آنالیزدینامیکی سازه‌های سه‌بعدی ایزوله‌شده غیرمتقارن

محمدمهدی سعادت پور*

چکیده

پاسخ دینامیکی اکثرسازه‌های حقیقی تحت اثرحرکت قوی زلزله علاوه برمولفه‌های خطی دارای مولفه‌های پیچشی نیزمی باشدکه با مولفه‌های خطی کوپله است. برای تضعیف پاسخ این گروه‌سازه‌ها، می‌توان ازیک سیستم ایزولاتورارتعاشی مناسب استفاده‌کرد. دراین مقاله‌یک روش برای آنالیزدینامیکی این دسته‌ازسازه‌های ایزوله‌شده، مبتنی براستفاده‌ازیک سازه‌جایگزین (معادل)، ارائه‌شده‌است. درمطالعه انجام شده، اثرات هریک ازمشخصه‌های سازه‌اصلی وایزولاتورها برروی مشخصه‌های معادل تعیین گردید. به‌منظورتائیدنتایج استخراج شده، هر دوسازه‌اصلی ایزوله‌شده‌وسیستم جایگزین به‌طورجداگانه‌تحت اثرحرکت زلزله‌ال سنتروآنالیزگردیدندوجوابهای کاملا" منطبق بدست‌آمد.

مقدمه

درتحقیقات مهندسی زلزله‌که‌تاحدوددودهه‌قبل صورت می گرفت، اصل اتصال کامل ساختمان به‌پی، به‌سبک سنتی ومرسوم، همواره مراعات می شد. آنچه‌ازاین تحقیقات درجهت دسترسی به‌یک طراحی نسبتا" موفق حاصل شد، رضایتبخش بوده، اما اجرای آن همواره متضمن مخارج اضافی ودقت درساخت می باشد. درحدوددودهه‌قبل کوششهائی‌در جهت ابداع اجزاء جذب‌کننده‌انرژی درسازه‌های ساختمانی به‌شکل‌اجزاء

---

* استادیاردانشکده‌مهندسی عمران ـ دانشگاه‌صنعتی اصفهان

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

غیر اصلی صورت گرفت و به دنبال آن شکلهای متنوع و بعضاً پیچیده‌ای برای نصب در نقاط خاصی از سازه‌ها پیشنهاد شد تا از این طریق پاسخ دینامیکی سازه‌ها کاهش یابد. استفاده گسترده از این اجزاء بدلیل مشکلات اجرائی و هزینه‌های نسبتاً بالا میسر نگردیده [۱] و [۲]، متعاقباً فکر مسدود کردن راه انتقال انرژی زلزله به سازه‌های ساختمانی از طریق نصب ایزولاتورهای ارتعاشی در زیر آنها و انتقال فرکانسها از ناحیه‌ای به ناحیه دیگر در روی طیف پاسخ، شکل گرفت. البته ایده استفاده از ایزولاتورهای ارتعاشی به منظور تغییر فرکانسهای سازه اصلی در راستای کاهش اثر زلزله، قبلاً نیز به عناوین مختلف مورد توجه قرار گرفته بود [۳]، لیکن فقط در سالهای اخیر این فکر عرصه خودنمائی پیدا کرد به طوری که در آمریکا، به عنوان کشوری با سوابق تحقیقاتی گسترده مهندسی زلزله، اولین ساختمان ایزوله شده در سال ۱۹۸۶ در یک منطقه زلزله خیز طراحی و ساخته شد [۴]. حسن این ایده در سهولت کاربرد آن برای ساختمانهای کوچک شهری و روستائی ایران و امکان رواج آن می باشد [۵].

ایزولاتورهای ارتعاشی در صورتی که به نحو مناسبی طراحی و نصب شوند می توانند در ساختمانهای سه بعدی با عدم تطابق مرکز جرم و مرکز صلبیت، منشاء کاهش اثرات کوپله حرکت خطی - پیچشی گردند [۶] و [۷]. هرگاه الگوی سختی ایزولاتورها متناسب با الگوی سختی سازه اصلی باشد، فرکانسهای ارتعاشی سازه به یک میزان کاهش یافته و از شدت پاسخ در هر مود ارتعاشی به یک نسبت کاسته می شود، اما از هر نظر دیگر مشابهت کاملی بین سازه اصلی و سازه ایزوله شده وجود ندارد که در مطالعه حاضر به توضیح آن خواهیم پرداخت.

جهت مطالعه ساختمانهای ایزوله شده برای بارهای دینامیکی می توان از روش مبتنی بر مطالعه یک مدل ساده جانشین به نام سازه معادل بهره برد. به این طریق می توان به سهولت از روشهای متداول و برنامه‌های موجود کامپیوتری برای تحلیل دینامیکی سازه ایزوله شده

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

باهمان تعداددرجات‌آزادی اولیه‌قبل ازایزوله‌شدن استفاده‌کرد [۸] .

دراین مقاله‌برای سازه‌های ایزوله‌شده‌متناسب‌شامل اثرکوپله خطی ـ پیچشی ازروش مزبوراستفاده‌خواهدشدتا باتعریف سازه‌معادل دسترسی به‌فرکانس معادل مستقیما " میسرگردد. واضح است که‌نتایج بدست‌آمده‌برای حرکت غیرکوپله‌نیزکاربرددارند. استخراج فرکانس معادل ، استفاده‌ازطیف پاسخ زلزله‌را تسهیل می کند. نکته‌دیگراینکه درصورت‌اتکاء یک سازه‌برایزولاتورهای ارتعاشی،علاوه برضریب استهلاک ذاتی سازه ، ضریب استهلاک ناشی ازتعبیه‌ایزولاتورهانیزبه‌آن تحمیل می شودواین‌ضرایب‌درقالب‌ضریب استهلاک معادل توام " قابل بیان هستند. به‌این ترتیب باتعیین فرکانس معادل ، ضریب استهلاک معادل وتابع زلزله‌ورودی معادل ، مقدمات لازم برای مطالعه‌رفتاردینامیکی سازه‌اصلی برمبنای استفاده‌ازسازه‌معادل باپایه‌ثابت فراهم می‌شود.

