کاربرد و مقایسه روش‌های بو[illegible]ف با شبکه‌بندی غیریکنواخت در شبیه‌سازی جریان در داخل میکروحفره و میکروکانال

احمدرضا رحمتی* و سینا نیازی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۹/۲۴ – دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۰۸/۱۸)

چکیده - در این تحقیق برای اولین بار مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد، چندتایی و انتروپی بر روی شبکه‌بندی غیریکنواخت انجام شده و کاربرد این روش‌ها در شبیه‌سازی میکروجریان‌های همدمای دو بعدی در یک حفره، یک کانال و یک کانال با انبساط ناگهانی در محدوده‌ی رژیم لغزشی و تا حدودی رژیم گذار مورد مطالعه قرار گرفته است. در این کار به‌منظور استفاده از شبکه‌بندی غیر یکنواخت از روش بولتزمن شبکه‌ای مبتنی بر حداقل مربعات و بسط سری تیلور استفاده شده است. همچنین برای در نظر گرفتن لغزش روی دیواره‌ها، از شرایط مرزی پخش مولکولی و روش ترکیبی کمانه کردن و آینه‌ای و برای محاسبه‌ی ضرایب تخفیف روش‌های بولتزمن شبکه‌ای، از مرتبط کردن آن به عدد نادسن استفاده گردیده است. سپس با تحلیل و بررسی نتایج شبیه‌سازی‌ها، به مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی میکروجریان‌ها پرداخته شده است. با مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی‌های عددی به‌دست آمده در این کار با نتایج ارائه شده توسط سایر محققین، اعتبار و صحت برنامه‌های کامپیوتری و دقت جواب‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که روش‌های بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی نسبت به سایر روش‌ها قابلیت شبیه‌سازی میکروجریان‌ها با عدد نادسن بالاتر را دارد.

واژگان کلیدی: روش بولتزمن شبکه‌ای مبتنی بر حداقل مربعات و بسط سری تیلور، عدد نادسن، میکروحفره، میکروکانال، انبساط ناگهانی.

Application and Comparison of Different Lattice Boltzmann Methods on Non-Uniform Meshes for Simulation of Micro Cavity and Micro Channel Flow

A. R. Rahmati* and S. Niazi

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan

Abstract: ***In this study, for the first time, a comparison of single-relaxation-time, multi-relaxation-time and entropic lattice Boltzmann methods on non-uniform meshes is performed and application of these methods for simulation of two-dimensional cavity flows, channel flows and channel flows with sudden expansion is studied in the slip and near transition regimes. In this work, Taylor series expansion and least squares based lattice Boltzmann method is utilized in order to apply the lattice Boltzmann models on non-uniform meshes. A diffuse scattering boundary condition and a combination of bounce-back and specular boundary conditions are employed to obtain the slip at the walls. Besides, the relaxation times of lattice Boltzmann methods are computed in terms of Knudsen number. Different lattice Boltzmann methods are used to simulate lid-driven micro cavity flows and their results are compared with each other and with those obtained in the literature. Then, the best model in accuracy and stability, i.e. multi-relaxation-time lattice Boltzmann method, is applied to simulate the micro channel flow in different***

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ar_rahmati@kashanu.ac.ir

Knudsen numbers. Results show that the proposed method on non-uniform meshes is capable of simulating micro flows problems in the slip and the transition regimes.

Keywords: ***Taylor series expansion and least squares based lattice Boltzmann method, Knudsen number, microcavity, microchannel, sudden expansion.***

فهرست علائم

$\mathbf{c}_i$	سرعت میکروسکوپیک ذره در جهت i	$\mathbf{S}$	ماتریس ضرایب تخفیف
c_s	سرعت صوت	s_i	نرخ تخفیف در جهت i
e	انرژی جنبشی	Δx	گام مکانی شبکه
f_i	تابع توزیع چگالی در جهت i	$\mathbf{u}$	بردار سرعت
f_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی در جهت i	u, v	مؤلفه‌های بردار سرعت **u**
H	ارتفاع	$\mathbf{u}_w$	سرعت دیواره
$\mathbf{j}$	بردار چگالی مومنتوم	$\langle v \rangle$	سرعت گرمایی میانگین
Kn	عدد نادسن	w_i	ضریب وزنی جهت i در تابع توزیع تعادلی
L	طول	Δt	گام زمانی شبکه
$\mathbf{m}$	بردار ممنت		علائم یونانی
m	ممنتوم مماسی مولکول	ε	مربع انرژی جنبشی
$\mathbf{M}$	ماتریس تبدیل	λ	پویش آزاد متوسط مولکولی
$\mathbf{n}$	برداری که در جهت عمود بر دیواره	υ	ویسکوزیتهٔ سینماتیکی
p	فشار ترمودینامیکی	ρ	چگالی
$\mathbf{q}$	بردار شار گرما	σ	ضریب تطابق ممنتوم مماسی
Re	عدد رینولدز	τ	ضریب تخفیف
$\Re_f$	هستهٔ پخش		

۱- مقدمه

فرآیند ساخت ماشین‌های با ابعاد کوچک، در سالهای اخیر به شدت گسترش پیدا کرده است. این وسایل کوچک اغلب به‌عنوان حسگرهایی برای فشار، دما، دبی جرمی، سرعت، صدا و به‌عنوان شتاب سنج‌هایی برای حرکت عمودی و افقی و همچنین یک عضو ساده از موتور گرمایی میکرونی و پمپ گرمایی میکرونی به کار می‌روند. سیستم‌های میکروالکترومکانیک[۱]، به وسایلی که طول مشخصه‌ای کمتر از ۱ mm و بیشتر از ۱ μm دارند اطلاق می‌شود که شامل اجزای مکانیکی و الکتریکی هستند [۱].

