

تحلیل سه بعدی هیدرودینامیکی و گرمایی در محاسبه مقاومت گرمایی مبدل میکروکانالی با سیال غیر نیوتنی

محمد سفید* و علی اصغر رستمی**

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۰/۹/۱۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۱/۸/۸)

چکیده - مبدل میکروکانالی وسیله‌ای است که برای کنترل دمای قطعات الکترونیکی با شار گرمایی بالا مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک تحلیل گرمایی جامع برای میکرومبدل بایستی شامل تحلیل هدایت سه بعدی در بدنه جامد همزمان با تحلیل سه بعدی جریان در حال توسعه از نظر هیدرودینامیکی و گرمایی در بخش سیال باشد. در این مقاله با مد نظر قرار دادن طول ورودی گرمایی و طول ورودی هیدرودینامیکی به تحلیل جامع مسئله پرداخته شده است و از مدل پاورلا^۱ برای توصیف نوع سیال استفاده شده است تا در برگیرنده سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی باشد. در گسسته‌سازی معادلات ناویراستوکس از روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم معیار در شبکه جابه جا شده سیمپل استفاده شده است و جملات جا به جایی با استفاده از متد کوپیک تقریب زده شده است. نتایج نشان می‌دهد که نادیده انگاشتن طولهای ورودی گرمایی و هیدرودینامیکی در بعضی موارد خطای فاحشی را به دنبال خواهد داشت.

واژگان کلیدی: اختلاف محدود، سه بعدی، مبدل میکروکانالی، مقاومت گرمایی، سیال غیر نیوتنی

Determination of Thermal Resistance in Three-Dimensional Analysis of Micro-Channel Heat Sink with Non-Newtonian Fluids

M. Sefid and A. A. Rostami

Department of Mechanical Engineering, University of Yazd.

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan.

Abstract: *Micro-Channel Heat Sink is a heat exchanger which is used to control the temperature of electronic devices with high heat flux. A comprehensive thermal model for the micro-channels should include three dimensional conduction analysis in the solid body together with three dimensional developing fluid flow as well as heat transfer analyses in the fluid section. This paper reports on a research aimed at finding a solution to the problem. Hydrodynamical and thermal entrance lengths were two parameters considered in this solution. The power law model was used which includes both newtonion and non- newtonion fluids.*

** - استاد

* - دانشجوی دکترا

Finite difference based on control volume with staggered grid with SIMPLE algorithm was applied in which convection terms were estimated using QUICK method. The results showed that the two entrance length parameters are critical in the estimation of Nusselt number.

Keywords: 3-dimensional, Non-Newtonian, Micro channel, Heat Sink, Thermal Resistance

فهرست علائم

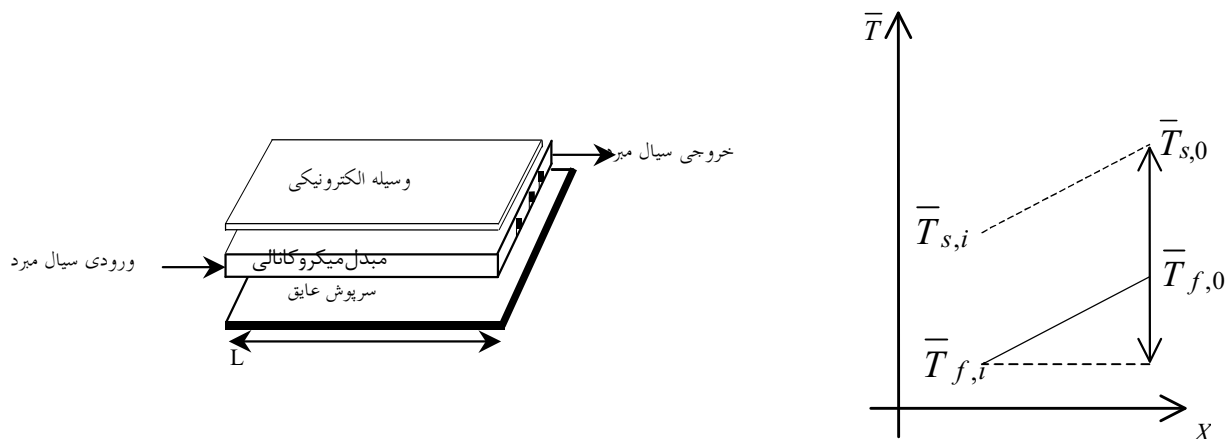
R_e عدد رینولدز	A سطح مقطع کانال
T_s دمای سطح جامد در تماس با سیال	A_{fin} کل سطح مبادله کننده گرما
T_f, T دمای سیال	D_h قطر هیدرولیکی
TT نسبت ضخامت سقف به نصف ضخامت دیواره	H کل ارتفاع مبدل
\bar{T} دمای متوسط سیال	h_c ارتفاع کانال
TW نسبت ضخامت سقف کانال به نصف عرض دیواره	HW نسبت ارتفاع کانال به نصف عرض کانال
\bar{V} سرعت متوسط	K_f ضریب هدایت گرمایی سیال
V_i سرعت ورودی	K_s ضریب هدایت گرمایی بدنه
v^+ مؤلفه سرعت بدون بعد در جهت Y	L طول کانال
v مؤلفه سرعت سیال در جهت Y	LW نسبت طول کانال به نصف عرض کانال
w^+ مؤلفه سرعت بدون بعد در جهت Z	m تعداد کانال در میکرومبدل
wW نسبت نصف عرض کانال به نصف عرض دیواره	n_1 نسبت بدون بعد $\Delta z / \Delta y$
w مؤلفه سرعت سیال در جهت Z	n_2 نسبت بدون بعد $\Delta z / \Delta x$
x_1 مختصه مکان در جهت X	N مشخصه سیال Power Law
x_2 مختصه مکان در جهت Y	NU عدد نوسلت
x_3 مختصه مکان در جهت Z	NU_x عدد نوسلت موضعی در طول x
x^+ مختصه بدون بعد مکان در جهت X	P فشار سیال
y^+ مختصه بدون بعد مکان در جهت Y	Pr عدد پراتل
z^+ مختصه بدون بعد مکان در جهت Z	P_c عدد پکلت
θ مقاومت گرمایی کل	P^+ فشار بدون بعد
θ^+ دمای بدون بعد	q^o نرخ انتقال گرما

۱- مقدمه

مبدل گرمایی میکروکانالی MCHS^۲ وسیله‌ای برای ثابت نگه داشتن دمای قطعه الکترونیکی با شار گرمایی بالاست. ساخت این مبدلها متکی بر تکنولوژی اچینگ^۳ یعنی طراحی بر روی فلز یا شیشه به وسیله اسید است. به واسطه کوچک بودن قطر هیدرولیکی میکروکانال ضریب انتقال گرمای جا به جایی h بسیار بزرگ است به گونه‌ای که جریان مغشوش مزیتی نسبت

به جریان آرام ندارد.

