شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان تحت بارگذاریهای مختلف با استفاده از یک مدل بهینه برای منحنی مغناطیسی

جعفرسلطانی* و اکبرگزین**
دانشکدهٔ مهندسی برق وکامپیوتردانشگاه صنعتی اصفهان
(دریافت مقاله: ۱۳۷۴/۱۲/۱۵ - دریافت نسخهٔنهایی: ۱۳۷۵/۵/۳)

چکیده – *این مقاله به ارائهٔ روشی مربوط می شود که به‌کمک آن بتوان رفتار ترانسفورماتورهای جریان[1] را به طور دقیق پیش بینی کرد. در این روش، برای شبیه سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان، مدل جدیدی معرفی می شود که از دو نقطه نظر وقتبری محاسباتی و حجم حافظهٔ کامپیوتری بهینه است. از نرم افزار معرفی شده در این مقاله می توان به جای ترانسفورماتورهای جریان واقعی در ترکیب با دستگاههای آزمون رله برای آزمایش انواع مختلف رله های حفاظتی استفاده کرد.*

Computer Simulation of Current Transformers Using a New Steel-Iron Core Magnetization Model

J. Soltani and AK. Gozine
Deparment of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology.

ABSTRACT- ***This paper is concerned with development of a technique for performance prediction of current transformers (CT), accurately. In this technique, a new optimized model from view-point of both computation time and memory is introduced in order to simulate the current transformers on digital computers. The introduced software in this paper in combination with relay tester equipments can be used instead of the actual CT to test different types of protection relays.***

۱- مقدمه

رفتارترانسفورماتورهای جریان در حالتهای گذرا به‌ویژه انواع حفاظتی آنهااهمیت ویژه‌ای دارد. در صورتی‌که یک مدل کامپیوتری مناسب از آنها پیشنهاد شود، به‌کمک این مدل امکان مطالعهٔ عملکرد نسبتاً دقیق و نیز حصول پاسخهای مربوطه به‌ازای هر نوع شکل موج جریان اولیه (عارض شده از هرگونه خطا و یا کار ناپایدار و همچنین جریان معوج شدهٔ هارمونیکی) تحت هر نوع بارگذاری (مقاومتی، سلفی و خازنی و یا ترکیبی از آنها) فراهم خواهد آمد، به‌طوری‌که این پاسخها می‌توانند بسیار نزدیک به انواع مشابه به‌دست آمده از آزمایشها عملی آن باشند. به‌علاوه از این

---

* استادیار ** فارغ التحصیل کارشناسی ارشد

فهرست علائم

$i_1(t)$	جریان لحظه‌ای عبوری از کلید قبل از وقوع خطا برحسب آمپر	H_{kc}	K امین مقدار چگالی شدت میدان مغناطیسی محاسبه شده برای هسته	t, d	به ترتیب ضخامت و عمق صفحهٔ آهنی برحسب متر		
$I_{1\circ}$	دامنهٔ جریان لحظه‌ای سینوسی عبوری از کلید قبل از وقوع خطا	H_{km}	K امین مقدار اندازه‌گیری شده چگالی القایش مغناطیسی هسته به‌طور عملی	F	فرکانس موج لحظه‌ای ولتاژ سینوسی تغذیه‌کننده صفحهٔ آهنی برحسب سیکل در ثانیه		
$\omega_\circ$	فرکانس زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه	i_1, i_2	به ترتیب مقادیر جریانهای لحظه‌ای اولیه و ثانویه ترانسفورماتور جریان	B_{max}	چگالی بیشینهٔ القایش مغناطیسی در صفحهٔ آهنی برحسب تسلا		
θ	زاویه فاز تعیین‌کننده لحظه وقوع خطا برحسب رادیان	Z_b	امپدانس اپراتوری بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب اهم	P_e	متوسط توان تلفاتی ناشی از جریانهای فوکو در صفحهٔ آهنی برحسب وات		
α	زاویه فاز امپدانس مدار برحسب رادیان	R_b, L_b	به ترتیب مقاومت و القایش بار ثانویه برحسب اهم و هانری	η	ضریب بی‌نظمی تلفات فوکو در هسته آهنی		
T_p	ثابت زمانی مدار برحسب ثانیه	R_2, L_2	به ترتیب مقاومت و القایش پراکندگی سیم‌پیچ ثانویه ترانسفورماتور جریان	P_{em}, P_{ec}	به ترتیب متوسط مقادیر توانهای تلفاتی فوکوی اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در هستهٔ آهنی برحسب وات		
I_{1k}	دامنهٔ جریان پایدار اتصال کوتاه مدار	n	نسبت دورهای سیم‌پیچ ثانویه به اولیه ترانسفورماتور جریان	$v(t)$	ولتاژ لحظه‌ای سینوسی دو سر القایش مغناطیسی هسته آهنی		
H	چگالی شدت میدان مغناطیسی هستهٔ آهنی برحسب آمپر دور بر متر	L_m	القایش مغناطیسی غیرخطی هسته	V_{rms}	مقدار مؤثر ولتاژ قرارگرفته بر روی دو سر القایش مغناطیسی هسته برحسب ولت		
B	چگالی القایش مغناطیسی هسته برحسب تسلا	$i_m(t)$	جریان مغناطیس‌کنندهٔ هسته	A, l	به ترتیب مقادیر سطح مقطع و طول متوسط هستهٔ آهنی		
Φ	شار مغناطیسی عبوری در هسته برحسب وبر	C_b	ظرفیت خازن بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب فاراد	R_e	مقاومت مجازی مبین تلفات فوکو در هسته برحسب اهم		
I_m	دامنهٔ مؤلفهٔ جریان مغناطیس‌کنندهٔ هسته	V	حجم صفحهٔ آهنی برحسب متر مکعب	C'_1 و C'_N	ضرایب ثابت در مدل ریاضی حلقه‌پسماند		
C'_k	K امین مقدار ضریب ثابت چندجمله‌ای مبین مدل ریاضی منحنی مغناطیسی هسته (مدل شار برحسب جریان مغناطیس‌کننده)	T	پریود موج ولتاژ سینوسی تغذیه‌کنندهٔ صفحهٔ آهنی برحسب ثانیه	$i_c(t)$, $i_e(t)$	به ترتیب جریان معادل هسته و جریان معادل تلفات فوکو		
C_1, C_N	ضرایب ثابت مدل دوجمله‌ای منحنی مغناطیسی هسته (مدل چگالی القایش مغناطیسی برحسب شدت میدان مغناطیسی)	δ	ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحهٔ آهنی برحسب معکوس اهم ـ متر				
B_k	K امین مقدار محاسبه‌کنندهٔ چگالی القایش مغناطیسی	J	چگالی جریانهای فوکوی ایجاد شده در صفحهٔ آهنی برحسب آمپر بر مترمربع				

مدل می‌توان به‌جای CTهای واقعی در سیستمهای روی خط[۲] و خارج خط[۳] همراه با دستگاههای آزمون رله‌های جریان زیاد، واتمتری و دیستانس در سیستمهای انتقال و توزیع انرژی الکتریکی استفاده کرد. بدین‌وسیله از انجام آزمایشهای پرهزینه و نسبتاً مشکل بر روی CTهای واقعی جلوگیری خواهد شد.

تاکنون تعداد قابل توجهی از این مدلها توسط تنی چند از محققان پیشنهاده شده است که بعضی از آنها در فهرست مراجع به پیوست آمده است. به‌طور کلی این مدلها به‌دودسته تکمقداره و نمایی و چند جمله‌ایها از نقطه نظر (H و B) منحنی مغناطیسی هسته تقسیمبندی می‌شوند. مدلهای تکمقداره نمایی را می‌توان در مراجع [۱،۲،۳و۷] جستجو کرد.

مدلهای چندجمله‌ای کاملاً متفاوت با مدلهای نمایی‌اند. در این مدلها رابطهٔ بین شدت میدان مغناطیسی (H) هسته با چگالی شار آن (B) در غالب توابع چندجمله‌ای با درجات فرد صحیح‌اند که ضرایب ثابت آنها براساس اطلاعات عملی به‌دست آمده از هسته و به‌کارگیری روش حداقل مربعات خطا محاسبه می‌شوند [۴،۵ و ۶]. مدل پیشنهادی در مرجع [۶] یک تقریب دو جمله‌ای است که جریان مغناطیس کنندهٔ هسته را بر حسب شار آن بیان می‌کند. این مدل تقریبی در مقایسه با مدلهای دیگری دارای وقتبری کم محاسباتی ولیکن از دقت کمتری نسبت به سایر مدلهای چندجمله‌ای برخوردار است.

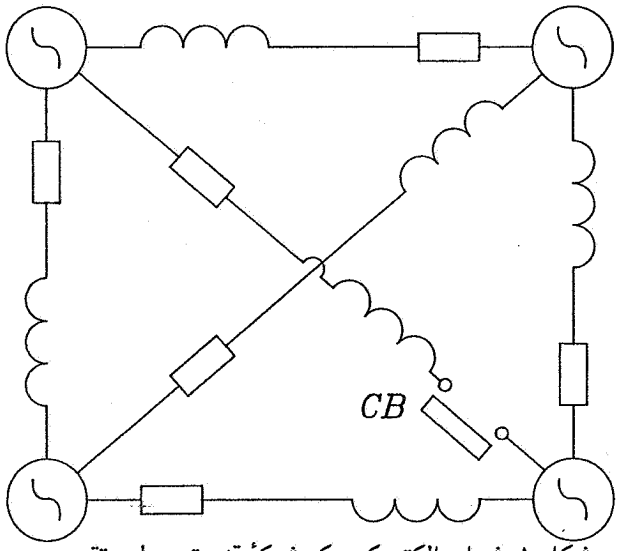
مقالهٔ حاضر با ایده گرفتن از مدلهای ارائه شده در مراجع [۴،۵ و ۶] به‌ویژه [۶]، یک مدل دو قسمتی جدید را پیشنهاد می‌کند که نسبت به مدلهای قبلی و خود مدل [۶] دارای دقت بالاتر و همچنین به‌نحو قابل توجهی دارای وقتبری کم محاسباتی و حجم ذخیره‌سازی کامپیوتری کمتری است (اقتصاد خوب کامپیوتری). این روش، منحنی مغناطیسی هسته را از مبدأ مختصات تا تقریباً نقاط ۲۰٪ بالاتر از نقطهٔ زانویی و قسمت دوم آن بالاتر از این نقاط

یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی را مدلسازی می‌کند. ضرایب این مدل دو قسمتی مانند مدلهای پیشین با استفاده از نقاط اندازه‌گیری شده و کاربرد روش حداقل مربعات خطا به‌دست می‌آیند. کارآیی آن برای چند نمونهٔ مختلف هسته آزمایش شده و نتایج به‌دست آمده انطباق نسبتاً عالی را بر منحنیهای عملی مربوطه نشان می‌دهد. این منحنیها همچنین با به‌کارگیری مدلهای پیشنهادی در مراجع [۴،۵ و ۶] نیز به‌دست آمده‌اند و سپس همهٔ آنها یکجا همراه با منحنیهای عملی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. ضمن نوشتن یک برنامهٔ اصلی کامپیوتری و چند زیر برنامه مربوطه، شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان با استفاده از مدل پیشنهادی در این مقاله برای انواع بارگذاریهای مختلف (مقاومتی، سلفی و خازنی) در ثانویه انجام گرفته‌است. لازم به ذکر است که این نرم‌افزار قادر است همین نتایج را با به‌کارگیری سایر مدلهای قبلی نیز در اختیار گذارد. به‌علاوه این مدلسازی همچنین با در نظرگرفتن تلفات هسته (شامل مدل تلفات فوکو به‌صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس و مدل کامل خود حلقهٔ‌پسماند هسته) نیز انجام‌گرفته است. شایان توجه است که صرف نظر از پیشنهاد این مدل بهینهٔ جدید، نتایج مربوطه به هر نوع بارگذاری به‌ویژه بارهای خازنی، مقاومتی برای اولین بار است که توسط این مقاله ارائه می‌شود.

۲ـ نظریه مقاله

۲-۱- مدل تقریبی ریاضی جریان اولیه ترانسفورماتورهای جریان

هنگامی‌که دریک شبکهٔ قدرت از ادمیتانس شنت خطوط انتقال و ترانسفورماتورها صرف نظر شود، دراین صورت مدل تک خطی این شبکه را می‌توان به‌صورت شکل (۱) نشان داد. بایستی توجه کرد که دراین مدار منابع ولتاژ در واقع همان ولتاژهای القایی بی‌باری تحریک پشت راکتانسهای سنکرونی در ماشینهای سنکرون هستند. در ثانی هرگاه یک کلید قدرت مانند CB بسته شود، جریان عبوری از آن در حوزهٔ فرکانس را به‌طور تقریبی می‌توان از معادلهٔ (۱) به‌دست آورد. این جریان می‌تواند عارض شده از وقوع هرگونه خطای الکتریکی (در یک نقطهٔ معین از شبکه) و یا ناشی از عمل کلید زنی باشد.



