

مطالعه عددی جابه‌جایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی با وجود اجزای سرد و گرم روی دیواره‌های عمودی آن

قنبرعلی شیخ‌زاده* و مصطفی محمودی**
گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۴/۱۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۱۱/۲۰)

چکیده -

%

%

واژگان کلیدی :

Numerical Study of Natural Convection of Nanofluid in a Square Cavity with Hot and Cold Elements on its Vertical Walls

Gh. A. Sheikhzadeh and M. Mahmoodi

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan

Abstract: Free convection of Ag-water nanofluid in a square cavity with two or three pairs of hot and cold discrete elements on its side walls is simulated and the effects of number and arrangement of thermal elements and volume fraction of

** - دانشجوی کارشناسی ارشد

* - دانشیار

nanoparticles on the fluid flow and heat transfer are studied. Volume fraction of nanoparticles ranges from 0 to 0.2. Several different arrangements of the thermal elements are considered in a manner that for each case, numbers of vortexes formed inside the cavity are different. The obtained results show that by increasing the Rayleigh number, the number of vortexes, and the volume fraction of the nanoparticles, the rate of heat transfer is increased. Also it is observed that when the number of formed vortexes inside the cavity increases, the effect of increasing the volume fraction of the nanoparticles on the heat transfer rate is enhanced. When six vortexes are formed in the cavity at $Ra=10^6$, by increasing the volume fraction of nanoparticles from 0 to 0.2, the average Nusselt number increases about 60% with respect to the base fluid, while for the case of four vortexes, the increasing is about 35%. Moreover it is found that at all the considered Rayleigh numbers, the average Nusselt number is more sensitive to the nanoparticles volume fraction than to the number of formed vortexes..

Keywords: Numerical analysis, Free convection, Square cavity, Nanofluid, Thermal elements.

		گرمای مخصوص در فشار ثابت $(\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1})$ (۶)	Cp
درصد افزایش عدد ناسلت نانوسیال نسبت به سیال خالص (بدون بعد)	Δ	شتاب جاذبه (m s^{-2}) (۳)	g
		ارتفاع محفظه (m) (۱۱)	H
ضریب نفوذ گرمایی $(\text{m}^2 \text{s}^{-1})$ (۴)	α	ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی موضعی	h
ضریب انبساط گرمایی (K^{-1}) (۳)	β	$(\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1})$ (۱۶)	
کسر حجمی نانوذرات (۵)	φ	ضریب هدایت گرمایی $(\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1})$ (۱۰)	k
ویسکوزیته سینماتیکی $(\text{m}^2 \text{s}^{-1})$ (۱۱)	ν	فشار با بعد (pa) (۲)	p
		فشار بدون بعد (۲)	P
		دمای با بعد (K) (۳)	T
مقدار متوسط (۱۶)	avg	سرعت با بعد در راستای محور x (m s^{-1}) (۱)	u
سرد (۳)	c	سرعت با بعد در راستای محور y (m s^{-1}) (۱)	v
گرم (۱۱)	h	سرعت بدون بعد در راستای محور x (۱۱)	U
نانوسیال (۲)	nf	سرعت بدون بعد در راستای محور y (۱۱)	V
سیال پایه (۵)	f	مختصات با بعد (m)	x,y
نانوذرات (۵)	p	مختصات بدون بعد	X,Y

۱- مقدمه

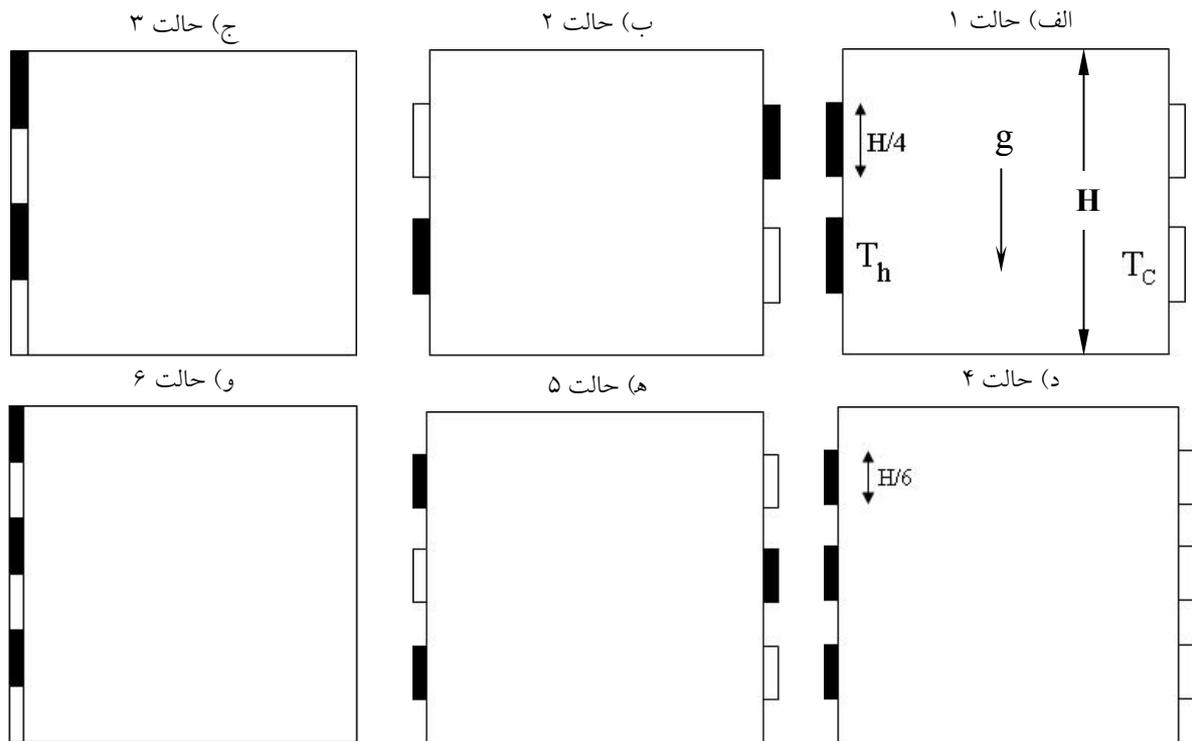
زیادی به افزایش نرخ انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد در محفظه‌ها با وجود چشمه‌های گرمایی مجزا روی دیواره‌های آن جلب شده است. مروری بر مطالعات انجام شده پیرامون این موضوع نشان می‌دهد که اندازه و محل قرارگیری اجزای گرمایی، هر دو بر نرخ انتقال گرما تاثیر گذارند [۸-۱۴]. دننگ [۱۵] ایجاد الگوهای چند گردابه‌ای جابه‌جایی آزاد در یک محفظه را بررسی کرده و نشان داده است که نرخ کلی انتقال گرما رابطه مستقیم با تعداد گردابه‌های تشکیل شده دارد. وی نتیجه گرفته

جابه‌جایی آزاد به دلیل کاربرد وسیع در سیستمهای مهندسی از قبیل سرمایش قطعات الکترونیکی، تهویه اتاقها، ایزوله‌سازی راکتورها، کلکتورهای خورشیدی، سیستمهای اطفای حریق و بسیاری سیستمهای دیگر، از پدیده‌های مهم محسوب می‌شود [۲۱]. تاکنون مطالعات عددی و تجربی بسیاری در مورد جنبه‌های مختلف کاربرد انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد در محفظه‌ها صورت گرفته است [۳-۷]. همچنین توجه محققان

است که یکی از راههای افزایش نرخ انتقال گرمای در یک محفظه، چینش مناسب اجزای سرد و گرم است، به طوری که موجب تشکیل حداکثر تعداد گردابه‌های ممکن شود.

از طرفی افزایش نرخ انتقال گرما از طریق بهبود خواص گرمایی سیال عامل در سیستم‌های گرمایی اخیراً مورد توجه جدی قرار گرفته است. در گذشته‌ای نه چندان دور، افزایش ضریب هدایت گرمایی مایعات با استفاده از اضافه کردن ذرات فلزی با ابعاد میکرومتر انجام می‌شد [۱۶]. اما ته نشینی سریع این ذرات باعث مسدود شدن مجراها، فرسایش دیواره‌ها و افت فشار بالا می‌شد و همین امر، کاربرد این تکنولوژی را محدود به فعالیتهای آزمایشگاه می‌کرد. اولین بار چوی [۱۷] عبارت نانوسیال را برای یک سیال با وجود ذرات فلز با ابعادی در حد نانومتر به صورت معلق در آن به کار برد. افزودن نانوذرات به سیال، باعث پدید آمدن نانوسیالی با ضریب هدایت گرمایی بالاتر نسبت به سیال پایه می‌شود و به علاوه مشکلات ته نشینی سریع و مسدود شدن مجاری نیز مرتفع خواهد شد [۱۷ و ۱۸]. خانافر و همکاران [۱۹] برای اولین بار انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مستطیلی حاوی نانوسیال را مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که با افزایش عدد گراشف و درصد حجمی نانوذرات، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. این مقاله به عنوان یک راهگشا باعث شد بسیاری از محققان به بررسی اثر نانوسیال بر نرخ انتقال گرما در محفظه‌های مستطیل شکل بپردازند [۲۰-۳۰]. جو و تزنگ [۲۰] با مطالعه عددی جابه‌جایی آزاد نانوسیال در محفظه‌های مستطیل شکل نشان دادند که افزایش نیروی شناوری و کسر حجمی نانوذرات، هردو بر افزایش نرخ انتقال گرما درون محفظه کمک می‌کنند. سانترا و همکاران [۲۱] مسئله جابه‌جایی آزاد در یک حفره حاوی نانوسیال را با فرض رفتار غیر نیوتنی نانوسیال به روش عددی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آنها نشان می‌داد که در برخی اعداد رایلی خاص، با افزایش کسر حجمی نانوذرات، نرخ انتقال گرما کاهش می‌یابد و در محدوده دیگری از اعداد رایلی با افزایش کسر حجمی نانوذرات، نرخ انتقال گرما افزایش

