

# ترکیب روش VOF و هوش مصنوعی برای شبیه‌سازی سطح آزاد جریان سیال

ناصر سلیمان بیگی\*، حبیب حکیم زاده و محمد رضا چناقلو  
دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سهند

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۶/۲۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۰۴/۲۶)

چکیده -

واژگان کلیدی:

## Combination of VOF and artificial intelligence methods to Simulate free surface of the fluid flow

N. Soleiman Beygi<sup>1</sup>, H. Hakimzadeh<sup>2</sup> and M. R. Chenaglou<sup>3</sup>

Faculty of Civil Engineering, Sahand University of Technology

**Abstract:** *In this paper, a numerical model for simulation of free surface fluid flows is presented. This method is a combination of smart genetic algorithm and free surface fluid flow tracking algorithm based on donor and acceptor elements. The specification of the new combinational method can be summarized in determining orientation vector and plane constant passing through free surface cells. The proposed algorithm can be easily used in non-uniform grids. This numerical model has been applied to simulate some of benchmark flow problems and also compared with the experimental data and other researchers' results. The comparisons indicated that the described numerical model is able to make accurate predictions, and is also simple to apply for many fluid flow problems.*

**Keywords:** *Genetic Algorithm, Free surface fluid flow, Volume of Fluid Flow, Numerical modeling.*

---

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: n\_soleimanbeygi@sut.ac.ir

ارتفاع کلی جریان	H	شارهای حجمی ورودی یا خروجی از سطوح اجزا	F
سرعت عمود بر سطوح	$u_n$	بردار نیروی کشش سطحی	$\bar{F}_{St}$
سرعت مماس بر سطوح	$u_t$	کمیت اسکالر میزان حجم سیال	f
فشار	P	میزان حجم سیال در سطوح اجزا	$f_{S_j}$
فشار اتمسفر	$P_0$	شتاب جاذبه زمین	g
مساحت سطوح اجزا	S	طول اختلاط	$l_m$
زمان	t	بردار هادی	$\bar{n}$
گام زمانی	$\Delta t$	عدد فون کارمن	k

## ۱- مقدمه

مطالعه ی جریان سیال تراکم ناپذیر لزج، همراه با تغییرات سطح آزاد به دلیل گستردگی کاربرد صنعتی و مهندسی، همواره مورد توجه خاصی قرار گرفته است. چنین علمی در مهندسی آب و محیط زیست، کاربرد وسیعی دارد. اما تا به امروز چنین جریان‌هایی به جز حالت ساده تک بعدی، حل تحلیلی نداشته و تا اواسط دهه شصت میلادی، مدل‌های آزمایشگاهی مهم‌ترین ابزار مطالعه چنین جریان‌هایی محسوب می‌شدند. امروزه به دلیل رشد سریع پردازشگرها و توسعه ی مدل‌های عددی، مطالعه ی چنین جریان‌هایی با روش‌های عددی مورد توجه قرار گرفته است. در روش‌های عددی، برای مدل‌سازی جریان‌های سطح آزاد علاوه بر حل معادلات حاکم بر جریان سیال، باید موقعیت سطح آزاد جریان در هر مرحله از محاسبات تعیین و برای گام بعدی محاسبات، اصلاح شود. روش‌های مختلفی برای تعیین موقعیت و اصلاح سطح آزاد جریان، توسط پژوهشگران پیشنهاد شده است. اما در حالت کلی، تمامی روش‌های پیشنهادی را می‌توان به دو گروه عمده لاگرانژی و اولری طبقه بندی کرد [۱]. در روش لاگرانژی، اجزا همواره درون سیال قرار گرفته و تمام فضای داخل جزء از سیال مورد مطالعه، پر است. اجزا همراه با

جریان سیال حرکت می‌کنند و در اثر حرکت سیال، تغییر شکل می‌یابند. در صورت استفاده از این روش، شرایط مرزی سطح آزاد به صورت مستقیم روی سطح آزاد جریان سیال اعمال می‌شود و در هر مرحله از محاسبات، موقعیت سطح آزاد به صورت صریح مشخص می‌شود [۲]. لازم به ذکر است که روش لاگرانژی برای مسائل خاصی از جریان سیال سطح آزاد می‌تواند استفاده شود. در صورتی که تغییرشکل‌های بزرگی روی سطح آزاد جریان ایجاد شود و یا اجزا تغییرشکل زیادی داشته باشند، ممکن است ناپایداری عددی در مدل ایجاد شود. علاوه بر این، امکان افزایش تعداد اجزا در گام‌های محاسباتی وجود دارد که افزایش آنها، نیازمند شبکه‌بندی مجدد کل فضای مورد مطالعه است. این امر، پیچیدگی مطالعه با این روش را موجب خواهد شد [۳]. پژوهشگران برای حل مشکلات روش اجزای متحرک، استفاده از روش‌های دیگری مانند روش لاگرانژی-اولری یا روش اولری را پیشنهاد کرده‌اند [۴]. در صورت استفاده از روش اولری یا روش اجزای ثابت، فضای مورد مطالعه در ابتدای محاسبات شبکه بندی شده و تا انتهای محاسبات، بدون تغییر باقی می‌ماند. در این روش، حرکت سیال درون اجزای ثابت صورت می‌گیرد. استفاده از روش اجزای ثابت می‌تواند معایب روش اجزای متحرک را برطرف کرده و زمان محاسبات را کاهش دهد [۵]. اما روش

اجزای ثابت، خود دارای مشکلاتی در تعیین سطح آزاد جریان سیال است. از جمله این که در این روش، موقعیت سطح آزاد جریان سیال به صورت صریح تعیین نمی‌شود و باید از روش‌های مختلفی، برای تعیین موقعیت سطح آزاد جریان استفاده شود. مهم‌تر این که اجزای سطحی، در برگیرنده‌ی دو سیال گاز و مایع هستند که سطح آزاد، جدا کننده‌ی دو سیال از هم است. در این سطح به دلیل تغییرات زیاد خصوصیات سیال، معادلات حاکم بر جریان با ناپایداری عددی مواجه می‌شوند که باید با تدابیر عددی خاصی برطرف شوند [۵]. در روش اجزای ثابت، موقعیت سطح آزاد جریان سیال می‌تواند از روش‌های صریح همچون ذرات نشانگر سطح یا حجم و یا روش‌های ضمنی همچون کسری از حجم سیال تعیین شود [۶]. مزیت روش کسری از حجم سیال، سادگی آن نسبت به سایر روش‌های پیشنهادی است. برخی از روش‌ها، چنان پیچیده و مشکل‌اند که حتی در مسائل دو بعدی به سختی می‌توان از آنها استفاده کرد. روش کسری از حجم سیال، مانند روش ذرات نشانگر در هر گام محاسباتی نیاز به توزیع مجدد ندارد و مهم‌تر این که در تشکیل مجدد سطح مشترک سیال‌ها در داخل اجزا هیچ قید و شرط خاصی لازم نیست [۷]. در این روش، تابع اسکالری تعریف می‌شود که بیانگر میزان حجم سیال مرجع، داخل هر جزء است. به عبارت دیگر، مقدار تابع اسکالر داخل اجزای کاملاً انباشته شده از سیال مرجع برابر یک، داخل اجزای خالی از سیال مرجع، برابر صفر و در اجزای سطحی بین صفر و یک متغیر است. در ابتدای هر گام محاسباتی با حل معادله انتقال کمیت اسکالر، میزان حجم سیال مرجع در داخل اجزا محاسبه می‌شود که باید با استفاده از اطلاعات مقادیر حجم سیال مرجع در داخل هر جزء، موقعیت و چگونگی قرارگیری سطح جدا کننده تعیین شود. اما مقدار کمیت اسکالر محاسبه شده برای مقادیر حجم سیال مرجع، موقعیت و چگونگی قرارگیری سطح جدا کننده دو سیال گاز و مایع درون اجزا را به صورت صریح بازگو نمی‌کند و نیاز به روش خاصی برای تعیین موقعیت و

چگونگی قرارگیری سطح مشترک دو سیال، درون اجزاست. موقعیت‌های مختلفی از سطح مشترک دو سیال را می‌توان درون اجزا یافت که بیانگر میزان حجم سیال مرجع و چگونگی قرارگیری سطح مشترک سیال‌هاست، اما تنها یکی از موقعیت‌ها صحیح است و می‌تواند در گام‌های بعدی محاسبات، مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این، روش‌های مختلفی برای نمایش قرارگیری سطح مشترک دو سیال پیشنهاد شده است. به عنوان نمونه، در برخی مطالعات سطح مشترک دو سیال با خطوط قائم و افقی تخمین زده شده است [۸] و در برخی دیگر، از خطوط شیبدار برای تعیین موقعیت سطح مشترک استفاده شده است که روش دوم از دقت بیشتری نسبت به روش اول برخوردار است. به همین دلیل، امروزه در بسیاری از مدل‌سازی‌های جریان سیال از روش اخیر به صورت گسترده استفاده می‌شود [۷]. لازم به ذکر است که در صورت استفاده از روش کسری از حجم سیال، مواردی همچون نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی روی سطح مشترک سیال‌ها و تاثیر آنها بر نتایج حاصله، همچنین نحوه‌ی محاسبه پارامترهای سطح مشترک سیال‌ها همچون بردار هادی سطح مشترک سیال‌ها برای تعیین موقعیت چنین سطحی از اهمیت به‌سزایی برخوردار است، چرا که می‌توانند بر نتایج حاصله تاثیرگذار باشند و حتی منجر به ناپایداری عددی شوند. بر همین اساس، در این مقاله با توجه به اهمیت مدل‌سازی عددی جریان‌های سیال سطح آزاد، مدل عددی پیشنهاد شده است که معادلات در آن به صورت کامل در نظر گرفته شده‌اند. در این مدل، برای گسسته‌سازی معادلات، روش حجم محدود و برای محاسبه پارامترهای مجهول جریان سیال، روش تفکیک‌سازی روند حل معادلات<sup>۱</sup> انتخاب شده است. در مدل عددی پیشنهادی برای مدل‌سازی سطح آزاد، روش کسری از حجم سیال<sup>۲</sup> و برای تعیین موقعیت این سطح، از خطوط شیب‌دار استفاده شده است. همچنین در این مقاله، برای تعیین موقعیت و چگونگی قرارگیری سطح آزاد جریان سیال و پارامترهای سطح مذکور، روش جدیدی پیشنهاد شده

است که ترکیبی از روش کسری از حجم سیال و الگوریتم هوشمند ژنتیک است. در صورت استفاده از چنین روشی، دقت مسائل جریان سیال سطح آزاد افزایش یافته که مقایسه‌ی نتایج حاصل از مدل عددی شکست سد و حرکت جریان در کانال روباز پله‌ای با نتایج آزمایشگاهی بیانگر این مطلب است.