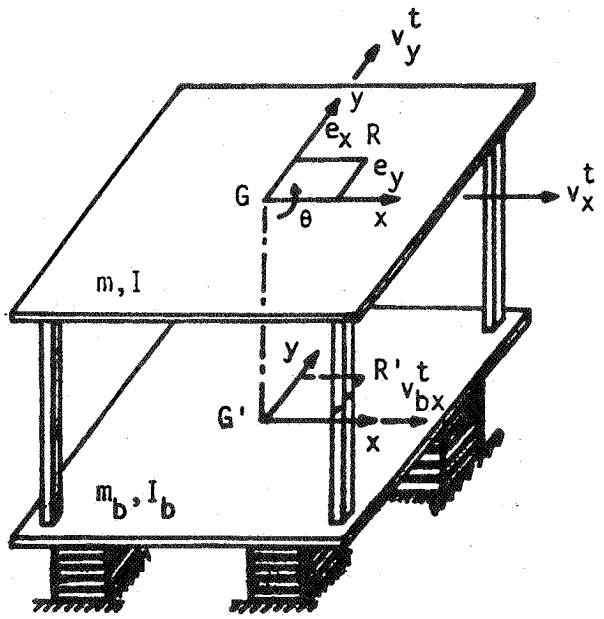
سیستم درنظرگرفته‌شده

سیستم موردنظردرشکل ۱ نشان داده‌شده‌است . این سیستم سازه متشکل ازیک سازه‌اصلی سه‌درجه‌آزادی بادومولفه‌حرکت انتقالی ویک مولفه پیچشی بوده‌که‌مرکزصلبیت‌آن با R ومرکزجرم آن با G مشخص گردیده‌است . علاوه‌برآن ، اتکاء سازه‌اصلی توسط یک کف‌بتنی پایه یا شبکه‌صلب برروی یک مجموعه‌ایزولاتورهای ارتعاشی (باسختی‌تقریبا" نامحدود محوری وسختی برشی محدود) انجام می شود. سازه‌اصلی‌دارای سه‌درجه‌آزادی بوده‌ویا نمایشی ازیک سازه‌چندطبقه‌باشرایط مشابه طبقات برروی ایزولاتورهای ارتعاشی می باشدکه‌درمودهای اولیه ارتعاشی خودتحریک می شود. درمطالعه‌انجام شده‌فرض شده‌است‌که مراکز جرم پایه‌وسازه‌اصلی دریک امتداد قائم ومراکزسختی سازه‌وسیستم ایزولاتورهای ارتعاشی نیزبرروی یک محورقائم قرارگرفته‌باشند.واضح است که‌هیچ کدام ازاین فرضها محدودیتی ببارنمی آورد. به‌عبارتی تامین‌اینها درشرایطی که‌نقاط GوR ازقبل تعیین شده‌باشندبه‌سهولت

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

وبدون هیچ زحمتی با طراحی مناسب محل ایزولاتورها وشکل پایه‌صلب امکان پذیراست .



شکل ۱ : سازه با درجات آزادی خطی وپیچشی کوپله برروی ایزولاتورهای متناسب

دستگاه محورهای مختصات xyz را طوری اختیار می کنیم که محورهای x و y موازی محورهای اصلی سازه بوده ومبداء o بر G منطبق باشد . محور z محورپیچشی سازه تلقی شده ، مختصات مرکزصلبیت با e_x و e_y نشان داده می شود .

معادلات حرکت

سیستم سازه اصلی به‌همراه پایه‌های انعطاف پذیرآن کلا" دارای

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

۶ درجه آزادی بوده‌که‌برای حل کلاسیک آن لازم است ماتریسهای خواص تعریف شوند؛ هرچندهدف این نیست که‌از این طریق حل مساله‌حاصل‌شود، بلکه‌به‌دنبال راه‌حلی برمبنای استفاده‌ازهمان سه‌درجه‌آزادی اولیه برای تعریف بردارجابجائی هستیم . برای این منظورهرگاه‌جرم سازه اصلی وجرم پایه‌را به‌طورجداگانه‌درنظربگیریم‌معادلات تعادل آنهاچنین خواهدبود:

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}}^t + \underline{c}\dot{\underline{v}} + \underline{k}\underline{v} = 0 \qquad (۱-\text{الف})$$

$$\underline{m}_b\ddot{\underline{v}}_b^t + \underline{c}_b\dot{\underline{v}}_b + \underline{k}_b\underline{v}_b - \underline{c}\dot{\underline{v}} - \underline{k}\underline{v} = 0 \qquad (۱-\text{ب})$$

که‌دراین معادلات $\underline{m}$ و $\underline{c}$ و $\underline{k}$ به‌ترتیب ماتریس‌های جرم ، استهلاک و سختی بوده ، $\underline{v}$ بردارجابجائی می باشدوبالانویس t برای " کل " وزیرنویس b برای " پایه " بکاررفته‌است . ماتریس‌های خواص در ضمیمه‌الف تعریف‌شده‌اندوبردارهای جابجائی هرکدام ازترتیب زیر تبعیت می کنند:

$$v = [v_x \qquad rv_\theta \qquad v_y]^T$$

روابط زیربین بردارهای جابجائی معادلات (۱) برقراراست:

$$\underline{v}^t = \underline{v}_b^t + \underline{v} \qquad (۳)$$

$$\underline{v}_b^t = \underline{v}_g + \underline{v}_b$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

که درآن $\underline{v}_g$ بردار جابجائی زمین شامل سه مولفه حرکت می باشد. روابط مشابهی برای سرعت وشتاب وجوددارد. با درنظرگرفتن مشتق دوم زمانی روابط (۳) وکاربردآنها درمعادلات تعادل (۱) خواهیم داشت :

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}}+\underline{c}\dot{\underline{v}}+\underline{k}\underline{v}=-\underline{m}\ddot{\underline{v}}_b-\underline{m}\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۴-\text{الف})$$

$$\underline{M}\ddot{\underline{v}}_b+\underline{c}_b\dot{\underline{v}}_b+\underline{k}_b\underline{v}_b=-\underline{m}\ddot{\underline{v}}-\underline{M}\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۴-\text{ب})$$

که درآن $\underline{M}=\underline{m}+\underline{m}_b$ ، $\underline{M}=\frac{1}{\alpha}\underline{m}$ و $\alpha=\frac{m}{m+m_b}$ می باشد.

برای حل معادلات حرکت (۴) ابتدا از تبدیل های زیرکه درحقیقت تبدیل ازدستگاه مختصات هندسی به دستگاه نرمال است استفاده می شود :

$$\underline{v}=\underline{\Phi}\underline{y} \qquad (۵-\text{الف})$$

$$\underline{v}_b=\underline{\Phi}_b\underline{y}_b \qquad (۵-\text{ب})$$

که $\underline{y}$ بردار مختصات نرمال سازه با پایه ثابت ، $\underline{y}_b$ بردار مختصات نرمال پایه درشرایط صلب بودن سازه و Φ و $\underline{\Phi}_b$ ماتریس های مودشکل مربوطه می باشند. ازآنجاکه k و $\underline{k}_b$ دوماتریس متناسب فرض شده اند ، به سادگی با استفاده ازمعادلات مشخصه می توان نتیجه گرفت :

$$\underline{\Phi}_b=\sqrt{\alpha}\,\underline{\Phi} \qquad (۶-\text{الف})$$

$$\underline{\Omega}_b^2=\alpha\,\gamma\,\underline{\Omega}^2 \qquad (۶-\text{ب})$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