شکل ۱ـ شمای الکتریکی یک شبکهٔ قدرت به طور تقریبی.

$$I_1(S)=\frac{V_{oc}(S)}{Z_{os}(S)} \qquad (۱)$$

در معادلهٔ (۱)، $V_{oc}(s)$ عبارت‌است از ولتاژ معادل تونن از دو سرکلید و $Z_{os}(S)$ امپدانس دیده شده (امپدانس معادل تونن) از آن دو سر است.دقت شود که در شبکهٔ فرضی شکل(۱)، ولتاژ $V_{oc}(t)$ همواره سینوسی ماندگار فرض شده‌است و بدین معناست که در هنگام بروز خطاهای الکتریکی، از حالتهای دینامیکی ماشینهای سنکرون و احتمالاً بارهای دینامیکی تقریباً بالاتر از ۱۰۰KW (منظور موتورهای القایی پر قدرت است) صرف‌نظر شده است. برای به‌دست آوردن عبارت دقیق جریان عبوری از کلید به‌خاطر کلیدزنی یا بروز هرگونه خطا در شبکه لازم است که تمام مسائل فوق الذکر به‌طور کامل به‌حساب آورده شوند و مطلب مهم دیگر آنکه معادلهٔ (۱) جریانهای فرکانس بالای ناشی از امواج سیار ناشی از صاعقه و کلیدزنیها را نیز مدنظر قرار نمی‌دهد.

شکل(۲) مدار معادل تونن به‌دست آمده از دو سر کلید را در شبکهٔ شکل(۱) نشان می‌دهد که در آن در محل کلیدCB یک خطای سه فاز متقارن به‌وقوع پیوسته است. در این مدار جریان عبوری از کلید قبل از وقوع خطا به‌صورت زیرفرض شده است.

$$i_1(t)=I_{1_0}\mathrm{Sin}(\omega t) \qquad (۲)$$

با مراجعه به شکل(۲)، به‌سادگی می‌توان معادلهٔ ریاضی جریان عبوری از کلید CB را به‌شکل زیر با توجه به شرایط اولیه قبل از وقوع خطا به‌دست آورد [۱].

$$i_1(t)=I_{1k}[\mathrm{Sin}(\omega t+\theta-\alpha)+\mathrm{Sin}(\theta-\alpha)I^{-t/Tp}] +I_{1\circ}\mathrm{Sin}(\omega t)e^{-t/Tp} \qquad (۳)$$

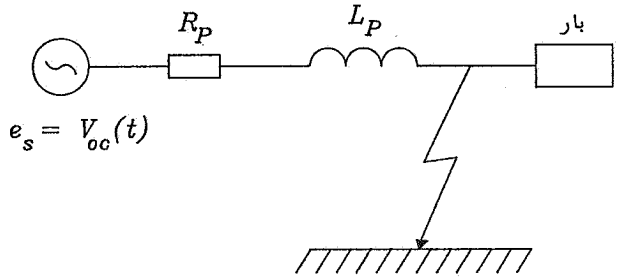
t زمانهای بعد از وقوع خطاست.

دراین معادله θ زاویه فاز تعیین کنندهٔ لحظهٔ وقوع خطاست که از آخرین قلهٔ مثبت ولتاژ قبل از وقوع خطا اندازه‌گیری می شود، α برابر با است $\mathrm{Tan}^{-1}\frac{\omega L}{R}$ و Tp ثابت زمانی مدار و برابر $\frac{L}{R}$ و بالاخره I_{1k} و $I_{1\circ}$ به ترتیب مقادیر بیشینهٔ جریانهای پایدار اتصال کوتاه و جریان مدار قبل از عارض شدن خطاهستند.

در صورتی‌که از جریان عبوری از مدار شکل (۲)قبل از وقوع خطا صرف‌نظر شود، بر حسب مقادیر مختلف مقدار فاز $(\theta-\alpha)$(الف) برابر صفر و (ب) برابر $\pm\frac{\pi}{۲}$ به ترتیب عبارتهای dcگذرا حذف و یا با حداکثر مقدار خود در معادلهٔ (۳) ظاهر خواهندشد. برای وقتی که جریان پایدار مدار قبل از وقوع خطامخالف صفراست، جریان خطای به‌دست آمده از معادلهٔ (۳) در آخرمقاله طی شکل(۸) نمایش داده شده‌است. در این شکل جریان بیشینهٔ ماندگار اتصال کوتاه سه فاز متقارن یعنی I_{1k}، ۱۶ برابر جریان بیشینهٔ مدار قبل از خطا یعنی ($I_{1\circ}$) فرض شده است. نکتهٔ قابل توجه در این قسمت آن است که مدل تقریبی ارائه شده برای جریان خطا توسط معادلهٔ(۳) صرفاً یک مثال ساده و تقریبی است، بدیهی است مدلی که در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفته است آماده است تا پاسخهای مختلف ولتاژ، جریان و نظایر آن را در ثانویه CT به‌ازای هر نوع شکل موج دلخواه جریان اولیه در اختیار بگذارد.

۲-۲- مدلهای ریاضی مشخصهٔ B/H هستهٔ CT یا مدلهای ریاضی مربوط به منحنی مغناطیسی هستهٔ آهنی ترانسفورماتورهای جریان

از آن‌جایی‌که هدف این مقاله ارائهٔ یک مدل بهینهٔ دو قسمتی (از خانواده مدلهای دوجمله‌ای) است و از طرفی برتری مدلهای



شکل ۲ـ وقوع اتصال کوتاه سه فاز متقارن در یک شبکهٔ قدرت ساده

تکمقدارهٔ چندجمله‌ای نیز توسط محققان ارائه دهندهٔ آنها در مراجع[۴،۵و۶] نسبت به مدلهای قدیمی‌نمایی [۱،۲،۳و۷] به اثبات رسیده است لذا در اینجا ابتدا مدلهای چندجمله‌ای را به‌طور کلی مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس مبادرت به معرفی یک مدل بهینه دو قسمتی جدید می‌کنیم.

مدلهای چندجمله‌ای کاملاً متفاوت با مدلهای نمایی هستند زیرا در آنها شدت میدان مغناطیسی H برحسب چگالی شار B به‌صورت یک تابع چندجمله‌ای مطابق مدل پیشنهادی در مرجع [۵] و یا در مرجع [۶] است. این چند جمله‌ایها ارتباط چگالی شدت میدان مغناطیسی (H) را با چگالی شار مغناطیسی (B) در هسته و یا ارتباط جریان مغناطیس کنندهٔ هسته (i_m) را برحسب شار آن بیان می‌کنند.این مدلها به‌قرار معادلات (۴- الف) و (۴- ب) معرفی شده‌اند.

$$H=\sum_{k=1}^{9} C_k B^k \qquad (۴-\text{الف})$$

$$i_m=\sum_{k=1}^{9} C'_k \Phi^k \qquad (۴-\text{ب})$$

در این دو معادله، ضرایب C_k و C'_k اعداد ثابت صحیح فرد مثبت‌اند که بر اساس روش حداقل مربعات خطا و به‌کمک نقاط اندازه‌گیری شدهٔ عملی محاسبه می‌شوند. در بسیاری از حالات دو مدل فوق‌الذکر به‌صورت دو جمله‌ای (توسط بعضی از محققان) به‌کار گرفته شده‌اند که عبارت‌اند از:

$$H = C_1 B + C_N B^N \qquad (۵\text{-الف})$$

$$i_m = C'_1 \Phi + C'_N \Phi^N \qquad (۵\text{-ب})$$

برای ... ۹, ۷, ۵, ۳, ۱= N

به‌عنوان یک مدل بهینه از دو نقطه نظر دقت نسبتاً بالای انطباق و اقتصاد خوب کامپیوتری توأماً با هم، برای شبیه‌سازی CTها، دراین مقاله یک مدل دو قسمتی جدید به‌صورت زیر پیشنهاد شده است به‌طوری‌که قسمت اول آن، منحنی مغناطیسی هستهٔ فولادی CT را از مبدأ مختصات تا نقاط تقریباً حدود ۲۰٪ بالاتر از نقطهٔ زانویی و قسمت دوم بالاتر از این نقاط یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی هسته را مدل می‌کنندو آنها عبارت‌اند از:

$$H = \sum_{k=1}^{N} C_k B^k \qquad (۶\text{-الف})$$

$$H = C_m B^m \qquad (۶\text{-ب})$$

در معادلات بالا، N هر عدد فرد صحیح دلخواه مثبت و m هر عدد دلخواه حتی غیر صحیح هم می تواند باشد.

علاوه بر مدل دو قسمتی مذکور در معادلات (۶- الف) و (۶- ب)، با اندکی تغییر مدل دو قسمتی دیگری نیز مورد مطالعه قرار گرفته است که اختلاف جزیی این دو مدل فقط در قسمت دوم آنها یعنی برای نقاط بالاتر از ۲۰٪ نقطهٔ زانویی است.که در معادلهٔ (۶- ب) عبارت $C_1 B$ نیز به آن اضافه می‌شود.

در تمامی مدلهای تکمقداره (نمایی و یا چندجمله‌ای) یک قسمتی و یا دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله، برای تعیین ضریب از اطلاعات مربوط به یکسری نقاط اندازه‌گیری شده و روش حداقل مربعات خطا استفاده می‌کنیم. فرض کنید معادلهٔ یک مقداره تبیین کنندهٔ مشخصهٔ هسته به‌شکل زیر داده شده باشد:

$$H_{kc} = \sum_{i=1}^{N} C_i B_k^i \qquad (۷)$$

در این معادله H_{kc} شدت میدان محاسبه شده به‌ازای K امین مقدار محاسبه شدهٔ چگالی شار B_k است. برای اِعمال روش حداقل مربعات خطا به‌منظور تعیین ضرایب C_i در معادلهٔ (۷) بایستی تابع زیر راکمینه کنیم [۹].

$$\Phi = \sum_{k=1}^{N} [H_{kM} - \sum_{i=1}^{N} C_i B_k^i]^2 \qquad (۸)$$

توجه: H_{km}، K امین شدت میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده است.

مثلاً jامین معادله از این دسته معادلات عبارت است از:

$$\frac{\sigma \Phi}{\sigma C_i} = 2 \sum \{ [-H_{KM} + \sum_{i=1}^{N} C_i B_K^i] + [B_K^j] \} = 0 \qquad (i \neq j) \qquad (۹)$$

و یا

$$\sum_{i=1}^{N} [(C_i B_K^j)(B_K^j)] = \sum_{i=1}^{N} H_{KM} B_K^i \qquad (۱۰)$$

که می‌توان به‌سادگی دسته معادلات را به‌شکل ماتریسی زیر تبدیل کرد:

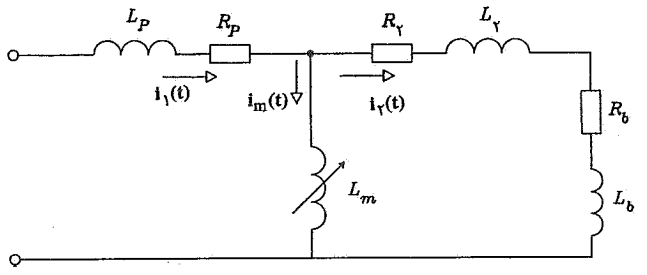
$$[B_1][C] = [B_2][H_{KM}] \qquad (۱۱\text{-الف})$$

در این معادلهٔ برداری، درجهٔ ماتریسهای B_1 و B_2 (N×N)، [C] و $[H_{km}]$ بردارهای N مولفه‌ای هستند. با استفاده از معادلهٔ ماتریسی (۱۱-الف)، دسته ضرایب [C] به‌قرار زیر محاسبه می‌شوند

$$[C] = [B_1]^{-1} [B_2] [H_{KM}] \qquad (۱۱\text{-ب})$$

بدیهی است که درصد دقت ضرایب محاسبه شدهٔ [C] بستگی به عدد k یعنی تعداد نقاط اندازه‌گیری شده و درجهٔ چند جمله‌ای یعنی N دارد.

این روش به‌طور مشابه برای مدلهای دو جمله‌ای معادلات (۵-الف) و (۵-ب) و مدلهای دو قسمتی پیشنهادی در معادلات



شکل ۳ـ مدار الکتریکی یک CT در بار سلفی، مقاومتی.