## ۲- معادلات حاکم بر جریان سیال

در این مقاله، سیال‌های مختلف (مایع و گاز) به عنوان مجموعه‌ی واحدی فرض شده است که معادلات حاکم بر جریان سیال در تمام نقاط مجموعه برقرار است و نیازی به مدل‌سازی عددی سیال‌ها به صورت مجزا از هم نیست. همچنین معادلات حاکم بر جریان سیال با فرض سیال تراکم‌ناپذیر، جریان گذرا و آشفته بر اساس فرمول بندی روش حجم محدود در نظر گرفته شده است. در حالت کلی، معادلات رینولدز حاکم بر جریان سیال در شکل انتگرالی به صورت زیر نوشته می‌شوند [۹]:

$$\oint_S \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \bar{\rho} \vec{V} dV + \oint_S \bar{\rho} \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{S}) = \int_V \bar{\rho} \vec{g} dV - \oint_S \bar{P} \vec{I} \cdot d\vec{S} + \oint_S \bar{\tau} \cdot d\vec{S} + \int_V \vec{F}_{st} dV \quad (2)$$

در معادلات فوق،  $\vec{V}$  بردار سرعت،  $V$  حجم جزء مورد مطالعه،  $S$  مساحت وجوه جزء،  $t$  بیانگر زمان،  $\bar{\rho}$  جرم حجمی سیال،  $P$  فشار،  $\bar{\tau}$  بردار تنش و  $\vec{g}$  شتاب جاذبه زمین است. نیروی کشش سطحی است که در معادله (۲) به صورت نیروی حجمی فرض شده است. نیروی مذکور تنها در اجزای سطحی در نظر گرفته خواهد شد که برای محاسبه‌ی آن، معادله (۳) پیشنهاد شده است [۱۰]:

$$\vec{F}_{st} = \sigma \cdot \kappa \cdot \delta_s \cdot \vec{n} \quad (3)$$

در این معادله،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی سیال،  $\vec{n}$  بردار واحد عمود بر سطح آزاد جریان و  $\delta_s$  دلتای کروئکر است که در

اجزای سطحی، برابر یک و در سایر اجزا برابر صفر در نظر گرفته خواهد شد. همچنین در این معادله،  $\kappa$  انحنای سطح آزاد جریان سیال را نشان می‌دهد که از معادله  $\kappa = -\nabla \cdot \vec{n}$  قابل محاسبه است [۱۰]. در معادله ممنت، برای محاسبه‌ی تنش رینولدز می‌توان از معادله زیر استفاده کرد:

$$\tau = \bar{\rho} \cdot \bar{\nu}_t (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

در این معادله،  $\bar{\nu}_t$  لزجت گردابی سیال است که برای محاسبه‌ی آن، می‌توان از معادلات ساده‌ی مدل جبری دو لایه‌ای پراتل استفاده کرد [۱۱]:

$$\bar{\nu}_t = l_m^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (5)$$

در مدل جبری دولایه‌ای پراتل،  $l_m$  طول اختلاط نامیده می‌شود که برای محاسبه‌ی آن، معادلات زیر پیشنهاد شده است [۱۱].

$$l_m = \begin{cases} k.z & k.z < 0.1H \\ 0.1H & k.z > 0.1H \end{cases} \quad (6)$$

در این معادلات،  $k$  عدد فون کارمن ( $\cong 0.41 k$ ) و  $H$  ارتفاع کلی جریان است. معادله دیگری که در مدل‌سازی جریان سیال سطح آزاد باید حل شود، معادله انتقال کمیت اسکالر است. معادله مذکور می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla f = 0 \quad (7)$$

$f$  نشان دهنده‌ی کمیت اسکالری است که درون اجزای کاملاً انباشته از سیال مورد نظر برابر یک، درون اجزای خالی از سیال مورد نظر، برابر صفر و در سایر اجزا (اجزای سطحی) بین یک و صفر متغیر است. لازم به ذکر است که در معادلات حاکم بر جریان سیال،  $\bar{\rho}$  و  $\vec{v}$  می‌توانند برای هر سیالی ثابت فرض شوند، اما در اجزای سطحی که دو سیال با مشخصات مختلف درون جزء قرار گرفته از معادلات زیر، مقادیر مناسبی برای کمیت‌های مذکور باید تعیین شود [۱۰]:

فشار اعمال شود [۱۵]. شرط مذکور بیانگر آن است که در غیاب تنش‌های بیرونی وارد شونده بر سطح آزاد جریان سیال، مقادیر تنش‌های قائم و مماسی بر آن سطح باید صفر باشند:

$$-P + 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial n} = -P_0 + \sigma\kappa \quad (9)$$

$$\mu \left( \frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{\partial u_t}{\partial n} \right) = 0 \quad (10)$$

معادله (۹) شرط مرزی فشار و معادله (۱۰) شرط مرزی سرعت روی سطح آزاد جریان سیال است.  $u_n$  و  $u_t$  به ترتیب بیانگر سرعت مماسی و سرعت عمودی روی سطح آزاد جریان سیال و  $P_0$  فشار اتمسفر است.

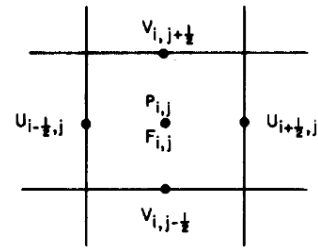
## ۲-۲- گسسته سازی معادلات حاکم بر جریان سیال

در مطالعه‌ی حاضر برای گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال از روش حجم محدود استفاده شده است. حجم محدود کاربرد وسیعی در گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل دارد، چرا که در شرایط هندسی پیچیده به راحتی می‌توان از آن استفاده کرد و نسبت به سایر روش‌ها، کاربرد ساده‌ای دارد [۱۶]. برای حل معادلات با روش‌های عددی، ابتدا محدوده‌ی مورد مطالعه با اجزای ریزی شبکه بندی می‌شود. برای شبکه‌بندی محدوده‌ی مورد مطالعه در مدل عددی حاضر و تعریف موقعیت قرارگیری متغیرها، از شبکه جابه‌جا شده و اجزای چهارگرمی استفاده شده است. در شبکه‌بندی انجام شده، کمیت‌های اسکالر در مرکز و کمیت‌های برداری در اضلاع اجزا تعریف شده‌اند [۱۷]. در شکل (۱) نمونه‌ای از شبکه‌بندی جابه‌جا شده نمایش داده شده است.

با شبکه‌بندی میدان مورد مطالعه، معادلات انتگرالی حاکم بر جریان سیال بر روی تمامی اجزای شبکه گسسته می‌شوند. در حالت کلی، شکل گسسته شده‌ی جملات مختلف معادله ممنت را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_I} \bar{\rho} \bar{V} dV = \bar{\rho}_I \cdot \nabla_I \cdot \frac{\bar{V}_I^{n+1} - \bar{V}_I^n}{\Delta t} \quad (11)$$

$\nabla_I$  نشان دهنده‌ی حجم جزء  $I$  در شبکه و  $\bar{V}_I^n$  و  $\bar{V}_I^{n+1}$  به ترتیب بردار سرعت در جزء مورد نظر در گام زمانی جدید و



شکل ۱- موقعیت متغیرهای جریان سیال بر روی شبکه جابه‌جا شده در حالت دو بعدی

$$\bar{\rho} = \rho_1 f + \rho_2 (1-f) \quad (8)$$

$$\bar{v} = v_1 f + v_2 (1-f)$$

در این معادلات  $\rho_1, \rho_2$  و  $v_1, v_2$  به ترتیب جرم حجمی و لزجت دو سیال (مایع و گاز) را نشان می‌دهند.

