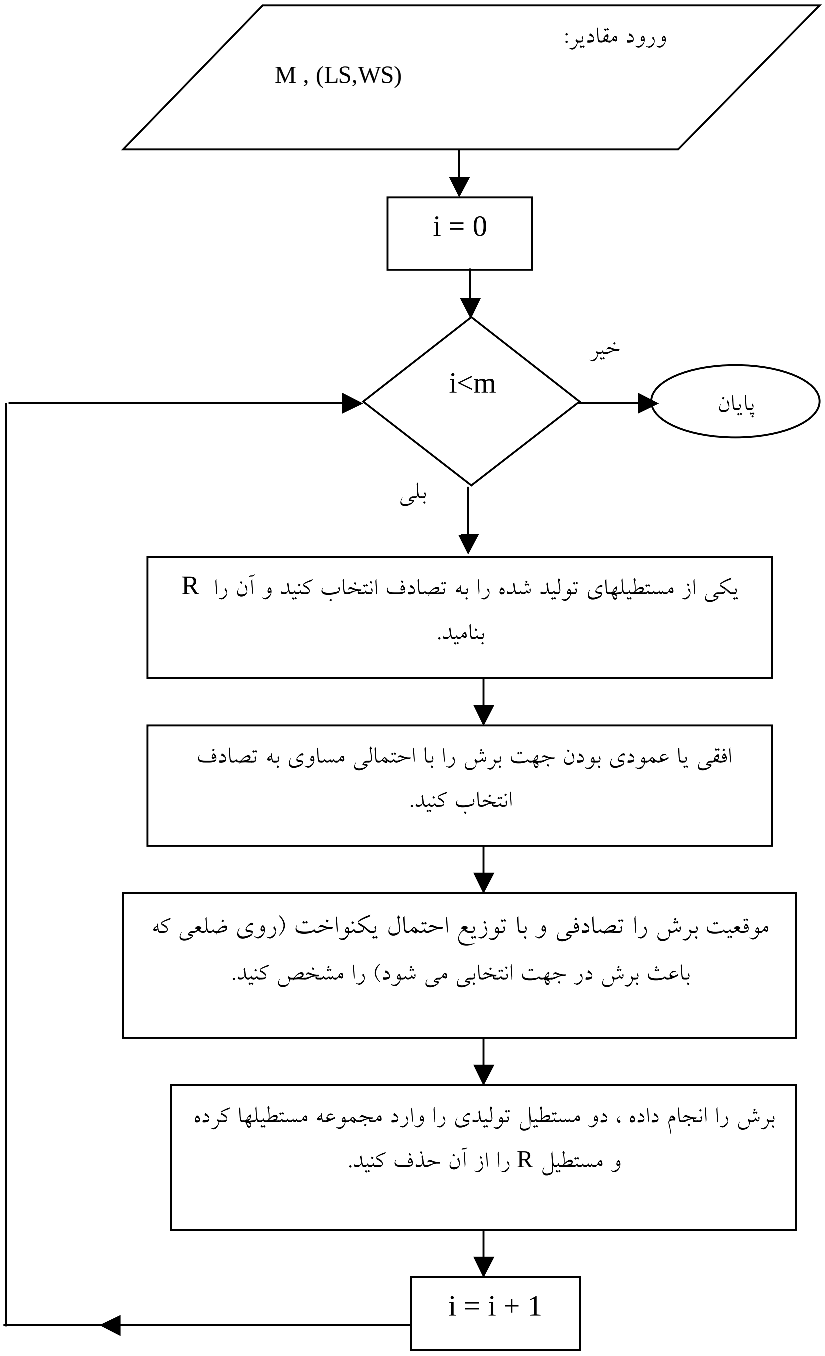
بعـد از برش ورق به تعداد قطعات تعیین شده، برای تمامی قطعـات تولـیدی تقاضای یکسانی در نظر گرفته می‌شود. سپس در بین این قطعات، قطعاتی که صرف نظر از جهت دارای ابعاد یکسـانی باشـند، شناسایی و به عنوان یک نوع قطعه با تقاضای برابر مجموع، تقاضای قطعات یکسان، در نظر گرفته می‌شوند.