می‌یابد. از تاپ و ابوندا [۲۲] با انجام شبیه‌سازی عددی، جریان سیال و انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد در محفظه‌های مستطیلی حاوی نانوسیال را مورد بررسی قرار دادند. محفظه‌های بررسی شده توسط آنها دارای یک دیواره عمودی سرد و یک جزء سرد قرار گرفته روی دیواره عمودی مقابل بود در حالی که سایر دیواره‌ها عایق بودند. آنها اثر نوع نانوسیال، عدد رایلی، اندازه و موقعیت جزء گرم و نسبت ابعاد محفظه را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان دهنده افزایش عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات و افزایش اندازه جزء سرد در تمام محدوده اعداد رایلی بود. در ادامه مطالعات عددی جابه‌جایی آزاد نانوسیال در محفظه‌ها، اوگوت [۲۳] به بررسی این مسئله در یک حفره با دیواره عمودی سرد دما ثابت و یک جزء سرد شار ثابت روی دیواره عمودی مقابل پرداخت. وی نشان داد که اندازه جزء سرد و زاویه محفظه، پارامترهای کنترل کننده نرخ انتقال گرما هستند. ابوندا و از تاپ [۲۴] اثر تغییر زاویه بر نرخ انتقال گرما در یک حفره حاوی نانوسیال را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که اثر غلظت نانوذرات بر عدد ناسلت در مقادیر پایین کسر حجمی بیشتر از مقادیر بالای کسر حجمی است. به علاوه نتایج آنها نشان داد با افزایش عدد رایلی، درصد افزایش انتقال گرما با استفاده از نانوسیال، کاهش می‌یابد. جابه‌جایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی سردشونده متقارن از طرفین و با وجود یک جزء سرد روی دیواره تحتانی آن، توسط امین الساداتی و قاسمی [۲۵] به صورت عددی مطالعه شده است. آنها اثرات عدد رایلی، اندازه و محل قرارگیری جزء سرد، نوع نانوسیال و کسر حجمی نانوذرات را بررسی کردند و نشان دادند که افزودن نانوذرات باعث بهبود بازده سرمایی به خصوص در اعداد رایلی پایین می‌شود. به علاوه نتایج آنها نشان می‌داد که نوع نانوسیال و طول و اندازه جزء سرد به شدت بر دمای بیشینه سطح جزء سرد تاثیر گذار است. قاسمی و امین الساداتی [۲۶] مسئله جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مربعی با دیواره‌های افقی عایق، دیواره چپ سرد و یک المان گرمایی با شار نوسانی روی دیواره راست را



شکل ۱- طرحواره‌ای از هندسه مورد بررسی

بین 0.2° تا 0° انجام می‌شوند.

۲- هندسه مسئله و معادلات حاکم

هندسه مورد نظر مطابق شکل (۱)، یک محفظه مربعی به ابعاد H حاوی نانوسیال آب-نقره با وجود اجزای گرمایی روی دیواره‌های جانبی آن است. خواص ترموفیزیکی سیال آب و فلز نقره در دمای 300 کلوین در جدول (۱) نشان داده شده‌اند. اجزای گرم در دمای T_h و اجزای سرد در دمای T_c قرار دارند ($T_h > T_c$) و دیواره‌های افقی و سایر بخشهای دیواره‌های جانبی عایق‌اند. با توجه به تعداد، اندازه، نحوه چیدمان اجزای گرمایی، شش حالت مختلف در نظر گرفته می‌شود:

حالت ۱: دو عدد جزء گرم به طول $H/4$ روی دیواره چپ و دو عدد جزء سرد روی دیواره راست؛ شکل (۱-الف).

حالت ۲: دو عدد جزء گرم و سرد به طول $H/4$ روی دیواره چپ و دو عدد جزء سرد و گرم روی دیواره راست؛ شکل (۱-ب).

حالت ۳: چهار عدد جزء گرم و سرد به طول $H/4$ به‌طور

به روش عددی بررسی کردند. آنها ضمن مشاهده میدان جریان و دمای نوسانی درون محفظه، دریافتند که مکان بهینه المان گرمایی تابعی از عدد رایلی است. در مراجع [۲۷-۳۰] نیز افزایش انتقال گرما با افزایش درصد حجمی نانوذرات گزارش شده است. لازم به ذکر است که در مراجع [۱۹-۲۲] و [۲۴، ۲۶ و ۲۷] محدوده کسر حجمی نانوذرات از 0.2° تا 0° در نظر گرفته شده است.

در تحقیق حاضر به مطالعه تاثیر افزایش تعداد گردها و به‌کارگیری نانوسیال برای افزایش انتقال گرما در یک محفظه مربعی پرداخته و اثر آنها با یکدیگر مقایسه می‌شود. بدین منظور، هندسه‌ای مطابق با مرجع [۱۵] در نظر گرفته می‌شود و جابه‌جایی آزاد نانوسیال در آن بررسی و مطالعه می‌شود. نانوسیال آب-نقره، به دلیل دارا بودن بیشترین ضریب هدایت گرمایی نسبت سایر نانوسیالهای بر پایه آب، انتخاب شده است. شبیه‌سازیهای عددی برای محدوده جریان آرام با اعداد رایلی 10^3 تا 10^6 ، شش حالت مختلف از چپش المانهای سرد و گرم و کسر حجمی نانوذرات

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی آب و نقره در دمای ۳۰۰ کلوین [۲۵]

نقره	آب	خواص ترموفیزیکی
۲۳۵	۴۱۷۹	C_p (j/kg k)
۱۰۵۰۰	۹۹۷/۱	ρ (kg/m ³)
۴۲۹	۰/۶۱۳	k (w/m k)
۱/۸۹	۲۱	$\beta \times 10^{-5}$ (k ⁻¹)

ضریب انبساط گرمایی نانوسیال با توجه به خواص سیال پایه و خواص نانوذرات و کسر حجم نانوذرات (ϕ) با استفاده از معادلات زیر به دست می‌آید [۱۹]:

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (۵)$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho c_p)_{nf} \quad (۶)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \quad (۷)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p \quad (۸)$$

برای محاسبه ویسکوزیته موثر نانوسیال از معادله برینکمن [۳۱] استفاده می‌شود:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (۹)$$

در معادله (۶)، ضریب هدایت گرمایی نانوسیال با فرض نانوذرات کروی از معادله ماکسول [۳۲] محاسبه می‌شود:

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \right] \quad (۱۰)$$

مدلسازی نانوسیال با استفاده از معادلات فوق توسط مراجع متعددی از جمله مراجع [۱۹-۳۰] انجام شده و مورد تایید قرار گرفته است. با استفاده از پارامترهای بدون بعد زیر می‌توان معادلات

حاکم را به صورت بدون بعد بازنویسی کرد.

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha_f},$$

$$V = \frac{vH}{\alpha_f}, \quad P = \frac{\rho H^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$Ra = \frac{g\beta_f H^3 \Delta T}{\nu_f \alpha_f}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f},$$

معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی به شکل بدون بعد زیر تبدیل می‌شوند:

متناوب روی دیواره چپ؛ شکل (۱-ج).

حالت ۴: سه عدد جزء گرم به طول $H/6$ روی دیواره چپ و سه عدد جزء سرد روی دیواره راست؛ شکل (۱-د).

حالت ۵: دو عدد جزء گرم و یک عدد جزء سرد به طول $H/6$ به طور متناوب روی دیواره چپ و دو عدد جزء سرد و یک عدد جزء گرم به طور متناوب روی دیواره راست؛ شکل (۱-ه).

حالت ۶: شش عدد جزء گرم و سرد به طول $H/6$ به طور متناوب روی دیواره چپ؛ شکل (۱-و).

در تمام حالتها اجزای سرد هم اندازه اجزای گرم هستند و مجموع طول اجزای گرم یا سرد برابر با $H/2$ است.

نانوسیال به صورت سیال تک فاز با خواص معادل یا موثر فرض می‌شود، گرچه این فرض همیشه معتبر نیست و هنوز محدوده مشخصی برای صحت آن ارائه نشده است. معادلات حاکم بر جریان دو بعدی جابه‌جایی آزاد آرام و دایم نانوسیال با فرض تک فاز درون محفظه شامل معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی با استفاده از تقریب بوزینسک به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۱)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] \quad (۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) \right] \quad (۳)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (۴)$$

که در آن چگالی، ضریب نفوذ گرمایی، گرمای مخصوص و

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (12)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (13)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} Ra. Pr. \theta \\ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} & = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

برای شرایط مرزی سرعت روی کلیه دیواره‌ها از شرط مرزی عدم لغزش استفاده می‌شود. برای شرایط مرزی دما، روی اجزای گرم شرط $\theta = 1$ ، روی المانهای سرد شرط $\theta = 0$ و برای بخشهای عایق، شرط $\partial\theta/\partial n = 0$ در نظر گرفته می‌شود. عدد ناسلت موضعی روی اجزای گرم به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]:

$$Nu = \frac{hH}{k_f} \quad (16)$$

که در آن ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی موضعی عبارت است از:

$$h = \frac{-k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}}{T_h - T_c} \quad (17)$$

با جاگذاری h در معادله (۱۶)، عدد ناسلت موضعی برحسب متغیرهای بدون بعد به شکل زیر به دست می‌آید:

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (18)$$

عدد ناسلت متوسط نیز با انتگرال‌گیری از عدد ناسلت موضعی روی اجزای گرم محاسبه می‌شود.

$$Nu_{avg} = 2 \int_{hot \ surfaces} Nu(y) dY \quad (19)$$

برای محاسبه درصد افزایش عدد ناسلت مربوط به نانوسیال نسبت به عدد ناسلت سیال پایه، از معادله زیر استفاده می‌شود.