## ۲-۱- شرایط مرزی برای حل معادلات جریان سیال

مرز ورودی و خروجی جریان، دیوارها، بستر و سطح آزاد جریان سیال، از جمله شرایط مرزی‌اند که برای مدل سازی عددی، نیاز به تعریف دقیق آنهاست. در مرز ورودی، تمامی متغیرها از جمله سرعت و فشار مقادیر معلومی فرض می‌شوند که مقادیر متغیرها از نتایج آزمایشگاهی یا داده‌های میدانی استخراج می‌شوند [۱۲]. در مرز خروجی، می‌توان فرض عدم تغییرات متغیرهای جریان در جهت عمود بر مرز را استفاده کرد. به عبارت دیگر، معادله  $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$  برای تمامی متغیرها در مرز خروجی می‌تواند استفاده شود [۱۳]. چنین تعریفی از مرز خروجی چندان دقیق به نظر نمی‌رسد اما با این تعریف، ناپایداری عددی در مدل ایجاد نخواهد شد و با قرار دادن مرز خروجی جریان، دور از محل مورد مطالعه می‌توان اثر مرز مذکور را بر نتایج حاصله از مدل عددی کاهش داد. در دیوارها و بستر می‌توان شرط عدم لغزش جریان را به کار برد، یعنی سرعت به موازات دیوارها و عمود بر دیوارها صفر در نظر گرفته خواهد شد [۱۴]. در سطح آزاد جریان سیال که محل تماس سیال‌های مختلف از هم است، باید شرط پیوستگی تنش‌های مماسی و قائم برای متغیرهای سرعت و

گام زمانی قبلی است. لازم به ذکر است که در تعریف فوق، بسته به جهت معادله ممنتم، موقعیت و حجم جزء I تغییر خواهد کرد. در این مقاله جمله همرفتی معادله ممنتم، به صورت زیر گسسته شده است:

$$\int_S \bar{\rho} \bar{V} (\bar{V} \cdot d\bar{S}) = \sum \bar{\rho}_j \bar{V}_j (\bar{V}_j \cdot \hat{n}) S_j \quad (12)$$

S<sub>j</sub> نشان دهنده‌ی سطح مقطع،  $\bar{V}_j$  بردار سرعت و  $\hat{n}$  بردار یکه عمود بر سطح مقطع زام جزء I را نشان می‌دهد. در این مقاله عبارت تنش و نیروهای حجمی در طرف دوم معادله به صورت زیر گسسته شده است:

$$\int_S \bar{\tau} \cdot d\bar{S} = \sum (\mu \cdot S \cdot \nabla \bar{V} \cdot \hat{n})_j \quad (13)$$

$$\int_V \bar{\rho} \cdot \bar{g} dV = (\bar{\rho} \cdot \bar{g} \cdot \nabla)_j \quad (14)$$

با گسسته سازی معادلات ممنتم و پیوستگی در تمام اجزا، لازم است از روش‌های تکراری یا روش تفکیک روند حل معادلات، برای استخراج متغیرهای جریان سیال استفاده کرد. در این مقاله، روش تفکیک روند حل معادلات برای تعیین متغیرهای جریان سیال استفاده شده است. بدین ترتیب که در گام اول محاسبه، معادلات ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن جمله فشار در کل میدان محاسباتی گسسته و حل شوند [۱۸]:

$$\frac{\bar{\rho}^{n+1} \bar{V}^* - \bar{\rho}^n \bar{V}^n}{\Delta t} \nabla = \left( \int_V \bar{\rho} \bar{g} dV + \int_S \bar{\tau} \cdot d\bar{S} - \int_S \bar{\rho} \bar{V} (\bar{V} \cdot d\bar{S}) \right)^n \quad (15)$$

مقادیر سرعت استخراج شده  $\bar{V}^*$  از معادله (۱۵) در معادله پیوستگی صدق نخواهد کرد و لازم است، مقادیر فوق اصلاح شوند. اصلاح مقادیر فوق با افزودن جمله فشار به معادله (۱۵) امکانپذیر است:

$$\frac{\bar{\rho}^{n+1} \bar{V}^{n+1} - \bar{\rho}^{n+1} \bar{V}^*}{\Delta t} \nabla = \left( - \int_S P I \cdot d\bar{S} \right)^{n+1} \quad (16)$$

$\sum \bar{V}^{n+1} \cdot \bar{S} = 0$   
چون مقادیر فشار ( $P^{n+1}$ ) در زمان  $t + \Delta t$  در دسترس نیستند، می‌توان با دیورژانس گرفتن از معادله (۱۶) و با توجه به این که سرعت‌ها در گام زمانی جدید باید در معادله

پیوستگی صدق کند، معادله‌ای برای تعیین فشار استخراج کرد. معادله مذکور، معادله تصحیح فشار یا معادله پواسون نامیده می‌شود [۱۸]:

$$\nabla P \cdot \bar{S} = \frac{\bar{\rho}^{n+1}}{\Delta t} \nabla \cdot \bar{V}^* \quad (17)$$

با محاسبه‌ی فشار از رابطه بالا، می‌توان سرعت‌ها در زمان جدید را از معادله (۱۶) محاسبه کرد.

### ۳- مدل سازی سطح آزاد جریان سیال

با حل معادلات ناویر-استوکس و معادله پیوستگی بر روی شبکه جابه‌جا شده، سرعت و فشار در نقاط مختلف جریان سیال استخراج خواهد شد که سرعت‌ها در اضلاع و فشار در مرکز اجزا به صورت متمرکز نمایش داده می‌شوند. با داشتن چنین اطلاعاتی، گسسته سازی معادله انتقال کمیت اسکالر برای تعیین میزان حجم سیال مورد نظر درون تمامی اجزا امکانپذیر است. اما کمیت اسکالر میزان حجم سیال مورد نظر، برای جزء تعریف می‌شود و به صورت متمرکز در مرکز یا اضلاع اجزا قابل استفاده نیست. این موضوع بیانگر آن است که بر خلاف معادلات جریان سیال، حل معادله انتقال کمیت اسکالر نیاز به روش خاصی دارد [۲]. به همین دلیل در این مقاله، گسسته سازی معادله انتقال کمیت اسکالر برای حل و تعیین موقعیت سطح آزاد سیال بر مبنای شارهای ورودی و خروجی جریان سیال از سطوح اجزای ثابت و بر اساس طرح اجزای دهنده و گیرنده انجام شده است. بدین ترتیب که با محاسبه‌ی شارهای ورودی و خروجی از سطوح اجزا در جهات مختلف محورهای مختصات، مقدار جدید حجم سیال درون آنها محاسبه و با استفاده از مقادیر جدید حجم سیال داخل اجزا، موقعیت جدید صفحه جداکننده سیال‌ها از هم تعیین شده است. توسط محققان، روش‌های مختلفی برای تعیین موقعیت صفحه جداکننده سیال‌ها از هم پیشنهاد شده است. در این مقاله، روش جدیدی ارائه می‌شود که در ادامه به آن اشاره شده است.

افق برای جزء واقع شده در مکان  $(i, j)$  به صورت زیر نوشته شده است:

$$f'_{i,j} = \frac{f_{i,j}^{old} \cdot \nabla'_{i,j} - F_{i+1/2,j} + F_{i-1/2,j}}{\nabla'_{i,j}} \quad (19)$$

$$\nabla'_{i,j} = \nabla_{i,j} - (u_{i+1/2,j}^n \cdot S_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}^n \cdot S_{i-1/2,j}) \cdot \Delta t \quad (20)$$

$F_{i-1/2,j}$  و  $F_{i+1/2,j}$  نشان دهنده شارهای ورودی و خروجی از سطوح واقع شده در مکان  $(i+1/2, j)$  و  $(i-1/2, j)$  جزء  $(i, j)$  هستند. با محاسبه میزبان جدید حجم سیال  $(f'_{i,j})$ ، موقعیت جدید سطح جداکننده سیالها درون اجزا تشکیل شده و معادله برای جهت بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

برای قائم نیز معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_{i,j}^{new} = \frac{f'_{i,j} \cdot \nabla'_{i,j} - F_{i,j+1/2} + F_{i,j-1/2}}{\nabla'_{i,j}} \quad (21)$$

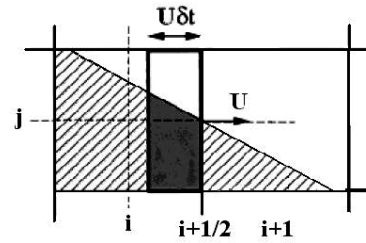
که در آن  $F_{i,j+1/2}$  و  $F_{i,j-1/2}$  نشان دهنده شارهای ورودی و خروجی از سطوح واقع شده در مکان  $(i, j+1/2)$  و  $(i, j-1/2)$  جزء مذکورند.

در معادلات فوق، برای محاسبه شارهای ورودی و خروجی از سطوح اجزا در هر گام زمانی، ابتدا باید کل شارهای ورودی و خروجی از جزء مورد نظر محاسبه و سپس از روی کل شارهای محاسبه شده، مقدار شار ورودی و خروجی از سیال مورد مطالعه محاسبه شود. در شکل (۲) نحوه محاسبه شارهای ورودی و خروجی برای جزء مورد مطالعه نشان داده شده است که به راحتی می‌توان از روابط هندسی برای انواع شکل اجزا، شارهای ورودی و خروجی را محاسبه کرد. استفاده از معادلات فوق برای تعیین میزان حجم سیال داخل اجزا موجب شده است، مقدار کمیت  $f_i^{new}$  همواره بین صفر و یک قرار گیرد و پایداری مدل عددی افزایش یابد.