مقاله منتشر شده توسط تاکرمن و پیز [۱] در سال ۱۹۸۱ به عنوان مقاله مادر در زمینه مبدلهای میکرونی شناخته می‌شود. به دنبال آنان مقالات بسیار زیادی در زمینه عملکرد این مبدلها طی دو دهه انتشار یافت که از جمله می‌توان به مقالات تاکرمن [۲] و موندیگر [۳] و فیلیپس [۴] اشاره کرد. این مقالات عمدتاً بر اساس کارهای تجربی‌اند. آن دسته از مقالات که مبنای تحلیلی دارند، از جمله تاکرمن و پیز [۵] و نایت [۶] فرضیاتی در آنها



شکل ۱- نمایی از یک میکرومبدل همراه با توزیع دمای متوسط سیال و دیواره جامد

۲- تئوری و معادلات حاکم

در شکل‌های (۱) و (۲) مبدل به همراه نمودار تغییرات دمای متوسط سیال و دمای سطح دیواره در طول کانال نشان داده شده است.

مقاومت گرمایی میکروکانال θ بر اساس ماکزیمم اختلاف دمای موجود بین سیال خنک‌کن و سطح جامد تعریف می‌شود.

$$\theta = \frac{\Delta T}{q'} = \frac{T_{\text{Surface Outlet}} - T_{\text{Fluid Inlet}}}{q'}$$

$$\theta = \frac{T_{\text{Surface Outlet}} - T_{\text{Fluid Outlet}}}{q'} + \frac{T_{\text{Fluid Outlet}} - T_{\text{Fluid Inlet}}}{q'}$$

$$\theta = \frac{1}{hA_{\text{fin}}} + \frac{1}{m \cdot C_p}$$

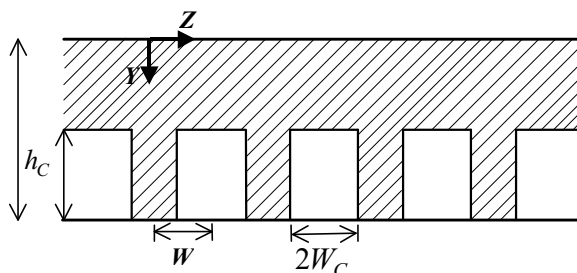
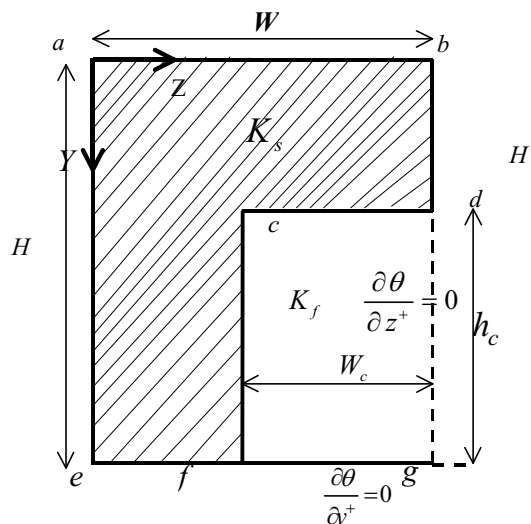
$\frac{1}{hA_{\text{fin}}}$ را مقاومت جا به جایی و $\frac{1}{m \cdot C_p}$ را مقاومت ظرفیتی می‌نامیم. با کاهش عرض کانالها h افزایش می‌یابد و در کنار آن $m \cdot C_p$ کاهش می‌یابد. پس باید در یک عرض بهینه‌ای θ مینیمم شود. از طرف دیگر با کاهش عرض کانال قدرت مورد نیاز برای پمپاژ سیال افزایش می‌یابد. هدف بررسی تأثیر این پارامترها بر روی یکدیگر است.

با توجه به اینکه w_c نصف عرض کانال و D_h قطر هیدرولیکی کانال و h_c ارتفاع کانال و L طول کانال می‌باشد مقاومت گرمایی بر اساس اعداد نوسلت و پکلت به شکل زیر خواهد شد.

به کار گرفته شده است که دور از واقعیت است. عمده‌ترین این فرضیات عبارت‌اند از:

- نسبت ارتفاع به عرض کانال بزرگ است و جریان مانند جریان بین دو صفحه موازی تقریب زده می‌شود.
- جریان در کل طول کانال چه از نظر هیدرودینامیکی و چه از نظر گرمایی توسعه یافته است.
- راندمان فین ثابت و تقریباً ۷۵٪ است.
- افت فشار در کل طول کانال ثابت است.
- سیال، نیوتنی است و سیال مورد مطالعه در اکثر مقالات آب است.

توصیف کامل گرمایی یک مبدل میکروکانالی با تحلیل سه بعدی هدایت گرمایی در دیواره‌های جامد و حل سه بعدی معادلات مومتم و انرژی برای سیال خنک کننده همراه است. از عمده‌ترین مشخصات حل فعلی آن است که ناحیه ورودی هیدرودینامیکی و گرمایی در حل در نظر گرفته شده است و خبری از فرض توسعه یافتگی نیست. ثانیاً در بررسی فعلی محدودیت نیوتنی بودن سیال حذف شده است و مدل پاورلا برای سیال در نظر گرفته شده است تا سیال نیوتنی را نیز شامل شود. روش حل بر اساس اختلاف محدود مبتنی بر حجم معیار روش سیمپل است که در آن جمله‌های جا به جایی از روش کوئیک تقریب زده شده‌اند.



شکل ۲- مقطعی از یک میکرو مبدل

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{3j}}{\tau_{xj}} \quad (5)$$

$$\rho C_v \frac{DT}{Dt} = K \nabla^2 T + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + P \text{div } V \quad (6)$$

که برای سیال پاورلا با استفاده از روابط ارائه شده توسط هندبوک کو [۷] می توان نوشت:

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (7)$$

$$\dot{\gamma}^* = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij}} \quad (8)$$

$$\tau_{ij} = K \dot{\gamma}^{N-1} \dot{\gamma}_{ij} - P \delta_{ij} \quad (9)$$

محدوده حل شامل نصف دیواره کانال و نصف کانال با سقف آن است. و در حل فرضیات زیر مد نظر قرار گرفته است.

- شار گرمایی وارد به پایه مبدل ثابت و انتقال گرما دائم است.

- جریان آرام دائم تراکم ناپذیر و تکفازی است.

- سرپوش مبدل عایق است.

- خواص سیال ثابت است.

- از انتقال گرما طبیعی و تشعشعی صرف نظر می شود.