که‌درآن ۲ ضریب‌تناسب‌الگوی سختی بوده ، به‌صورت زیرتعریف می‌شود:

$$\underline{k}_b = 2\,\underline{k} \qquad (۷)$$

با درنظرگرفتن روابط (۵) ونرمالیزه‌کردن $\underline{\Phi}$ نسبت به m وفرض‌قابل قطری شدن ماتریس‌های استهلاک ، معادلات (۴) چنین می شوند :

$$\ddot{\underline{y}} + 2\underline{D}\underline{\Omega}\underline{y} + \underline{\Omega}^2\,\underline{y} = -\sqrt{\alpha}\,\ddot{\underline{y}}_b - \underline{L}\,\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۸\text{ـالف})$$

$$\ddot{\underline{y}}_b + 2\underline{D}_b\,\underline{\Omega}_b\,\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\,\underline{y}_b = \sqrt{\alpha}\,\ddot{\underline{y}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\underline{L}\,\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۸\text{ـب})$$

به‌طوری که $\underline{D}$ و $\underline{D}_b$ ماتریس‌های قطری نسبت استهلاک بوده ،درشرایط توضیح داده‌شده‌تعریف می شوندو $\underline{L} = \underline{\Phi}^T\underline{m}$ می باشد. هرگاه‌معادله (۸ـب) را در $-\sqrt{\alpha}$ ضرب‌کرده‌وبا معادله (۸ـالف) جمع کنیم وسپس آن را به‌صورت‌نموی بنویسیم خواهیم داشت :

$$(1-\alpha)\Delta\ddot{\underline{y}} + 2\underline{D}\,\underline{\Omega}\Delta\dot{\underline{y}} + \underline{\Delta}^2\,\Delta\underline{y} = \sqrt{\alpha}\,(2\,\underline{D}_b\,\underline{\Omega}_b\,\Delta\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\,\Delta\underline{y}_b) \qquad (۹)$$

اگربا استفاده‌ازیکی ازالگوهای محاسباتی ، سمت راست معادله‌فوق را برحسب $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ بنویسیم (به‌ضمیمه‌به‌مراجعه‌شود) خواهیم داشت :

$$\sqrt{\alpha}\,(\underline{A}_b\,\Delta\ddot{\underline{y}}_b + \Delta\underline{R}_b^0) = (1-\alpha)\Delta\ddot{\underline{y}} + 2\underline{D}\,\underline{\Omega}\,\Delta\dot{\underline{y}} + \underline{\Omega}^2\,\Delta\underline{y} \qquad (۱۰)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

با جاگذاری معادله (۱۰) درفرم نموی معادله (۸ـ الف) معادله‌نهائی نموی برای حل $\Delta \underline{y}$ بدست می آید :

$$[\underline{I}+\underline{\bar{A}}_b^{-1}(1-\alpha)]\Delta\ddot{\underline{y}}+(\underline{I}+\underline{\bar{A}}_b^{-1})2\underline{D}\underline{\Omega}\Delta\dot{\underline{y}}+(\underline{I}+\underline{\bar{A}}_b^{-1})\underline{\Omega}^2\Delta\underline{y}= \quad (11)$$

$$-\underline{L}\,\Delta\ddot{\underline{v}}_g-\sqrt{\alpha}\,\underline{\bar{A}}_b^{-1}\Delta\underline{R}_b^o$$

با استفاده‌ازمعادله (۱۱) می توان نمو $\Delta\underline{y}$ ومشتقات آن را محاسبه نموده‌وسپس با قراردادن درمعادله (۱۰)، نمو $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ را تعیین نمودوآنگاه $\Delta\dot{\underline{y}}_b$ و $\Delta\underline{y}_b$ را محاسبه‌کرد، بنابراین :

$$\tilde{\underline{K}}\Delta\underline{y}=\Delta\underline{R} \quad (12)$$

که $\tilde{\underline{K}}$ و $\Delta\underline{R}$ برای الگوی شتاب‌خطی درضمیمه‌ب ارائه‌شده‌اند.

روش توضیح داده‌شده‌صریح وبی نیازازیک الگوی محاسباتی تکراری است‌که‌به‌جای حل متداول برمبنای ماتریس‌های خواص ۶×۶،ازماتریس‌های خواص ۳×۳ مربوط به‌دوحالت فرضی ساده‌شده‌اولیه‌استفاده‌می شود. اکنون با بررسی حل پایدارسیستم‌موردنظر، درجستجوی‌راهی برای تعیین خواص دینامیکی آن ازجمله‌فرکانس‌ها ونسبتهای استهلاک می باشیم. برای این منظورمعادلات تعادل (۴) را درحالت دائم درحوزه‌فرکانس به‌صورت زیرمی نویسیم :

$$(-\omega^2\underline{m}+i\omega\underline{c}+\underline{k})\underline{V}=+\omega^2\underline{m}\underline{V}_b-\underline{m}\ddot{\underline{V}}_g \quad (13\text{ـ الف})$$

$$(-\omega^2\underline{M}+i\omega\underline{c}_b+\underline{K}_b)\underline{V}_b=\omega^2\underline{m}\underline{V}-\underline{M}\ddot{\underline{V}}_g \quad (13\text{ـ ب})$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

که‌درآن ω فرکانس ، $\underline{V}$ و $\underline{V}_b$ به‌ترتیب بردارهای مختلط تبدیل‌فوریه $\underline{v}$ و $\underline{v}_b$ و $i = \sqrt{-1}$ است . درضمن‌مشابه‌با معادلات (۵) روابط تبدیل به‌دستگاه‌مختصات نرمال درحوزه‌فرکانس را به‌صورت زیرمی نویسیم :

$$\underline{V} = \underline{\Phi}\underline{Z} \qquad (۱۴\text{ـ الف})$$

$$\underline{V}_b = \underline{\Phi}_b\underline{Z}_b \qquad (۱۴\text{ـ ب})$$

که‌درآن $\underline{Z}$ و $\underline{Z}_b$ به‌ترتیب تبدیل های فوریه $\underline{y}$ و $\underline{y}_b$ می باشند . باکاربرد این معادلات درمعادلات (۱۳) وحذف $\underline{Z}_b$ معادله‌زیرحاصل می شود :

$$\{(-\omega^2\underline{I}+2i\omega\underline{D}\underline{\Omega}+\underline{\Omega}^2)-\omega^2(2i\omega\underline{D}_b\underline{\Omega}_b+\underline{\Omega}_b^2)^{-1}\cdot[-\omega^2(1-\alpha)\underline{I}+2i\omega\underline{D}\underline{\Omega}+\underline{\Omega}^2]\}\underline{Z} = -\underline{L}\ddot{\underline{V}}_g \qquad (۱۵)$$