در روش دوم تولـید مسـائل تصـادفی عـلاوه بر ابعاد ورق اصـلی و تعداد کل قطعات، حداکثر تعداد قطعاتی که یک ورق مـی‌تواند به آن برش داده شود باید مشخص شود. سپس عددی بـه صـورت تصـادفی در دامنه یک و حداکثر تعداد تعیین شده، انـتخاب مـی‌شـود و یک ورق اصلی همانند روش اول، به این تعـداد قطعـه بـریده مـی‌شود و تا هنگامی که تعداد کل قطعات تولـیدی از میـزان مشخص شده کمتر باشد، عملیات فوق برای ورقهـای اصـلی جدیـد تکـرار مـی‌شود بعد از تولید قطعات به تعـداد کـل تعیـین شـده، قطعـات یکسان صرف نظر از جهت، شناسایی شده و تقاضای آنها با هم جمع می‌شود.

با استفاده از روشهای فوق تعدادی قطعه به دست می‌آید که تقاضـای آنهـا نیـز مشـخص بوده و تامین آنها با ضایعات صفر امکانپذیر است.

۵-۲- حل مسائل

بـه مـنظور بررسـی کـارایی الگـوریتم مسائـل تصادفی زیر یک بـار با روش اول و بار دیگـر با روش دوم، تولیـد و توسط



شکل ۵- نمودار جریانی برش یک ورق به تعدادی مشخص از قطعات

الگوریتم حل شده‌اند. قابل ذکر است حل هر مسئله خاص ده بار تکرار شده و متوسط ضایعات و زمان اجرای به دست آمده در این ده تکرار به عنوان نتیجه اجرای الگوریتم برای آن مسئله در نظر گرفته شده است.

الف- ابعاد ورق اصلی در محدوده ۲۰ تا ۱۰۰ با دامنه تغییر ۲۰ واحد بوده که بدون در نظر گرفتن ورقهای با ابعاد مشابه، مجموعاً ۱۵ نوع ورق وجود داشته است. تقاضای کل در محدوده ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ با دامنه تغییر ۲۰۰ (۵ مورد) و تعداد قطعات برابر ۵ ، ۱۰ ، ۱۵ ، ۲۰ ، ۲۵ ، ۴۰ ، ۵۰ ، (۷ مورد) است. بنابراین در این حالت تعداد ۵۲۵= ۷×۵×۱۵ مسئله

مختلف ایجاد شده است.

ب- ابعاد ورق اصلی در محدوده ۱۲۰ تا۲۱۰ با فاصله۳۰ واحد متغیر بوده که بدون در نظر گرفتن ورقهای با ابعاد مشابه، مجموعاً ۱۰ نوع ورق وجود داشته است. تقاضای کل از ۱۲۰۰تا ۱۸۰۰ با دامنه تغییر۲۰۰ و تعداد قطعات نیز از ۱۰تا۴۰ با دامنه ۱۰ متغیر بوده است. بنابراین در این حالت نیز تعداد ۱۶۰=۴×۴×۱۰ مسئله مختلف ایجاد شده است.

حل تعدادی از مسائل فوق که با روش اول تولید شده اند، در جدول (۱) آورده شده است. در این جدول با ملاحظه درصد ضایعات در هر ردیف مشخص است که در یک تقاضای کل مشخص، هرچه تعداد قطعات بیشتر باشد الگوریتم با مسئله‌ای دشوارتر مواجه بوده ودرصد ضایعات بالاتری را برای آن ایجاد می‌کند. افزایش تعداد قطعات بیش از افزایش تقاضای آنها، در دشوار شدن مسئله نقش دارد. ولی با اطمینان می‌توان گفت که الگوریتم برای مسائل با تقاضای کل زیر ۶۰۰ که با روش اول تولید شده‌اند، جوابی با ضایعات کمتر از ۶٪ را می‌یابد. همچنین در این مسائل رابطه خاصی بین ابعاد ورق اصلی و کیفیت جواب مشاهده نمی‌شود.

قابل ذکر است در روش اول تولید مسائل تصادفی هرچه تعداد قطعات بیشتر باشد ابعاد قطعات تولیدی نسبت به ابعاد ورق اصلی کوچکتر بوده و از نظر اندازه متنوعترند. ولی در روش دوم این امر با تعیین حداکثر تعداد تقسیم یک ورق به قطعات، قابل کنترل است. مسائل جدول (۲) با روش دوم ایجاد و حل شده‌اند. ابعاد ورق اصلی و تعداد قطعات این مسائل با مسائل جدول (۱) یکسان بوده وتقاضای کل آنها نیز تقریباً در یک محدوده‌اند. مقایسه کلی جداول (۱) و(۲) نشان می‌دهد که الگوریتم برای این مسائل جوابهای به مراتب بهتری را یافته است. بنابراین به نظر می‌رسد در مسائل، هر چه ابعاد قطعات به ابعاد ورق اصلی نزدیکتر باشد و به تعداد ورقهای اصلی بیشتری برای تامین تقاضاهای آنها نیاز باشد، الگوریتم به نحو کاراتری عمل می‌کند. این مورد را می‌توان در جدول (۲) در ستون ms مشاهده کرد که ms نشان دهنده حداکثر قطعاتی است که به رویه دوم تولید مسائل تصادفی اجازه داده می‌شود تا یک ورق را به آن تعداد قطعه برش دهد. در جدول (۲) می‌توان دید که با کوچکتر بودن این عدد حتی در مسائل بزرگ، الگوریتم کارایی خوبی داشته است.