با فرضیات فوق شرایط مرزی روی سطوح مختلف بدین ترتیب است.

$$\theta = \left(\frac{1}{NU} + \frac{1}{P_e} \cdot \frac{A_{fin}}{2nW_c h_c} \right) \frac{D_h}{K_f \cdot A_{fin}} \quad (1)$$

که در آن A_{fin} کل سطحی است که ضریب جا به جایی h برای آن وجود دارد.

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4W_c h_c}{2W_c + h_c}, \quad \frac{W_c}{D_h} = \frac{0.5}{h_c / W_c} + 0.25,$$

$$\frac{h_c}{D_h} = 0.5 + 0.25 \frac{h_c}{W_c}, \quad A_{fin} = mL(2h_c + 2W_c)$$

که در آن m تعداد کانالهای مبدل است. در آن صورت θ^* مقاومت گرمایی بی بعد بدین شکل تعریف می شود.

$$\theta^* = K_f \cdot L \cdot \theta =$$

$$\left[\frac{1}{NU} + \frac{L/W_c}{P_e} \left(1 + \frac{1}{h_c / W_c} \right) \right] \left[\frac{1}{m \left(1.5 + 0.5 \frac{h_c}{W_c} + \frac{1}{h_c / W_c} \right)} \right] \quad (2)$$

برای تعیین NU بایستی معادلات مومنتم و انرژی به صورت سه بعدی با در نظر گرفتن طول ورودی هیدرودینامیکی و طول ورودی گرمایی حل کرد.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x + \frac{\partial \tau_{1j}}{\tau_{xj}} \quad (3)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{2j}}{\tau_{xj}} \quad (4)$$

زده می‌شود. نتیجه کار معادلات حجیمی خواهد شد که به عنوان مثال معادله مومنتم در جهت x را در زیر آورده می‌شود.

$$\begin{aligned}
 UP * u_{i+1,j,k} &= UIP1 * u_{i+1,j,k} + UIM1 * u_{i-1,j,k} \\
 &+ UIP2 * u_{i+2,j,k} + UIM2 * u_{i-2,j,k} \\
 &+ UJP1 * u_{i,j+1,k} + UJM1 * u_{i,j-1,k} \\
 &+ UJP2 * u_{i,j+2,k} + UJM2 * u_{i,j-2,k} \\
 &+ UKP1 * u_{i,j,k+1} + UKM1 * u_{i,j,k-1} \\
 &+ UKP2 * u_{i,j,k+2} + UKM2 * u_{i,j,k-2}
 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$\begin{aligned}
 UP &= \Delta y \Delta z (6a_1^+ + 3a_1^+ - 3b_1^+ - 6b_1^-) + \\
 &\Delta x \Delta z (6c_1^+ + 3c_1^- - 3d_1^+ - 6d_1^-) + \\
 &\Delta x \Delta y (6e_1^+ + 3e_1^- - 3f_1^+ - 6f_1^-) + \\
 &\frac{2}{R_e} * F^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \right) \\
 UIM1 &= \Delta y \Delta z (a_1^+ + 6b_1^+ + 3b_1^-) + \\
 &\frac{1}{R_e} * F^{\frac{N-1}{2}} \cdot \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} - \frac{1}{R_e} \cdot \left(\frac{N-1}{2} \right) F^{\frac{N-3}{2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_1} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\
 UIP1 &= -\Delta y \Delta z (3a_1^+ + 6a_1^- + 3b_1^-) + \frac{1}{R_e} \cdot F^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \right) \\
 &+ \frac{1}{R_e} \left(\frac{N-1}{2} \right) F^{\frac{N-3}{2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_1} \cdot \Delta x \Delta z \\
 UIP2 &= \Delta y \Delta z a_1^- \\
 UIM2 &= -\Delta y \Delta z b_1^+ \\
 UJP1 &= -\Delta x \Delta z (3C_1^+ + 6C_1^- + d_1^-) + \\
 &\frac{1}{R_e} \cdot F^{\frac{N-1}{2}} \cdot \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{1}{2R_e} \left(\frac{N-1}{2} \right) F^{\frac{N-3}{2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_2} \cdot \Delta x \Delta z \\
 UJM1 &= \Delta x \Delta z (C_1^+ + 6d_1^+ + 3d_1^-) + \\
 &\frac{1}{R_e} \cdot F^{\frac{N-1}{2}} \cdot \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} - \frac{1}{2R_e} \left(\frac{N-1}{2} \right) F^{\frac{N-3}{2}} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_2} \cdot \Delta x \Delta z \\
 UJP2 &= \Delta x \Delta z c_1^- \\
 UJM2 &= -\Delta x \Delta z d_1^+
 \end{aligned}$$

ورودی $u = V_0, v = 0, w = 0, T = T_0$

$$\text{خروجی} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_m}{\partial x}$$

$$a \rightarrow b \quad K_s \cdot \frac{\partial T_s}{\partial y} = q^0$$

$$c \rightarrow b \quad k_s \cdot \frac{\partial T_s}{\partial y} = k_f \cdot \frac{\partial T_s}{\partial y}, \quad T_s = T_f$$

$$\text{شرط عدم لغزش} \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

$$c \rightarrow f \quad k_s \cdot \frac{\partial T_s}{\partial z} = k_f \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z}, \quad T_s = T_f$$

$$\text{شرط عدم لغزش} \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

$$e - f \rightarrow g \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\text{شرط عدم لغزش} \quad u = 0 \quad v = 0 \quad w = 0$$

$$d \rightarrow g \quad \text{به علت تقارن} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad w = 0$$

$$a \rightarrow e \quad \text{به علت تقارن} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (۱۰)$$

ابتدا کمیات بدون بعد به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned}
 \theta^+ &= \frac{T - T_i}{q^0 D_h / K_f} & x^+ &= \frac{x}{D_h} \\
 y^+ &= \frac{y}{D_h} & z^+ &= \frac{z}{D_h} \\
 u^+ &= \frac{u}{V} = \frac{u}{V_i} & v^+ &= \frac{v}{V_i} \\
 w^+ &= \frac{w}{V_i} & n_1 &= \frac{\Delta z}{\Delta x} \\
 n_2 &= \frac{\Delta z}{\Delta y} & p^+ &= \frac{p}{(\rho V^2 / 2)} \\
 \eta_0 &= k(D_h / V_i)^{1-n} & R_e &= \frac{\rho V_i D_h}{\eta_0} \\
 p_r &= \frac{\eta_0 C_p}{k} & p_e &= R_e \cdot p_r = \frac{\rho c V_i D_h}{k_f}
 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