سازه‌معادل

معادله (۱۵) پاسخ یک سازه‌پیچشی با ایزولاتورهای ارتعاشی متناسب درحوزه‌فرکانس را بدست می دهد . برای دستیابی به‌ویژگیهای یک سیستم معادل سه‌درجه‌آزادی ، یک سازه‌مشابه‌باخواص $\underline{M}$ و $\sqrt{\alpha}\underline{\Phi}$ و $\tilde{\underline{\Omega}}^2$ و $\tilde{\underline{D}}$ و $\tilde{\underline{Z}}$ درنظرگرفته‌ومعادلات غیرکوپله‌آن را به‌صورت زیر می نویسیم :

$$[(1-\frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_i^2})+i2\tilde{\xi}_i\frac{\omega}{\tilde{\omega}_i}]\tilde{Z}_i = -\frac{1}{\tilde{\omega}_i^2}\sqrt{\alpha}\underline{\phi}_i^T\underline{M}\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g \quad i=1,2,3 \qquad (۱۶)$$

که‌دراین معادله $\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g$ تبدیل فوریه‌بردارشتاب معادل زمین است . هر گاه $\tilde{Z}_i = Z_i$ فرض شود وسمت چپ وراست معادله(۱۶) به‌ترتیب باسمت‌چپ و راست معادله (۱۵) درحالت بسط داده‌شده مقایسه‌شود ، خواهیم داشت :

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

$$1-\frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_i^2}=1-\beta_i^2-\frac{\beta_i^2}{4\beta_i^2\xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}\left[1-(1-\alpha)\beta_i^2+4\beta_i^2\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}\,\xi_i\right] \qquad (۱۷)$$

$$\tilde{\xi}_i\frac{\omega}{\tilde{\omega}_i}=\beta_i\,\xi_{ii}-\frac{\beta_i^2\,\beta_i}{4\beta_i^2\,\xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}\left[((1-\alpha)\beta_i^2-1)\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}+\xi_i\right] \qquad (۱۸)$$

$$-\frac{1}{\tilde{\omega}_i^2}\sqrt{\alpha}\underline{\phi}_i^T\underline{\underline{M}}\ddot{\tilde{V}}_g=-\frac{\alpha}{\omega_i^2}\underline{\phi}_i^T\underline{\underline{M}}\ddot{\tilde{V}}_g \qquad (۱۹)$$

که $\beta_i=\frac{\omega}{\omega_i}$ است. به‌طوری که مشهود است هم $\tilde{\omega}_i$ وهم $\tilde{\xi}_i$ تابع ω هستند، اما تنها با اعمال شرط یکسانی پاسخ تشدیدساز معادل وسازه اصلی خواهیم داشت:

$$-\tilde{\beta}_i^4\left[-(1-\alpha)+4\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}\,\xi_i+4\xi_{bi}^2\right]-\tilde{\beta}_{bi}^2\left(1+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}-4\xi_{bi}^2\right)+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}=0 \qquad (۲۰)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

که‌درا ستهلاک صفرچنین می شود :

$$(1-\alpha)(\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2})^2-(1+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2})\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2}+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}=0 \qquad (۲۱)$$

با حل معادله (۲۱) ، فرکانسهای معادل برحسب ω_{bi}^2/ω_i^2 برای $i=1,2,3$ درحالت بدون استهلاک حاصل می شود. ازآنجاکه‌مقادیر ξ_{bi}و ξ_i در شرایط متعارف مقادیرکوچکی هستند ، لذا حاصلضرب‌آنها ویا مجذورهر کدام ازآنها درمقایسه‌با واحدبسیارکوچک بوده‌وبا صرف نظرکردن آنها درمعادله (۲۰) رابطه‌ساده‌تر (۲۱) بدست می آیدکه‌ازحل آن مقدار $\tilde{\omega}_i$ با تقریب بسیارخوبی ، درحالت غیراستهلاکی ، بدست می آید. بنابراین جایگزینی فرکانس معادل بدست‌آمده‌ازمعادله (۲۰) درمعادله (۱۸) نسبت استهلاک معادل تعیین می شود :

$$\tilde{\xi}_i=\tilde{\beta}_i\xi_i-\frac{\tilde{\beta}_i^3}{4\tilde{\beta}_i^2\xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}\{[(1-\alpha)\beta_i^2-1]\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}+\xi_i\} \qquad (۲۲)$$

که‌درآن $\tilde{\beta}_i=\tilde{\omega}_i/\omega_i$ است . اگردرمعادله‌فوق $\xi_{bi}=0$ فرض شود خواهیم داشت :

$$\tilde{\xi}_i=\tilde{\beta}_i(1-\tilde{\beta}_i^2\frac{\omega_i^2}{\omega_{bi}^2})\xi_i+\tilde{\beta}_i^3(\frac{\omega_i^3}{\omega_{bi}^3})[1-(1-\alpha)\tilde{\beta}_i^2]\xi_{bi} \qquad i=1,2,3 \qquad (۲۳)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

برای تعیین تابع تحریک معادل ، معادله (۱۹) را مورد استفاده قرار می دهیم . از این رو خواهیم داشت :

$$\ddot{\tilde{V}}_{-g} = -\sqrt{\alpha}\,\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2}\,\ddot{V}_{-g} \qquad (۲۴)$$

ارائه ترسیمی معادلات استخراجی

برای بررسی نتایج حاصل از معادله (۲۱) و وابستگی آن به مجذور فرکانس نرمالیزه پایه یعنی ω_{bi}^2/ω_i^2 ، این معادله در شکل ۲ به صورت ترسیمی نشان داده شده است . با انتخاب ضریب جرم α و مراجعه به این شکل ، به سهولت مجذور فرکانس معادل نرمالیزه به دست می آید . قابل ذکر است که در این شرایط با کاربرد معادلات (۱۴) در معادلات (۱۳) دامنه $\sqrt{\alpha}Z_{bi}$ برحسب Z_i به سادگی تعیین می شود :

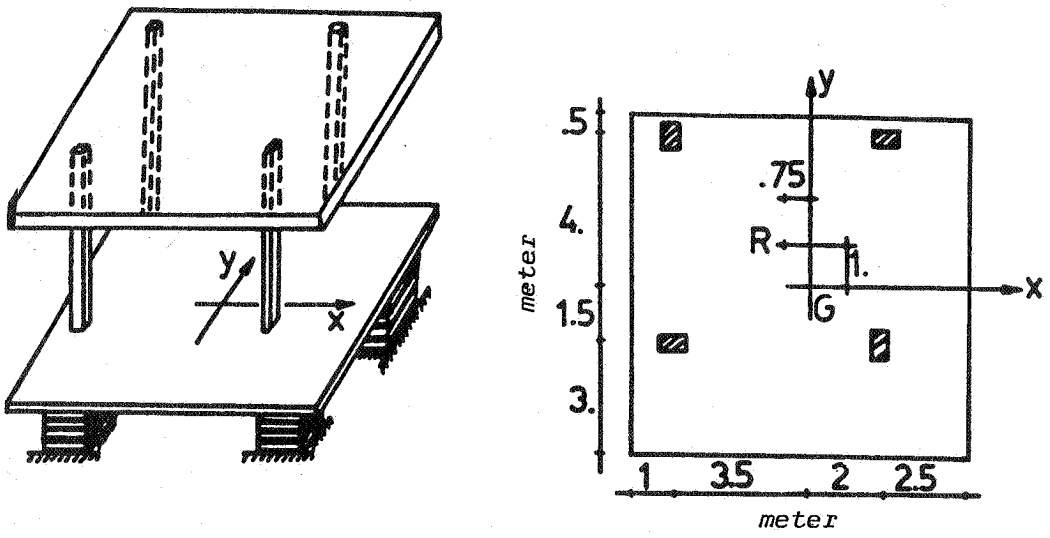
$$\sqrt{\alpha}Z_{bi} = \frac{\left[1-(1-\alpha)(\tilde{\omega}^2/\omega_i^2)^2\right]}{(\omega_{bi}^2/\omega_i^2)}\,Z_i$$