با توجه به جداول (۱) و(۲) در مورد امکان مقایسه الگوریتم پیشنهادی با دیگر الگوریتمها می‌توان گفت:

- در بین تمامی مقالات مطالعه شده، تنها مقاله الگوریتم قانون گرا مستقیماً مسئله برش با تقاضا را مورد بررسی قرار داده است که این الگوریتم جواب اولیه الگوریتم پیشنهادی را ایجاد می‌کند.

- در مقالات راجع به مسئله برش بدون تقاضا با حداکثر ۳۵ قطعه، ضایعات زیر ۶ درصد نشان دهنده کارایی خوب الگوریتم می‌باشد[۱۲-۱۴]. ضمن اینکه در این الگوریتمها لازم نیست تمامی قطعات موجود در یک ورق جایگذاری شوند در حالی که در الگوریتم پیشنهادی باید کلیه قطعات در ورقهای اصلی جایگذاری شوند.

۵-۳- حل مسائل عملی

در این بخش نتایج حل نمونه ای از مسائل عملی که از یک شرکت تولید کننده بدنه اتومبیل اخذ شده اند ذکر می‌شود، هر مسئله شامل کلیه قطعاتی است که در این کارخانه، با یک ضخامت خاص مورد نیاز است. تقاضای هر قطعه بر اساس میزان سفارش آن در هر دوره سفارش برآورد و بنابراین برای کوچک شدن اندازه مسئله، دوره سفارش حتی الامکان کوتاه در نظر گرفته شده است.

هر چند در عمل اقدامات زیادی برای کاهش اندازه‌های مسائل و رسیدن به جوابهای بهتر می‌توان انجام داد ولی چون هدف از ارائه این مسائل بررسی کارایی الگوریتم در دشوارترین حالت بوده است، در هیچ موردی به جز کاهش تقاضا، ساده‌سازی انجام نگرفته است. نتایج حل این مسائل در جدول (۳) آمده است. با توجه به بزرگ بودن اندازه مسئله نسبت به مسائل مطرح در ادبیات مسئله برش، ضایعات حدود ۶٪ را

جدول ۱- حل مسائل تصادفی تولیدی با روش اول

مشخصات مسائل			تعداد قطعات برابر۱۰		تعداد قطعات برابر۲۵		تعداد قطعات برابر۵۰	
طول ورق اصلی	عرض ورق اصلی	تقاضای کل	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه
۲۰	۲۰	۲۰۰	۰/۴۵	۷/۶۹	۱/۲۹	۱/۲۶	۳/۰۳	۲/۲۰
۲۰	۲۰	۴۰۰	۰/۶۷	۸/۷۹	۵/۳۸	۰/۸۳	۵/۳۱	۱۰/۸۶
۲۰	۲۰	۶۰۰	۲/۹۳	۰/۷۸	۶/۸۲	۲/۷۱	۶/۴۱	۱۴/۶۱
۲۰	۲۰	۸۰۰	۳/۸۶	۲/۰۹	۷/۳۰	۳/۰۸	۷/۵۵	۲۳/۰۰
۲۰	۲۰	۱۰۰۰	۳/۹۵	۳/۶۷	۸/۰۰	۶/۷۰	۹/۹۶	۴/۵۵
۲۰	۸۰	۲۰۰	۰/۳۴	۷/۶۳	۲/۹۹	۱۰/۴۲	۵/۸۸	۲/۱۲
۲۰	۸۰	۴۰۰	۲/۳	۸/۰۲	۴/۹۶	۹/۴۷	۵/۶۹	۱۲/۱۴
۲۰	۸۰	۶۰۰	۵/۲۲	۷/۴۱	۶/۰۷	۱۱/۲۵	۱۰/۶۷	۲۵/۴۱
۲۰	۸۰	۸۰۰	۵/۵۱	۸/۲۸	۸/۱۲	۳۰/۸۵	۱۳/۱۲	۳۰/۵۱
۲۰	۸۰	۱۰۰۰	۵/۳۴	۹/۹۲	۸/۶۸	۴۵/۲۷	۱۳/۴۷	۳۳/۲۴
۶۰	۱۰۰	۲۰۰	۱/۲	۲۶/۳۶	۲/۵۱	۵/۹۱	۵/۱۲	۳/۲۹
۶۰	۱۰۰	۴۰۰	۴/۱	۲۲/۳۳	۵/۱	۶/۲۳	۷/۰۲	۸/۸۲
۶۰	۱۰۰	۶۰۰	۵/۴۱	۳۸/۴۵	۶/۶۴	۱۸/۵۲	۱۰/۱۲	۲۸/۰۱
۶۰	۱۰۰	۸۰۰	۶/۱۹	۳۳/۲۱	۸/۵۰	۳۵/۳۸	۱۲/۱۵	۳۲/۱۷
۶۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۷/۵۶	۴۱/۴۷	۹/۶۲	۴۹/۵۱	۱۳/۴۸	۴۲/۵۲