### ۲-۳- محاسبه بردار یکه و مقدار ثابت سطح

#### جداکننده‌ها

چنان‌که در بخش قبل اشاره شد با محاسبه میزبان حجم



شکل ۲- نحوه محاسبه شارهای ورودی و خروجی از سطوح اجزا در حالت دو بعدی

### ۳-۱- انتقال سیال از سطوح اجزا و محاسبه پارامتری از حجم سیال $(f)$ در گام زمانی جدید

برای تعیین موقعیت جدید سطح آزاد جریان در هر گام زمانی، باید شارهای ورودی و خروجی جریان سیال از سطوح اجزا محاسبه شوند تا میزان جدید حجم سیال داخل اجزای تعیین شود. در روش کسری از حجم سیال، کمیت اسکالر  $f$  در معادله (۷) در اجزای سطحی تغییرات زیادی خواهد داشت. بنابراین، لازم است حل معادله مذکور با تکنیک‌های خاصی انجام شود تا ناپایداری عددی در سطح آزاد ایجاد نشود. به همین دلیل در بیشتر موارد از راه حل هندسی برای تعیین شارهای ورودی و خروجی سیال از سطوح اجزا و موقعیت جدید سطح آزاد استفاده شده است [۱۹]. انتگرال‌گیری از معادله انتقال برای تمامی اجزا منجر به معادله زیر خواهد شد:

$$f_i^{new} = f_i^{old} + \frac{\Delta t}{\nabla_i} \left( -\sum_j (f_j u \cdot n) S_j \right) \quad (18)$$

$J$  بیانگر تعداد سطوح اجزا،  $f_i^{old}$  و  $f_i^{new}$  میزان حجم سیال داخل اجزا در گام زمانی جدید و قبلی و عبارت سمت راست معادله فوق، شارهای ورودی و خروجی از سطوح اجزا را نشان می‌دهند. در این مقاله، برای حل معادله (۱۸) و تعیین مقدار جدید حجم سیال در داخل اجزا  $(f_i^{new})$ ، معادله فوق در جهات مختلف محورهای مختصات به صورت جداگانه گسسته شده است. به عنوان نمونه، رابطه فوق در جهت محور

سیال مورد نظر درون اجزا ( $f_i^{new}$ )، باید موقعیت قرارگیری سطح جدا کننده سیال‌ها درون اجزا تعیین شود. به منظور تعیین موقعیت سطح مذکور با خطوط شیب‌دار، لازم است معادله سطح برای هر جزء تشکیل شود. در این مقاله، معادله سطح آزاد جریان سیال در دستگاه مختصات دکارتی با معادله زیر مدل سازی شده است:

$$n_{i,j}^x x + n_{i,j}^y y = \alpha \quad (22)$$

که در آن  $n_{i,j}^x$ ،  $n_{i,j}^y$  نشان دهنده مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح جدا کننده سیال‌ها در جزء ( $i, j$ ) و  $\alpha$  ثابت صفحه است که برای تعریف سطح جداکننده سیال‌ها لازم است، مقادیر پارامترهای مذکور محاسبه شوند. برای محاسبه مولفه‌های بردار یکه عمود از روی مقادیر میزان حجم سیال درون اجزا، می‌توان از معادله زیر استفاده کرد [20-22]:

$$\vec{n} = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \quad (23)$$

برای حل معادله (23) و تعیین مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان سیال، کافی است معادله مذکور به روش تفاضلات محدود برای تمامی اجزا گسسته‌سازی شده تا از روی میزان حجم سیال در اجزای مجاور، مولفه‌های بردار یکه جزء مورد نظر تعیین شود. برای افزایش دقت بردار یکه محاسبه شده برای اجزا، ابتدا معادله (23) برای تمامی گره‌های جزء مورد نظر محاسبه می‌شود و در نهایت، متوسط مقادیر محاسبه شده برای گره‌ها، بردار یکه جزء را به دست خواهد داد [23]. در این بررسی برای تخمین اولیه از بردار یکه اجزا، از معادله زیر استفاده شده است:

$$n_{i+1/2, j+1/2}^x = \frac{1}{2\Delta x} (f_{i+1, j} - f_{i, j} + f_{i+1, j+1} - f_{i, j+1})$$

$$n_{i+1/2, j+1/2}^y = \frac{1}{2\Delta y} (f_{i, j+1} - f_{i, j} + f_{i+1, j+1} - f_{i+1, j}) \quad (24)$$

$$n_{i, j} = \frac{1}{4} (n_{i+1/2, j+1/2} + n_{i+1/2, j-1/2} + n_{i-1/2, j+1/2} + n_{i-1/2, j-1/2})$$

با محاسبه مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان، لازم است ثابت صفحه ( $\alpha$ ) محاسبه شود. برای محاسبه

شارهای وروی و خروجی از وجوه اجزاء و برقراری معادله پیوستگی، مقدار ثابت صفحه باید به صورت دقیق تعیین شود. برای تعیین ضریب مذکور، کافی است حجم جدا شده از جزء توسط صفحه جداکننده سیال‌ها با کسری از حجم سیال محاسبه شده از معادله انتقال کمیت اسکالر برابر شود. به عبارت دیگر، باید معادله زیر برای تعیین ضریب ثابت صفحه حل شود:

$$\text{Vol}(\alpha) = f_{i,j} \times \forall_{i,j} \quad (25)$$

در این معادله،  $\text{Vol}(\alpha)$  بیانگر حجم سیال درون جزء،  $\forall_{i,j}$  حجم کلی جزء مورد مطالعه و  $f_{i,j}$  درصد میزان حجم سیال مورد نظر را درون جزء مورد مطالعه نشان می‌دهد.  $f_{i,j}$  از حل معادله انتقال کمیت اسکالر محاسبه می‌شود که با ضرب در حجم کلی اجزا، حجم سیال درون اجزا را نشان می‌دهد. معادله (25) با تکنیک‌های مختلفی قابل حل است. در برخی مقالات، رابطه‌ی هندسی بین کسری از حجم سیال با ضریب ثابت صفحه استخراج شده است [24]. در صورت استفاده از چنین روابطی بر پیچیدگی حل مسائل جریان سیال با سطح آزاد افزوده شده و مهم‌تر این‌که چنین روابطی را نمی‌توان برای انواع اجزا به راحتی استخراج کرد. به همین دلیل در بسیاری از موارد برای حل معادله فوق و تعیین ضریب ثابت صفحه از روش‌های تکراری استفاده شده است [19]. روش‌های تکراری نیوتن و برنت از نمونه چنین روش‌هایی برای حل معادلات غیرخطی‌اند. در این مقاله از روش‌های تکراری هوشمند برای حل معادله فوق و تعیین ضریب ثابت سطح جداکننده سیال‌ها استفاده شده است.

#### ۴- روش جدید تعیین موقعیت سطح آزاد جریان سیال

در بخش‌های قبل، روش‌های متداول تعیین مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان سیال و ثابت صفحه جداکننده سیال‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در روش‌های



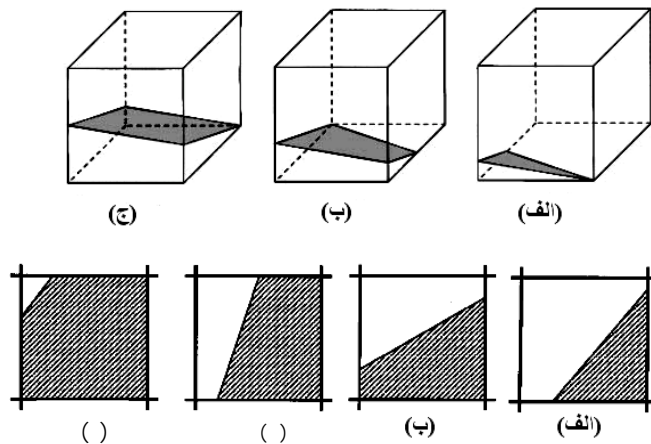
مذکور، بردار یکه عمود بر صفحه به صورت مستقیم از مقادیر حجم سیال در جزء مورد نظر و اجزای مجاور تعیین و با استفاده از روش‌های تکراری و سعی و خطا، مقدار مناسبی برای ثابت صفحه با حل معادله (۲۵) استخراج می‌شد. اما لازم به ذکر است که استفاده مستقیم از مقادیر کسری از حجم سیال (f) برای محاسبه بردار عمود بر فصل مشترک سیال‌ها در عین سادگی، منجر به نتایج ضعیفی خواهد شد و ناپایداری عددی را در مدل ایجاد خواهد کرد. چرا که با کوچک شدن ابعاد اجزا ( $\Delta x, \Delta y$ ) و با فهم این که مقدار سیال مورد نظر درون اجزا در هر گام محاسباتی مقدار ثابتی است، معادلات (۲۳) و (۲۴) اعداد غیر قابل قبولی برای بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان محاسبه خواهند کرد. به همین دلیل، در برخی مدل‌سازی‌های عددی به جای استفاده مستقیم از مقادیر کسری از حجم سیال از مقادیر اصلاح شده، برای تعیین بردار یکه عمودی و کاهش خطای مدل عددی استفاده شده است [۲۱] و در برخی دیگر از مطالعات، روابط متفاوت دیگری پیشنهاد شده است که در بیشتر مواقع، روابط پیشنهادی پیچیدگی حل مسائل جریان سیال را موجب شده است [۷]. بنابراین در این مقاله، استفاده از روابط ساده معادلات (۲۳) و (۲۴) برای تعیین مولفه‌های بردار عمودی مد نظر قرار گرفته است. اما لازم است با تکنیک‌های خاصی، مقادیر استخراج شده برای پارامترهای صفحه جداکننده سیال‌ها از دقت بالایی برخوردار باشند. به دلیل این که، محاسبه‌ی دقیق بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان سیال برای تعیین موقعیت قرارگیری سطح جداکننده سیال‌ها از اهمیت به سزایی برخوردار است. مهم‌تر این که، محاسبات بعدی برای حل معادلات جریان سیال به دقت محاسبه پارامترهای مذکور بستگی دارند. به دلایل فوق برای حل معادله انتقال کمیت اسکالر (معادله ۷) در روش کسری از حجم سیال و تعیین مقدار حجم سیال در داخل اجزا با کم‌ترین ناپایداری عددی، الگوریتم جدیدی برای تعیین موقعیت سطح آزاد جریان سیال پیشنهاد شده است. الگوریتم جدید، ترکیبی از روش‌های

پیشن کسری از حجم سیال با الگوریتم هوشمند ژنتیک است که از سادگی، کارایی و دقت بالایی برخوردار است و بدون نیاز به سایر روش‌های تکراری یا تحلیلی، ثابت صفحه و مولفه‌های بردار یکه عمودی را محاسبه می‌کند. جزئیات روش جدید در بخش‌های بعدی مقاله ارائه شده است.