و از آنجا که سیستم معادل با فرض $\tilde{Z}_i = Z_i$ تعیین مشخصه می شود ، لذا با محاسبه $\tilde{Z}_i$ می توان $\sqrt{\alpha}Z_{bi}$ را از معادله (۲) بدست آورد . معادله (۲۵) در شکل ۳ رسم شده است . نسبت استهلاک معادل با استفاده از معادله (۲۳) تعیین می شود . ضرایب ظاهر شده در این معادله در شکلهای ۴ و ۵ رسم شده اند . با افزایش نسبت ω_{bi}^2/ω_i^2 سهم استهلاک سازه اصلی افزایش یافته و سهم استهلاک پایه کاهش می یابد .

به منظور بررسی نتایج حاصل از معرفی سیستم دینامیکی معادل و پاسخ دینامیکی آن در برابر زلزله و مقایسه آن با پاسخ ناشی از حل مستقیم مساله و برای نمونه ، بعنوان مثال ، سازه شکل ۶ را با

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

ایزولاتورهای متناسب‌وچهارستون بتنی $24\times36\ cm^2$ درنظرمی گیریم. برای هرستون $I=9.33\times10^4\ cm^4$ و $I=4.15\times10^4\ cm^4$ بوده‌ووزن سقف $W=450\ kgf/m^2$ می‌باشد. مختصات‌مرکزصلبیت $e_x=-75\ cm$ و $e_y=100\ cm$ است. همچنین‌ضریب‌نسبت سختی‌پایه 0.5 وضریب نسبت جرم 0.6 و نسبت



شکل ۶ ـ سازه‌سه‌بعدی باعدم انطباق مرکزجرم وسختی برروی ایزولاتورهای ارتعاشی

استهلاک سازه‌وپایه‌به‌ترتیب 5% و 3% منظورمی شود. بدین ترتیب $k_x=k_y=30\times10^3\ kg_f/cm$ و $k_\theta=517.5\times10^7\ kg_f\ cm$ ونیزشعاع ژیراسیون $r=367\ cm$ بدست می‌آیدونیز:

$$\omega_{bi}^2/\omega_i^2=0.5\times0.6=0.3$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

خواهدشد. با مراجعه به شکل ۳

$$\tilde{\omega}_i^2/\omega_i^2 = 0.25$$

شده، شکل های ۴و ۵

$$\tilde{\xi} = (0.0825)0.05+(0.675)0.030 = 0.025$$

را نتیجه خواهد داد. با تعیین مقادیر فوق معادله (۱۶) را برای ۱۵ ثانیه اول مولفه شرقی ـ غربی زلزله ال سنتروحل نموده وسپس مولفه v_x جابجائی را تعیین نمودیم که درشکل ۷ رسم شده است. درروی این منحنی حل مسأله بدون استفاده از سازه معادل نیز رسم شده است که بین این دوجواب هیچ اختلافی قابل تشخیص نیست. جدول ۱ مقادیر حداکثر v_x، rv_θ و v_y را برای حل معادل وحل مستقیم نشان می دهد.

ازآنجاکه سازه معادل برمبنای تساوی جابجائی نسبی دوسیستم اولیه ومعادل تعریف شده است، جوابجابجائیهای نسبی سازه معادل مستقیما " قابل مقایسه با جوابهای جابجائی نسبی سیستم اولیه می باشد، اما نیروها به نسبت ω_{bi}^2/ω_i^2 (که در این مثال برابر 0.3 است) تقلیل می یابند.

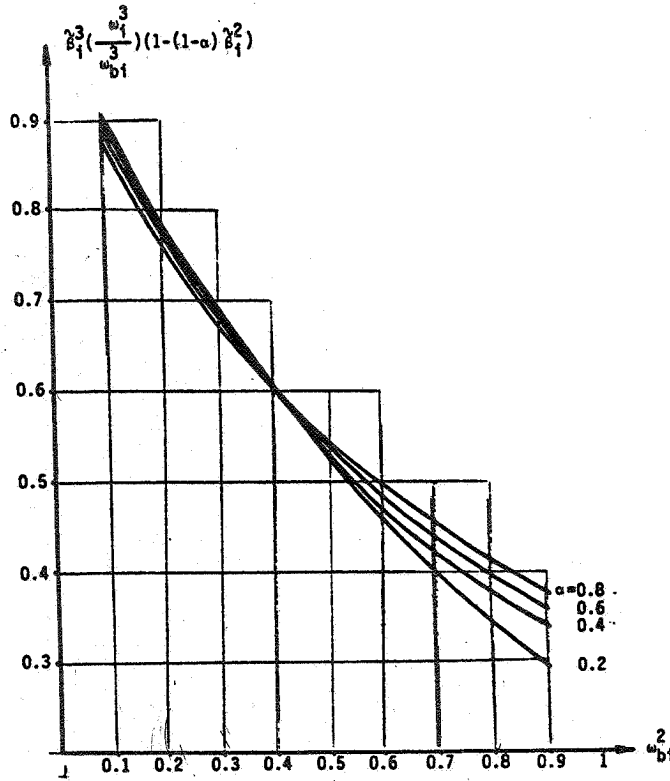
جدول ۱ ـ مقادیر حداکثر جابجائیها برای سازه معادل وسازه حقیقی

روش حل	$v_{x\,max}$	$rv_{\theta\,max}$	$v_{y\,max}$
معادل	10.148	-5.88	-6.7
مستقیم	10.926	-6.348	-6.9