آن گاه معادلات بقا بر اساس اختلاف محدود مبتنی بر حجم معیار با استفاده از شبکه جا به جاشده استگر بر پایه مدل سیمپل گسسته‌سازی می‌شود و جملات جا به جایی با استفاده از روش کوئیک با گرفتن اطلاعات از بالا دست جریان تقریب

$$\begin{aligned}
e_1^+ &= \frac{1}{32} (w_{i,j,k+1} + w_{i-1,j,k+1} + |w_{i,j,k+1} + w_{i-1,j,k+1}|) \\
e_1^- &= \frac{1}{32} (w_{i,j,k+1} + w_{i-1,j,k+1} - |w_{i,j,k+1} + w_{i-1,j,k+1}|) \\
f_1^+ &= \frac{1}{32} (w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k} + |w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}|) \\
f_1^- &= \frac{1}{32} (w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k} - |w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}|)
\end{aligned}
\tag{۱۵}$$

۳- بحث و بررسی

در تحلیل شبکه و بررسی اثر تعداد نقاط، بر نتایج به دست آمده از اجرای برنامه مشخص شد با انتخاب شبکه مناسب شامل حداقل پنجاه هزار نقطه می توان به نتایج اطمینان داشت به گونه ای که افزایش بیشتر تعداد نقاط بر دقت جوابهای به دست آمده تا هفت رقم اعشار تأثیری نخواهد داشت. استفاده از سیال غیر نیوتنی نسبت به سیال نیوتنی با مزایا و معایبی همراه است. در سیال غیر نیوتنی همان گونه که در شکلهای (۳) و (۴) نشان داده شده است جریانهای ثانویه گوشه های مقطع به وجود می آید. این جریانهای ضعیف ثانویه که موجب افزایش ناچیز عدد نوسلت می شود از اختلاف تنشهای نرمال در سیال غیر نیوتنی ناشی می شوند. مراجع [۲۱] این مطلب را تایید می کنند. غیر صفر بودن اختلاف تنشهای نرمال را می توان از تعریف تنشهای نرمال در تانسور تنش دریافت:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2kF \frac{N-1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} - P \\
\tau_{yy} &= 2kF \frac{N-1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} - P \\
\tau_{zz} &= 2kF \frac{N-1}{2} \frac{\partial w}{\partial z} - P
\end{aligned}$$

در ناحیه توسعه یافته $\frac{\partial u}{\partial x}$ برابر صفر است بنابراین می توان

نوشت:

$$\begin{aligned}
UKP1 &= -\Delta x \Delta y (3e_1^+ + 6e_1^- + f_1^-) + \frac{1}{R_e} F \frac{N-1}{2} \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \\
&+ \frac{1}{2R_e} \left(\frac{N-1}{2} \right) F \frac{N-3}{2} \frac{\partial F}{\partial x_3} \Delta x \Delta y
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
UKM1 &= \Delta x \Delta y (e_1^+ + 6f_1^+ + 3f_1^-) + \\
&\frac{1}{R_e} F \frac{N-1}{2} \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} - \frac{1}{2R_e} \left(\frac{N-1}{2} \right) F \frac{N-3}{2} \frac{\partial F}{\partial x_3} \Delta x \Delta y
\end{aligned}$$

$$UKP2 = -\Delta x \Delta y e_1^-$$

$$UKM2 = -\Delta x \Delta y f_1^+$$

(۱۳)

$$\begin{aligned}
UB &= (P_{i-1,j,k} - P_{i,j,k}) \frac{\Delta y \Delta z}{2} + \left(\frac{A_i^{++}}{R_e} + \frac{g_x D_h}{V_i^2} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \\
A_i^{++} &= F \frac{N-3}{2} \left\{ \frac{\partial F^+}{\partial x_1^+} \left(2 \frac{\partial u_1^+}{\partial x_1^+} \right) + \frac{\partial F^+}{\partial x_2^+} \left(\frac{\partial u_2^+}{\partial x_1^+} + \frac{\partial u_1^+}{\partial x_2^+} \right) \right. \\
&\left. + \frac{\partial F^+}{\partial x_3^+} \left(\frac{\partial u_3^+}{\partial x_1^+} + \frac{\partial u_1^+}{\partial x_3^+} \right) \right\} \left(\frac{N-1}{2} \right)
\end{aligned}$$

$$a_1^+ = \frac{1}{32} (u_{i+1,j,k} + u_{i,j,k} + |u_{i+1,j,k} + u_{i,j,k}|)$$

$$a_1^- = \frac{1}{32} (u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k} - |u_{i+1,j,k} + u_{i,j,k}|)$$

$$b_1^+ = \frac{1}{32} (u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k} + |u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}|)$$

$$b_1^- = \frac{1}{32} (u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k} - |u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}|)$$

$$c_1^+ = \frac{1}{32} (v_{i,j+1,k} + v_{i-1,j+1,k} + |v_{i,j+1,k} + v_{i-1,j+1,k}|)$$

$$c_1^- = \frac{1}{32} (v_{i,j+1,k} + v_{i-1,j+1,k} - |v_{i,j+1,k} + v_{i-1,j+1,k}|)$$

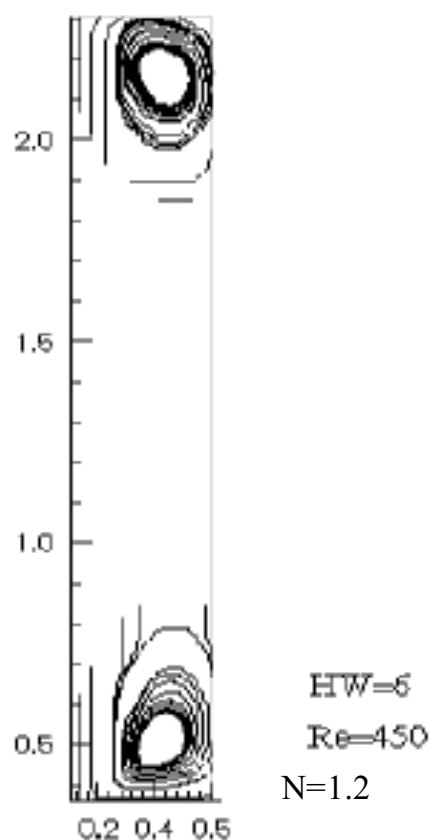
$$d_1^+ = \frac{1}{32} (v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k} + |v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}|)$$

$$d_1^- = \frac{1}{32} (v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k} - |v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}|)$$

(۱۴)