(۶-الف) و (۶-ب) قابل اجراست. در مدلهای دو قسمتی توان قسمت اول یعنی N عدد صحیح فرد مثبت و در قسمت دوم آن m، می‌تواند هر عدد دلخواه حتی غیرصحیح هم باشد. نکته قابل توجه در اینجا آن است که در مدلهای چند جمله‌ای، درجهٔ کثیرالجملهٔ N از پیش تعیین شده است ولیکن در مدل دو قسمتی پیشنهادی (هر دو درجات N و m) از پیش تعیین شده نیستند و این ضرایب پس از چند تکرار با روش سعی و خطا طوری محاسبه می‌شوند که هر دوخصلت مهم اقتصاد خوب کامپیوتری و دقت نسبتاً بالا را در کنار یکدیگر برای مدل فراهم آورند.

۳- مدل الکتریکی CT

۳-۱- مدل الکتریکی CT با استفاده از مدلهای تکمقداره

مانند ترانسفورماتورهای معمولی تکفاز، مدل الکتریکی CT را می‌توان به‌صورت شکل(۳) نمایش داد، در این شکل $i_۱$ جریان اولیه و بعنوان ورودی CT است و براساس مدلهای تکمقداره، جریان مغناطیس کنندهٔ هسته در تابعی از شار به‌صورت زیراست:

$$i_m = f(\Phi) \qquad (۱۲)$$

در این مدار نیز از تلفات هسته صرف‌نظر شده و هسته برمبنای رابطهٔ تکمقدارهٔ (۱۲) به‌صورت یک القایش غیرخطی L_m مدلسازی شده است. امپدانس بار Z_b مثلاً در بار سلفی و مقاومتی به‌صورت $Z_b=R_b+PL_b$ است که درآن P اپراتور مشتق است. به‌سادگی می‌توان از مدار شکل(۳) معادلهٔ زیر را استخراج کرد:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{(R_۲+R_b)i_۱+(L_۲+L_b)(di_۱/dt)-(R_۲+R_b)i_m}{n+(L_۲+L_b)di_m/d\Phi} \qquad (۱۳\text{-الف})$$

که در آن n نسبت تبدیل ترانسفورماتور است. همچنین داریم:

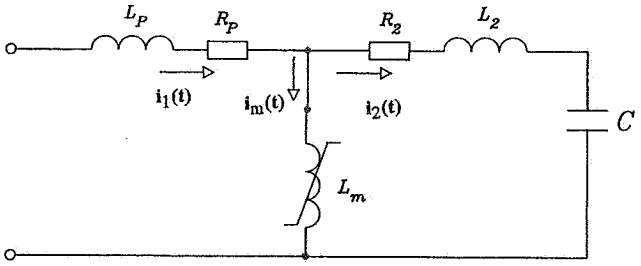
$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \qquad (۱۳\text{-ب})$$

برای هر مدل انتخابی برای منحنی مغناطیسی هسته، به‌سادگی می‌توان عبارت ریاضی $\frac{di_m}{d\Phi}$ مربوطه را استخراج و در معادلهٔ (۱۳-الف) جایگزین کرد واز طرفی طبق معادلهٔ $i_۱=i_m+i_۲$ که از مدار شکل(۳) استخراج می‌شود و نیز معادلهٔ (۱۳-الف)، جریان $i_۲$ نیز در تابعی از شار هسته یعنی Φ به‌دست می‌آید و بالنتیجه این معادله تبدیل به یک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی درجه دوم بر حسب Φ مربوط به هر مدل انتخابی از مدلهای مشروح در بخش (۲) خواهد شد.

خالی از لطف نیست که تذکر دهیم برای آنکه معادلهٔ $H=f(B)$ را تبدیل به معادلهٔ $i_m= f(\Phi)$ کنیم بایستی از دو معادلهٔ $\Phi= A.B$ و $H.l= nI$ استفاده کرد که، A سطح مقطع هسته، l طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید درون هسته و n نسبت تبدیل است (در واقع تبدیل ضرایب C به ضرایب C'). برای هر مدل انتخابی، به کمک معادلهٔ (۱۳-الف)، معادلهٔ دیفرانسیلی غیر خطی Φ بر حسب زمان به‌دست آمدهٔ مربوطه را می‌توان با استفاده از روشهای عددی حل کرد.

۳-۲- معادلهٔ دیفرانسیل شار هسته در یک بار خازنی و مقاومتی

عموماً بارگذاری ترانسفوماتورهای جریان به‌صورت مقاومتی، سلفی هستند و در مواردی هم ممکن است این بار به‌صورت خازنی، مقاومتی باشد. به‌عنوان مثال می‌توان به(الف): رله‌های الکترومغناطیسی وصل مجدد[۵] که دارای حافظه خازنی هستند (ب):رله‌هایی که براساس جداسازی مؤلفه‌های مثبت و منفی و صفر جریان نامتعادل سه‌فاز شبکه با به‌کارگیری فیلترهای R ,L ,C کار می‌کنند و (ج): رله‌هایی که مانع قطع ترانسفورماتورهای قدرت و توزیع به‌خاطر جریان بالای هجومی آنها می‌شوند و براساس



شکل ۴ـ مدار الکتریکی یک CT در بار خازنی، مقاومتی

هارمونیک دوم این جریان کار می‌کنند اشاره کرد. برای جداسازی این مؤلفهٔ هارمونیک دوم نیز لازم است از فیلترهای R ,L ,C استفاده کرد. از این جهت لازم است رفتار CT ها را در بارگذاریهای خازنی نیز مورد مطالعه قرار داد.

فرض کنید به‌جای بار سلفی $Z_b=R_b+P_b$ یک بار خازنی و مقاومتی را مطابق شکل(۴) در ثانویه ترانسفورماتور داشته باشیم. از روی این شکل می توان معادلهٔ زیر را به سادگی به دست آورد.

$$n\frac{d^2\Phi}{dt^2}=\frac{1}{C_b}(i_1-i_m)+R\frac{d}{dt}(i_1-i_m)+L_2\frac{d^2}{dt^2}(i_1-i_m) \qquad (۱۴)$$

i_1 طبق معادلهٔ (۳) فرض می‌شود.

برای هر مدل مشروح در بخش (۲)، معادلهٔ (۱۴) تبدیل به یک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی بر Φ برحسب t مربوط به آن مدل انتخابی خواهد شد. این معادله اندکی پیچیده‌تر از معادلات نظیر به‌دست آمده در بارهای سلفی خواهد بود که بایستی آن را با استفاده از روش تفاضل متناهی[۶] و با توجه به شرایط مرزی یعنی $\Phi(0)$ و نیز $\frac{d\Phi}{dt}(0)$ که در واقع همان ولتاژ اولیه بر دو سر خازن C_b یعنی $V_{cb}(0)$ است، براساس دو معادلهٔ زیر حل کرد[۸ و ۹].

$$\frac{d\Phi}{dt}=\frac{\Phi(m+1)-\Phi(m)}{\Delta t} \qquad (۱۵\text{-الف})$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2}=\frac{\Phi(m+1)-2\Phi(m)+\Phi(m-1)}{(\Delta t)^2} \qquad (۱۵\text{-ب})$$

از دو معادلهٔ بالا برای هر مدل انتخابی، معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی Φ بر حسب زمان (t) تبدیل به یک معادلهٔ دیفرانسیل خطی بر حسب Φ خواهد شد که بایستی در هر تکرار بر حسب انتخاب فاصلهٔ زمانی مناسب برای Δt حل شود. راه حل به این ترتیب است که در شروع محاسبات یا در تکرار اول با معلوم بودن شرایط مرزی یعنی $\Phi(0)$ و $\frac{d\Phi}{dt}$، به‌کمک معادلهٔ (۱۵-الف) مقدار $\Phi(1)$ و سپس از معادلهٔ (۱۵-ب) مقدار $\frac{d\Phi^2}{dt^2}(1)$ به‌دست‌آید و آن گاه به‌کمک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی مذکور Φ بر حسب (t)، مقدار $\Phi(2)$ محاسبه و به همین ترتیب در تکرارهای بعدی عمل کرد.

۴ـ مدلهای چندمقدارهٔ هستهٔ CT

در مدلهای چندمقداره بایستی تلفات هسته شامل تلفات فوکو و مدل حلقهٔ پسماند را نیز به‌حساب آورده شوند. تلفات فوکو ترکیب ظاهری از تلفات مربوط به جریانهای فوکو و تلفات غیرعادی آن نشان داده است که برای یک فرکانس معین با افزایش چگالی بیشینهٔ فلوی مغناطیس تلفات هسته افزایش می‌یابد، از طرف دیگر میزان تلفات به ابعاد هسته نیز بستگی دارد [۱۱ و ۱۳].

یک روش کلاسیک برای محاسبهٔ تلفات ناشی از جریانهای فوکو استفاده از معادلات ماکسول است و آن بدین ترتیب است که برای یک صفحهٔ مستطیلی با ابعاد نامتناهی و ضخامت d، تلفات جریانهای مذکور از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید[۱۳].

$$P_e=\frac{2}{T}\int_0^T\int_V\frac{J^2}{\sigma}.\,dvdt \qquad (۱۶\text{-الف})$$

در این معادله T پریود نوسان، V حجم صفحه مورد نظر، Jچگالی جریانهای فوکو و σ ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه است. با استفاده از معادلهٔ (۱۶-الف)، در مرجع [۱۳] فرمول زیر برای محاسبهٔ تلفات فوکو در یک هسته فولادی ارائه شده است.

$$P_e=(\pi\ ft\ B_{max})^2/6\rho d\ \text{Watts/kg} \qquad (۱۶\text{-ب})$$

f فرکانس، t ضخامت ورقه و d عمق صفحهٔ مستطیلی و ρ مقاومت

مخصوص آن صفحه است.

اساساً بین نتایج به‌دست آمده از فرمول (۱۶-ب) و آنچه که در عمل رخ می‌دهد تفاوت قابل توجهی وجود دارد لذا تفاوت بین مقادیری که از فرمول به‌دست می‌آید با مقادیر اندازه‌گیری شده مورد توجه محققان قرار گرفته است. توجیهی که در این زمینه ارائه می‌شود به مبانی علمی روش به‌دست آوردن فرمول فوق الذکر بر می‌گرددکه دراصل به وضعیت تلفات غیر عادی در مواد فرومغناطیسی وبه نایکنواختی توزیع جریانهای فوکو در ماده مربوط می‌شود. در حالی‌که توزیع یکنواخت جریانهای مذکوراساس محاسبهٔ تلفات کلاسیک قرار می‌گیرند. می‌دانیم که جریانهای فوکو در اطراف دیوارهٔ متحرک ناحیه متمرکز است [۱۱و۱۳]. بنابراین برای تصحیح نتایج حاصل از فرمول (۱۶-ب) بایستی یک ضریب موسوم به ضریب بی‌نظمی که برابر است با نسبت تلفات واقعی تلفات مذکور فوکو به تلفات کلاسیک (به‌دست آمده از معادلهٔ زیر) که عددی بزرگتر از یک است تعیین کرد به‌طوری‌که:

$$\eta = \frac{\text{تلفات واقعی فوکو}}{\text{تلفات کلاسیک فوکو}} = \frac{\text{تلفات بی‌نظمی + تلفات کلاسیک}}{\text{تلفات کلاسیک}} \qquad (۱۶\text{-ج})$$

هر چه فرکانس افزایش یابد این ضریب نیز کاهش می‌یابد. برای فرکانسهای کمتر از ۱۰ HZ، علت اصلی افزایش تلفات بی‌نظمی به‌خاطر وابستگی تلفات‌پسماند به فرکانس است (حلقهٔ دینامیکی پسماند هسته).