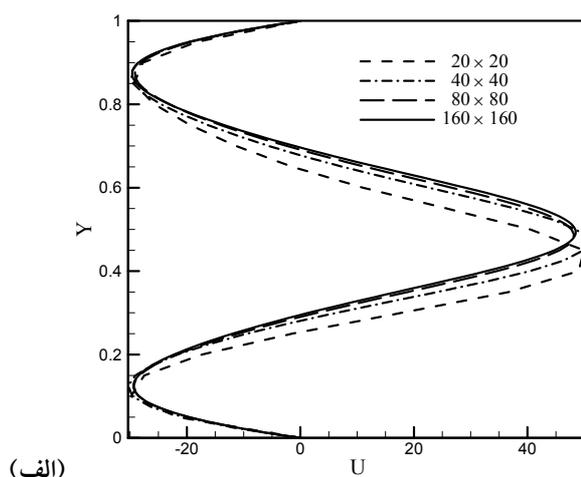
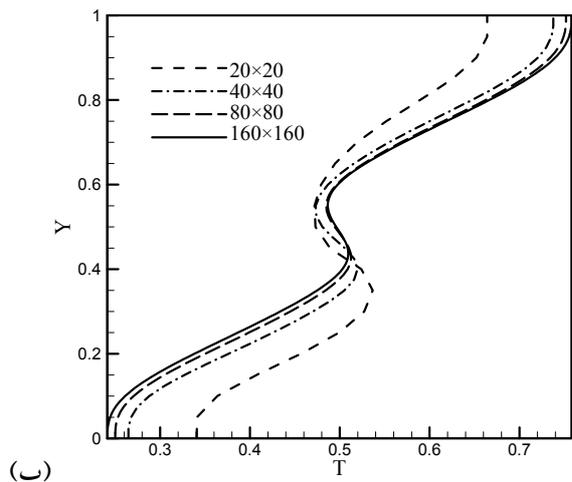
$$\Delta = \frac{Nu_{nf} - Nu_f}{Nu_f} \times 100 \quad (20)$$

۳- روش عددی

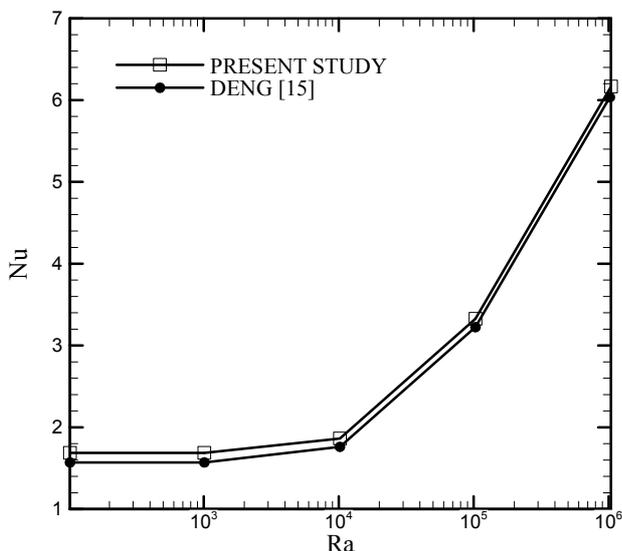
معادلات حاکم به روش حجم محدود و بر پایه یک شبکه نایکنواخت گسسته سازی شده‌اند. برای گسسته سازی جمله‌های جابه‌جایی از روش پیوندی که ترکیبی از بسط تفاضل مرکزی و بالادست است استفاده شده و بسط مرتبه دوم تفاضل مرکزی نیز برای گسسته سازی جمله‌های پخش به کار گرفته شده است. وابستگی بین سرعت و فشار نیز توسط الگوریتم سیمپلر اعمال شده است [۳۳]. در حل دستگاه معادلات گسسته شده حاصل، از روش خط به خط به همراه الگوریتم ماتریس سه قطری استفاده شده است.

برای جستجوی شبکه بهینه و اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه، تغییرات مولفه افقی سرعت و دما روی خط عمودی وسط محفظه برای حالت ۲ و در عدد رایلی 10^6 بررسی شده است. برای جستجوی شبکه بهینه، محفظه حاوی آب خالص با عدد پرانتل ۷ در نظر گرفته شده است. مطابق با شکل (۲)، مقایسه‌ی نتایج برای شبکه‌های 40×40 ، 80×80 و 160×160 نشان می‌دهد که برای شبکه‌های 80×80 و 160×160 نتایج حاصل تغییر چندانی نخواهد کرد. بنابراین از یک شبکه 80×80 برای انجام شبیه‌سازیها استفاده می‌شود.

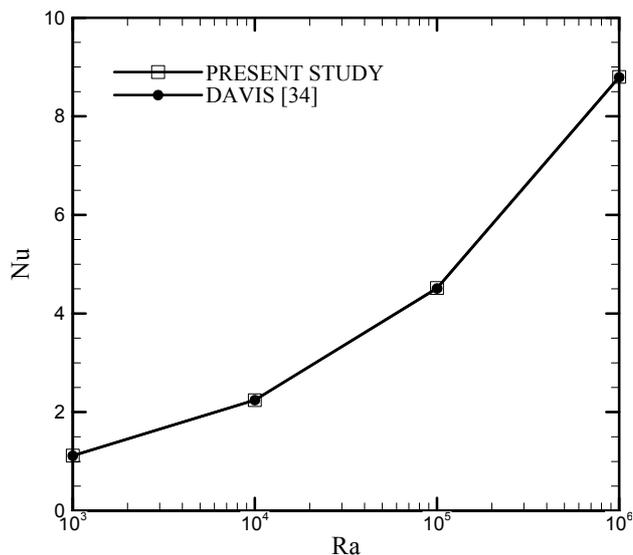
همچنین برای معتبرسازی کد عددی، دو مسئله در نظر گرفته شده است. مسئله اول، جریان جابه‌جایی آزاد درون یک محفظه مربعی با دیواره چپ گرم، دیواره راست سرد و دیواره‌های افقی عایق مطابق با مرجع [۳۴] است. مسئله دوم، جریان جابه‌جایی آزاد در یک محفظه مربعی با دو جفت جزء سرد و گرم است. اجزای مطابق با هندسه مورد استفاده در مرجع [۱۵] به صورت یک در میان روی دو دیواره عمودی قرار گرفته‌اند. در هر دو مسئله، محفظه‌ها از هوا با عدد پرانتل 0.71 پر شده‌اند. پارامتر مورد محاسبه در هر دو مسئله مذکور، عدد ناسلت متوسط روی سطوح گرم بوده است. اعداد ناسلت متوسط حاصل از مسئله اول و دوم به ترتیب در شکل‌های (۳) و (۴) ارائه شده است و



شکل ۲- نتایج مربوط به بررسی عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه
(الف) سرعت افقی روی خط مرکزی عمودی (ب) دما روی خط مرکزی عمودی



شکل ۴- مقایسه عدد ناسلت متوسط حاصل از کد عددی موجود و نتایج مرجع [۱۵] برای معتبر سازی کد عددی



شکل ۳- مقایسه عدد ناسلت متوسط حاصل از کد عددی موجود و نتایج مرجع [۳۴] برای معتبر سازی کد عددی

همان گونه که مشاهده می شود در هر دو مورد، تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاضر و نتایج مراجع وجود دارد.

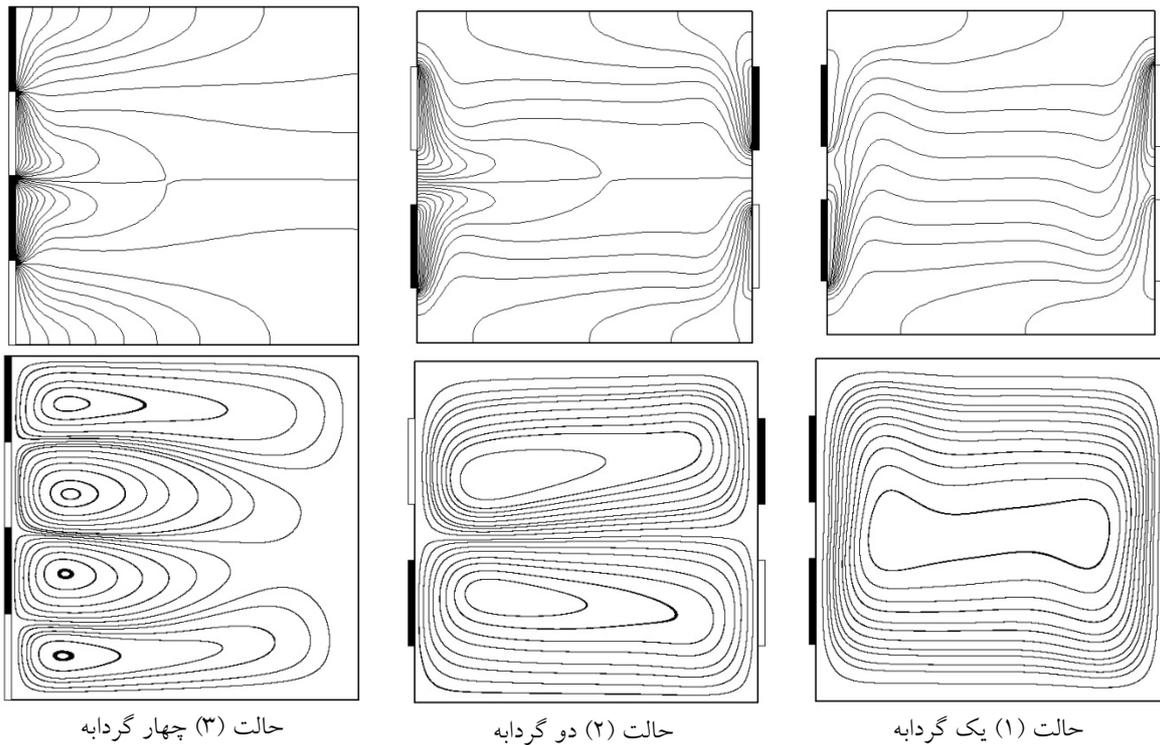
جفت المان گرمایی روی دیواره‌ها قرار گرفته‌اند، طول هر جزء برابر با $H/4$ است. همچنین در حالت‌های ۴ تا ۶ که سه جفت جزء گرمایی وجود دارد، طول هر المان برابر با $H/6$ است.