شکل ۴- جریان ثانویه در مقطع کانال در ناحیه توسعه یافته



شکل ۳- جریان ثانویه در مقطع کانال در ناحیه توسعه یافته

$$f.R_e = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho\bar{v}^2} \cdot \frac{\rho\bar{V}D}{\mu} = \frac{\left(-\frac{dp}{dx}\right) \cdot \left(\frac{D_h}{4}\right)}{\frac{1}{2}\rho\bar{v}^2} \cdot \frac{\rho\bar{V}D_h}{\mu}$$

$$f.R_e = -\frac{dp^+}{dx^+} \cdot \frac{R_e}{4}$$

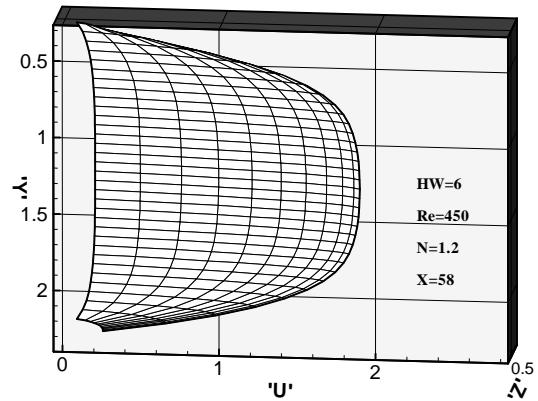
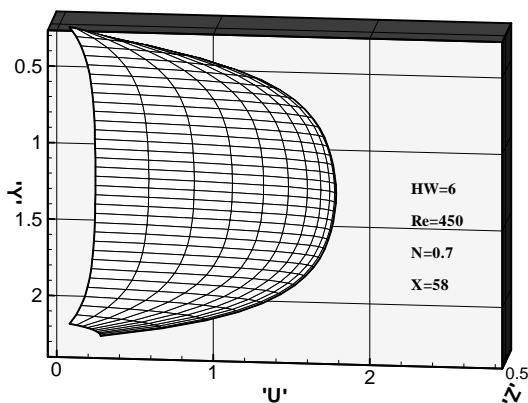
مقایسه نتایج کار فعلی با نتایج کار شختر [۸]، چاندراپاتالا [۹]، ویلر [۱۰]، کوزیکی [۱۱]، ژائو [۱۲] و طالبی [۱۳] در جدول (۱)، دقت کار فعلی را در تعیین ضریب اصطکاک در ناحیه توسعه یافته برای انواع سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی مشخص می‌کند. در حالی که مرجع دقیقی برای مقایسه NU در طول کانال و نیز طول ورودی گرمایی و هیدرودینامیکی در دسترس نیست.

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = 2kF^{\frac{N-1}{2}} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$F = 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 +$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

از دید فیزیکی ایجاد مؤلفه‌های نرمال غیر مساوی از نایکنواختی ساختمان مولکولی در جریان ناشی می‌شود. در ارزیابهای هیدرودینامیکی کمیت $f.R_e$ مبنای مقایسه قرار گرفته است. این کمیت افت فشار را در طول کانال نشان می‌دهد. چون مرجعی برای مقایسه این کمیت در ناحیه در حال توسعه در دسترس نیست فقط به ارزیابی و مقایسه مقادیر آن در ناحیه توسعه یافته اکتفا می‌شود.



شکل ۶- پروفیل سرعت در ناحیه توسعه یافته در نصف مقطع کانال

شکل ۵- پروفیل سرعت در ناحیه توسعه یافته در نصف مقطع کانال

در نظر گرفته شده و به تحلیل دوبعدی اکتفا شده است. البته نباید از نظر دور داشت که این خطا برای یک سیال نیوتنی ($N=1$) مثل آب قابل چشم پوشی است.

شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) تغییرات افت فشار در ناحیه توسعه یافته را برای N ها و رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد. بر اساس این منحنی‌ها با افزایش عدد N مشخصه سیال پاورلا مقدار افت فشار افزایش می‌یابد. ولی این افزایش افت فشار در رینولدزهای پایین بسیار شدیدتر است، یعنی با افزایش رینولدز افت فشار از تغییرات N کمتر تأثیر می‌پذیرد.

شکل‌های (۱۳) و (۱۴) کانتورهای دما ثابت را در نصف مقطع کانال شامل قسمت جامد و سیال نشان می‌دهد. در این شکل‌ها سعی شده است که مرز قسمت جامد و سیال مشخص شود. بر اساس این کانتورها دما در ناحیه فصل مشترک سقف و سیال در وسط کانال یعنی صفحه تقارن کمترین مقدار است. در حالی که در ناحیه همسایگی صفحه عایق پایین کانال دما افزایش بیشتری می‌یابد.

شکل‌های (۱۵) و (۱۶) پروفیل سه بعدی دما را در نصف مقطع کانال در قسمت جامد و سیال برای N های مختلف در ناحیه توسعه یافته نشان می‌دهد. در شکل‌ها شکسته شدن شیب به واسطه تغییر ضریب هدایت سیال و جامد در مرز جامد و سیال کاملاً پیداست.

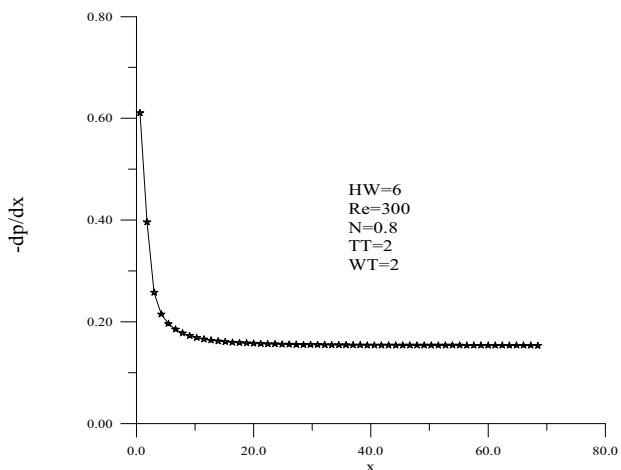
جدول ۱- مقایسه مقادیر fR_e بر حسب n برای کانال

مربعی $HW=2$

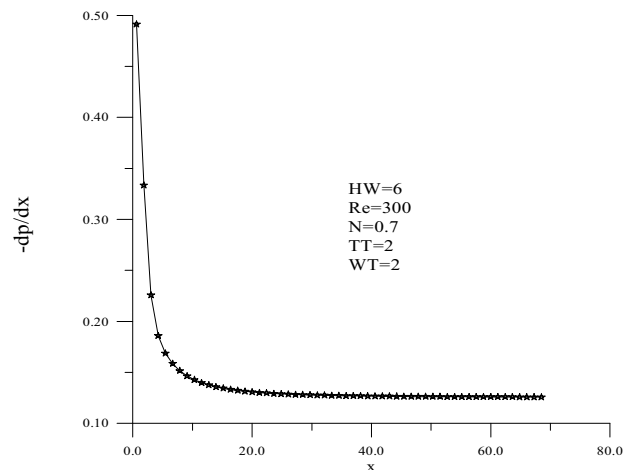
$n = 0.5$	$n = 0.75$	$n = 1$	
۵/۷۵۵	۹/۰۸۵	۱۴/۲۷	شختر [۸]
۵/۷۳۳	۹/۰۶۰	۱۴/۲۲۸	چاندراپاتلا [۹]
۵/۷۲۳	۹/۰۵۵	۱۴/۲۲۸	ویلر [۱۰]
۵/۹۳۵	۹/۲۲۲	۱۴/۲۱۹	کوزیکی [۱۱]
۵/۷۲۳	-----	۱۴/۲۲۹	ژائو [۱۲]
۵/۷۲۱	۹/۰۵۴	۱۴/۲۲۷	طالبی [۱۳]
۵/۷۲۴	۹/۰۵۶	۱۴/۲۲۹	کار حاضر

منحنیهای نشان داده شده در شکل‌های (۵) و (۶) پروفیل‌های سرعت را در مقطع کانال در ناحیه توسعه یافته نشان می‌دهد. بر اساس این منحنیها هر چه N مشخصه سیال پاورلا بزرگتر می‌شود پروفیل سرعت تخت‌تر می‌شود و گرادیان سرعت روی دیواره شدیدتر است و این به واسطه بزرگتر بودن مقدار تنش برشی دیواره در N های بزرگتر است.