با اندازه‌گیری تلفات فوکو و محاسبهٔ آن از معادلهٔ (۱۶-ب)، می‌توانیم مقدار ضریب بی‌نظمی η را به‌صورت زیر به‌دست آوریم.

$$\eta = \frac{P_{em}\ (\text{تلفات فوکوی اندازه‌گیری شده})}{P_{ec}\ (\text{تلفات فوکوی محاسبه شده})} \qquad (۱۶\text{-د})$$

با مراجعه به [۱۳]، ملاحظه می‌شود که نسبت توان تلفاتی پسماند به فرکانس ثابت بوده در حالی که این نسبت برای کل توان تلفاتی هسته متغیر است زیرا اختلاف بین نسبتهای توان تلفاتی فوکوی اندازه‌گیری شدهٔ واقعی با آنچه که براساس معادلهٔ (۱۶-ب) محاسبه می‌شود با زیادتر شدن فرکانس افزایش می‌یابد. در مرجع [۱۳] منحنیهای تغییرات ضریب بی‌نظمی در تابعی از فرکانس برای چند نمونهٔ هسته رسم شده است. با مراجعه به این منحنیها مشاهده می‌شود که ضریب بی‌نظمی بین ۱/۶۶ تا۷/۲۸ تغییر می‌کند. این منحنیها را می‌توان به سه ناحیه تقسیمبندی کرد(الف): در زیر فرکانسهای قدرت که تغییرات ضریب بی‌نظمی قابل توجه است (ب): بالاتر از فرکانسهای قدرت که این ضریب تقریباً ثابت و برابر ۲ است (ج): برای فرکانس‌های قدرت این ضریب برابر ۲/۵ است. بر اساس توضیحاتی که داده شد می‌توان با در نظر گرفتن ضریب بی‌نظمی و به کمک معادلهٔ (۱۶-ج)، برای هر نمونهٔ هستهٔ آهنی بدون در دست داشتن تلفات واقعی فوکوی اندازه‌گیری شده، مقدار این تلفات را با تقریب بسیار خوبی محاسبه کرد. آنگاه می‌توان با به‌کارگیری معادلات (۱۷- الف، ب و ج) که به دنبال آورده شده‌اند، این تلفات را در غالب یک مقاومت R_e ثابت مستقل از فرکانس که در مدل CT موازی با راکتانس مغناطیسی قرار می‌گیرد مدلسازی کرد. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت آن است که در محاسبهٔ مقاومت R_e فقط اثر هارمونیک اصلی میدان مغناطیسی هسته به حساب آمده است ولی معمولاً در حالتهای گذرا علاوه بر این هارمونیک، هارمونیکهای دیگر نیز حضور دارند که البته اگر خواسته باشیم آنها را هم به حساب آوریم اندازه R_e اندکی با مقدار محاسبه شده تفاوت پیدا می‌کند. لیکن، بایستی توجه داشت که این اختلاف بسیار جزئی بوده و از طرف دیگر یک روش تحلیلی هم برای این کار نمی‌توان یافت. به عنوان مثال بر اساس معادلات زیر که از مرجع [۱۳] گرفته شده است، فرایند محاسبهٔ R_e برای یک CT معین با مشخصات داده شده به دنبال آورده شده است.

$$v(t) = n.A.\frac{dB}{dt} \qquad (۱۷\text{-الف})$$

$$R_e = \frac{V^2_{rms}}{P_{em}} \qquad (۱۷\text{-ب})$$

و از طرفی برای شار مغناطیسی سینوسی داریم:

$$V_{rms} = ۴/۴۴nfAB_{max} \qquad (۱۷\text{-ج})$$

پس:

$$R_e = \frac{(۴/۴۴nfAB\ max)^۲}{P_{em}} \qquad (۱۷-د)$$

و نیز بر اساس معادلات (۱۶-د) و (۱۶-ب) داریم:

$$P_{em} = \eta P_{ec} \qquad (۱۷-هـ)$$

بعضی از مشخصات ترانسفورماتور جریانی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است به‌قرار زیر است.

تعداد دور اولیه: ۱، تعداد دور ثانویه: ۴۰۰، سطح مقطع هسته $۱۴/۵۲cm^۲$، حجم هسته $۵۷۹/۳۴cm^۳$، ضخامت ورقهای هسته $۹۰/۰۳۳cm$، عمق هسته $۳/۸۱cm$ و وزن کل هسته $۴/۴۳۲kg$.

براساس معادلات (۱۶-ب) و (۱۶-د) و (۱۷-ب)، مقاومت Re به‌عنوان مدل الکتریکی تلفات واقعی فوکو برای این CT به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{ec}=[(\pi ftB^۲_{max})/۶\rho d]m=۱/۲۱۶۲ \text{ وات} \qquad (۱۷-و)$$

در این جا m جرم هسته است. با اعمال ضریب بی‌نظمی برابر ۲/۵ که از منحنیهای داده شده درمرجع [۱۳] به دست آمده‌است، کل تلفات و مقاومت R_e برابر است با:

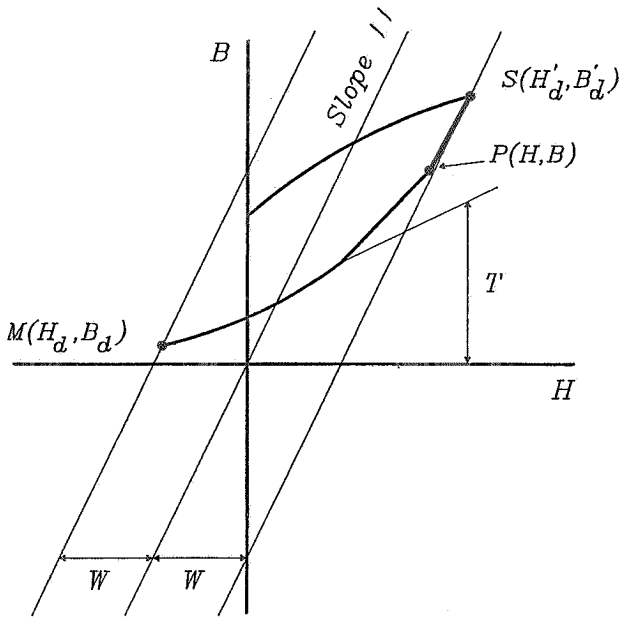
$$P_{em}= ۲/۵ \times ۱۰۲۱۶۲ = ۳/۰۴۰۴ \text{ وات}$$

و از این رو مقاومت Re برابر است با:

$$R_e= \frac{(۴/۴۴fnAB_{max})^۲}{P_{em}} = ۱۲۳۰۳\Omega = ۱۲/۳۰۳k\Omega$$

۴-۱- مدل حلقهٔ پسماند مغناطیسی هسته

برای منظور کردن اثرات حلقهٔ پسماند روشهای گوناگونی توسط محققانی پیشنهاد شده است [۱۱،۱۲،۱۳و۱۴] که با ایده گرفتن از یکی از جدیدترین آنها یعنی مدل ارائه شده درمرجع [۱۵] مدل پیشنهادی ارائه می‌شود.



شکل ۵- مشخصهٔ B/H نشان‌دهندهٔ پارامترهای مدل آقای اوکلی

۴-۲- مدلهای نمایی براساس مدل آقای اوکلی [۱۵]

این مدل فقط از ۳ پارامتر ثابت برای مدل نمایی‌پسماند منحنی B/H استفاده می‌کند. به‌کارگیری معادلهٔ غیرخطی B/H، امکان نمایش یک مدل دقیق از منحنی مغناطیس هسته را فراهم می‌آورد ضمن آنکه تلفات جریانهای فوکو را به‌صورت یک مقاومت ثابت نظیر Re همان طور که در بخش ۲ توضیح داده شد منظور خواهد کرد. این مدل در ابتدا رابطهٔ بین B و H را خطی در نظر می‌گیرد و آن را به‌صورت دو معادلهٔ زیر به ترتیب برای دو مسیر افزایش و کاهش منحنی‌پسماند ارائه می‌کند.

$$H= \frac{B}{\mu} + W - ۲Wexp[- \frac{B-B_d}{T}] \qquad (۱۸-الف)$$

$$H= \frac{B}{\mu} - W - ۲Wexp[- \frac{B'_d-B}{T}] \qquad (۱۸-ب)$$

در این معادلات μ شیب قسمت خطی مغناطیسی (H و B)، W پهنای حلقهٔ‌پسماند، T ضریب نمایی اثرپسماند و بالاخره B_d و B'_d چگالی شار مغناطیسی در نقاط تغییر جهت شار هستند (به شکل ۵ مراجعه شود). با داشتن یک نقطهٔ مفروض P(H,B) و جاگذاری آن در معادلهٔ (۱۸-الف) می‌توان مختصات نقطهٔ اولیه $M(H_d, B_d)$ را به‌دست آورد.

مدل اصلی غیرخطی پیشنهادی آقای اوکلی نیز توسط دو معادلهٔ زیر که یکی مربوط به مسیر افزایش منحنی‌پسماند و دیگری مربوط به مسیر کاهشی آن است ارائه شده است.

$$H= H_k(B) + W - 2W\exp[-\frac{B-B_d}{T}] \quad (۱۹\text{-الف})$$

$$H= H_k(B) - W + 2W\exp[-\frac{B'_d-B}{T}] \quad (۱۹\text{-ب})$$

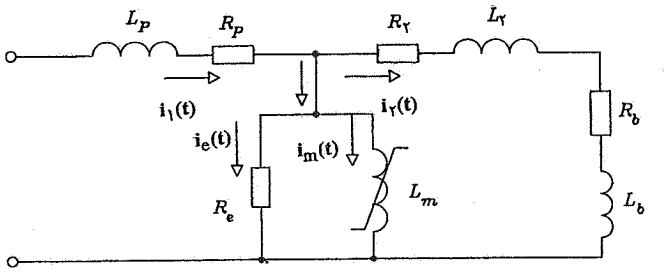
تابع $H_k(B)$ مدل چند جمله‌ای تکمقدارهٔ H بر حسب B است که در معادلهٔ (۷) داده شده است.

$$H= \sum_{1}^{N} C_k B^k \quad N=1,3,5,..... \quad (۲۰\text{-الف})$$

۴-۳- مدل پیشنهادی توسط محققان مقالهٔ حاضر

در این قسمت هدف ارائهٔ یک مدل است که دو امتیاز بزرگ اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری محاسباتی و حجم ذخیره سازی کم) و نیز انطباق نسبتاً عالی را دارا باشد.بودن این دو خاصیت درکنار یکدیگر، این امکان را به مدل پیشنهادی در این مقاله داده است که بتوان از آن به‌جای CTهای واقعی حفاظتی در سیستمهای روی خط و خارج خط همراه دستگاه آزمون رله و در نوع اندازه‌گیری آن برای تعیین پاسخ فرکانسی برای موج معوج شدهٔ هارمونیکی جریان اولیه ترانسفورماتور به‌منظور حصول درصد خطای نسبت تبدیل در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع) استفاده کرد تا در هر دو مورد دیگر نیازی به به‌کارگیری CT های واقعی مربوطه نباشد.

اساس مدل پیشنهادی در اصلی متکی بر دو معادلهٔ (۱۹-الف)و(۱۹-ب) است که درمرجع [۱۵] ارائه شده است با این تفاوت که ما با آزمایشهای مختلفی که بر روی این معادله انجام دادیم به این نتیجه رسیدیم که مدل دو جمله‌ای گرچه از نظر دقت انطباق در مقدار بسیارجزئی نسبت به مدل کثیر الجملهٔ معادلات مزبور (تا درجه N=۹) ضعیفتر است ولی دو نیاز مهم اقتصاد خوب کامپیوتری در کنار یک انطباق نسبتاً بالا را که مورد نیاز سیستمهای‌فوق‌الذکر است تأمین می‌کند.این مدل دو جمله‌ای عبارت است از:



شکل ۶ـ مدار الکتریکی معادل یک CT با در نظرگرفتن تلفات فوکو و مدل حلقهٔ‌پسماند.

$$H=C_1 B + C_N B^N \quad (۲۰\text{-ب})$$

پس از جاگذاری این معادله در معادلات (۱۹-ب) و (۱۹-الف) و تبدیل آنها به رابطهٔ شار Φ در مقابل جریان مغناطیس [i_mبه کمک روابط $H.l= ni$ ،$\Phi=B.A$ A سطح مقطع، l طول متوسط آن و n نسبت تبدیل CT است]، به دو معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$i_m(t)=C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) + W - 2W\exp[-\frac{\Phi-\Phi_d}{T}] \quad (۲۰\text{-ج})$$

$$i_m(t)=C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) - W + 2W\exp[-\frac{\Phi'_d-\Phi}{T}] \quad (۲۰\text{-د})$$

۵ـ مدل الکتریکی کامل CT

مدل الکتریکی کامل CT در مدار شکل(۶) نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود در این شکل تلفات فوکو در قالب مقاومت Re مستقل از فرکانس، به‌طور موازی با القایش مغناطیس کنندهٔ غیرخطی L_m و حلقه‌پسماند نیز با نوشتن معادلات‌الکتریکی در این مدار با به‌کارگیری معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) مدلسازی می‌شوند. یک سئوال در اینجا ممکن است ذهن خواننده را به‌خود مشغول کند و آن این است که در مدل پیشنهادی شکل(۶) جایگاه تلفات‌پسماند کجاست؟ آیا بهتر نبود به‌جای ثابت Re یک مقاومت قرار می‌گرفت تا کل تلفات هسته را مدلسازی کند؟ جواب به این

سئوال این است که اولاً تلفات‌پسماند به‌طور خودکار توسط معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) منظور می‌شود (مدل پیشنهادی حلقهٔ‌پسماند در این مقاله) و ثانیاً اگر کل تلفات هسته به‌صورت یک مقاومت مجازی مدل شود و از طرفی خود حلقهٔ‌پسماند را نیز جداگانه منظور کنیم، آنگاه تلفات‌پسماند در مدل دوبار بحساب آمده و تازه اگر هم از مدلهای تک مقداره با احتساب تلفات هسته به‌صورت یک مقاومت استفاده شود، آنگاه مدل بسیار تقریبی بوده واز طرفی اثرات غیرخطی بودن منحنی‌پسماند را فقط از دیدگاه تلفاتی که آن هم دقیق نیست مدنظر قرار داده‌ایم.