جدول ۲- حل مسائل تصادفی تولیدی با روش دوم

		ورق اصلی (۲۰،۲۰)			ورق اصلی (۲۰،۸۰)			ورق اصلی (۶۰،۱۰۰)		
تعداد قطعات	ms	تقاضای کل	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه	تقاضای کل	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه	تقاضای کل	درصد ضایعات	زمان اجرا ثانیه
۱۰	۵	۱۸۰	۲/۸۷	۲/۷۶	۱۸۰	۰/۰	۱/۳۳	۲۴۹	۰/۰۲	۲/۳۱
۲۰	۱۰	۲۸۳	۱/۰۶	۲/۲۶	۴۶۹	۰/۴۳	۱/۹۷	۱۷۲	۰/۶۹	۱/۷
۲۰	۱۵	۳۷۸	۴/۱۷	۶/۹۲	۷۳۱	۲/۵۹	۲۵/۴۹	۲۰۵	۲/۵۲	۱/۸۲
۲۰	۵	۸۷۷	۱/۰۱	۱۵۳/۸	۱۰۵۰	۰/۷۵	۳۶/۲۵	۳۶۸	۰/۶۱	۲/۳۱
۲۰	۵	۹۲۵	۰/۷۱	۵۸/۷۷	۱۱۳۰	۲/۱۱	۱۱/۶۵	۱۱۵۲	۲/۵۴	۱۰/۱۲
۳۰	۵	۱۳۶	۰/۳۱	۱/۱۵	۲۷۲	۰/۶۶	۱/۰۴	۲۹۴	۳/۱۳	۳/۷۹
۳۰	۱۵	۷۱۴	۸/۷۹	۵۱/۰۸	۳۹۳	۱/۰۹	۵/۹۹	۴۱۲	۲/۸۴	۵/۱۲
۳۰	۱۰	۸۴۱	۵/۴۵	۱۰۲/۵	۵۲۱	۲/۱۰	۶/۷۲	۶۱۸	۳/۲۱	۶/۹۴
۳۰	۱۰	۱۰۵۰	۷/۱۱	۸۱/۰۷	۱۰۰۳	۵/۸۹	۱۸/۳۵	۱۵۰۰	۵/۴۲	۱۸/۶۹
۴۰	۲۰	۲۲۵	۰/۶۲	۱/۹۲	۱۸۸	۴/۸۴	۵/۰۵	۲۸۵	۲/۲۴	۵/۲۳
۴۰	۵	۲۵۰	۰/۹۹	۲/۵۸	۳۶۵	۳/۴	۱۱/۵۴	۴۸۷	۱/۳۲	۶/۰۱
۴۰	۵	۱۰۵۷	۰/۵	۸۰/۹۶	۶۲۱	۳/۵۱	۱۰/۲۸	۶۱۸	۲/۷۱	۱۰/۴۲
۴۰	۱۰	۱۶۵۵	۶/۵۷	۲۵۲/۷	۱۱۳۷	۴/۵۳	۲۱/۹	۱۰۲۰	۱/۹۱	۱۵/۲۴
۵۰	۱۰	۲۳۹	۲/۰۲	۳/۲	۳۴۵	۱/۷۹	۴/۰۱	۲۹۹	۱/۶۴	۲/۲۶
۵۰	۱۰	۴۵۱	۳/۱۲	۴/۱۷	۴۰۶	۱/۲۶	۴/۸۳	۵۶۷	۱/۳۹	۲/۴۸
۵۰	۲۰	۶۹۷	۵/۲۴	۱۷/۵۸	۶۵۵	۱/۸	۶/۰۴	۸۰۲	۲/۷۷	۱۲/۷۴
۵۰	۱۰	۱۲۲۵	۷/۴۶	۱۷۸/۱	۱۲۵۵	۴/۲۱	۷۰/۴۷	۱۴۰۷	۶/۷۵	۵۲/۴۷
۶۰	۱۰	۲۶۳۲	۲/۰۱	۴۵۵/۹	۱۷۳۴	۶/۱۹	۶۹۶/۲	۱۳۰۱	۸/۳۷	۲۲۸/۲