#### ۴-۱- معرفی الگوریتم ژنتیک در حل معادلات

##### غیر خطی

الگوریتم ژنتیک، جستجوگر هوشمند ریاضی است که بر مبنای انتخاب تصادفی و فرایندهای طبیعی ژنتیکی بنا شده است [۲۵]. در این الگوریتم، جستجوی تصادفی در محدوده‌ی انتخاب شده، منجر به تعیین جواب بهینه معادلات ریاضی خواهد شد. گرچه الگوریتم ژنتیک بر مبنای جستجوی تصادفی به تعیین جواب بهینه می‌پردازد، اما برای رسیدن به جواب بهینه از اطلاعات مراحل قبلی استفاده می‌کند. تعیین جواب بهینه معادلات غیرخطی ناپیوسته، عدم نیاز به مشتق‌گیری، تعیین جواب بهینه کلی و عدم توقف الگوریتم در جواب بهینه موضعی، از جمله مزایای الگوریتم ژنتیک‌اند. در این الگوریتم، برای تعیین جواب بهینه معادلات، اعدادی در محدوده‌ی مورد بررسی به صورت تصادفی ایجاد می‌شوند که در بیشتر کاربردها، اعداد تصادفی تولیدی، به شکل کدهای باینری نوشته می‌شوند که اصطلاحاً کروموزم نامیده می‌شوند. ارزش عددی هر کروموزم در تابع هدف مسئله مورد نظر، سنجیده شده و از روی آن، اعداد بعدی تشکیل می‌شوند. به دلیل حضور جواب‌های بهینه‌ی مراحل قبلی در گام مطالعاتی جدید، الگوریتم به صورت هدفمند به سمت جواب بهینه هدایت می‌شود. الگوریتم ژنتیک برای ایجاد اعداد تصادفی و هدایت آنها به سمت جواب بهینه از چهار عملگر اصلی شامل، انتخاب<sup>۳</sup> اعداد برتر از بین اعداد تصادفی ایجاد شده، تکثیر<sup>۴</sup> اعداد برتر در گام‌های بعدی محاسبات، جهش<sup>۵</sup> اعداد تولیدی برای عدم توقف الگوریتم در جواب بهینه موضعی و ورود<sup>۶</sup> عدد برتر به صورت مستقیم



شکل ۳- نمونه‌هایی از موقعیت سطح جداکننده دو سیال در حالت دوبعدی و سه بعدی

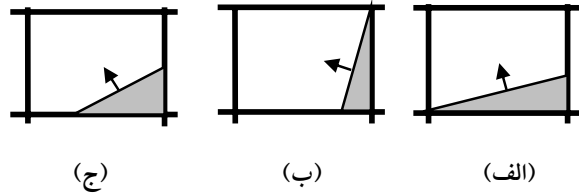
محدوده‌ی مورد بررسی در طی تکرار الگوریتم می‌شود.

#### ۲-۴- روش جدید تعیین مولفه‌های بردار یکه و مقدار

##### ثابت سطح جداکننده سیال‌ها

در این مقاله با ترکیب روش‌های پیشین و الگوریتم هوشمند ژنتیک، روش جدیدی برای تعیین بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان و مقدار ثابت سطح جداکننده سیال‌ها پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی، لازم است مقادیر اولیه‌ای برای پارامترهای مورد نظر تخمین زده شود. تخمین اولیه مناسب از پارامترهای مورد مطالعه، افزایش سرعت حل معادلات، تعیین سریع جواب بهینه و کاهش زمان محاسبات را باعث می‌شود. در این پژوهش برای جهت استخراج مقادیر اولیه مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان، از روابط ساده (۲۳) و (۲۴) استفاده شده است. با محاسبه مقادیر اولیه، شکل تقریبی سطح آزاد جریان سیال استخراج می‌شود. مقادیر اولیه محاسبه شده، تنها برای افزایش سرعت حل معادلات و کاهش گام‌های تکراری در نظر گرفته شده است که در گام‌های بعدی، توسط الگوریتم ژنتیک اصلاح می‌شوند. در شکل (۳) نمونه‌هایی از موقعیت قرارگیری سطح آزاد در حالت دو بعدی و سه بعدی نشان داده شده است [۲۶ و ۲۷].

بین اعداد ایجاد شده در گام محاسباتی جدید استفاده می‌کند [۲۵]. لازم به ذکر است که مبنای انتخاب عدد برتر بین اعداد تولیدی، میزان خطایی است که اعداد در تابع هدف ایجاد می‌کنند. تمام اعداد تصادفی ایجاد شده به شکل کدهای باینری، حاوی اطلاعاتی از پارامترهای مورد بررسی‌اند. با اجرای عمل تکثیر کروموزوم‌ها، این اطلاعات از کروموزومی به سایر کروموزوم‌ها منتقل می‌شود و به این ترتیب از اطلاعات مراحل قبلی، برای ایجاد اعداد جدید و محاسبه‌ی هوشمند جواب بهینه استفاده می‌شود. عملگر جهش را می‌توان تغییرات تصادفی ایجادی در کروموزوم‌ها تعریف کرد. با این عمل، محدوده مورد بررسی از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل شده و عدم توقف الگوریتم در نقاط بهینه موضعی را موجب می‌شود. برای تعیین جواب بهینه معادلات، لازم است الگوریتم ژنتیک مراحل فوق را چندین بار تکرار کند و در هر تکرار، بین اعداد ایجاد شده عدد برتر را انتخاب کند. عدد برتر انتخاب شده به صورت مستقیم در مرحله جدید وارد محاسبات خواهد شد. این عمل برای محدود کردن فضای جستجو، افزایش سرعت عمل الگوریتم ژنتیک جهت حرکت به سمت جواب بهینه و کاهش خطا در مراحل بررسی تابع هدف، ضروری است. عمل کپی عکس عمل جهش است که موجب کوچک شدن



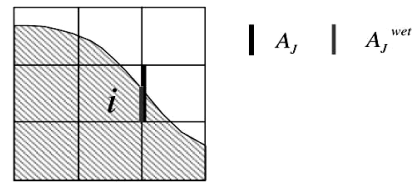
شکل ۴- تعریف محدوده‌ی تغییرات بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان سیال

چنانچه شکل‌های فوق نشان می‌دهند، خط و صفحه جداکننده سیال‌ها هر جزء را به قسمت‌هایی تقسیم می‌کند که هر قسمتی، در برگرفته مقدار معینی از سیال با مشخصات فیزیکی مختلف است که لازم است در حل معادلات جریان سیال، حجم سیال‌ها و موقعیت قرارگیری آن‌ها نسبت به هم با دقت کافی تعیین شده باشد. همچنین برای جزء دو بعدی نشان داده شده، چهار حالت مختلف قرارگیری سطح آزاد جریان سیال با دوران جزء، حول محورهای خود می‌توان تصور شد که در شکل فوق تمامی حالات سطح آزاد، نمایش داده شده است. با دقت در شکل‌های فوق، می‌توان استنباط کرد که عبور خط جداکننده سیال‌ها از یک جزء، موقعیت جدیدی از خط یا صفحه جداکننده را توصیف می‌کند. بر اساس مطالب فوق، الگوریتم جدید به تعیین موقعیت فصل مشترک سیال‌ها اقدام می‌کند. لازم به ذکر است که در روش جدید پیشنهادی، نیازی به تعیین موقعیت‌های مختلف سطح آزاد جریان سیال نیست و الگوریتم ژنتیک، موقعیت دقیق قرارگیری سطح آزاد جریان سیال را تعیین خواهد کرد و فقط لازم است در ابتدای محاسبات، محدوده‌ی فضای جستجویی برای پارامترهای مورد نظر تعریف شود تا الگوریتم ژنتیک در محدوده‌ی تعریف شده، اقدام به تولید اعداد تصادفی و تعیین جواب بهینه کند. در شکل (۴) چگونگی تعریف فضای جستجوی مولفه‌های بردار یکه عمودی، برای جزء دو بعدی نمایش داده شده است. در جزء مورد مطالعه، موقعیت اولیه سطح آزاد سیال از روابط اشاره شده در قسمت‌های قبلی

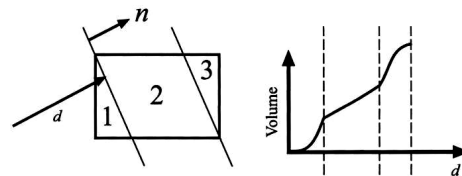
استخراج شده است. برای توضیح روش جدید پیشنهادی، فرض شده است که روابط اولیه، بیانگر آن است که سطح آزاد جریان سیال در جزء مذکور در موقعیت شکل (۴- الف) قرار گرفته است.