شکل (۵)، خطوط جریان و خطوط دما ثابت برای چینش‌های مختلف دو جفت جزء سرد و گرم (حالت‌های ۱ تا ۳) در عدد رایلی 10^6 و $\phi=0/2$ را نشان می‌دهد. شکل (۶) نیز همان نتایج را برای چینش‌های مختلف سه جفت جزء (حالت‌های

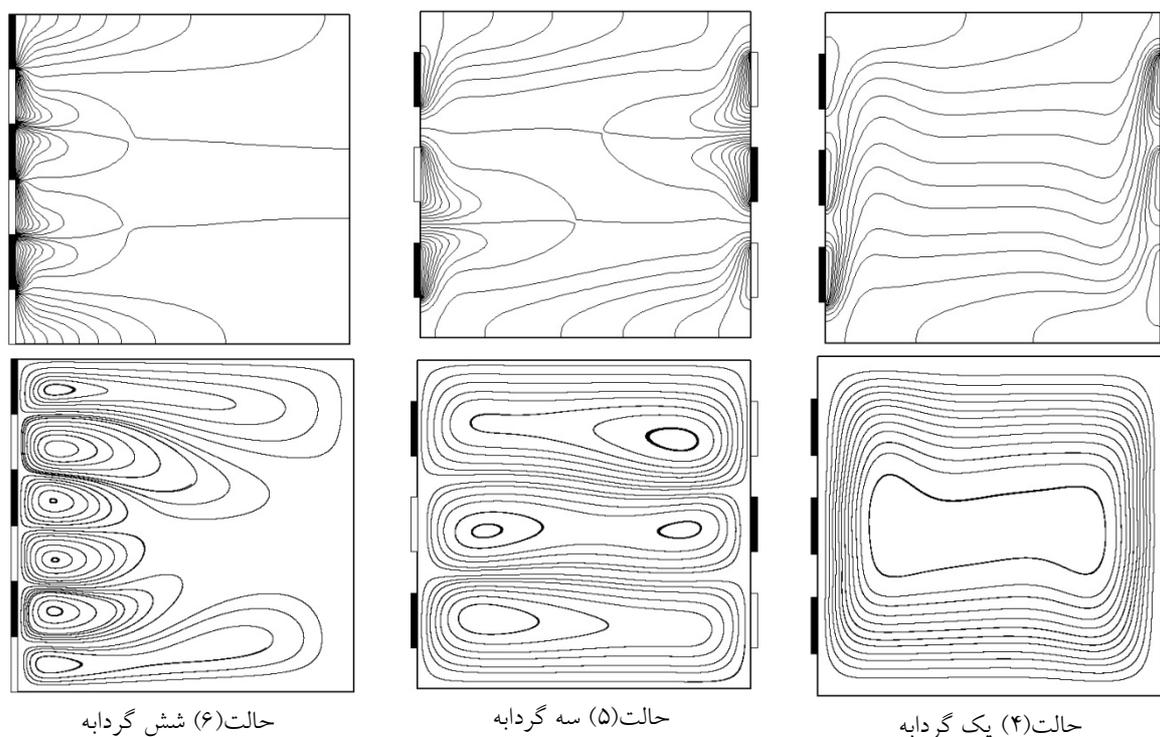
همان گونه که مشاهده می شود در هر دو مورد، تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاضر و نتایج مراجع وجود دارد.

۴- بررسی نتایج

(الف) بررسی اثر چیدمان اجزاء بر تعداد گردابه‌های تشکیل شده و افزایش انتقال گرما همان گونه که پیشتر ذکر شد، در حالت‌های ۱ تا ۳ که دو



شکل ۵- خطوط همدم (بالا) و خطوط جریان (پایین) مربوط به محفظه با دو جفت جزء سرد و گرم در $Ra=10^6$ و $\phi=0/2$



شکل ۶- خطوط همدم (بالا) و خطوط جریان (پایین) مربوط به محفظه با سه جفت جزء سرد و گرم در $Ra=10^6$ و $\phi=0/2$

محفظه تشکیل می‌شود و در نتیجه درون محفظه لایه‌بندی گرمایی پدید می‌آید.

در حالت (۵)، اثرات شناوری ناشی از هر جفت اجزای سرد و گرم مقابل هم باعث تشکیل سه گردابه در بالا، وسط و پایین محفظه می‌شود. در این حالت، به دلیل وجود سه گردابه، اختلاط سیال نسبت به حالتی که دو گردابه تشکیل می‌شود بیشتر است، و در نتیجه لایه‌بندی گرمایی درون محفظه از بین می‌رود.

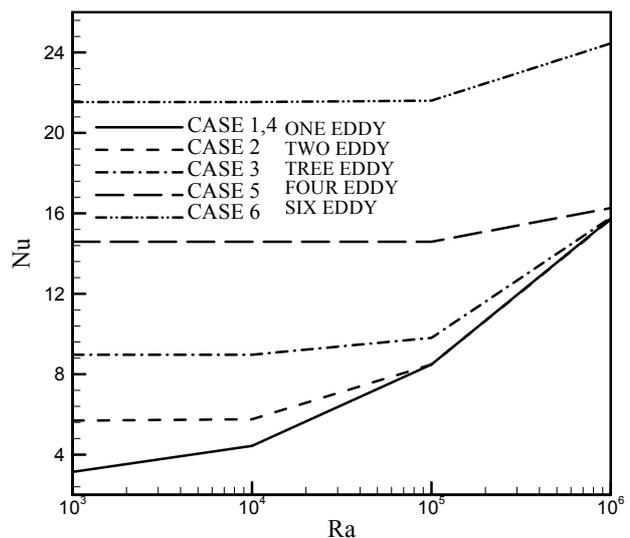
در حالت (۶)، اثرات شناوری اجزای سرد و گرم کاملاً مخالف یکدیگر بوده و در نتیجه شش گردابه درون محفظه پدید می‌آید. به دلیل اختلاط زیادی که در نتیجه این تعداد گردابه رخ می‌دهد، لایه‌بندی گرمایی کاملاً از بین رفته و بیشتر سیال درون محفظه دمای متوسطی خواهد داشت. لازم به ذکر است که نتایج حاصل در این بخش مشابه با نتایج مرجع [۱۵] است.

شکل (۷)، تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رایلی حسب عدد رایلی را برای حالت‌های (۱) تا (۶) نشان می‌دهد.

مطابق با این شکل، مشاهده می‌شود که:

(۱) مطابق انتظار، در تمام حالتها با افزایش عدد رایلی نرخ کلی انتقال گرما افزایش می‌یابد. همچنین نحوه چینش اجزای گرمایی تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر عدد ناسلت متوسط دارد. مشاهده می‌شود که عدد ناسلت متوسط بیشتر متاثر از چینش اجزای سرد و گرم و تعداد گردابه‌های تشکیل شده است تا تغییرات عدد رایلی.

(۲) با افزایش تعداد گردابه‌ها درون محفظه، انتقال گرما به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در حالت ۶ که شش گردابه تشکیل می‌شود، بیشترین نرخ انتقال گرما رخ می‌دهد. نرخ انتقال گرما در حالت ۵ با وجود چهار گردابه در مرتبه دوم قرار دارد. به همین ترتیب نرخ انتقال گرما در حالت‌هایی که ۳ تا ۱ گردابه در محفظه تشکیل می‌شود، در رده‌های بعد قرار دارند. در حالت‌های (۱) و (۴) که تنها یک گردابه درون محفظه تشکیل می‌شود، نتایج حاصل بر هم منطبق‌اند. یکی از دلایل افزایش عدد ناسلت با افزایش تعداد گردابه‌ها این است که با تشکیل گردابه‌های بیشتر، لایه مرزی تشکیل



شکل ۷- تاثیر تعداد گردابه‌های تشکیل شده

درون محفظه بر تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رایلی

به‌ازای $\phi=0/2$

۴ تا ۶) نشان می‌دهد.

در حالت (۱)، که اجزای گرم روی دیواره جانبی چپ و اجزای سرد روی دیواره جانبی راست قرار گرفته‌اند، اثرات شناوری اجزای گرم و سرد موافق با یکدیگر بوده، و در نتیجه فقط یک گردابه درون محفظه تشکیل می‌شود. در این حالت سیال توسط اجزای گرم به بالا رانده شده و سپس توسط اجزای سرد به پایین کشیده می‌شود.

در حالت (۲)، که اجزای گرم و سرد به‌طور متناوب بر روی دو دیواره جانبی قرار گرفته‌اند، اثرات شناوری متقابل آنها منجر به تشکیل دو گردابه می‌شود. همان‌گونه که توسط خطوط جریان نشان داده شده است، گردابه بالایی پاد ساعتگرد بوده و گردابه پایینی ساعتگرد است.

در حالت (۳)، که اجزای گرم و سرد به‌طور متناوب بر روی دیواره جانبی چپ قرار گرفته‌اند، اثرات شناوری آنها کاملاً مخالف یکدیگر بوده و بنابراین چهار گردابه در محفظه پدید می‌آید.

در حالت (۴) نیز مشابه حالت (۱)، اثرات شناوری اجزای گرم و سرد موافق با یکدیگر بوده و در نتیجه یک گردابه درون

شده روی اجزای بین اجزای مجاور از بین می‌رود و در نتیجه میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد.