جدول ۳ – نتایج حل سه نمونه از مسائل عملی

شماره مسئله	تعداد انواع قطعات	تقاضای کل	ابعاد ورق اصلی (mm)	درصدضایعات	زمان اجرا S
۱	۷۵	۸۹۱	(۲۰۰۰،۱۰۰۰)	٦/۱	۹۰۰
۲	۳۰	۲۹٤	(٦۰۰۰،۱۱۰۰)	٦/۳۵	۳۳۷
۳	۲۵	۲۰۸	(۲۰۰۰،۱۰۰۰)	٤/۲	۸۰

می‌توان یک جواب خوب دانست. هر چند در عمل می‌توان این مسائل را به صورت مناسبی ساده تر کرده وبا به کارگیری الگوریتم به جوابهای بهتری دست یافت.

از طرف دیگر با روش برش فعلی این شرکت در حدود ۱۸ تا ۲۰ درصد ضایعات تولید می‌شود که در صورت عمل مطابق جواب الگوریتم این ضایعات به حدود ٦ درصد خواهد رسید. البته ذکر این نکته ضروری است که بخشی از ضایعات فعلی کارخانه قطعاتی هستند که در یک سفارش به تعداد زیادی تولید شده و به علت مصرف نشدن با گذشت زمان کیفیت خود را از دست داده‌اند و یا به علت کمبود فضا برای نگهداری، به عنوان ضایعات از کارخانه خارج شده اند. بخش کوچکی از ضایعات فوق نیز ضایعات حاصل از تکنولوژی برش است.

٦- نتیجه گیری

در این مقاله، مسئله برش دو بعدی با تقاضا مورد بررسی قرار گرفت. اکثر محققان به مسئله برش با هدف کاهش ضایعات در ورق به طور مجزا، بدون در نظر گرفتن تقاضای قطعات پرداخته‌اند، در حالی که اکثر مسائل واقعی برش به صورت مسئله برش با تقاضا هستند. البته این مسئله جزء مسائل Np-hard بوده و نیاز به روشی ابتکاری برای حل عملی آن خواهد بود. لذا در این مقاله الگوریتمی فراابتکاری ارائه شده که با استفاده از روش SA مستقیماً به حل مسئله برش با تقاضا پرداخته است، در این الگوریتم دوSA وجود دارد که از یکSA تحت عنوانSA داخلی، در فرایند تولید جواب همسایگی در هر تکرار SA اصلی استفاده شده است، و SA دیگر مسئله اصلی را حل می‌کند. جواب اولیه توسط رویه‌ای تک گذری، که جایگذاری قطعات در آن طبق قانونهای ابتکاری صورت می‌گیرد تولید می‌شود. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که استفاده از این رویه، باعث بهتر شدن عملکرد الگوریتم می‌شود. با توجه به نبودن مسائل نمونه و الگو، روشی برای تولید مسائل تصادفی و با جواب بهینه معلوم و برابر صفر ارائه و با حل این مسائل در مقادیر مختلف پارامترهایSA تنظیم شد.

نتایج محاسباتی برای حل مسائل تصادفی در محدوده ۱۰تا ۵۰ نوع قطعه و با تقاضای کل حداکثر۲٤۰۰ نشان می‌دهد که این الگوریتم می‌تواند برای مسائلی تا ۳۰ نوع قطعه و تقاضای کل حدود۵۰۰، جوابی با ضایعات کمتر از ٦ درصد را بیابد، کارایی الگوریتم به تعداد انواع قطعات، بیش از تقاضای قطعات حساس بوده و همچنین در یک تعداد انواع و تقاضای قطعات خاص، هر چه ابعاد قطعات مورد نیاز یکنواختتر باشد، الگوریتم کارایی بهتری را داراست.