از شکل(۶) به‌سادگی معادلات زیر به‌دست می‌آیند.

$$n\frac{d\Phi}{dt} = (R_2+R_b)(i_1-i_m-i_e) + (L_2+L_b)\frac{d}{dt}(i_1 - i_m - i_e) \qquad (۲۱\text{-الف})$$

$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \qquad (۲۱\text{-ب})$$

$$i_e = \frac{n}{R_e}\frac{d\Phi}{dt} \qquad (۲۱\text{-ج})$$

از ترکیبات معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) با معادلات (۲۱-الف)، (۲۱-ب) و (۲۱-ج) به دو معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی پیچیده (درجه دوم زمانی با متغیر تابع Φ) خواهیم رسید که در آن ($i_1(t)$ جریان اولیه CT به‌عنوان ورودی معلوم و شار مغناطیس کنندهٔ‌هستهٔ مجهول این معادلات است که بایستی آن را به‌دست آوریم. دو معادلهٔ فوق‌الذکر از روش فواصل محدود براساس دو معادلهٔ (۱۵-الف) و (۱۵-ب) حل می‌شوند.

در صورتی‌که به‌جای بارهای سلفی، مقاومتی در شکل(۶) از بارهای خازنی و مقاومتی استفاده کنیم، مجدداً به کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، دو معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی مرتبهٔ دوم دیگر برحسب Φ حاصل خواهد شد که باز آنها را می‌توانیم براساس دو معادلهٔ (۱۵-الف) و (۱۵-ب) به‌روش تکرار و با توجه به شرایط مرزی (مقادیر شار پسماند در هسته و ولتاژ اولیه دوسرخازن) حل کنیم.

۶- برنامهٔ اصلی کامپیوتری و زیر برنامه‌های مربوطه

۶-۱- زیر برنامه‌ها

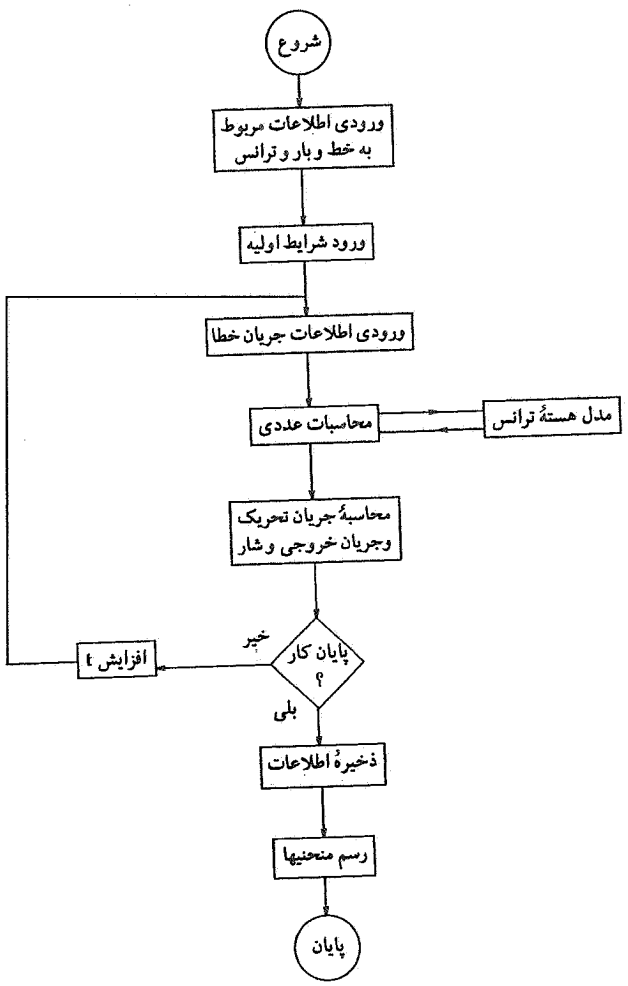
۱- زیربرنامه‌ای که جریان اولیه را برپایه معادلهٔ تقریبی (۳) مدلسازی می‌کند.

۲- زیربرنامه‌ای که پارامترهای هر CT و نیز شکل موج جریان اولیه (به‌صورت قیاسی یا دیجیتال)دریافت و سپس وارد سیستم می‌کند این پارامترها عبارت اند از (الف): مشخصات بار (سلفی، مقاومتی، خازنی یا ترکیبی از آنها) (ب): دامنهٔ جریان خطای ماندگار I_{1k} و دامنه جریان اولیه I_{1_0} به طرف ثانویه و زاویه خطای θ (ج): امپدانس پراکندگی سیم‌پیچ ثانویه CT و بالاخره اطلاعات مربوط به تعداد دورسیم‌پیچ ثانویه، طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید در هستهٔ فولادی، سطح مقطع هسته، مقدار شار پسماند، ولتاژ اولیه دو سر خازن (در بار خازنی) و نهایتاً اطلاعات مربوط به نقاط آزمایش شدهٔ عملی منحنی مغناطیسی هستهٔ CT.

۳- زیر برنامه‌ای که منحنی مغناطیسی هسته را مدلسازی می‌کند و اساس کار آن به‌کارگیری مدل تکمقدارهٔ $i_m = f(\Phi)$ بدون منظور کردن تلفات هسته برای تمام مدلهای مشروح در بخش (۲) است. این زیر برنامه برای هر مدل انتخابی براساس معادلات (۱۳-الف) و (۱۳-ب) در بارهای سلفی، مقاومتی و برپایه همین معادلات و معادلات (۱۵-الف) و(۱۵-ب) دربارهای خازنی، مقاومتی و با توجه به اطلاعات عملی گرفته شده از هسته (نقاط آزمایش‌شده)، منحنیهای زمانی $\Phi(t)$, $i_m=f(\Phi)$ را برای آن مدل در اختیار می‌گذارد.

۶-۲- زیربرنامه برای تعیین پارامترهای T و W

برای تعیین پارامترهای ثابت T و W (مربوط به هر CT دلخواه) به‌کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، به‌روش سعی و خطا به‌شرح زیر عمل می‌کنیم (هر CT مقادیر مخصوص به خود را دارند). براساس این معادلات برای هر نمونهٔ هسته، ابتدا با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده، این منحنی را ترسیم می‌کنیم و سپس با حل این دو معادله با انتخاب مقادیر مختلف برای T و W بروش سعی و خطا آنها را طوری انتخاب می‌کنیم تا آنکه مقادیر H محاسبه شده توسط دو معادلهٔ (۱۹-الف) و (۱۹-ب) با تقریب بسیار خوبی نزدیک به‌مقادیر اندازه‌گیری شده مشابه باشند. این کار برای CT با اطلاعات



شکل ۷ـالف نمودارجریان برنامهٔ اصلی

داده شده در بخش (۲) این مقاله با روش فوق‌الذکر محاسبه شده‌اند و مقادیر T= ۰/۱۷ و W=۵۴/۵ به‌دست آمده‌اند.

منحنی کامل‌پسماند اندازه‌گیری ومحاسبه شدهٔ این هسته را در شکل(۱۶) ملاحظه می‌کنید. بر مبنای فرض یک موج سینوسی برای B با دامنهٔ B_{max}= ۱/۳۵ (تسلا) و با فرکانس F=۵۰HZ حلقه‌های کوچکترپسماند این هسته نیز در شکل(۱۷) آمده است.

این زیربرنامه برای یک هسته دیگر (برای یک CT دیگر) مورد آزمایش قرار گرفته و مقادیر W=۷۵ و T=۰/۳ برای آن محاسبه شده‌اند (با روش سعی و خطا) . نتایج حاصله برای مدل حلقه‌های پسماند برای حالتی که هسته دارای شارپسماند بوده و به وسیلهٔ اعمال یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان غیر مغناطیسی می شود در شکل (۱۸) آورده شده است .

۶-۳- زیر برنامه برای مدلسازی هسته (منحنی پسماند)

این زیر برنامه وظیفه‌اش تعیین ضرایب C'_1 و C'_N در معادلات (۲۰-ب) و (۲۰-ج) براساس نقاط اندازه‌گیری شده (منحنی عملی‌پسماند هسته) و کاربرد روش حداقل مربعات خطاست. (برای اطلاعات بیشتر به بخش (۲) مراجعه شود).

۶-۴- زیربرنامهٔ ترسیم‌کنندهٔ حلقه‌پسماند

وظیفهٔ این زیر برنامه آن است که پس از آنکه ضرایب C'_1 و C'_N توسط زیربرنامهٔ (۶-۳) محاسبه شد و در اختیار برنامه اصلی قرار گرفت، توسط خود برنامهٔ اصلی، نقاط محاسبه و ذخیره شدهٔ $\Phi(t)$ و $i_m(t)$ در اختیار این زیر برنامه قرار می‌گیرد تا آنکه منحنی‌پسماند حاصل از مدل را ترسیم کند. نمودارجریان این زیر برنامه درشکل (۷-ب) مشاهده می‌شود.

۶-۵- برنامهٔ اصلی کامپیوتری

نمودارجریان این برنامه که در شکل (۷-الف) نمایش داده شده وظیفه‌اش حل معادلات دیفرانسیل درجه دوم غیرخطی Φ برحسب زمان برای هر بار CT تحت بارگذاریهای مختلف به‌ازای مدلهای تکمقداره و چندمقدارهٔ هسته است.

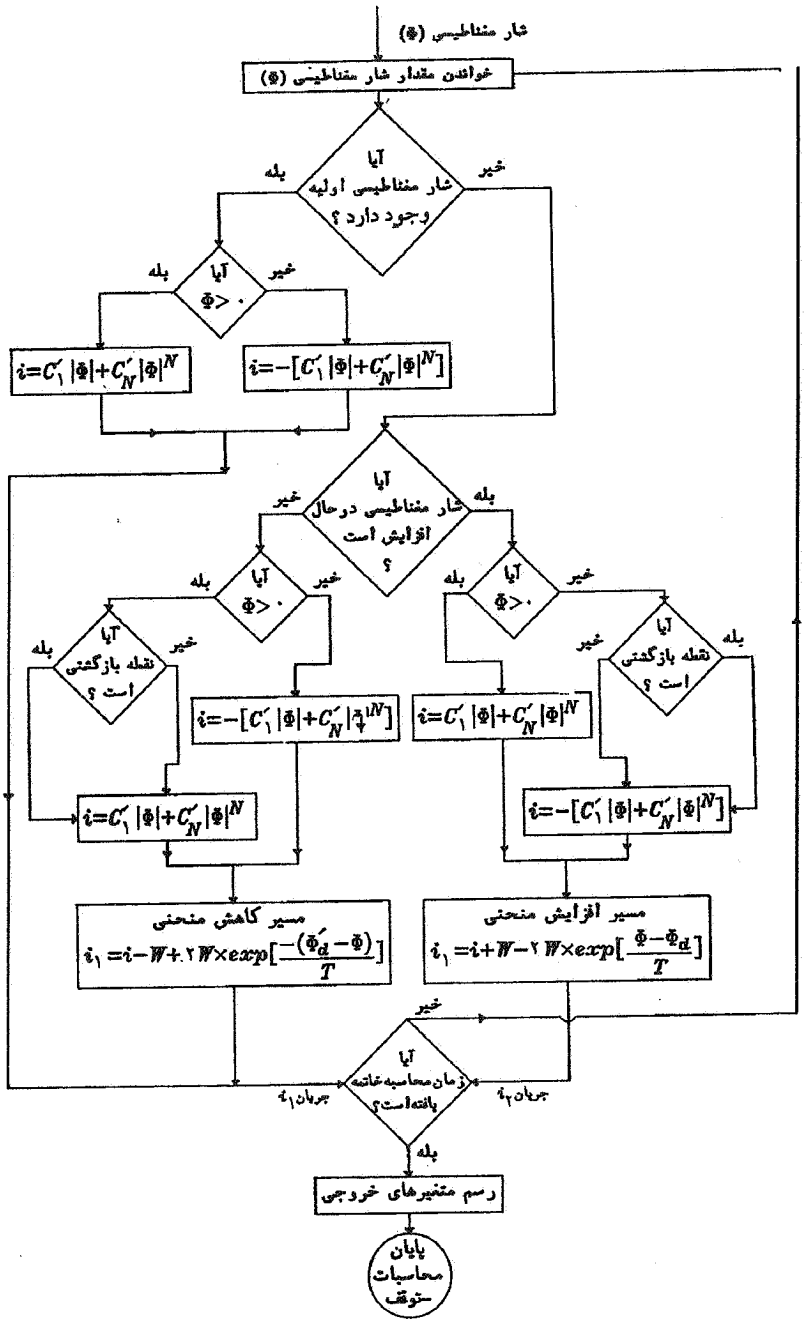
۷ـ نتایج کامپیوتری مربوط به چند مثال

برای یک CT یا اطلاعات گرفته شده از کاتولوگهای شرکت ABB با مشخصات الف: سطح مقطع هسته $A=۱۴۰۵۲mm^۲$، تعداد دورسیم پیچ ثانویه $N_۲$= ۴۰۰ ج: طول متوسط l=۳۹۹mm و با مشخصات اندازه‌گیری شده برای منحنی مغناطیسی به‌شرح زیر:

B_M(تسلا) ۰ ۰/۲ ۰/۴ ۰/۶ ۰/۸ ۱ ۱/۱ ۱/۲ ۱/۲۵ ۱/۳۵ ۱/۳

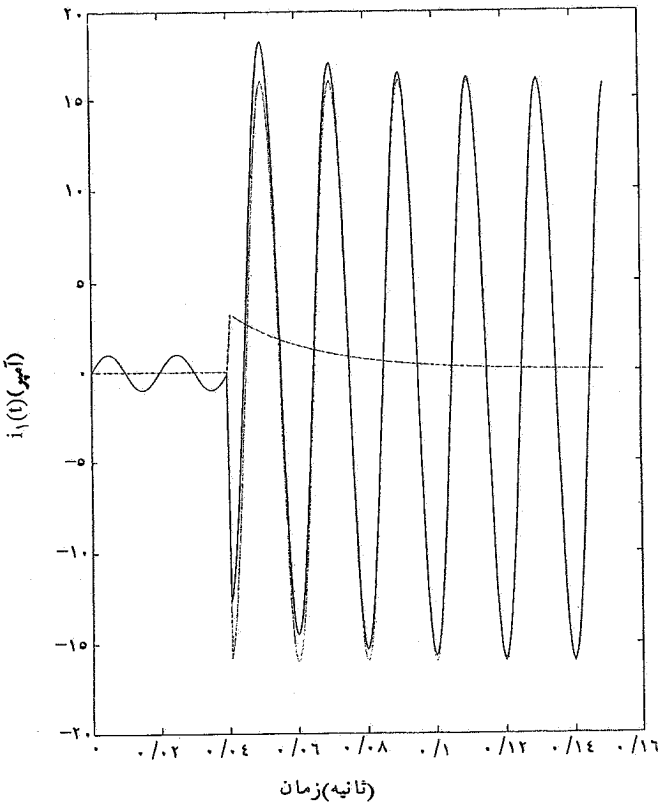
H_M ۰ ۰/۹ ۱/۸ ۲/۷ ۳/۶ ۴/۶ ۶/۲ ۸ ۱۱/۸ ۱۵/۷ ۲۱ ۲۷/۱

برای حالتی که (الف): $(\theta - \alpha)=\frac{\pi}{۲}$ (به معادلهٔ ۳ رجوع شود) (ب): قبل از وقوع خطا در شبکه جریان وجود داشته و حداکثر دامنهٔ جریان خطا ۲۰ برابر دامنهٔ جریان خطای ماندگاراست، نتایج کامپیوتری حاصله طی شکلهای (۹) تا (۱۳) مربوط به مدل دو



شکل ۷ـ ب نمودارجریان زیربرنامهٔ ترسیم‌کنندهٔ حلقهٔ پسماند

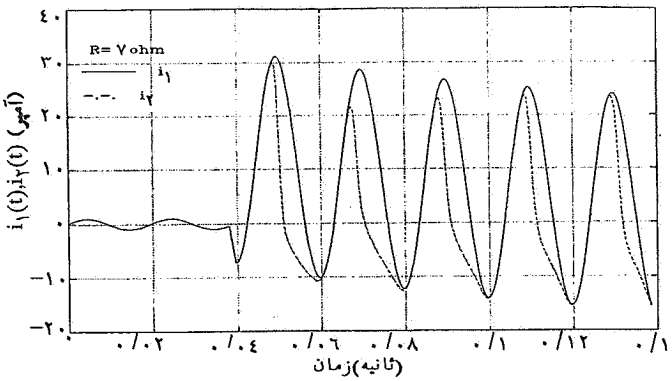
قسمتی بهینه پیشنهادی مذکور برای یک بار مقاومتی ۷ اهمی نمایش داده شده‌اند. از این شکلها نتیجه می‌شود که دربار مقاومتی ۷ اهمی، هسته سریعاً به اشباع رفته به‌طوری‌که دامنهٔ شار مغناطیسی هسته بعد از وقوع خطا در شبکه تقریباً ۲۰ برابر شده و به‌محض به اشباع رفتن هسته، به‌علت صفرشدن ولتاژ دوسر بار در ثانویه CT جریان بار سریعاً به صفر می‌گراید و در زمانهایی که هسته از اشباع خارج می‌شود دوباره جریانهای اولیه و ثانویه برهم منطبق می‌شوند (منظور جریان ثانویه ارجاع شده به‌سمت اولیه است). به‌علاوه در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می‌رود. شکل(۱۲) شار مغناطیسی کنندهٔ هسته را با همان شرایط مذکور در حالت بالا برای یک بار خازنی، مقاومتی نشان می‌دهد. از روی این شکل ملاحظه می‌شود که بارهای خازنی برعکس بارهای سلفی باعث به شدت به اشباع بردن هستهٔ CT می‌شوند واز این نقطه نظر بدترین نوع بار است. بالاخره شکل (۱۳)، منفی شدن



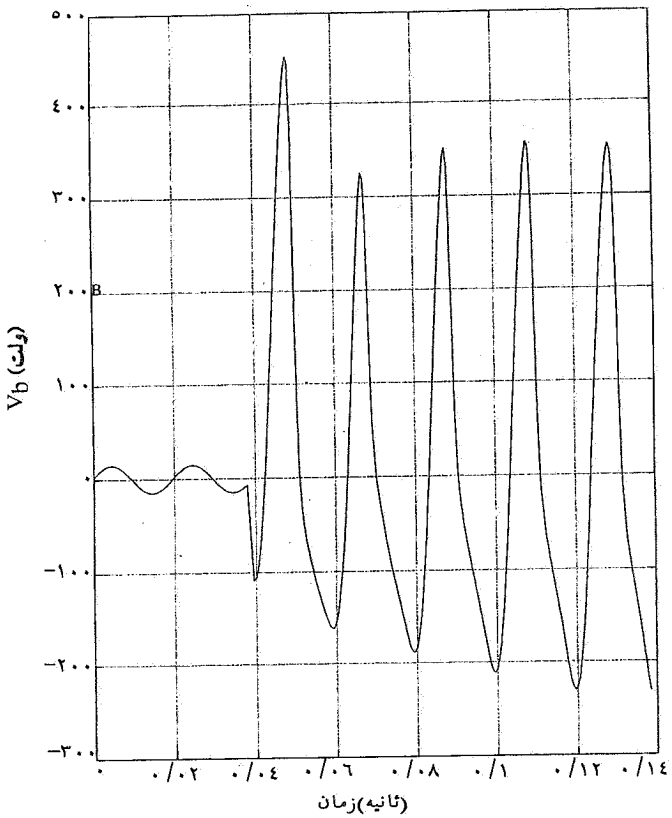
شکل ۸ـ مدل زمانی جریان اولیه CT

مقدار لحظه‌ای شار مغناطیس کننده هسته را در یک بار سلفی خالص نشان می‌دهد و این بدان معناست که در بارهای سلفی، هستهٔ ترانسفورماتور دیرتر به اشباع رفته و حتی ممکن است به‌طور معکوس هم مغناطیس شود.

برای نشان دادن برتری توانایی مدل دو قسمتی پیشنهادی بهینه در این مقاله از دو نقطه نظر اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری و حجم ذخیره سازکم) و نیز دقت نسبتاً بالا نسبت به مدلهای چندجمله‌ای و دوجمله‌ای و مدلهای نمایی، برای دونمونهٔ هستهٔ فولادی مربوط به دو CT از کارخانه ABB، منحنیهای حاصله بر پایه مدلهای چند جمله‌ای، دوجمله‌ای، دوجمله و مدل دو قسمتی پیشنهادی همراه با نقاط عملی اندازه‌گیری شده طی شکلهای (۱۴ و ۱۵) به نمایش گذاشته شده‌اند. همان طور که از روی این شکلها دیده می‌شود در اولین مرحله، ادعای بالاتر بودن صحت انطباق مدل پیشنهادی در این مقاله نسبت به سایر مدلها به اثبات رسیده است. علت آن این است که در مدل دو قسمتی مانند مدل دوجمله‌ای درجهٔ معادلات (ضرایب N و m) از پیش تعیین نشده‌اند بلکه براساس درصد دقت انطباق درخواستی و میزان نیاز اقتصاد



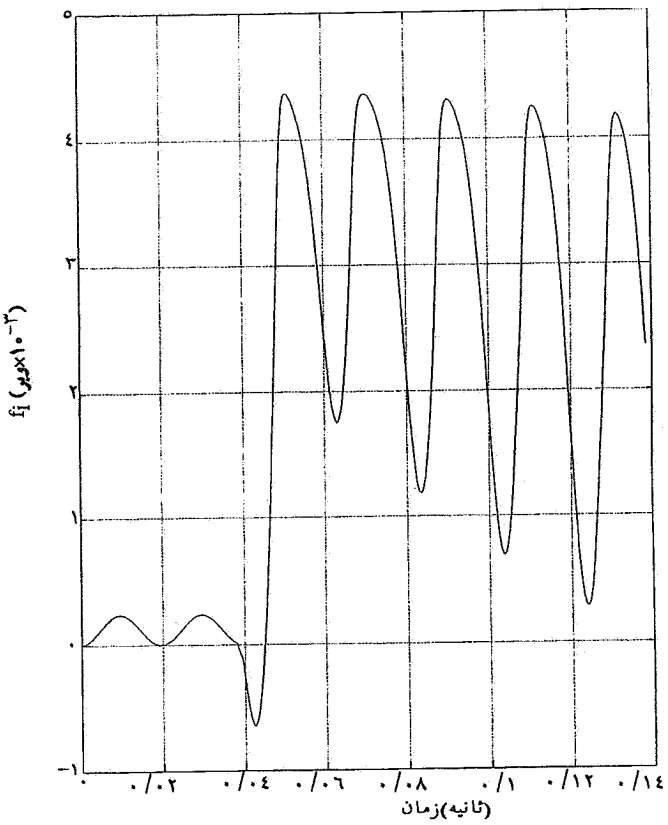
شکل ۹ـ منحنی زمانی جریان ثانویه CT در یک بارمقاومتی



شکل ۱۰ـ شکل موج زمانی ولتاژ ثانویه CT در یک بار مقاومتی

کامپیوتری تعیین می‌شوند (با انتخاب مناسب فاصله زمانی Δt در حل معادلات). گرچه که مدل دو جمله از لحاظ اقتصاد کامپیوتری بهینه تراز سایر مدلهاست ولی وقتی که از مدل CT خواسته باشیم در سیستمهای روی خط و خارج خط شامل دستگاههای آزمون رله‌های حفاظتی مربوطه استفاده کنیم، مدل دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله بهترین مدل از دو نقطه‌نظر دقت انطباق نسبتاً بالا و اقتصاد خوب کامپیوتری (وقتبری و حجم ذخیره سازی کم) است.

برای CT معرفی شده در بخش (۲) با منحنی‌پسماند عملی



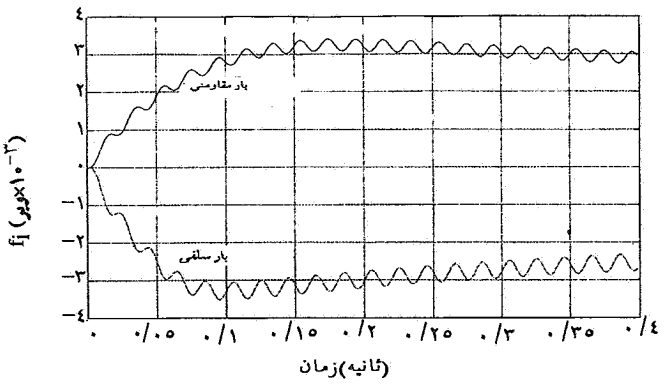
شکل ۱۱ـ شکل موج زمانی فلوی مغناطیس‌کننده هستهٔ CT در یک بار مقاومتی

نمایش داده شده در شکلهای (۱۶) و (۱۷)، برای بارهای مختلف سلفی و مقاومتی خالص و یا ترکیبی از آنها آزمون‌هایی انجام شده که نتایج آنها در شکلهای (۱۹) تا (۲۴) نمایش داده شده‌اند. برای بررسی اثرات تلفات فوکو بر روی جریان مغناطیس هسته با مدل تکمقدارهٔ پیشنهادی در این مقاله (دو قسمتی بهینه) بدون در نظرگرفتن اثرات حلقهٔ‌پسماند نیز آزمونهای جداگانه‌ای انجام شده است که نتایج حاصل از آنها در شکلهای (۲۵) و (۲۶) نمایش داده شده‌اند.