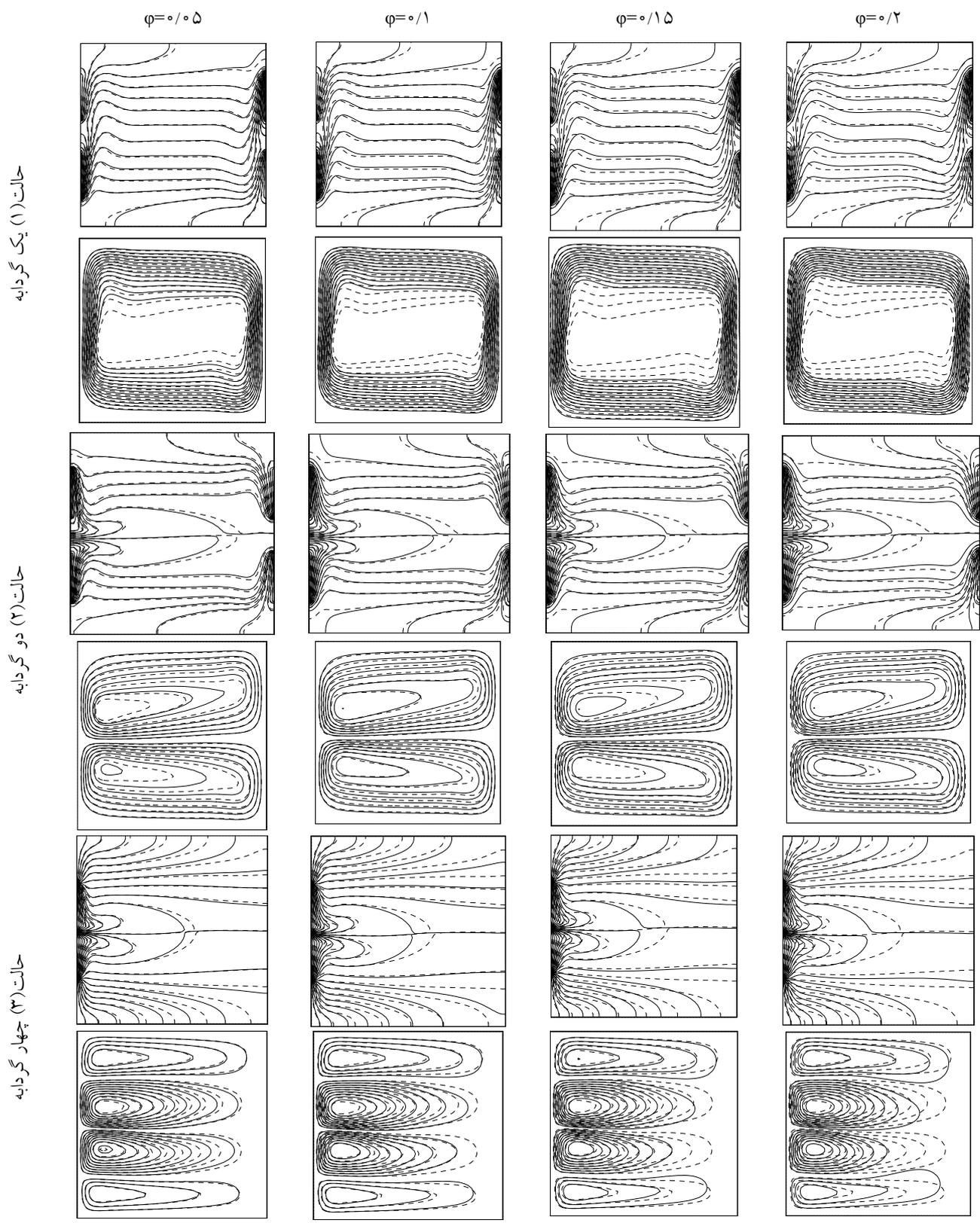
۳) انتقال گرما درون محفظه به دو ناحیه هدایتی و جابه‌جایی تقسیم می‌شود. در ناحیه اعداد رایلی کوچک که انتقال گرما هدایتی مکانیزم غالب است، با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط افزایش چندانی نخواهد داشت، اما در ناحیه اعداد رایلی بزرگ که انتقال گرمای جابه‌جایی مکانیزم غالب است، با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش تعداد گردابه‌ها، گذار از هدایت به جابه‌جایی در اعداد رایلی بزرگتر رخ می‌دهد. برای حالت‌های (۱) و (۴) با وجود یک گردابه، نقطه گذار از هدایت به جابه‌جایی در نزدیکی $Ra=10^3$ رخ می‌دهد. در این شرایط به دلیل موافق بودن اثر شناوری اجزا، جریان سیال قدرت بیشتری یافته و بنابراین انتقال گرمای جابه‌جایی سریعتر حاکم می‌شود. در حالت (۲) با وجود دو گردابه و حالت (۵) با وجود سه گردابه، نقطه گذار تا $Ra=10^4$ به تعویق می‌افتد. در حالت (۳) با وجود چهار گردابه و در حالت (۶) با وجود شش گردابه، گذار در $Ra=10^5$ رخ می‌دهد. تعویق گذار به اعداد رایلی بزرگتر به دلیل عدم توافق اثرات شناوری المانهای سرد و گرم بوده، که این پدیده، جابه‌جایی و قدرت جریان را تضعیف می‌سازد و در نتیجه حاکمیت مکانیزم هدایت بر انتقال گرما تا اعداد رایلی بالاتر ادامه می‌یابد.

ب) بررسی اثر افزایش درصد حجمی نانوذرات بر نرخ انتقال گرمای

در شکلهای (۸) و (۹) به ترتیب خطوط دما ثابت و خطوط جریان مربوط به محفظه با دو و سه جفت المان سرد و گرم به‌ازای غلظتهای متفاوت نانوذرات در $Ra=10^6$ نشان داده شده و با خطوط مربوط به سیال پایه مقایسه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش غلظت حجمی نانوذرات، انحراف خطوط جریان از کانتورهای مربوط به سیال پایه بیشتر

می‌شود، به گونه‌ای که کانتورهای مربوط به $\phi=0.05$ بیشترین قربابت با کانتورهای سیال خالص را دارد. با توجه به معادله (۶) با افزایش غلظت نانوذرات، ضریب هدایت گرمایی نانو سیال افزایش می‌یابد. بنابراین انتظار می‌رود که در یک عدد رایلی ثابت با افزایش درصد حجمی نانوذرات و بیشتر شدن ضریب هدایت گرمایی، مکانیزم هدایت گرمایی موثرتر شود و در نتیجه آن، قدرت جریان در محفظه که منجر به انتقال گرمای جابه‌جایی می‌شود کمتر شود. به عنوان مثال در حالت ۱ که یک گردابه درون محفظه تشکیل شده است، با افزایش ϕ سیال قرار گرفته در هسته مرکزی محفظه، حرکت کندتری خواهد داشت. همچنین این پدیده به خوبی در خطوط جریان مربوط به محفظه با چهار و شش گردابه نیز مشاهده می‌شود. در این حالت با افزایش غلظت حجمی نانوذرات، گردابه‌های پدید آمده در محفظه نسبت به گردابه‌های مربوط به سیال پایه کوچکتر شده و مرکز گردابه‌ها به دیوار نزدیکتر می‌شوند که نشان دهنده کندتر شدن سرعت جریان سیال و کاهش قدرت جریان است. در حالت (۶) که شش گردابه درون محفظه تشکیل می‌شود به دلیل اینکه تقریباً در تمام محدوده اعداد رایلی مکانیزم هدایت حاکمیت دارد، افزایش کسر حجمی نانوذرات تاثیر زیادی بر خطوط همدم ندارد.

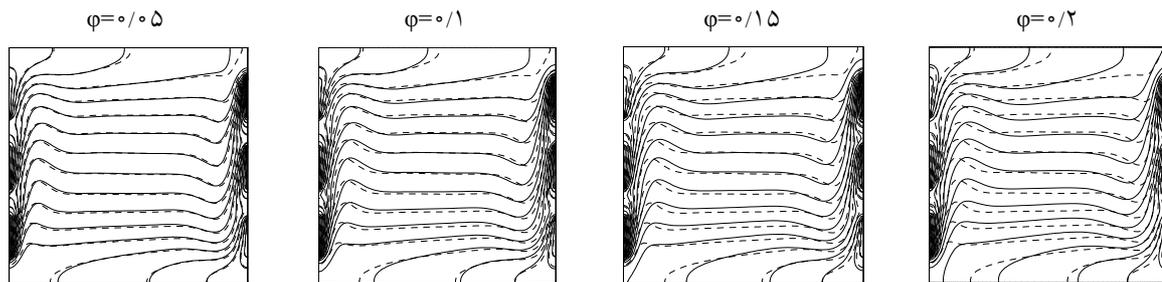
شکل (۱۰) تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب عدد رایلی را به‌ازای کسرهای حجمی مختلف نانوذرات نشان می‌دهد. مطابق با شکل مشهود است که در یک عدد رایلی ثابت، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. همان‌گونه که پیشتر ذکر شد، افزایش تعداد گردابه‌ها باعث به تعویق افتادن حاکمیت مکانیزم جابه‌جایی به اعداد رایلی بالاتر می‌شود. از طرف دیگر افزایش نانوذرات باعث افزایش ضریب هدایت گرمایی نانو سیال می‌شود. نتایج مندرج در شکل (۱۰) نشان می‌دهد که افزایش عدد ناسلت با افزایش درصد حجمی نانوذرات در حالت‌های مختلف (حفره‌ها با چیدمانهای متفاوت اجزای گرمایی و تعداد گردابه‌های تشکیل شده متفاوت) با ضریب یکسانی صورت می‌گیرد.



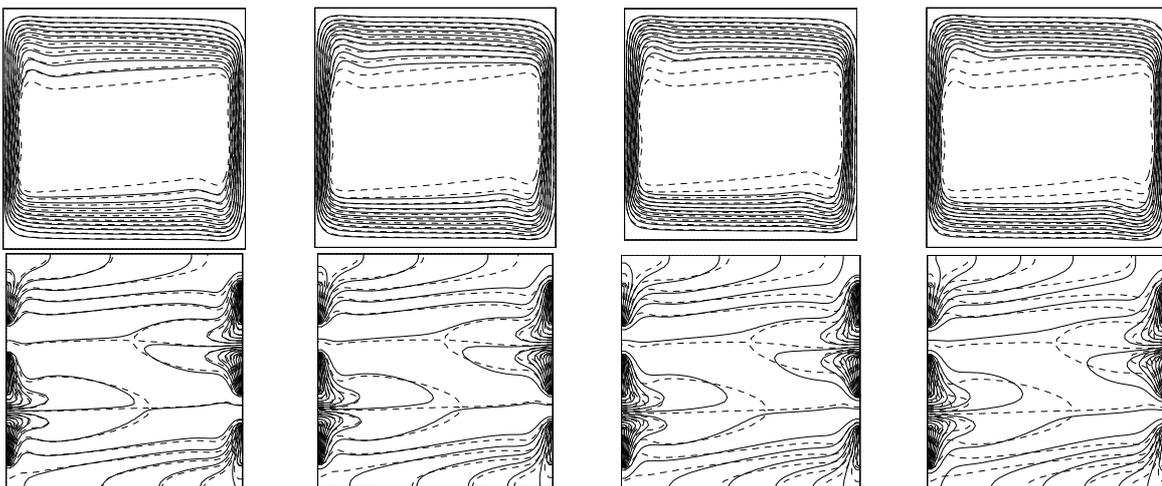
شکل ۸- مقایسه خطوط دما ثابت و خطوط جریان بازای کسرهای حجمی مختلف نانوذرات برای محفظه با وجود

دو جفت جزء سرد و گرم (خط چین: سیال خالص، خطوط توپر: نانو سیال)