در خاتمه پیشنهاد می‌شود برای پیاده سازی و کاربرد این الگوریتم در صنایع مختلف تحقیقات بیشتری انجام شود، زیرا به نظر می رسد در صورت شناسایی شرایط و محدودیتهای عملی هر صنعت و اعمال آنها در الگوریتم (مانند قابل قبول بودن برآورده شدن تقاضای قطعات در یک دامنه، به جای یک عدد دقیق، گیوتینی بودن برشها، دسته بندی قطعات و امکان استفاده از ضایعات برای تولید قطعات کوچکتر، دخالت دادن هزینه‌های مربوط به برش در هزینه استفاده از یک ورق و...) می‌توان به نحو موثرتری هزینه‌های ناشی از برش را کاهش داد، علاوه بر این، گسترش الگوریتم برای برش سه بعدی که دارای کاربرد فراوانی نیز هست از زمینه‌های مهم توسعه الگوریتم است.

واژه نامه

1. two dimensional cutting stock problem
2. meta heuristic
3. simulated annealing
4. cutting patterns
5. column generation
6. shadow prices
7. knapsack problem
8. state space relaxation
9. lagrangean relaxation
10. subgraient
11. genetic algorithm
12. non guillotine
13. orthogonal
14. partial sequence
15. hole
16. bottom left
17. proportional decrement

مراجع

1. Kantorovich, L.V., "Mathematical Methods of Organizing and Planning Production," *Manegment Science*, Vol. , pp.363-422, 1939.
2. Gilmore, P.C., and Gomory, R.E, "A Linear Programming Approach to the Cutting - Stock Problem," *Operation Research*,Vol.9, PP.849-859, 1961.
3. Gilmore, P.C., and Gomory, R.E, "A Linear programming Approach to the Cutting – Stock Problem-part II," *Operation Research* Vol.11, PP.863-888, 1963.
4. Gilmore, P.C., and Gomory, R.E, "Multistage Cutting Stock Problems of Two And more Dimensons," *Operation Research*, PP.94-120, 1965.
5. Beasley, J.E, "Algorithms for Unconstraind Two-Dimensional Guillotine Cutting," *Operations. Research Society*, Vol.36,No.4,PP.297-306,1985
6. Hifi, M., and Ouafi, R., "Best-First Search And Dynamic Programming Methods for Cutting Problems: The cases of One or More Stock Plates," *Computers and Industrial Engearing*, Vol.32, No.1, PP.187-205, 1977.
7. Christofides, N., and Whitlock, C., "An Algorithm for Two-Dimensional Cutting Problems," *Operation Research*,Vol.25, No.1, PP.30-44, 1977.
8. Christofides,N., and Hadjiconstantinou, E.,"An exact Algorithm for Orthogonal 2-D Cutting Problems Using Guillotine Cuts", *European Journal of Operational Research*, Vol.83, pp.21-38, 1995.
9. Beasley, J.E., "An Exact Two-Dimensional Non-Guillotine Cutting Tree Search Procedure", *Operation Research*, Vol.33, No.1, PP.49-64, 1985.
10. Wang,P.Y, "Two Algorithms for Constraind Two-Dimensional Cutting Stock Problems," *Operation Research*, Vol.31,No.3,PP.573-586,1983
11. Dietrich, R.D., and Yakowitz, S.J., "A Rule-Based Aproach to The Trim-Loss Problem", *International. Journal of Production Research*, Vol.29, No. 20, PP.401-415, 1991
12. Lai, K.K., and Chan, W.M., "Developing A Simulated Annealing Algorithm for The Cutting Stock Problem," *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 32, No.1, PP.115-127,1997.
13. Beasley, J. E," A Population Heuristic for Constrained Two-Dimensional Non-Guillotine Cutting, *http:mscmga.ms.ic.ac.ukjebjeb.html*,2000.
14. Leung, T.W., Yung,C. H., and Troutt, D.M., "Application of Genetic Search and Simulated Annealing to the Two-Dimensional Non- Guillotine Cutting Stock Problem," *Computers & Industrial Engineering*, Vol.40, PP.201-214 , 2001.
15. Kirkpatrick, S.,Gelatt,C. D.,and Vecchi, M. P., "Optimization by Simulated Annealing," *Science*,Vol. 220,No. 4598,pp. 671-680, 1983.
16. Lundy, m., and Mees, A., "Convergence of an Annealing Algorithm," *Mathematical programming*, Vol.34, pp.111-124, 1986.