۸ـ نتایج

در این مقاله به‌طور خلاصه نتایج زیر استخراج می‌شود:

۱ـ مدل کامپیوتری ترانسفورماتورهای جریان بدون نظرگرفتن تلفات هسته (اعم از فوکو و پسماند) با در نظرگرفتن مدلهای تکمقدارهٔ چندجمله، دوجمله‌ای و دو قسمتی بهینه پیشنهادی در این مقاله به نمایش گذاشته شده است. در مقایسهٔ این نتایج با



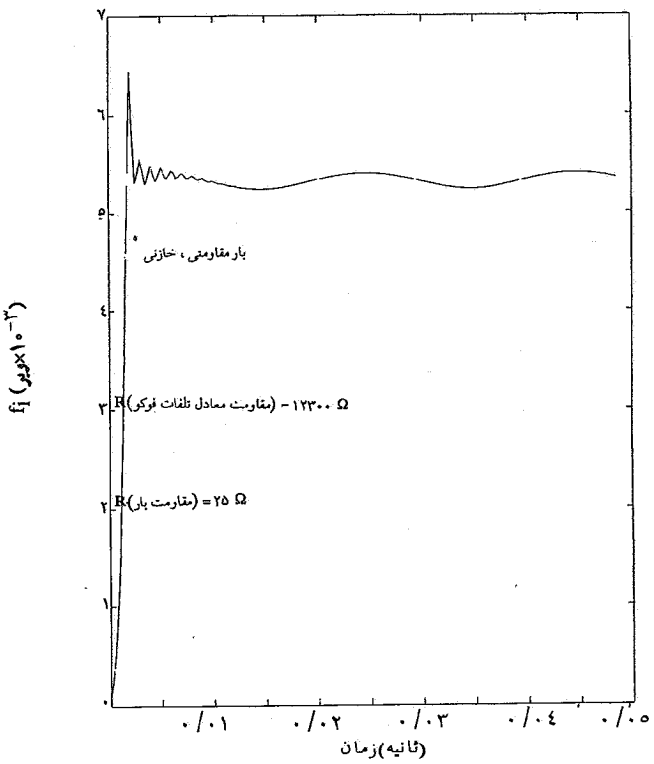
شکل ۱۲ـ شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کنندهٔ هستهٔ CT در یک بار سلفی، مقاومتی و مقاومتی خالص

یکدیگر نتیجه می‌شود که مدل دوقسمتی، بهینه‌ترین مدل از نقطه نظرهای دقت بالای انطباق و اقتصاد کامپیوتری تواماً در کنار یکدیگرند.

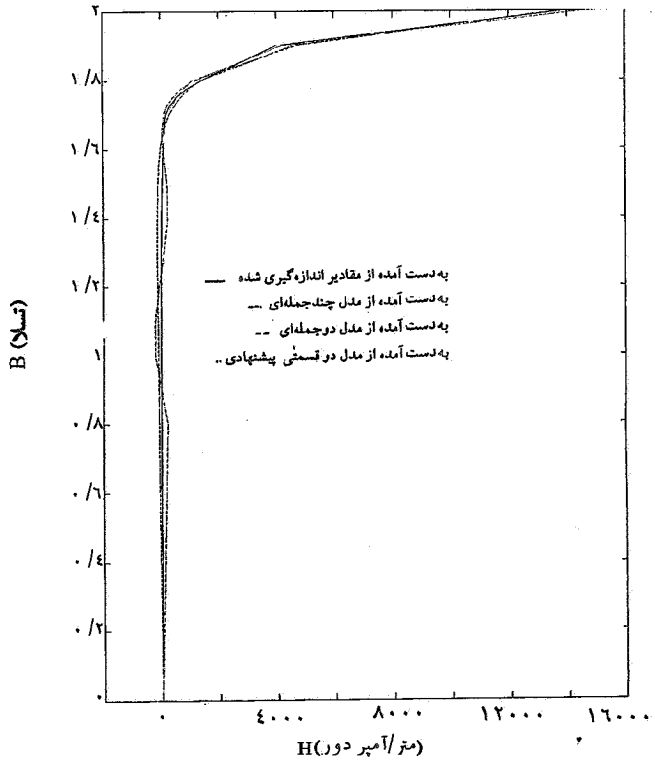
۲ـ در بارگذاریهای مختلف نتیجه‌گیری می‌شود که اثر به اشباع رفتن هسته دربارهای مقاومتی، بریده شدن قسمتی از جریان ثانویه است و همچنین در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می‌رود. بارهای سلفی باعث می‌شود که هسته دیرتر به اشباع رفته و از این‌رو جریان خطا در ثانویه کاهش یافته و بنابراین سبب دقت بیشتر در عملکرد ترانسفورماتور خواهد بود. برعکس، بارهای خازنی بدترین وضعیت از نقطه نظر به اشباع بردن هسته‌اند.

۳ـ نرم‌افزار کامپیوتری همراه با زیربرنامه‌های متعلقهٔ آماده شده در این مقاله، به‌نحو شایسته‌ای می‌تواند در طراحی ترانسفورماتور جریان (هرنوع حفاظتی و اندازه‌گیری) و نیز در نوع اندازه‌گیری آنها برای تعیین پاسخ فرکانسی CT مربوطه در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع به منظور تعیین درصد خطای نسبت تبدیل به‌ازای امواج جریان اولیه معوج شدهٔ هارمونیکی مورد استفاده قرار گیرد.

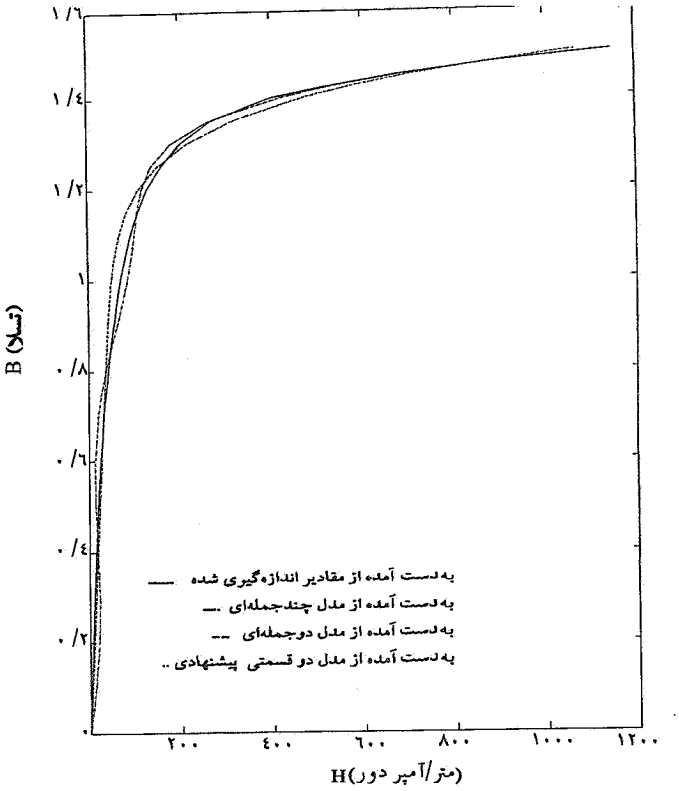
۴ـ این مقاله، مدل ترانسفورماتورهای جریان (CT) را با روش جداسازی تلفات فوکو از کل تلفات هسته و مدلسازی الکتریکی آن به‌صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس موازی قرارگرفته با القایش مغناطیسی کننده و نیز مدلسازی خود حلقهٔ‌پسماند بر اساس یک مدل جدید پیشنهاد کرده است که به‌خاطر دو خصلت خوب و مهم اقتصاد کامپیوتری و دقت انطباق نسبتاً بالای بهینه و هر دوی آنها در کنار یکدیگر این امکان را به این مدل می‌دهد تا از آن بتوانیم در سیستمهای روی خط و خارج خط شامل دستگاههای آزمون



شکل ۱۳ـ شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کنندهٔ هستهٔ CT در یک بار خازنی، مقاومتی



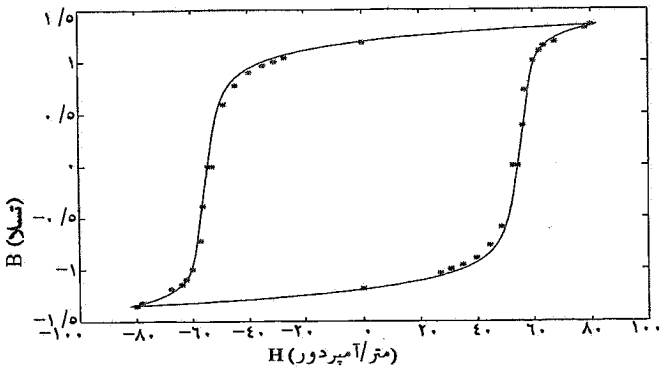
شکل ۱۴ـ منحنی مغناطیسی هستهٔ CT به‌دست آمده از مدلهای مختلف، (مثال اول)



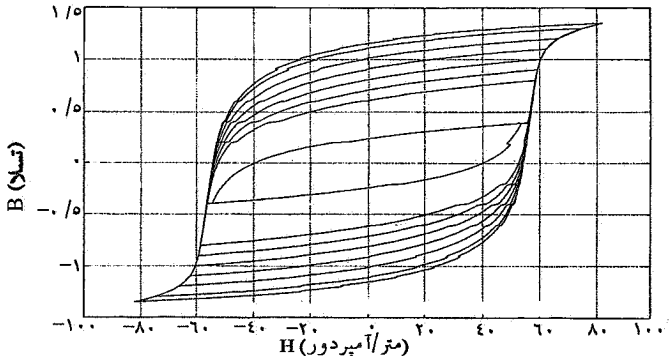
شکل ۱۵ـ منحنی مغناطیسی هستهٔ CT به‌دست آمده از مدلهای مختلف، (مثال دوم)

رله‌های حفاظتی جریان زیاد، واتمتری و دیستانس استفاده کنیم (به‌جای خود CTهای واقعی حفاظتی). لازم به ذکر است که برنامهٔ کامپیوتری تهیه شده برای مدلسازی روش‌های ارائه شدهٔ قبلی برای حلقه‌های پسماند نیز قابل استفاده است.

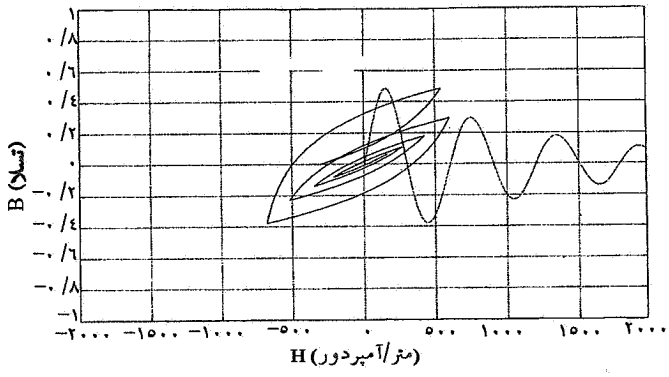
۵ـ از روی نتایج به‌دست آمدهٔ پیشنهادی بدون در نظرگرفتن مدل کامل حلقهٔ پسماند ولی منظور کردن فقط تلفات فوکو به‌صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس، نتیجه‌گیری می‌شود که تأثیر جریانهای فوکو عبارت است از کاسته‌شدن بیشینه دامنهٔ جریان مغناطیس کنندهٔ هسته و در نتیجه دیرتر به اشباع رفتن آن. بدان معنی که این تلفات را صرف‌نظر از دیدگاه اتلاف انرژی و پایین آوردن راندمان سیستم و نیز ایجاد اعوجاج در متغیرهای خروجی CT ، صرفاً به‌خاطر اینکه هستهٔ ترانسفورماتور دیرتر به اشباع می‌رود شاید بتوان نقطهٔ مثبت کوچکی قلمداد کرد.