برای تعریف محدوده‌ی جستجو، باید موقعیت اولیه سطح آزاد جریان سیال به نحوی تغییر یابد که مقدار حجم سیال داخل جزء، برابر با مقدار محاسبه شده توسط تابع کسری از حجم سیال باشد. مهم‌تر این که، سطح تغییر یافته باید همواره در محدوده‌ی موقعیت تخمینی قرار گرفته باشد و حداکثر تغییرات سطح آزاد اولیه، ابتدا و انتهای موقعیت مذکور را نمایش دهد. چنانکه قبلاً اشاره شد عبور سطح جدا کننده از گره‌های جزء، موقعیت جدیدی از سطح آزاد جریان را تعریف خواهد کرد. شکل‌های (۴- ب) و (۴- ج) حداقل و حداکثر فضای قابل جستجو برای موقعیت سطح آزاد شکل (۴- الف) را نشان می‌دهند. در شکل‌های بالا، حجم سیال در هر سه، مقدار یکسانی است و تنها مقدار مولفه‌های بردار یکه در آنها متفاوت است. لازم به ذکر است که در محدوده‌ی تعریف شده برای سطح آزاد جریان سیال، امکان دارد الگوریتم ژنتیک موقعیت‌های مختلفی مشخص کند که میزان حجم سیال در آنها برابر با مقدار استخراج شده از معادله کسری از حجم سیال باشد، اما سطح واقعی جریان سیال نباشد. برای محدود کردن فضای جستجوی الگوریتم ژنتیک و انتخاب موقعیت بهینه سطح آزاد جریان، استفاده از اطلاعات اجزای مجاور تنها راه حل مسئله مورد نظر است که می‌تواند الگوریتم هوشمند ژنتیک را به سمت جواب بهینه هدایت کند. استفاده از اطلاعات اجزای مجاور که درون آنها موقعیت دقیق سطح آزاد محاسبه شده است، علاوه بر محدود کردن فضای جستجوی الگوریتم، پیوستگی سطح آزاد اجزای را موجب می‌شوند. مهم‌تر این که، موجب افزایش پایداری عددی سطح آزاد جریان سیال خواهند شد. بدین ترتیب برای سطوح اجزا نیز تابع کسری از حجم سیال سطوح، تعریف شده که باید در جزء مورد مطالعه صدق

در این موارد، استفاده از روش‌های تکراری بهترین گزینه برای تعیین پارامتر مجهول‌اند. به همین دلیل در این مقاله برای تعیین پارامتر مذکور از الگوریتم هوشمند ژنتیک استفاده شده است. برای تعیین محدوده‌ی جستجوی الگوریتم ژنتیک کافی است سطح اولیه تخمینی، کل فضای جزء را جاروب کرده تا از معادله (۲۵) حداقل و حداکثر مقدار ثابت صفحه استخراج شود. در این محدوده، الگوریتم به تعیین جواب بهینه اقدام خواهد کرد.



شکل ۵- تعریف تابع کسری از حجم سیال در سطوح اجزا



شکل ۶- تعریف محدوده‌ی تغییرات ثابت صفحه

## ۵- ارزیابی روش جدید مدل عددی سطح آزاد جریان سیال

به منظور ارزیابی دقت و صحت روش جدید پیشنهادی، مسئله‌ی شکست سد و جریان سیال در کانال روباز پله‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. مسائل مذکور به عنوان مبنای ارزیابی مدل عددی بسیاری از پژوهشگران مورد استفاده قرار گرفته است. برای مسئله‌ی شکست سد، می‌توان نتایج آزمایشگاهی مقاله‌های [۲۸ و ۲۹] و نتایج مدل عددی مقاله [۳۰] را مورد مطالعه قرار داد. جریان سیال در کانال پله‌ای در مقاله‌های [۳۱ و ۳۲] مورد مطالعه قرار گرفته است.

### ۵-۱- مسئله شکست سد

در بسیاری از مدل‌سازی‌های عددی، مسئله‌ی شکست سد به دلیل سادگی شکل هندسی و در دسترس بودن نتایج آزمایشگاهی و عددی، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. موضوع مدل‌سازی عددی شکست سد، می‌تواند مدل عددی پیشنهادی را به صورت دقیق مورد ارزیابی و سنجش قرار دهد. چرا که دو حالت پیشروی سیال در طول مسیر و پایین آمدگی سطح آزاد جریان همزمان اتفاق می‌افتد. به همین دلیل، مسئله‌ی شکست سد به عنوان اولین مثال، برای ارزیابی دقت مدل عددی پیشنهادی در این مقاله، مورد توجه قرار گرفته است. مشخصات هندسی مسئله‌ی

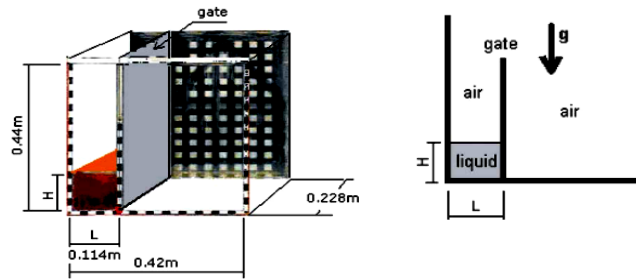
کند. در شکل (۵) چگونگی تعریف تابع کسری از حجم سیال برای سطوح اجزا نشان داده شده است.

برای تعریف تابع کسری از حجم سیال برای سطوح اجزا رابطه زیر پیشنهاد شده است:

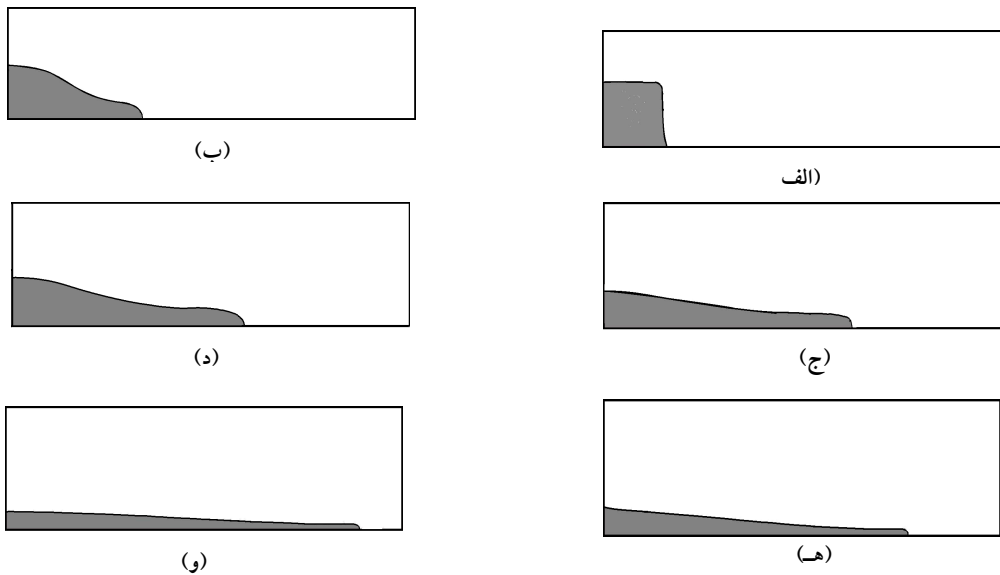
$$f_{S_j} = \frac{S_j^{wet}}{S_j} \quad (26)$$

در این رابطه  $f_{S_j}$  کسری از حجم سیال در وجه  $S_j$  جزء،  $S_j^{wet}$  مساحتی از وجه  $S_j$  که توسط سیال مورد مطالعه پوشانده شده و  $S_j$  مساحت کلی وجه مورد نظر است. پارامتر دیگری که در تعیین موقعیت سطح آزاد جریان سیال باید با دقت کافی تعیین شود، ثابت صفحه یا خط است. در این پژوهش برای تعیین مقدار ثابت خط یا صفحه همانند پارامترهای مجهول دیگر، از الگوریتم هوشمند ژنتیک استفاده شده است. بدین ترتیب که با تعریف محدوده‌ی جستجو، عدد بهینه‌ای برای پارامتر مذکور استخراج خواهد شد. شکل (۶) نحوه‌ی تعیین فضای جستجوی ضریب ثابت فصل مشترک سیال‌ها را توصیف می‌کند.

در این شکل، ارتباط بین ضریب ثابت فصل مشترک سیال‌ها و حجم جدا شده از جزء توسط سطح آزاد جریان نشان داده شده است. شکل، نشان دهنده ارتباط غیر خطی بین حجم جدا شده و ضریب ثابت فصل مشترک سیال‌هاست که



شکل ۷- مسئله‌ی شکست سد



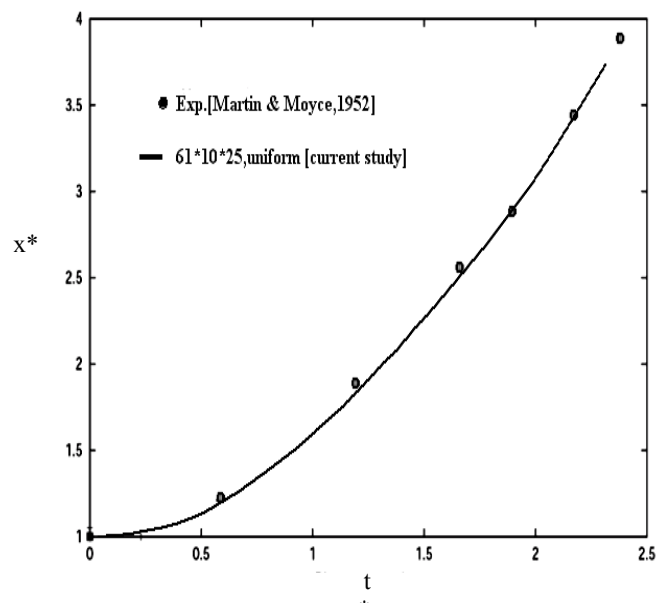
شکل ۸- پروفیل سطح آزاد جریان سیال در زمان (الف)  $t=0.02\text{sec}$  (ب)  $t=0.1\text{sec}$  (ج)  $t=0.15\text{sec}$  (د)  $t=0.2\text{sec}$  (ه)  $t=0.25\text{sec}$  (و)  $t=0.30\text{sec}$

مذکور در شکل (۷) نشان داده شده است. مطابق شکل، ستون آبی به حالت سکون بین دیوار ثابت و دریچه محصور شده است. در لحظه شروع محاسبات  $t=0$  دریچه به صورت کامل برداشته شده و ستون آب، تحت تاثیر وزن خود شروع به ریزش و پیشروی در امتداد مسیر می‌کند. در شرایط اولیه  $(H=L, L=0.114\text{m})$  انتخاب شده است. وضعیت اولیه ستون آب در شکل (۷) نشان داده شده است.