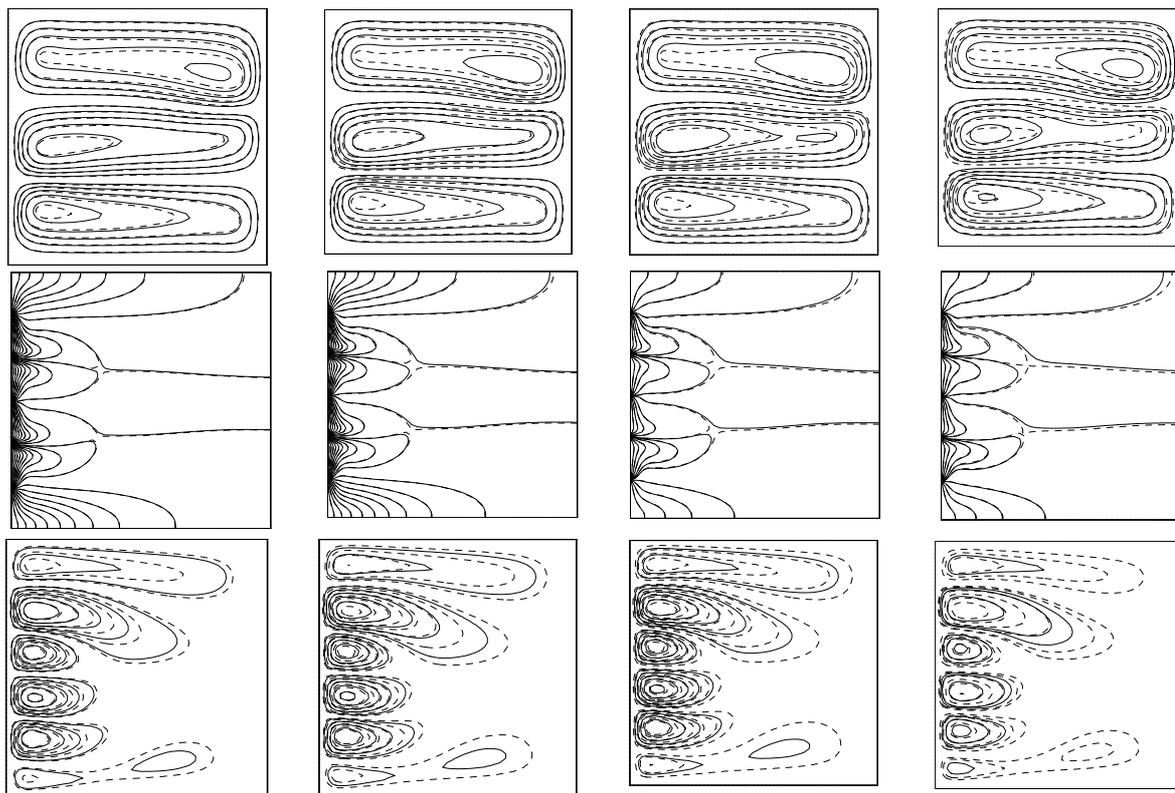
حالت (۴) یک گردابه



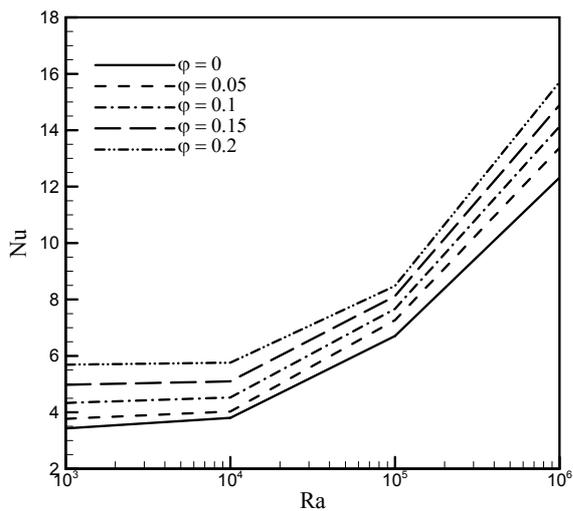
حالت (۵) سه گردابه



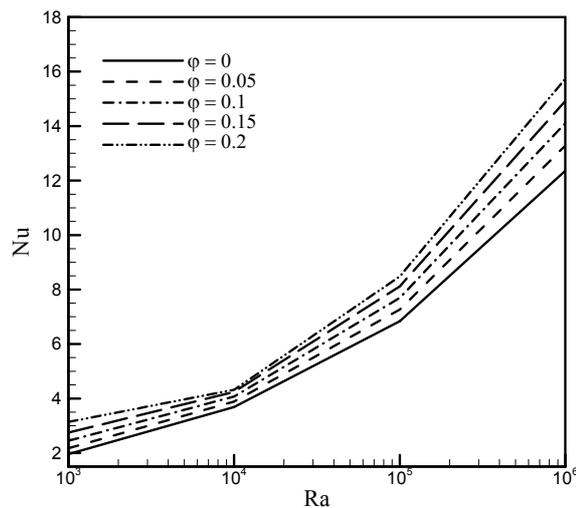
حالت (۶) شش گردابه



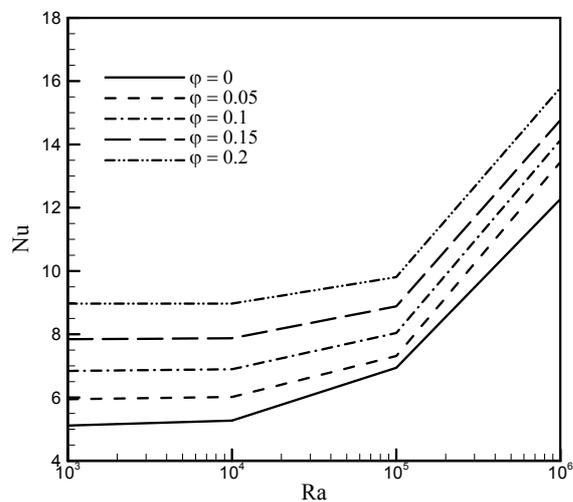
شکل ۹- مقایسه خطوط دماتابت و خطوط جریان به ازای کسرهای حجمی مختلف نانوذرات برای محفظه با وجود سه جفت المان سرد و گرم (خط چین: سیال خالص، خطوط توپر: نانوسیال)



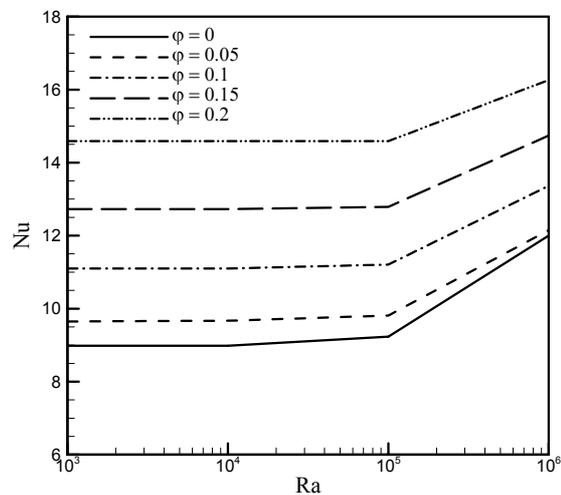
ب) حالت ۲، دو گردابه



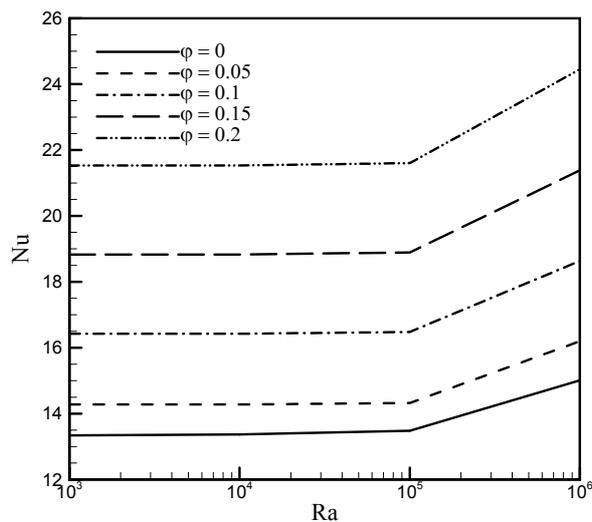
الف) حالت ۱ و ۴، یک گردابه



د) حالت ۵، سه گردابه



ج) حالت ۳، چهار گردابه



ه) حالت ۶، شش گردابه

شکل ۱۰- اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب عدد رایلی

پارامتر دیگری که برای درک بهتر اثر اضافه شدن نانوذرات به سیال پایه مورد بررسی قرار می‌گیرد، درصد افزایش عدد ناسلت نانوسیال نسبت به سیال پایه (Δ) است که طبق معادله (۱۷) محاسبه می‌شود. نتایج مربوط به درصد افزایش عدد ناسلت برای حالت‌های مختلف در شکل (۱۱) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش Φ در تمام اعداد رایلی، Δ نیز افزایش می‌یابد که نتیجه‌ای قابل انتظار است. در حالت‌های (۱) و (۴) (شکل ۱۱-الف)، مقدار Δ در عدد رایلی 10^4 دارای مقدار مینیمم است. در این حالتها، عدد رایلی 10^4 نقطه گذار از مکانیزم انتقال گرما هدایتی به مکانیزم جابه‌جایی است و چون در شرایط گذار، اثر هدایت کم می‌شود و جابه‌جایی نیز هنوز قدرت زیادی ندارد، تاثیر افزودن نانوذرات به سیال پایه، به اندازه‌ی تاثیری که در سایر اعداد رایلی مشاهده می‌شود، نخواهد بود. به همین صورت در حالت (۳) (شکل ۱۱-ج)، که پدیده گذار در نزدیکی عدد رایلی 10^6 رخ می‌دهد، مقدار مینیمم Δ در این عدد رایلی رخ می‌دهد. در حالت ۶ نیز به دلیل اینکه تقریباً در تمام محدوده اعداد رایلی، مکانیزم هدایت حاکم است، روند نزولی Δ مشاهده نمی‌شود.