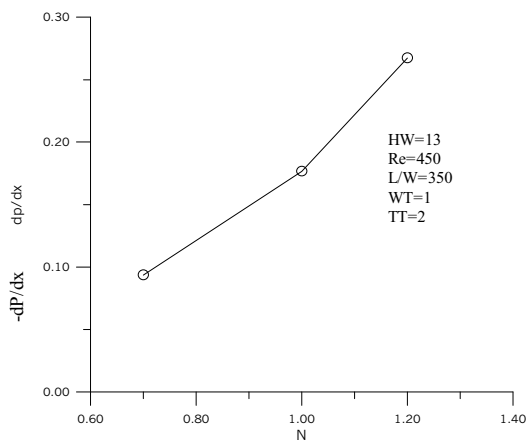
شکل‌های (۷) تا (۹) تغییرات موضعی افت فشار را در طول کانال نشان می‌دهند. بر اساس این منحنیها گاه تا ۲۰٪ طول کانال حالت توسعه یافته وجود ندارد ($N=0.7$, $HW=6$). این در حالی است که در حلهای دیگران کل طول کانال توسعه یافته



شکل ۸- توزیع افت فشار در طول کانال

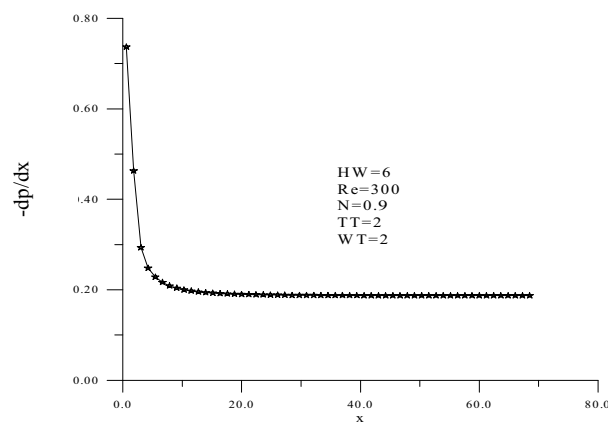


شکل ۷- توزیع افت فشار در طول کانال

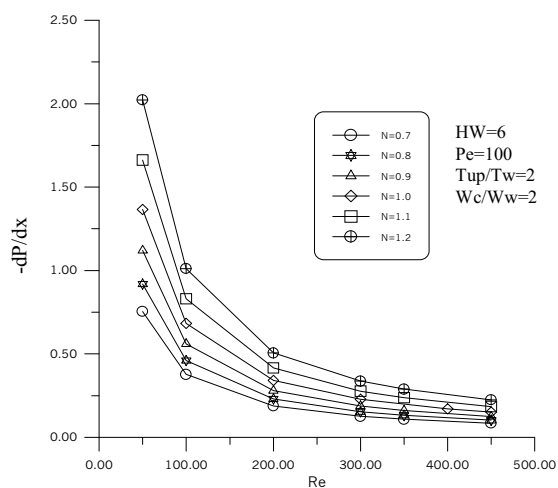


شکل ۱۰- تغییرات افت فشار بر حسب N مشخصه

سیال Power Law

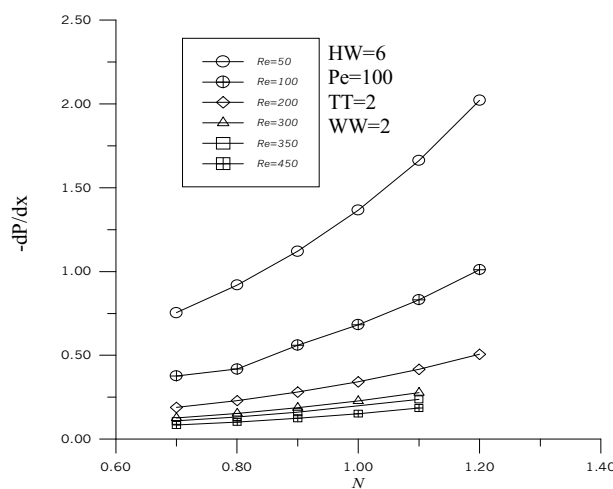


شکل ۹- توزیع افت فشار در طول کانال



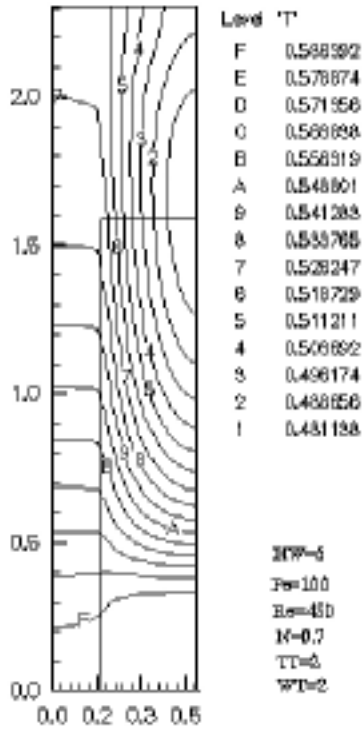
شکل ۱۲- منحنی تغییرات افت فشار بر حسب رینولدز