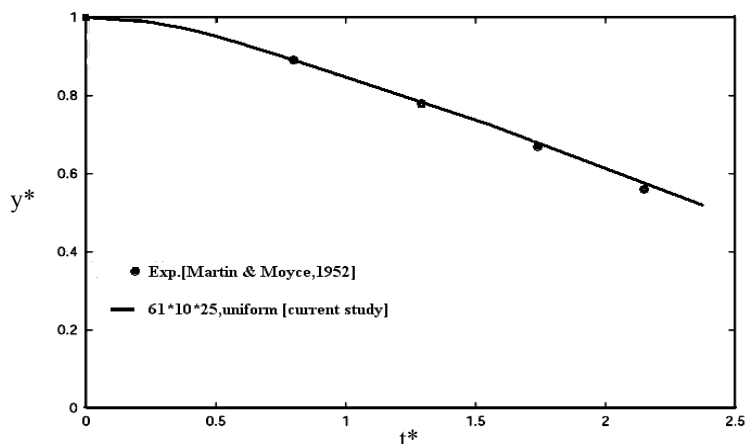
در این مثال از تاثیر تنش‌های برشی روی دیوار و بستر صرف نظر شده است. جرم حجمی و ویسکوزیته آب به ترتیب برابر  $1000 \text{ kg/m}^3$  و  $1 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$  و هوا برابر  $1 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$  و  $1 \text{ kg/m}^3$  در نظر گرفته شده است. میدان فیزیکی در راستاهای مختلف با اجزای یکنواخت شبکه بندی شده است. در شکل (۸) پروفیل سطح آزاد جریان سیال برای شبکه بندی یکنواخت در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. ستون آب با برداشته شدن دریچه، شروع به ریزش کرده و در کف کانال با گذشت زمان به سمت جلو حرکت کرده است. در شکل (۹) تغییرات ارتفاع ستون آب در مکان  $x=0$  و موقعیت حضور آب در اجزا با گذشت زمان در مکان  $y=0$  رسم و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. برای مقایسه بهتر نتایج مدل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی، پارامتر

مذکور در شکل (۷) نشان داده شده است. مطابق شکل، ستون آبی به حالت سکون بین دیوار ثابت و دریچه محصور شده است. در لحظه شروع محاسبات  $t=0$  دریچه به صورت کامل برداشته شده و ستون آب، تحت تاثیر وزن خود شروع به ریزش و پیشروی در امتداد مسیر می‌کند. در شرایط اولیه  $(H=L, L=0.114\text{m})$  انتخاب شده است. وضعیت اولیه ستون آب در شکل (۷) نشان داده شده است.

در این مثال از تاثیر تنش‌های برشی روی دیوار و بستر صرف نظر شده است. جرم حجمی و ویسکوزیته آب به ترتیب برابر  $1000 \text{ kg/m}^3$  و  $1 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$  و هوا برابر  $1 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$  و  $1 \text{ kg/m}^3$  در نظر گرفته شده است. میدان فیزیکی در راستاهای مختلف با اجزای یکنواخت شبکه بندی شده است. در شکل (۸) پروفیل سطح آزاد جریان سیال برای شبکه بندی یکنواخت در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. ستون آب با برداشته شدن دریچه، شروع به ریزش کرده و در کف کانال با گذشت زمان به سمت جلو حرکت کرده است. در شکل (۹) تغییرات ارتفاع ستون آب در مکان  $x=0$  و موقعیت حضور آب در اجزا با گذشت زمان در مکان  $y=0$  رسم و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. برای مقایسه بهتر نتایج مدل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی، پارامتر



۹- (الف) موقعیت حضور آب در امتداد مسیر حرکت در مکان  $x=0$



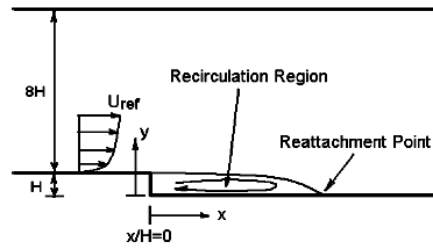
۹- (ب) تغییرات ارتفاع آب در مکان  $x=0$  با گذشت زمان

این مقاله با نتایج سایر پژوهشگران نشان دهنده آن است که روش ترکیبی، عملکرد بهتری نسبت به روش‌های معمولی دارد. همچنین محاسبات نشان دهنده آن هستند که روش ترکیبی برای رسیدن به خطای مجاز، نیاز به محاسبات کمتری نسبت به روش‌های معمولی از خود نشان می‌دهد. مهم‌تر این‌که، مدل عددی پیشنهادی با سرعت بیشتری به سمت

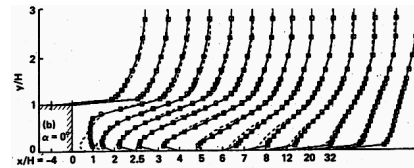
بی‌بعد زمانی و مکانی  $t^* = t\sqrt{g/H}$  و  $y^* = y/H$  و  $x^* = x/L$  تعریف شده است.

انطباق بسیار خوب نتایج مدل عددی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی، بیانگر آن است که مدل عددی پیشنهادی، قادر به پیش‌بینی تغییرات شدید سطح آزاد جریان سیال با دقت کافی است. مقایسه نتایج حاصله از مدل عددی پیشنهادی در

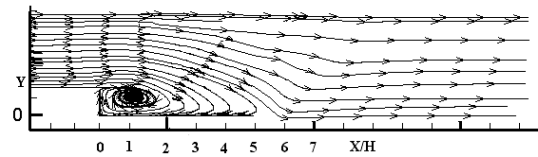
تحقیق و بررسی قرار گرفت [۳۱]. در این آزمایش از کانالی به طول یک متر، عرض ۱۵/۱ سانتی متر و ارتفاع ۱۰/۱ سانتی متر استفاده شده بود. کانال مذکور تحت اعداد رینولدز مختلف، مورد آزمایش قرار گرفت و در طول کانال، پروفیل سرعت، محل جداسازی و اتصال دوباره جریان سیال و ... اندازه گیری و ثبت شد. در شکل (۱۱) پروفیل سرعت در نقاط مختلف کانال برای جریان کاملاً توسعه یافته، نشان داده شده است [۳۱]. مدل آزمایشگاهی مذکور در مقالات بسیاری از پژوهشگران به عنوان نمونه شاخص، برای ارزیابی مدل‌های عددی مورد استفاده قرار گرفته است. افرادی مانند یانگ، ما و هوانگ در سال ۲۰۰۵ در ارزیابی دقت مدل عددی پیشنهادی خود، از نتایج کانال مذکور استفاده کردند [۳۲]. آنها برای مدل‌سازی عددی، کانال پله‌ای را در جهت طولی به ۱۰۸ قسمت و در جهت قائم به ۸۲ قسمت تقسیم کردند. نسبت ارتفاع پله به ارتفاع خروجی جریان ۱ به ۹ و عدد رینولدز بر مبنای ارتفاع پله و سرعت ورودی برابر ۳۷۰۰۰ انتخاب شده بود [۳۲]. در پژوهش حاضر، کانال مذکور با همان ابعاد مورد بررسی قرار گرفته است با این تفاوت که در جهت قائم به ۱۰۰ جزء و در جهت افقی به ۲۰۰ شبکه تقسیم شده است. برای افزایش دقت نتایج حاصله، شبکه‌های طولی در نزدیکی محل پله ریزتر و در سایر نقاط درشت‌تر انتخاب شده است. نتایج حاصله از مدل عددی حاضر با داده‌های آزمایشگاهی [۳۲] در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) مقایسه شده است. در مدل عددی یانگ، ما و هوانگ محل اتصال دوباره جریان، برابر با  $(x/H = 4.9)$  محاسبه شده که در کار پژوهش حاضر نیز، شکل (۱۲) همین عدد را نشان می‌دهد. از روی شکل (۱۲) مشاهده می‌شود که مدل مذکور در عین سادگی توانسته پدیده جدایی جریان، ایجاد گردابه و اتصال دوباره جریان را با دقت کافی شبیه‌سازی کند. شکل (۱۳) نشان دهنده پروفیل سرعت در عمق جریان سیال است. محل پروفیل‌های رسم شده، نزدیک محل اتصال دوباره جریان سیال انتخاب شده است. کاملاً روشن است که مدل عددی از دقت و توانایی بالایی



شکل ۱۰- رفتار جریان در محل فرورفتگی و تولید گردابه



شکل ۱۱- پروفیل سرعت در قسمت‌های مختلف کانال پله‌ای

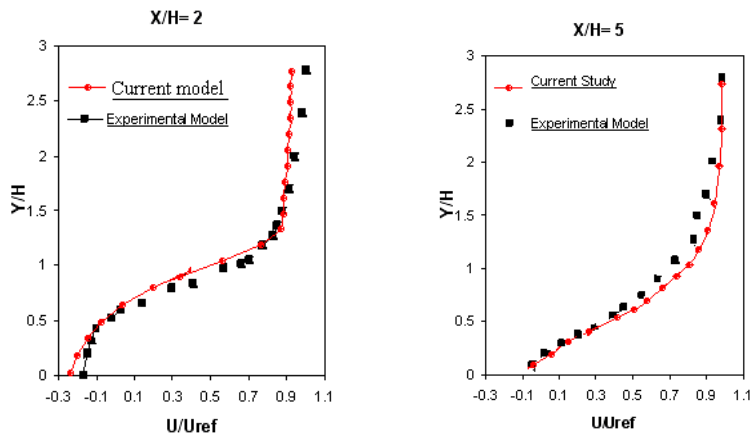


شکل ۱۲- خطوط جریان در کانال پله‌ای شکل

کاهش خطا حرکت می‌کند.