تغییرات Δ برحسب عدد رایلی برای حالت‌های مختلف به ازای $\Phi=0/2$ در شکل (۱۲) مقایسه شده است. با توجه به این شکل می‌توان حالت‌های شش گانه مورد بررسی را در دو دسته طبقه‌بندی کرد. دسته اول شامل حالت‌های (۱)، (۲)، (۴) و (۵) که اجزای گرمایی بر روی دو دیواره قرار گرفته‌اند و دسته دوم شامل حالت‌های (۳) و (۶) که اجزای گرمایی تنها بر روی یک دیواره قرار گرفته‌اند. در دسته اول بیشترین میزان درصد افزایش عدد ناسلت در $Ra=10^3$ رخ می‌دهد و در سایر اعداد رایلی، این پارامتر کمتر از مقدار آن در عدد رایلی 10^3 خواهد بود. در دسته دوم، روند تغییرات Δ به گونه‌ای دیگر است. در این دسته، مقدار Δ در اعداد رایلی پایین از مقادیر مربوط به دسته اول کمتر است. در حالت (۶) که تقریباً در تمام محدوده اعداد رایلی رژیم هدایت حاکم

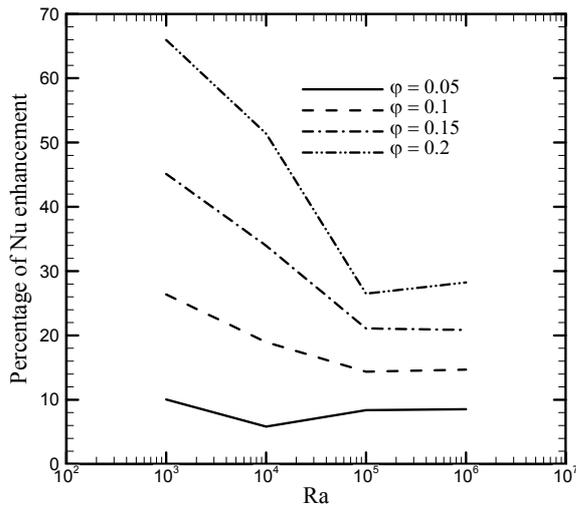
است، روند نزولی در مقدار درصد افزایش مشاهده نمی‌شود. همچنین از شکل (۱۲) پیداست که در عدد رایلی 10^3 بیشترین درصد افزایش مربوط به حالت (۵) با سه گردابه و در عدد رایلی 10^6 بیشترین درصد افزایش مربوط به حالت ۶ با شش گردابه است.

ج) مقایسه اثر استفاده از نانوسیال و افزایش تعداد گردابه‌ها بر میزان افزایش انتقال گرما

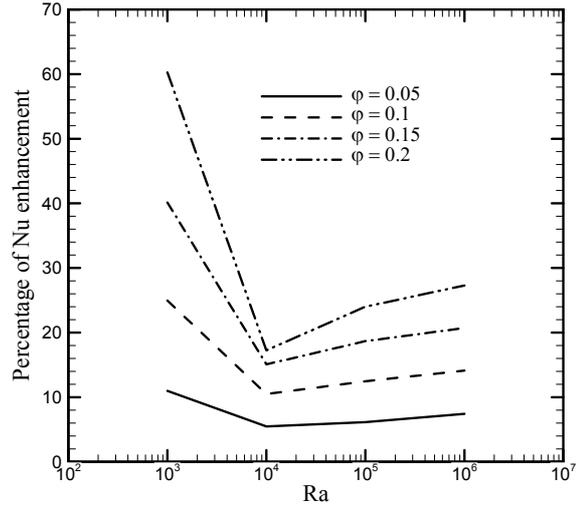
تاکنون مشخص شد که استفاده از نانوسیال و چینش اجزای گرمایی به گونه‌ای که تعداد گردابه بیشتری تشکیل شود، هر دو منجر به افزایش انتقال گرما می‌شود. در این بخش به مقایسه اثر این دو مورد پرداخته می‌شود. در شکل (۱۳) تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب عدد رایلی برای سیال پایه و نانوسیال با $\Phi=0/2$ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به شکل (۱۳) مشخص است که عدد ناسلت نانوسیال با یک گردابه از عدد ناسلت مربوط به سیال پایه با ساختاری شامل یک و دو گردابه بیشتر است. همچنین عدد ناسلت نانوسیال با دو گردابه از عدد ناسلت سیال پایه با سه گردابه بیشتر است. بنابراین به عنوان یک نتیجه می‌توان بیان کرد که استفاده از نانوسیال نسبت به چند گردابه‌ای بودن ساختار جریان، تاثیر بیشتری بر نرخ انتقال گرما دارد. بنابراین با استفاده از نانوسیال و ایجاد جریان با سلولهای کمتر می‌توان به عدد ناسلت بیشتری نسبت به سیال پایه با جریان شامل سلولهای بیشتر دست یافت. البته تحلیل تولید آنتروپی نیز باید در این دو مورد انجام گیرد تا حالت کارآمدتر مشخص شود. این مورد نیاز به بررسی و تحقیق جداگانه‌ای دارد.

۵- جمع‌بندی

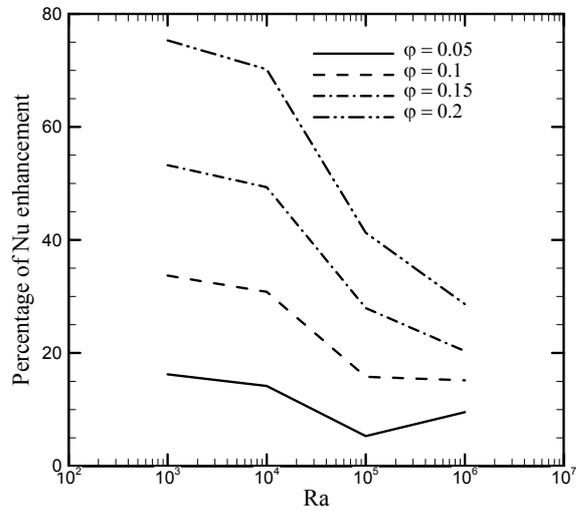
در تحقیق حاضر، جابه‌جایی طبیعی به وجود آمده از دو سه جفت جزء سرد و گرم قرار گرفته بر روی دیواره‌های محفظه مربعی پر شده از نانو سیال به روش عددی بررسی شد. توجه اصلی بر اندازه و چینش اجزا در محفظه و همچنین اثر



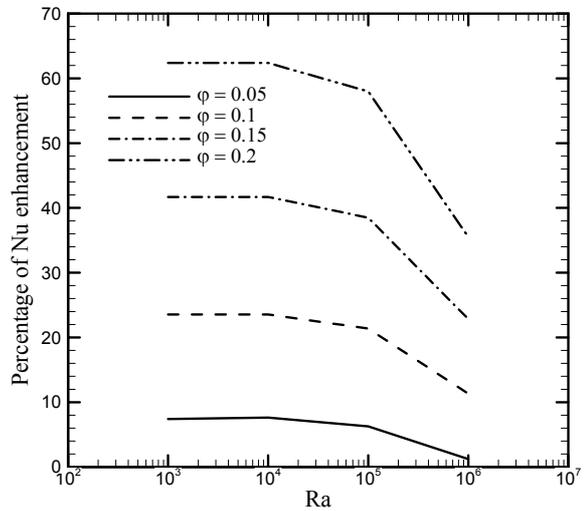
ب) حالت ۲، دو گردابه



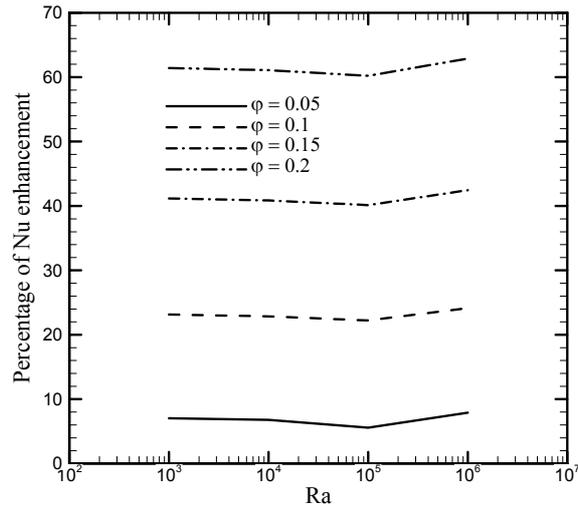
الف) حالت ۱و۴، یک گردابه



د) حالت ۵، سه گردابه

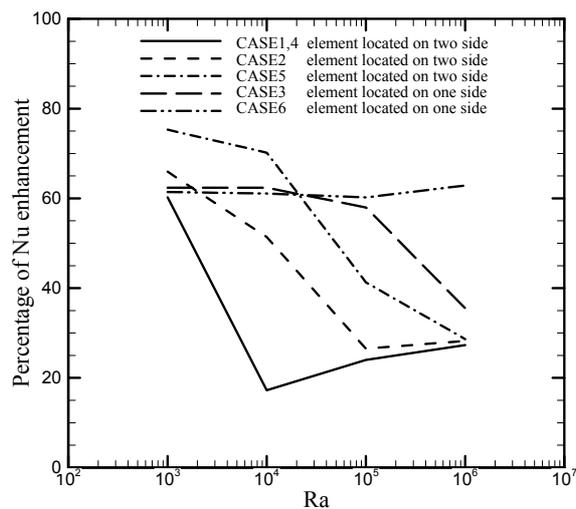


ج) حالت ۳، چهار گردابه

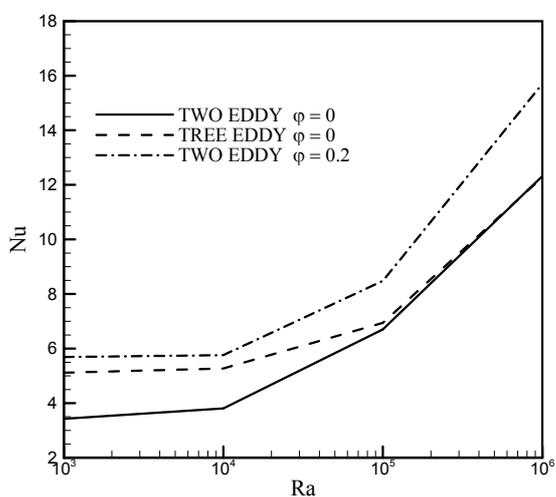


ه) حالت ۶، شش گردابه

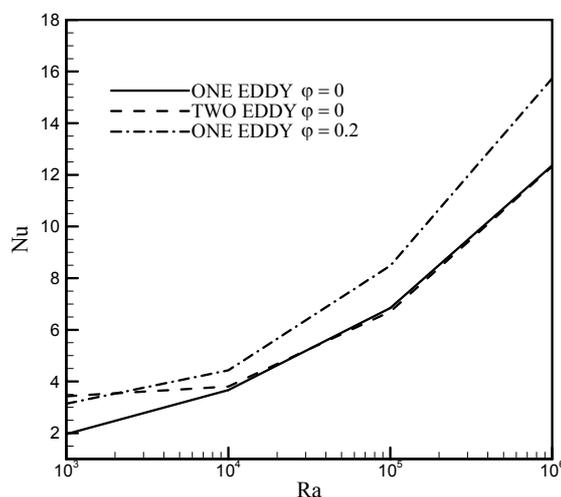
شکل ۱۱- مقایسه پارامتر درصد افزایش عددناسلت مربوط به نانوسیال نسبت به سیال پایه برای حالات مختلف