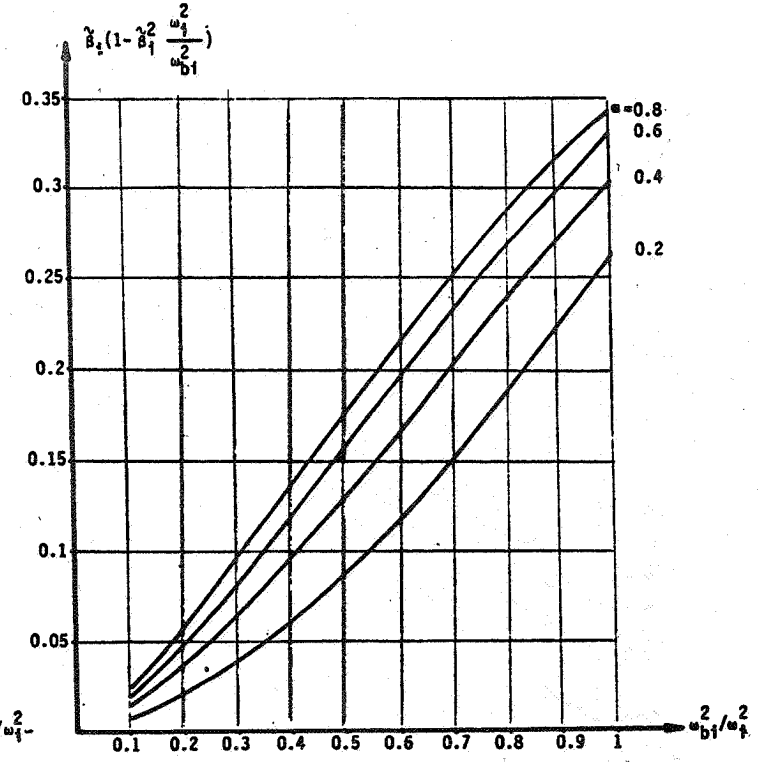
[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6] [Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

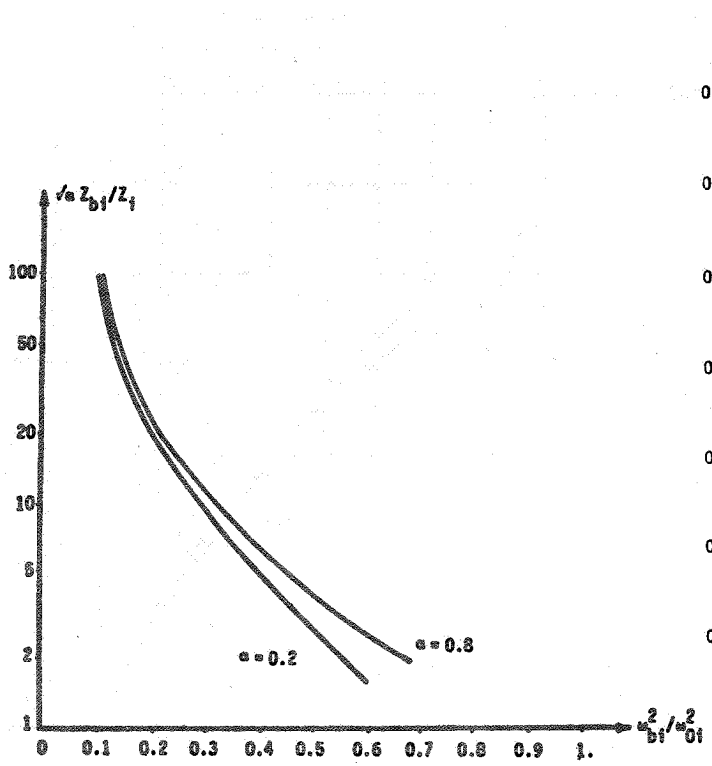


شکل ۵ تغییرات ضریب متناظر با نسبت استهلاک سیستم پایه درعبارت استهلاک سیستم سازه‌وپا به‌برحسب فرکانس نرمالیزه‌پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم

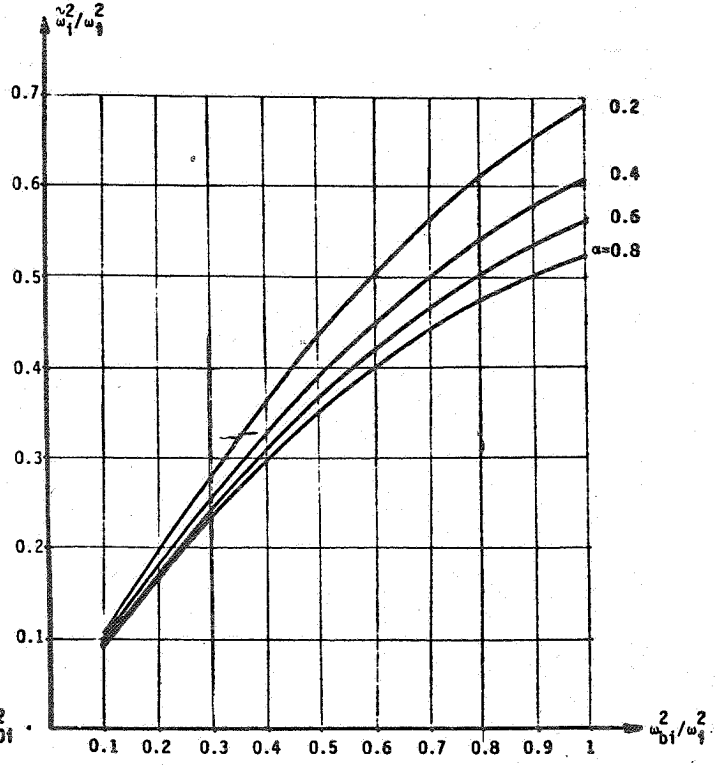


شکل ۴ تغییرات ضریب متناظر با نسبت استهلاک سازه‌اصلی درعبارت استهلاک سیستم سازه‌وپا به‌برحسب فرکانس نرمالیزه‌پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم

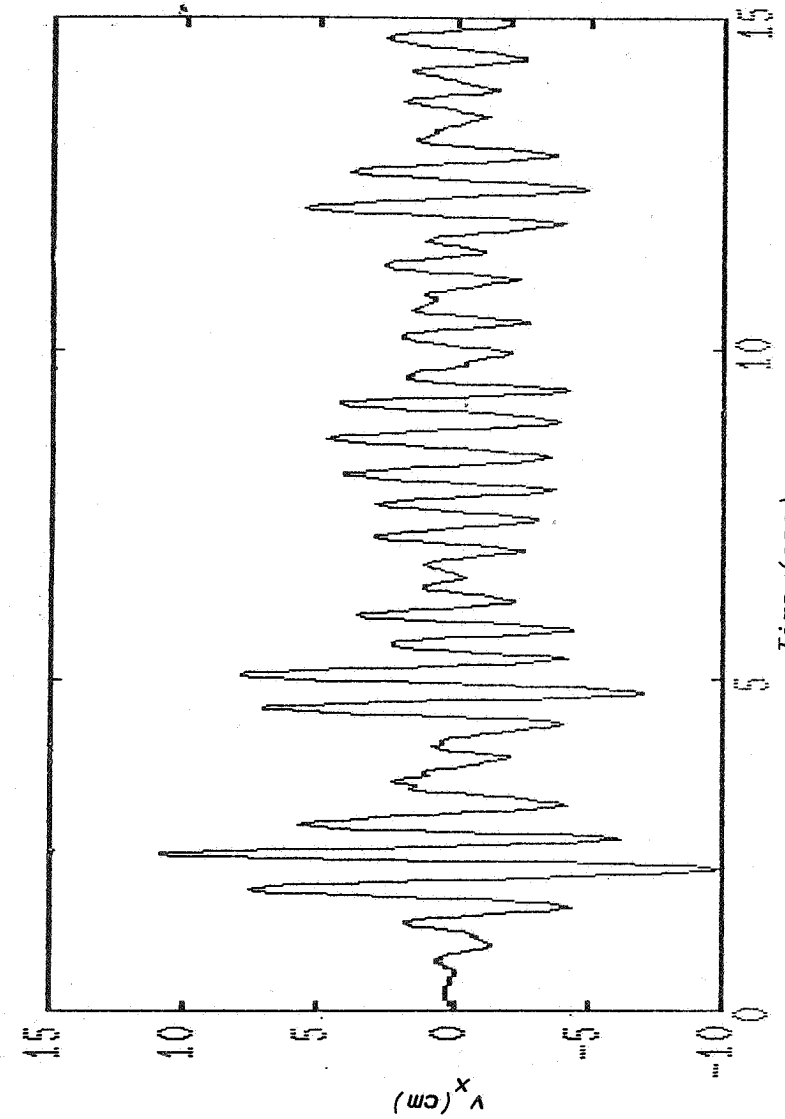
[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6] [Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]