## ۲-۵- جریان سیال در کانال روباز پله‌ای شکل

در ارزیابی مدل عددی با شرایط هندسی پیچیده، کانال مستقیمی با فرورفتگی در امتداد طول کانال مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه‌سازی چنین کانال‌هایی مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. رفتار جریان در محل فرورفتگی و به وجود آمدن گردابه‌هایی در این محل، می‌تواند ارزیابی مناسبی از دقت مدل‌های عددی باشند. در شکل (۱۰) به صورت شماتیک رفتار جریان در کانال روباز پله‌ای نشان داده شده است. در سال ۱۹۸۵ توسط درایور و سیگمیلر رفتار جریان سیال در کانال مذکور به صورت آزمایشگاهی مورد



شکل ۱۳- مقایسه پروفیل سرعت در عمق کانال در دو موقعیت مختلف با نتایج آزمایشگاهی

جواب بهینه اقدام می‌کند. برای تعیین یگانه جواب بهینه‌ی مسئله‌ی مورد نظر، استفاده از وضعیت سطح آزاد جریان سیال در اجزای مجاور ضروری است. استفاده از اطلاعات اجزای مجاور علاوه بر افزایش سرعت الگوریتم ژنتیک، موجب پیوستگی سطح آزاد جریان سیال در اجزای مجاور شده است. در این مقاله به منظور تعیین میزان حجم سیال درون اجزا، معادله انتقال کمیت اسکالر با روش جاروب در امتداد محورهای مختصات و به صورت جداگانه، گسسته سازی شده است. با تکنیک‌های به‌کار رفته در مدل عددی، کم‌ترین ناپایداری عددی در سطح آزاد جریان ایجاد شده است. ارزیابی مدل حاضر با مسئله‌ی شکست سد و جریان سیال در کانال روباز پله‌ای، نشان دهنده کارایی و دقت مدل عددی است که نتایج حاصله از مسائل بررسی شده بر همین موضوع تاکید دارند.

برای شبیه سازی جریان‌های پیچیده برخوردار است. مقایسه نتایج حاصله از مدل عددی پیشنهادی در این مقاله با نتایج سایر پژوهشگران نشان دهنده آن است که روش ترکیبی، عملکرد بهتری نسبت به روش‌های معمولی دارد.

#### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، مدل عددی جدیدی بر پایه روش کسری از حجم سیال برای مدل سازی جریان‌های سیال سطح آزاد پیشنهاد شده است. مدل عددی جدید با به‌کارگیری الگوریتم هوشمند ژنتیک برای تعیین بردار یکه عمود بر سطح آزاد جریان و ثابت صفحه، از سادگی و کارایی بالایی نسبت به مدل‌های عددی معمولی برخوردار است. الگوریتم هوشمند ژنتیک با استفاده از روابط ساده مطالعات قبلی پژوهشگران، محدوده‌ی جستجویی برای تمامی پارامترهای مجهول مسئله ایجاد می‌کند و در فضای جستجوی تعریف شده به تعیین

#### واژه‌نامه

- |  |              |
|--|--------------|
| 1. fractional step method or projection method | 4. crossover |
| 2. volume of fluid method                      | 5. mutation  |
| 3. selection                                   | 6. elitism   |



1. Gerlach, D., Tomar, G., Biswas, G. and Durst, F., "Comparison of Volume-of-Fluid Methods for Surface Tension Dominant Two Phase Flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 740-754, 2005.
2. Min, S. K., and Woo, I. L., "A New VOF Based Numerical Scheme for the Simulation of Fluid Flow with Free Surface", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 42, pp. 765-790, 2003.
3. Meier, M., Yadigaroglu, G., and Smith, L. B., "A Novel Technique for Including Surface Tension in PLIC-VOF Methods", *European Journal of Mechanics*, Vol. 21, pp. 61-73, 2006.
4. Hirt, C. W., Amsden, A. A., and Cook, J. L., "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for all Flow Speeds", *Journal of Computational Physics*, Vol.14, pp. 453-477, 1986.
5. Ubbink, O., and Issa, R. I., "A Method for Capturing Sharp Fluid Interfaces on Arbitrary Meshes", *Journal of Computational Physics*, Vol. 153, pp. 26-50, 1999.
6. Unverdi, S. O., and Tryggvason, G., "A Front Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi Fluid Flows", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp. 765-790, 2003.
7. Gueyffier, D., Li, J., Scardovelli, R., and Zaleski, S., "Volume of Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Three Dimensional flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, pp. 423-456, 1999.
8. Noh, W. F., and Woodward, P., "SLIC (Simple Line Interface Calculation)", in Proceedings, Fifth *International Conference on Fluid Dynamics*, Edited by Vande, A. L., and Zandbergen, P. J., Lecture in physics, Vol. 59, pp. 330-340, 1976.
9. Neofyton, P., "A 3<sup>rd</sup> Order Upwind Finite Volume Method for Generalised Newtonian Fluid Flows", *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, pp. 664-680, 2005.
10. Brackbill, J. U., Kothe, D. B., and Zemach, C. A., "Continuum Method for Modeling Surface Tension", *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, pp.335-350, 1992.
11. Thomas, B. G., Yousuff, M. H., and Lumley, L. J., *Simulation and Modeling of Turbulent Flows*, Published by Oxford University Press, Second Edition, 2004.
12. Jian, Y., Mccorquodale, J. A., and Barron, R. M., "A Three Dimensional Hydrodynamic Model in Curvilinear Co-Ordinates with Collocated Grid", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 28, pp. 1109-1134, 1998.
13. Ghiassi, R., "Three Dimensional Coastal Flow Modeling Using the Finite Volume Method", Ph.D. Thesis, University of Bradford-UK, 1995.
14. Hakimzadeh, H., "Turbulence Modeling of Tidal Currents in Rectangular Harbors", Ph.D. Thesis, University of Bradford, Bradford, UK, 1997.
15. Kleefsman, K. M. T., Fekken, G., Veldman, A. E. P., Iwanowski, B., and Buchner, B., "A Volume of Fluid Based Simulation Method for Wave Impact Problems", *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, pp. 363-393, 2005.
16. Jessee, J. P., and Fiveland, W. A., "A Cell Vertex Algorithm for the Incompressible Navier-Stokes Equation on Non-Orthogonal Grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 271-293, 1996.
17. Harlow, F. H., and Welch, J. E., "Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 12, pp. 2182-2189, 1965.
18. Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Wiley, J. & Sons, Chicester, 1990.
19. Rider, W. J., and Kothe, D. B., "Reconstructing Volume Tracking", *Journal of Computational Physics*, Vol. 141, pp. 112-152, 1998.
20. Young, D. L., "An Interface Tracking Method for a 3D Eulerian Hydrodynamics Code", Technical Report, 44/92/35/, Awre, 1984.
21. Bussman, M., "A Three Dimensional Model of an Impacting Droplet", Ph.D. Thesis, University of Toronto, 2000.
22. Kothe, D. B., Rider, W. J., Mosso, S. J., Brock, J. S., and Hochstein, J. I., "Volume Tracking of Interfaces Having Surface Tension in Two and Tree Dimensions", AIAA, pp. 96-0859, 1996.
23. Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, R., and Zaleski, S., "Volume of Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Three Dimensional Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, pp. 423-456, 1999.
24. Scardovelli, R., and Zaleski, S., "Analytical Relations Connecting Linear Interfaces and Volume Fractions in Rectangular Grids", *Journal of Computational Physics*, Vol. 164, pp. 228-237, 2000.
25. Saravanan, R., and Sachithanandam, M., "Genetic Algorithm for Multivariable Surface Grinding Process Optimisation Using a Multi-Objective Function Model", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 17, pp. 330-338, 2001.
26. Youngs, D. L., *Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid distortion*, In K. W. Morton and M. J. Baines, Editors, Numerical Methods for Fluid Dynamics Academic Press, pp. 273-285, 1982.
27. Rudman, M., "A Volume Tracking Method for

- Incompressible Multifluid Flows with Large Density Variations”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 28, pp. 357-378, 1998.
28. Cruchaga, M. A., Celentano, D. G., and Tezduyar, T. E., “Collapse of a Liquid Column: Numerical Simulation and Experimental Validation”, *Journal of Computational Mechanics*, Vol. 39, pp. 453-476, 2007.
29. Martin, J. C., and Moyce, W. J., “An Experimental Study of the Collapse of Liquid on a Rigid Horizontal Plane”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 244 pp. 312-324, 1952.
30. Wang, S. P., and Wang, K. K., “A Net Inflow Method for Incompressible Viscous Flow with Moving Free Surface”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 18, pp. 669-694, 1994.
31. Driver, D. M., and Seegmiller, H. L., “Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow”, *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 163-171, 1985.
32. Yang, X. D., Ma, H. Y., and Huang, Y. N., “Prediction of Homogeneous Shear Flow and a Backward-Facing Step Flow with Some Linear and Non-Linear  $k-\varepsilon$  Tubulence Odels”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 10, pp. 315-328, 2005.