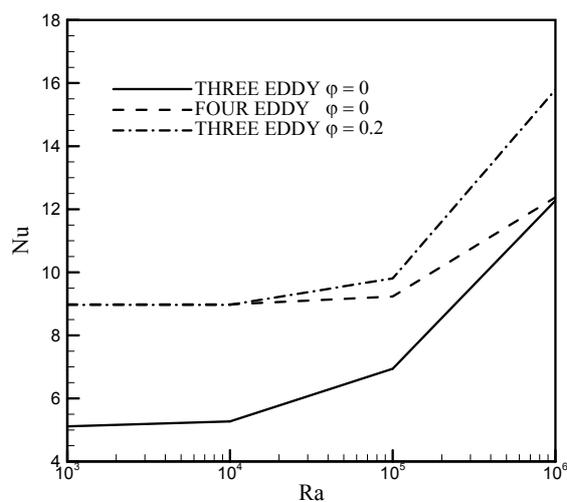
شکل ۱۲- تغییرات پارامتر درصد افزایش نسبت به تغییرات عدد رایلی در حالات مختلف بازا $\phi=0/2$



(ب) سیال پایه با دو و سه گردابه و نانوسیال با دو گردابه



(الف) سیال پایه با یک و دو گردابه و نانوسیال با یک گردابه



(ج) سیال پایه با سه و چهار گردابه و نانوسیال با سه گردابه

شکل ۱۳- مقایسه تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب رایلی برای سیال پایه و نانوسیال با $\phi=0/2$

استفاده از نانو سیال با غلظت‌های متفاوت نانوذرات بوده و نتایج زیر حاصل شده است.

(۱) هنگامی که چینش اجزا از وضعیت مجزا روی دو دیواره عمودی به وضعیت یک در میان روی یک دیواره عمودی تغییر می‌کند، اثرات شناوری اجزا مخالف یکدیگر شده و تعداد گردابه‌ها درون محفظه بیشتر شده و در نتیجه انتقال گرما افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، اختلاط قوی میان گردابه‌ها باعث می‌شود بیشتر سیال درون محفظه، دمای یکنواخت و متوسطی داشته باشد.

(۲) انتقال گرما به صورت سازگار با تعداد گردابه‌ها درون محفظه افزایش می‌یابد به صورتی که کمترین میزان انتقال گرمای مربوط به حالت (۱) با یک گردابه است و با افزایش گردابه‌ها به دو، سه، چهار و نهایتاً شش، میزان انتقال گرما هم افزایش می‌یابد. می‌توان نتیجه گرفت که با تقسیم چشمه‌ها و چاهها به اجزای کوچکتر و قراردادن آنها به

صورت یک در میان بر روی یک دیواره می‌توان باعث تشکیل تعداد گردابه بیشتر و در نتیجه نرخ انتقال گرمای بیشتر درون محفظه شد.

(۳) افزایش عدد ناسلت متوسط مربوط به نانو سیال نسبت به سیال پایه برای چیدمانهای متفاوت اجزای گرمایی روی دیواره‌ها، با ضریب یکسانی صورت خواهد گرفت.

(۴) تاثیر استفاده از نانو سیال بر افزایش انتقال گرما، بیشتر از تاثیر چند سلولی بودن ساختار جریان است. به عنوان مثال عدد ناسلت متوسط نانو سیال با $\phi=0/2$ و با ساختار یک گردابه‌ای از عدد ناسلت متوسط سیال پایه با ساختار یک و دو گردابه‌ای بیشتر است. بنابراین با استفاده نانو سیال و تولید جریان با سلولهای کمتر می‌توان به عدد ناسلت بیشتری نسبت به سیال خالص با جریان شامل سلولهای بیشتر دست یافت.

مراجع

- Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1175–1190, 1988.
- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R. L., and Sammakia, B., *Buoyancy-Induced Flows and Transport*, Hemisphere Pub. Co. New York, NY, 1988.
- Davis, G., and Vahl, D., "Natural Convection of Air in Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution," *Int. J. for Numerical Method in Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- Davidson, L., "Calculation of the Turbulence Buoyancy-Driven Flow in a Rectangular Cavity Using an Efficient Solver and Two Different Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Models," *Numer. Heat Transfer (A)* Vol. 18, pp. 129–147, 1990.
- Poujol, F. T., "Natural Convection of a High Prandtl Number Fluid in Cavity," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 109–118, 2000.
- Ampofo, F., and Karayiannis, T. G., "Experimental Benchmark Data for Turbulent Natural Convection in an Air Filled Square Cavity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3551–3572, 2003.
- Zahmatkesh, I., "On the Importance of Thermal Boundary Conditions in Heat Transfer and Entropy Generation for Natural Convection Inside a Porous Cavity," *Int. J. Therm. Sci.* Vol. 47, pp. 339–346, 2008.
- Ishihara, I., Matsumoto, R., and Senoo, A., "Natural Convection in a Vertical Rectangular Cavity with Localizing Heating and Cooling Zones," *Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 467–472, 2000.
- Sezai, I., and Mohamad, A. A., "Natural Convection From a Discrete Heat Source on the Bottom of a Horizontal Cavity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 2257–2266, 2000.
- Aydin, O., and Yang, W. J., "Natural Convection in Enclosures With Localized Heating From Below and Symmetrical Cooling From Sides," *Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow*, Vol. 10, pp. 518–529, 2000.
- Da Silva, A. K., Lorente, S., and Bejan, A., "Optimal Distribution of Discrete Heat Sources on a Wall with Natural Convection," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 203–214, 2004.
- Sharif, M. A. R., and Mohammad, T. R., "Natural Convection in Cavities with Constant Flux Heating at the Bottom Wall and Isothermal Cooling from the Sidewalls," *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 44, pp. 865–878, 2005.
- Bazylak, A., Djilali, N., and Sinton, D., "Natural Convection in an Enclosure With Distributed Heat Sources," *Numer. Heat Transfer (A)*, Vol. 49, pp. 655–667, 2006.
- Nithyadevi, N., Kandaswamy, N. P., and Lee, J., "Natural Convection in a Rectangular Cavity With

- Partially Active Side Walls," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 4688–4697, 2007.
15. Deng, Q. H., "Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics of Natural Convection in Square Cavities Due to Discrete Source-Sink Pairs," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 5949-5957, 2008.
 16. Maxwell, J. C., *Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford, Clarendon Press, 1873.
 17. Choi, U. S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, in: D.A. Siginer, H.P. Wang, (Eds), *Development and Application of Non-Newtonian Flows*, FED –VOL. 231, No. 66, pp. 99-105, 1995.
 18. Eastman, J. A., Choi, S. U. S., Li, S., Yu, W., and Thompson, L. J., "Anomalous Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nano Particles," *Appl. Phys. Lett*, Vol. 78, pp. 718-720, 2001.
 19. Khanafar, K., Vafai, K., and Lightstone, M., "Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Cavity Utilizing Nanofluids," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3639-3653, 2003.
 20. Jou, R. Y., and Tzeng, S. C., "Numerical Research of Nature Convective Heat Transfer Enhancement Filled With Nanofluids in Rectangular Enclosures," *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 727-736, 2006.
 21. Santra, A. K., Sen, S., and Chakraborty, N., "Study of Heat Transfer Augmentation in a Differentially Heated Square Cavity Using Copper-Water Nanofluid," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 47, pp. 1113-1122, 2008.
 22. Oztop, H. F., and Abu-Nada, E., "Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled With Nanofluids," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1326–1336, 2008.
 23. Oğut, E. B., "Natural Convection of Water-Based Nanofluids in an Inclined Cavity With a Heat Source," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 2063-2073, 2009.
 24. Abu-Nada, E., and Oztop, H. F., "Effects of Inclination Angle on Natural Convection in Enclosures Filled with Cu–Water Nanofluid," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, pp. 669–678, 2009.
 25. Aminossadati, S.M., and Ghasemi, B., "Natural Convection Cooling of a Localized Heat Source at the Bottom of a Nanofluid-Filled Cavity," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 28, pp. 630–640, 2009.
 26. Ghasemi B., and Aminossadati S.M., "Periodic Natural Convection in a Nanofluid-Filled Cavity with Oscillating Heat Flux," *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 49, pp. 1–9, 2010.
 27. Kumar, S., Prasad S.K., and Banerjee J., "Analysis of Flow and Thermal Field in Nanofluid Using a Single Phase Thermal Dispersion Model," *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 34, pp. 573–592, 2010.
 28. Mahmoudi, A.H., Shahi, M., Honarbaksh Raouf, A., and Ghasemian, A., "Numerical Study of Natural Convection Cooling of Horizontal Heat Source Mounted in a Square Cavity Filled with Nanofluid," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1135–1141, 2010.
 29. Corcione, M., "Heat Transfer Features of Buoyancy-Driven Nanofluids Inside Rectangular Enclosures Differentially Heated at the Sidewalls," *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, pp. 1536–1546, 2010.
 30. Sheikhzadeh, G.A., Arefmanesh, A., Kheirkhah, M.H., and Abdollahi, R., "Natural Convection of Cu-Water Nanofluid in a Cavity with Partially Active Side Walls," *European Journal of Mechanics B/Fluids*, in press.
 31. Brinkman H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solution," *J. Chem. Phys*, Vol. 20, pp. 571–581, 1952.
 32. Maxwell, J., A., *Treatise on Electricity and Magnetism*, Second ed. Oxford University Press, Cambridge, UK, 1904.
 33. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC, 1980.
 34. De Vahl Davis, G., "Natural Convection of air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 3, pp. 249–264, 1983.