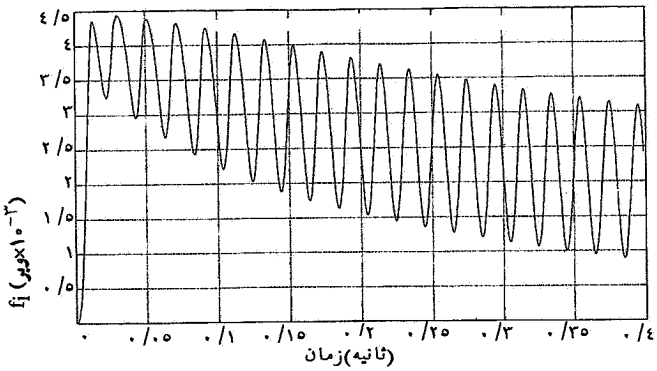
شکل ۱۶ـ منحنیهای‌اندازه‌گیری‌ومحاسبه شدهٔ‌حلقهٔ‌پسماند هستهٔ CT



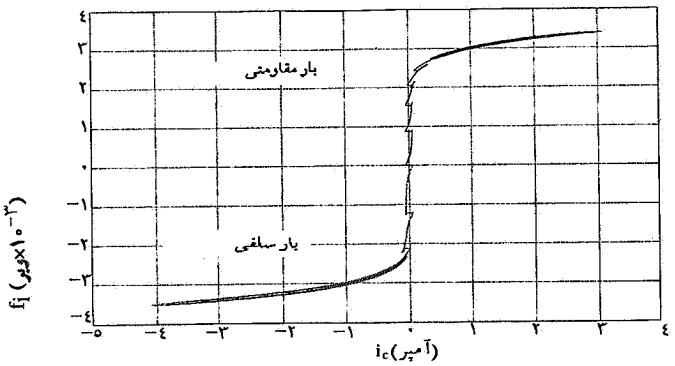
شکل ۱۷ـ منحنی محاسبه شدهٔ حلقهٔ‌پسماند به‌ازای موج سینوسی‌زمانی پایدار برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



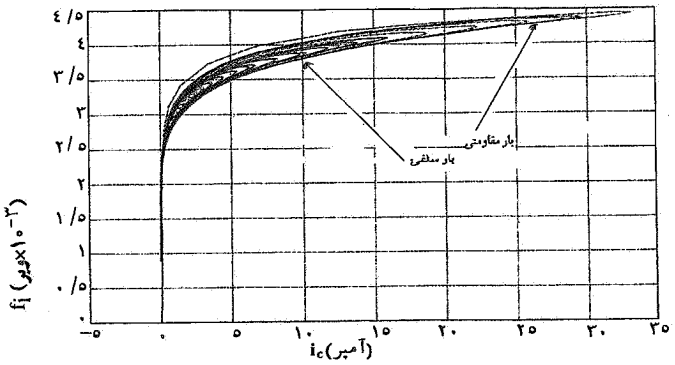
شکل ۱۸ـ منحنی‌پسماند هسته به ازای موج سینوسی میراشوندهٔ زمانی برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



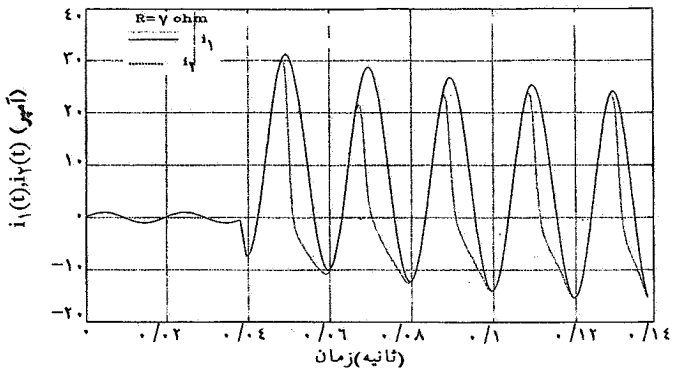
شکل ۱۹ـ منحنی فلوی مغناطیس‌کنندهٔ هسته در مقابل جریان مغناطیسی آن در بارهای سلفی، مقاومتی



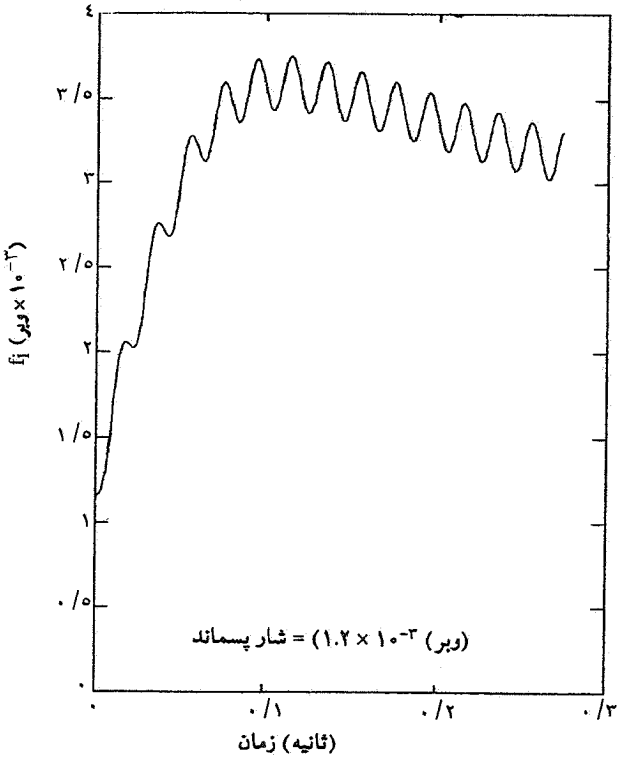
شکل ۲۰ـ منحنی فلوی مغناطیس‌کنندهٔ هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال اول).



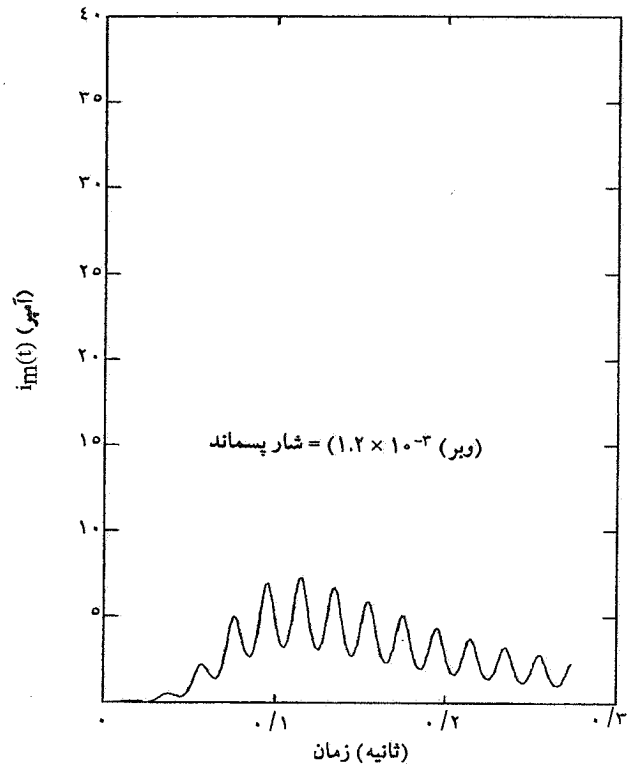
شکل ۲۱ـ منحنی فلوی مغناطیس‌کنندهٔ هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال دوم)



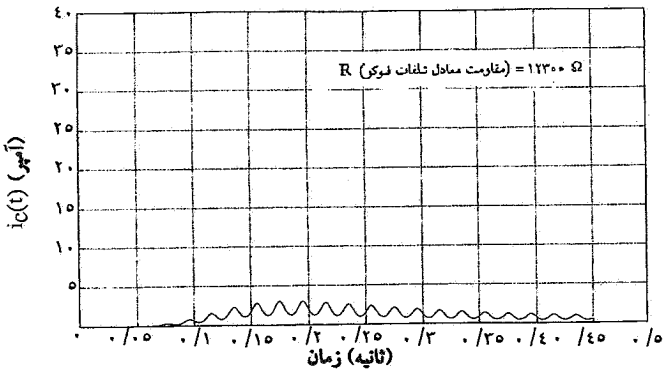
شکل ۲۲ـ منحنیهای زمانی جریانهای اولیه و ثانویه CT با توجه به مدل کامل هسته



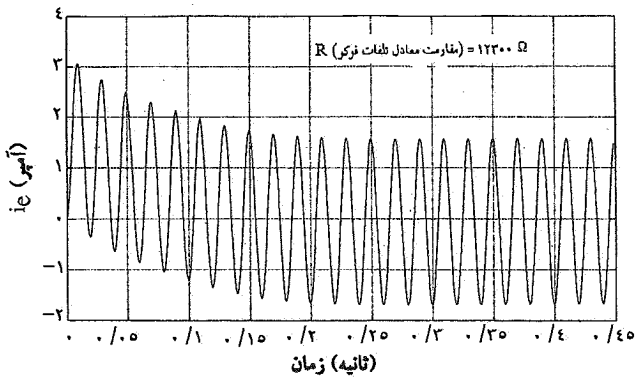
شکل ۲۳ـ منحنی زمانی فلوی مغناطیس‌کنندهٔ هسته با فرض بودن شار پسماند



شکل ۲۴ـ منحنی زمانی جریان مغناطیس‌کنندهٔ هسته با بودن شار پسماند



شکل ۲۵ـ شکل موج زمانی جریان کل معادل مغناطیسی و تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو.
(بدون درنظر گرفتن مدل حلقهٔ‌پسماند).



شکل ۲۶ـ شکل موج زمانی مؤلفه معادل جریان تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو

(بدون درنظر گرفتن مدل حلقه‌پسماند)

واژه‌نامه

1. current transformers
2. on-line
3. off-line
4. fault
5. auto-reclosure
6. finite differnce-method

مراجع

1. Macfadyen, W. K., Simpson, R. R., Slater, R. D., and Wood, W. S., "*Method of Predicting Transient Currrent Patterns in Transformer,*" *IEE proceedings,* Vol. 120, pp. 412-423, 1973.
2. Krishnamoorthy, T. S., and Venugopl, M., "Determination of Best Fit Parameter of a Model for Excitation Curve," *IEE Proceedings,* pp. 1215-1223, Dec. 1973.
3. Nobu Shmatani and Hiroshi Fujita, "*Approximation of Magnitization Curves,*" *IEE Transactions,* Vol. 101, pp. 706-715, 1981.
4. Dick, E. P., and W. Watson, W., "*Transformer Models for Transient based on Field Measurments,*" *IEE Transactions on PAS 100,* No. 1, pp. 409-417 January, 1981.
5. Prusty, S., and Rao, M. V. S., "*New Method for Predetermination of True Saturation Chracteristic of Transformers and Non - Linear Reactors,*" *IEE proceedings,* Vol. 127, part c, No. 22, pp. 123-129, March 1980.
6. Poljak, M., and Kolibas, N., "*Computation of Current Transfomer Performanc*", *IEEE Transactions on Power Delivery,* Vol. 3, No. 4, pp. 1816-1822, 1988.
7. Idoniboyebu, D. C., "*Transient response of Protection Transformer,*" *IEEE Transaction on Power Delivery,* Vol. 3, NO. 4, pp. 1314-1322, 1988.
8. Geralds, G. F., *MC Numerical Analysis, McGraw-Hill, 1989.*

۹. مهری، بهمن "محاسبات عددی"، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف.

10. Wentz, E. C., and Allen, D. W., "*Help for the Relay Engineer in dealing with Transient Current,*" *IEEE Transactions,* PAS-101, (3), (3), pp. 539-525.
11. O'Kelly, D., "Simulation of Transient and Steady-state Magnetisation Characteristics with Hystersis, "*IEEE Proceedings,* 124, (6), PP. 568-578, 1974.
12. Samesima, M. I., and Dias, E. M., "Frequency Response Analysis and Modelying of Measurment Transformer under Distored Current and Voltage supply," *IEEE Tranactions on Power Delivery,* Vol.

6, No. 4, pp. 1762-1769, 1991.

13. Cullity, B. D., Introduction to Magnetic Materials, Addison - Wesley Publishing Company INC, 1972.
14. Hanalla, A. Y., and Macdonald, D. C., "*Representation of Soft Magnetic Materials,*" *IEE Proceedings,* Vol. 127, part. A, No. 6, pp. 806-814, July 1980.
15. O'Kelly, D., "Calculation of the Transient Performance of Protective Current Transformers including Core Hystersis," *IEE proceedings,* part-C Vol. 139, No. 5., pp. 455-460 Sept. 1992.