برای N های مختلف

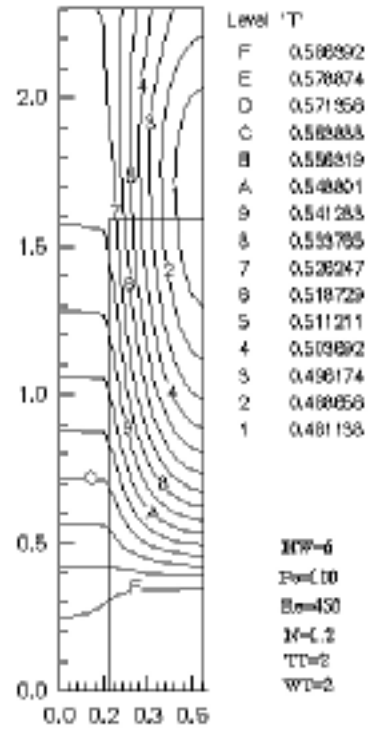


شکل ۱۱- منحنی تغییرات افت فشار بر حسب

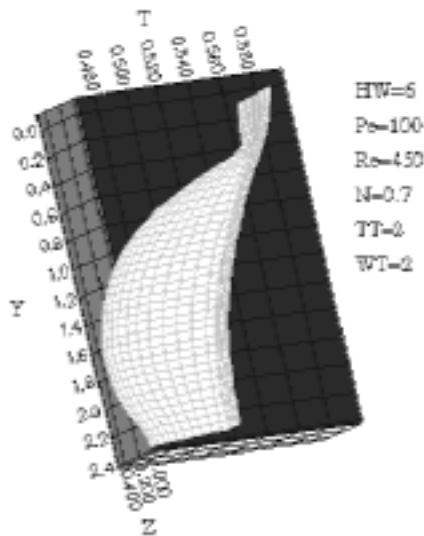
N برای رینولدزهای مختلف



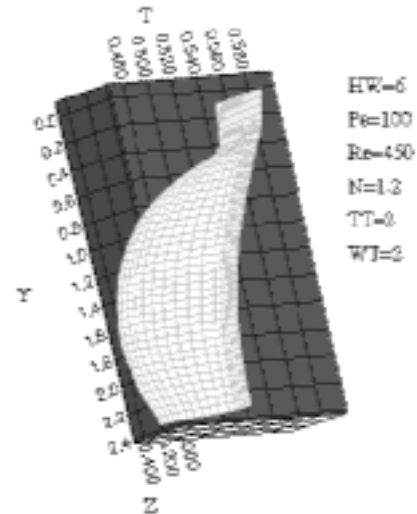
شکل ۱۴- کانتور دما در مقطع $X^+ = 68$



شکل ۱۳- کانتور دما در مقطع $X^+ = 68$



شکل ۱۶- پروفیل توزیع دما در مقطع $X^+ = 68$



شکل ۱۵- پروفیل توزیع دما در مقطع $X^+ = 68$

$$-k_f A \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\text{مرز سیال}} = hA(T_{wm} - T_b)$$

$$\frac{h}{k_f} = \frac{-\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{wm}}{T_{wm} - T_b} = \frac{\frac{\partial \theta}{\partial z}}{\theta_{wm} - \theta_b}$$

عدد نوسلت عمدتاً به دو صورت نوسلت موضعی (متوسط محیطی) NU_x و نوسلت متوسط (متوسط طولی) NU_m تعریف می‌شود. در مورد تبادل گرما بین سطح جامد و سیال جاری می‌توان نوشت:

استفاده کرده‌اند و در کنار آن از فرض توسعه یافتگی در کل طول کانال بهره گرفته‌اند.

آنچه مبنای مقایسه مقالات در کارهای تجربی و نظری واقع شده است حالتی است که به یک سطح به ابعاد $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ یک شار گرمایی ثابتی اعمال کنیم. فرض عمده‌ای که در مقالات ارائه شده داریم فرض توسعه یافته بودن است که بر اساس نتایج حاصل از کار فعلی این فرض در بسیاری از موارد نمی‌تواند صحیح باشد. گاه تا بیش از ۲۰٪ طول مسیر، جریان از نظر هیدرودینامیکی در حال توسعه است و گاه کل طول مسیر از نظر گرمایی در حال توسعه است. منحنیهای ۱۵ تا ۲۰ مؤید این مطلب‌اند. علت افزایش جزئی عدد نوسلت در ناحیه توسعه یافته در یک پکلت ثابت با تغییر عدد N نسبت به سیال نیوتنی ($N=1$) وجود جریانهای ثانویه است.

شکل (۲۱) منحنی تغییرات θ بر حسب N برای رینولدزهای مختلف را نشان می‌دهد. بر اساس این منحنی با افزایش N مشخصه سیال پاورلا و نیز با کاهش عدد رینولدز مقاومت گرمایی میکرومبدل افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش N حساسیت مقاومت گرمایی به عدد رینولدز کاهش می‌یابد. اما در N های کوچک تغییرات مقاومت گرمایی با تغییرات عدد رینولدز شدید است و برای انتخاب یک میکرومبدل با مقاومت گرمایی پایین باید از سیالی با مشخصه N کوچک در رینولدزهای بالا بهره گرفت.

شکل (۲۲) منحنی تغییرات θ را بر حسب عدد پکلت برای N های مختلف نشان می‌دهد. این منحنی نشان می‌دهد که انتخاب سیال با پکلت‌های کوچکتر از ۵۰۰ مقاومت گرمایی میکرومبدل را به شدت افزایش می‌دهد و در پکلت‌های بالاتر از ۱۵۰۰ مقاومت گرمایی تقریباً مستقل از عدد پکلت می‌شود. در ضمن بر اساس این منحنی چنانچه پکلت ثابت باشد اثرپذیری مقاومت گرمایی از تغییر N مشخصه سیال پاورلا ناچیز است.

$$NU_z = \frac{hD_h}{k} = \frac{\partial\theta}{\partial z^+}\bigg|_{wm}$$

که در آن θ_{wm} متوسط محیطی دمای سطح جامد در تماس با سیال است. θ_b دمای متوسط سیال در مقطع مورد نظر است. در محاسبه دمای موضعی سطح می‌توان از یک چندجمله‌ای بهره جست.

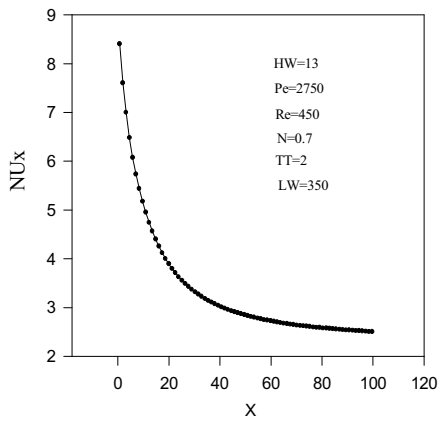
$$\theta_{wm} = \frac{1}{p} \int_p \theta_w ds$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial z^+}\bigg|_{wm} = \frac{1}{p} \int_p \frac{\partial\theta}{\partial y^+}\bigg|_w$$

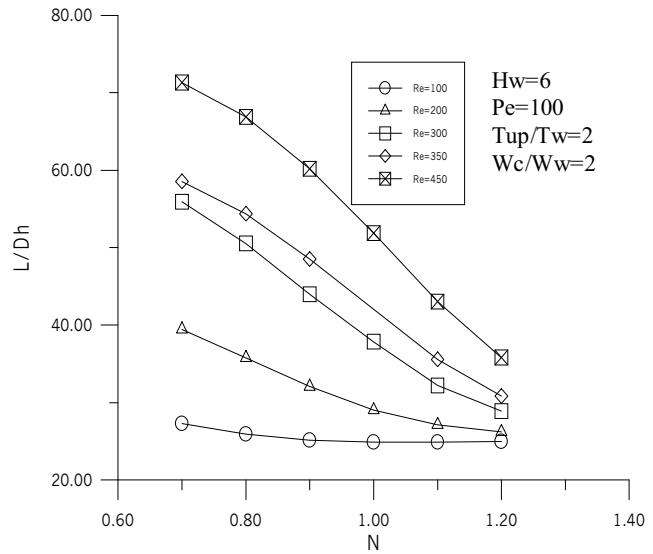
که در آنها p طول محیطی است که در آن انتقال گرما بین سیال و جامد صورت می‌گیرد.