شکل ۳ تغییرات نسبت دامنه جابجائی پایه به دامنه جابجائی طبقه برحسب مجذور فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم



شکل ۲ تغییرات مجذور فرکانس نرمالیزه معادل برحسب مجذور فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم (α)



شکل ۷ - حل جابجائی نسبی v_x به‌کمک سازه معادل و سیستم اصلی
(دو حل کاملا" منطبق بر یکدیگرند)

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

نتیجه‌گیری

از مطالعه دینامیکی انجام شده بر روی سازه‌های سه‌بعدی ایزوله شده با سیستم ایزولاتورهائی که الگوی سختی آن متناسب با الگوی سختی سازه اصلی باشد، می‌توان دریافت که استخراج نتایج با کاربرد یک سیستم معادل به‌جای سیستم حقیقی (که به مراتب مفصلتر و آنالیز آن پرهزینه‌تر است) امکانپذیر می‌باشد. خواص دینامیکی این سیستم معادل از یکسان قرار دادن پاسخهای سازه معادل و سازه حقیقی در شرایط تشدید به‌دست می‌آید. این خواص بستگی به خواص دینامیکی هر دو سیستم اصلی و پایه دارد. آنالیز پاسخ زلزله یک سازه سه‌بعدی ایزوله شده به دو طریق مستقیم و با استفاده از سازه معادل، نتایج یکسانی را حاصل نمود و انتظار می‌رود چنین نتایجی در هر حالت و یا هر زلزله ورودی دیگر نیز به همین خوبی صادق باشد.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

ضمائم

الف ـ ماتریس‌های خواص ماده

هرگاه‌شکل ۱ را درنظربگیریم ماتریس‌های خواص مورداستفاده‌در معادلات (۱) چنین تعریف می شوند :

(الف ـ ۱)

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_x & -k_x\frac{e_y}{r} & 0 \\ -k_x\frac{e_y}{r} & k_\theta/r^2 & k_y\frac{e_x}{r} \\ 0 & k_y\frac{e_x}{r} & k_y \end{bmatrix} \qquad \underline{k}_b = \begin{bmatrix} k_x^b & -k_x^b\frac{e_y}{r} & 0 \\ -k_x^b\frac{e_y}{r} & k_\theta^b/r^2 & k_y^b\frac{e_x}{r} \\ 0 & k_y^b\frac{e_x}{r} & k_y^b \end{bmatrix}$$

(الف ـ ۲)

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} c_x & c_{x\theta} & 0 \\ c_{\theta x} & c_\theta & c_{\theta y} \\ 0 & c_{y\theta} & c_y \end{bmatrix} \qquad \underline{c}_b = \begin{bmatrix} c_x^b & c_{x\theta}^b & 0 \\ c_{\theta x}^b & c_\theta^b & c_{\theta y}^b \\ 0 & c_{y\theta}^b & c_y^b \end{bmatrix}$$

(الف ـ ۳)

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m\underline{I} \qquad \underline{m}_b = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{bmatrix} = m_b\underline{I}$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

برای این که در تحلیل دینامیکی از یک فرم مطلوب معادلات بهره برده باشیم و ابعاد تمام اجزاء یک ماتریس یکسان باشد، به‌جای درجه آزادی θ از $r\theta$ و به‌جای گشتاور T از T/r که در آن r شعاع ژیراسیون است، استفاده شده است. درضمن اگر تعداد اجزاء قائم سازه اصلی n و تعداد ایزولاتورها N باشد داریم:

(الف ـ ۴)

$$k_x = \sum_{i=1}^{n} k_{ix} \quad , \quad k_y = \sum_{i=1}^{n} k_{iy} \quad ,$$

$$k_\theta = \sum_{i=1}^{n} (k_{ix} y_i^2 + k_{iy} x_i^2 + k_{i\theta})$$

(الف ـ

$$k_x^b = \sum_{i=1}^{N} k_{ix}^b \quad , \quad k_y^b = \sum_{i=1}^{N} k_{iy}^b \quad ,$$

$$k_\theta^b = \sum_{i=1}^{N} (k_{ix}^2 y_i^{b2} + k_{iy}^b x_i^{b2} + k_{i\theta}^b)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

ب ـ تعیین نموسرعت وجابجائی برحسب نموشتاب

هرگاه نموجابجائی ، سرعت وشتاب بمختصات نرمال $\underline{y}_b$ را به‌ترتیب با $\Delta\underline{y}_b$، $\Delta\dot{\underline{y}}_b$ و $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ نشان داده‌وازالگوی شتاب‌خطی برای تبدیل این نمونه‌ها استفاده‌کنیم خواهیم داشت :

$$\Delta\dot{\underline{y}}_b = \ddot{\underline{y}}_b(t)\Delta t + \Delta\ddot{\underline{y}}_b \frac{\Delta t}{2} \qquad (ب ـ ۱)$$

$$\Delta\underline{y}_b = \dot{\underline{y}}_b(t)\Delta t + \ddot{\underline{y}}_b\frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{\underline{y}}_b\frac{\Delta t^2}{6} \qquad (ب ـ ۲)$$

بنابراین

$$2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\Delta\underline{y}_b = \underline{\Omega}_b^2\Delta t\,\dot{\underline{y}}_b + (2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta t + \underline{\Omega}_b^2\frac{\Delta t^2}{2})\ddot{\underline{y}}_b$$

$$(+2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\frac{\Delta t}{2} + \underline{\Omega}_b^2\frac{\Delta t^2}{6})\Delta\ddot{\underline{y}}_b$$

یا

$$2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\Delta\underline{y}_b = \underline{A}_b\Delta\ddot{\underline{y}}_b + \Delta\underline{R}_b^0 \qquad (ب ـ ۳)$$

به‌طوری که

$$\underline{A}_b = \underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta t + \frac{1}{6}\underline{\Omega}_b^2\Delta t^2 \qquad (ب ـ ۴)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

$$\Delta \underline{R}_b^0 = \underline{\Omega}_b^2 \Delta t\, \dot{\underline{y}}_b + (2\underline{D}_b \underline{\Omega}_b \Delta t + \underline{\Omega}_b^2 \frac{\Delta t^2}{2}) \ddot{\underline{y}}_b \qquad (ب-۵)$$

ماتریس $\underline{A}_b$ یک ماتریس قطری است وبه‌سادگی می‌توان آن‌را معکوس‌نمود. همچنین می توان نوشت :

$$\Delta \ddot{\underline{y}} = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta \underline{y} - \frac{6}{\Delta t} \dot{\underline{y}} - 3\ddot{\underline{y}} \qquad (ب-۶)$$

$$\Delta \dddot{\underline{y}} = \frac{3}{\Delta t} \Delta \underline{y} - 3\dot{\underline{y}} - \frac{\Delta t}{2} \ddot{\underline{y}} \qquad (ب-۷)$$

که درنتیجه پارامترهای بکاررفته درمعادله (۱۲) چنین خواهندبود :

$$\tilde{\underline{k}} = (\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) \underline{\Omega}^2 + \frac{6}{\Delta t^2} [\underline{I} + (1-\alpha) \underline{A}_b^{-1}] + \frac{3}{\Delta t} (\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) 2\underline{D}\underline{\Omega} \qquad (ب-۸)$$

$$\Delta \tilde{\underline{R}} = -\underline{L}\, \Delta \ddot{\underline{v}}_g - \sqrt{\alpha}\, \underline{A}_b^{-1} \Delta \underline{R}_b + [\underline{I} + (1-\alpha) \underline{A}_b^{-1}] (\frac{6}{\Delta t} \dot{\underline{y}} + 3\ddot{\underline{y}}) + (\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) 2\underline{D}\underline{\Omega} (3\dot{\underline{y}} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\underline{y}}) \qquad (ب-۹)$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

علائم

$\underline{m}$, $\underline{m}_b$	ماتریسهای (قطری) جرم‌سازه‌اصلی با پایه‌ثابت وسیستم پایه‌با سختی‌نامحدودسازه‌اصلی
$\underline{c}$, $\underline{c}_b$	ماتریسهای‌استهلاک‌سازه‌اصلی وسیستم پایه
$\underline{k}$, $\underline{k}_b$	ماتریسهای سختی سازه‌اصلی وسیستم پایه
$\underline{v}$, $\underline{v}^t$	بردارهای جابجائی کل وجابجائی نسبی سازه‌اصلی
$\underline{v}_b$, $\underline{v}_b^t$	بردارهای جابجائی کل وجابجائی نسبی جرم‌پایه
$\underline{v}_g$	بردارجابجائی زمین
G , G'	مراکزجرم‌اجرام‌فوقانی وپایه، منطبق بریکدیگر درراستای قائم
R , R'	مراکزصلبیت‌سازه‌اصلی وسیستم‌پایه، منطبق بر یکدیگردرراستای قائم
r , r'	اشعهٔ ژیراسیون اجرام‌فوقانی وپایه (مساوی)
m , m_b	جرم فوقانی وجرم‌پایه
M	جرم کل
I , I_b	ممان‌های اینرسی اجرام‌فوقانی پایه
ω	فرکانس تحریک
$\underline{\Omega}^2$, $\underline{\Omega}_b^2$	ماتریسهای قطری مجذوردرفرکانس‌های طبیعی سازه‌اصلی با پایه‌ثابت وسیستم پایه‌با صلبیت نامحدودسازه‌اصلی
$\underline{D}$, $\underline{D}_b$	ماتریسهای استهلاک سازه‌اصلی وسیستم ایزولاتورها

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

ω_i , ω_{bi}	فرکانسهای مود i ام سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
ξ_i , ξ_{bi}	نسبتهای استهلاک مود i ام سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
$\tilde{\omega}_i$	فرکانس معادل برای مود i ام ارتعاشی
α	نسبت جرم
k_x, k_y, k_θ	ضرایب سختی هم راستا با محورهای x ، y و حول z برای سازه اصلی
k_x^b, k_y^b, k_θ^b	ضرایب سختی هم راستا با محورهای x ، y و حول z برای سیستم ایزولاتورها
$\underline{\Phi}$, $\underline{\Phi}_b$	ماتریسهای شکل مودها برای سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
x_i, y_i	مختصات ستون i ام سازه اصلی
x_i^b, y_i^b	مختصات ایزولاتور i ام سیستم پایه
$\underline{y}$, $\underline{y}_b$	بردارهای مختصات نرمال برای سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
$\underline{Z}$, $\underline{Z}_b$	تبدیلهای فوریه $\underline{y}$ و $\underline{y}_b$
$\underline{V}$, $\underline{V}_b$	تبدیلهای فوریه $\underline{v}$ و $\underline{v}_b$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

مراجع

۵ـ سعادت‌پور، محمدمهدی ، ساختمانهای کوچک مصالح بنائی متکی برتکیه‌گاه لغزشی درمقابل زلزله ، (دردست انتشار)

1. Skinner,R.I.,Kelly,J.M.,and Heine,A.J.," Hysteretic Dampers for Earthquake Resistant Structures",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,3,pp287-296,1975.

2. Robinson, W.H.,and Greenbank,L.R.,"An Extrusion Energy Absorber Suitable for Protection of Structures During an Earthquake",Earthqu.Eng.Struc.Dyn.,4,pp251-259,1976.

3. Kelly,J.M.," Aseismic Base Isolation : Review and Bibliography", Soil Dyn.Earthqu.Eng.,vol.5,No.3,pp201-216, 1986.

4. Mayes,R.L.,Buckle,I.G.,and Lindsay R.J.,"Seismic Isolation-A Solution to the Earthquake Problems of the Precast Concrete Industry",PCI Journal,pp24-57,May-June 1988.

6. Pan,T.C.,and Kelly,J.M.,"Seismic Response of Torsionally Coupled Base Isolated Structures",Earthqu. Eng.Struc.Dyn. 11,pp749-770,1983.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]

7. Lee,D.M.,"Base Isolation for Torsion Reduction in Asymmetric Structures Under Earthquake Loading",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,8,pp349-359,1980.

8. Constantinou,M.C.,"A Simplified Analysis Procedure for Base-Isolated Structures on Flexible Foundation",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,15,pp963-903,1987.

9. Clough,R.W.and Penzien, J.,Dynamics of Structures,McGraw- Hill,New York,1975.

10. Wolf,J.P., Dynamic Soil-Structure Interaction ,Prentice-Hall,Inc.,1985.

11. Bathe,K-J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall,Inc.,1982.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-05-16]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1370.10.1.1.6]