شکل (۱۷) منحنی تغییرات طول ورودی گرمایی را بر حسب N برای رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد. برای محاسبه طول ورودی مقدار نوسلت توسعه یافته وقتی تا پنج رقم اعشار ثابت شده است مشخص می‌شود. سپس طولی که عدد نوسلت به $1/0.01$ مقدار توسعه یافته می‌رسد به عنوان طول ورودی گرمایی انتخاب می‌شود. بر اساس منحنی به دست آمده با افزایش N در یک R_e ثابت طول ورودی گرمایی کاهش می‌یابد. ولی این کاهش در رینولدزهای پایین ناچیز است. از طرفی با افزایش رینولدز طول ورودی افزایش می‌یابد ولی این افزایش در N های کوچکتر، بیشتر است. به عبارت دیگر در N های بزرگ طول ورودی گرمایی تا حدی مستقل از رینولدز می‌شود.

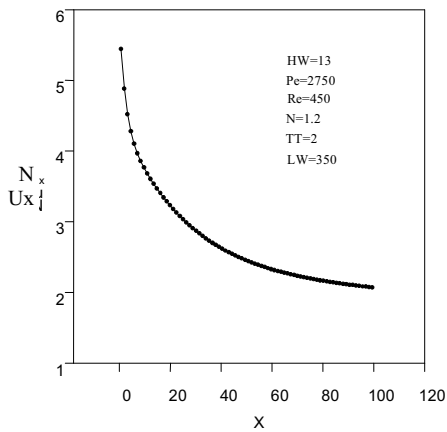
شکل‌های (۱۸) تا (۲۰) مقدار نوسلت موضعی (متوسط محیطی) را در طول کانال برای حالت‌های مختلف نشان می‌دهند. همان گونه که از منحنیها پیداست در پکلت‌های پایین طول ورودی گرمایی ناچیز است و فرض توسعه یافتگی برای کل کانال خطایی در بر ندارد، ولی با افزایش عدد پکلت طول ناحیه ورودی گرمایی افزایش یافته به گونه‌ای که در $P_e=2750$ و $N=1/2$ کل طول کانال طول ورودی است و فرض توسعه یافتگی با خطای فاحش همراه است. ناگفته نماند که این همان عدد پکلتی است که اکثریت قریب به اتفاق محققان از آن



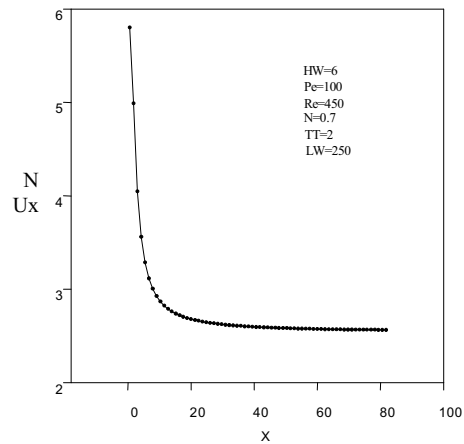
شکل ۱۸- توزیع نوسلت موضعی در طول کانال



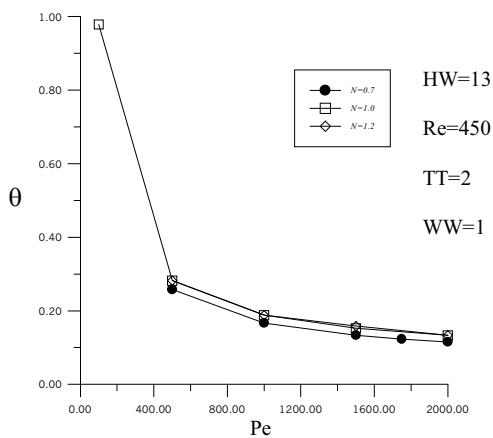
شکل ۱۷- منحنی تغییرات طول ورودی گرمایی بر حسب N برای رینولدز های مختلف



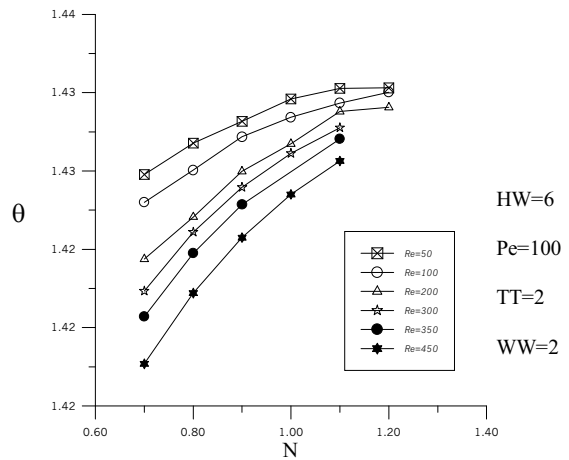
شکل ۲۰- توزیع نوسلت موضعی در طول کانال



شکل ۱۹- توزیع نوسلت موضعی در طول کانال



شکل ۲۲- منحنی مقاومت گرمایی نسبت به Pe



شکل ۲۱- منحنی مقاومت گرمایی نسبت به N

Thesis, Indian Institute of Technology, Madras, India, 1977.

10. Wheeler, J.A., and Wissler, E.H., "The Friction Factor-Reynolds Number Relation For The Steady Flow of Pseudoplastic Fluids Through Rectangular Ducts," *AICHEJ.*, Vol. 11, pp. 207-219, 1966.
11. Kosicki, W., Chou, C.H., Tiu, C. and "Non-Newtonian Flow in Ducts of Arbitrary Cross-

Sectional Shape;," *Chemical Engineering Science*, Vol. 21, pp. 665-679, 1966.

12. Gao, S.X., and Hartnett, J.P., "Non-Newtonian Fluid Laminar Flow and Forced Convection Heat Transfer in Rectangular Ducts", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 673-686, 1992.

۱۳. طالبی، ف.، "تحلیل جریان انتقال گرمای سیال ویسکوالاستیک در کانالهای غیر مدور"، پایان نامه دکتری، ۱۳۷۶.