با توسعهٔ سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، میکروجریان به یکی از موضوعات مورد توجه محققان تبدیل شده است. جریان سیال در وسایل کوچک رفتار متفاوتی با رفتار سیال در هندسه‌های ماکرو دارد و نتایج حاصل از کارهای تجربی در وسایل میکرونی با نتایج تئوری حاصل از روش‌های مرسوم حل جریان سیال، اختلاف قابل ملاحظه‌ای دارد.

با توجه به سخت بودن و هزینه‌بر بودن فراهم آوردن امکانات آزمایشگاهی، دستیابی به روش‌هایی جهت تحلیل جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو ضروری به‌نظر می‌رسد. علی‌رغم این که حل‌های تحلیلی در درک کیفی

میکروجریان‌ها و همچنین در اعتبارسنجی روش‌های عددی مهم هستند، اما آنها قطعاً تمام نیازهای دینامیک سیالات محاسباتی کاربردی را پوشش نمی‌دهند. در میان روش‌های مختلف عددی، روش بولتزمن شبکه‌ای[2] که در اواخر دهۀ ۱۹۸۰ ارائه شده است، به دلیل رویکرد مبتنی بر ذرۀ آن در شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده توجهات فراوانی را به خود معطوف کرده است [۲، ۳ و ۴].

دی هومیرس [۵] روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی[3] را که دقت و پایداری بیشتری نسبت به روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد یا روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد[4] دارد، ارائه کرد.

آنسومالی و کارلین [۶] روش بولتزمن شبکه‌ای را مبتنی بر توابع انتروپی و تئوری H، موسوم به روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی[5] ارائه کردند. همچنین آنها [۷] نشان دادند که روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی در شبیه‌سازی جریان‌های همدمای دوبعدی، افزایش قابل توجهی را در پایداری نسبت به مدل‌های بولتزمن شبکه‌ای معمولی ارائه می‌دهد.

در چند سال اخیر استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای در شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو مورد توجه محققین قرار گرفته است [۸ و ۹]. دلیل عمده برای استفاده از این روش‌ها جهت شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو، منظور نکردن هیچ شرطی برای پیوستار بودن جریان در به‌دست آوردن معادلات حاکم در این روش‌ها است. در ادامه به بررسی برخی از کارهای انجام شده در شبیه‌سازی جریان هندسه‌های میکرو با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای می‌پردازیم.

نی و همکاران [۱۰] جهت شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو، ضریب تخفیف در روش بولتزمن شبکه‌ای را با وارد کردن چگالی محلی در آن اصلاح کردند. در محاسبۀ ضریب تخفیف از پارامتری استفاده شد که با مقایسۀ نتایج تجربی به‌دست آمده است. آنها روش خود را در مطالعۀ سرعت لغزشی روی دیواره و افت فشار غیرخطی در طول میکروکانال به کار بردند. لیم و همکاران [۱۱] روش بولتزمن شبکه‌ای را ارائه کردند که جریان در یک میکروکانال با اختلاف فشار را مدل می‌کرد. آنها با استفاده از تئوری سینتیک، عدد نادسن را در محاسبۀ ضریب تخفیف وارد کردند. نتایج جریان‌های کانال دوبعدی خود را با داده‌های تجربی و همچنین حل تحلیلی آرکیلیک و همکاران [۱۲] مقایسه کردند. نیو و همکاران [۱۳] روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی را در شبیه‌سازی جریان در یک میکروکانال و جریان میکرو کوئت به کار بردند. همچنین جهت در نظر گرفتن اثرات لغزشی روی دیواره‌ها شرط مرزی پخش مولکولی[6] را معرفی کردند. تانگ و همکاران [۱۴] جریان گاز در یک میکروکانال را بررسی کردند. آنها روش نی و همکاران [۱۰] را که به‌منظور شبیه‌سازی جریان در میکروکانال وابسته به داده‌های تجربی بود، اصلاح کردند. جهت در نظر گرفتن لغزش روی دیواره‌ها، شرط مرزی را ارائه کردند که ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن[7] و آینه‌ای[8] بود. آنها نتایج کار خود مثل توزیع سرعت و فشار در طول میکروکانال را با کارهای عددی دیگران مقایسه کردند. ژانگ و همکاران [۱۵] روش بولتزمن شبکه‌ایی را ارائه کردند که در آن برای در نظر گرفتن اندرکنش دیوارۀ جامد و گاز، ضریب تطابق ممنتوم مماسی[9] را به کار بردند. شرایط مرزی آنها در حالتی مشابه ترکیب روش کمانه کردن و آینه‌ای عمل می‌کند. آنسومالی و همکاران [۱۶] مدل بولتزمن شبکه‌ای انتروپی را در شبیه‌سازی رفتار میکروجریان‌ها معرفی کردند. آنها به‌منظور ارزیابی روش خود جریان پوازی را در محدوده وسیعی از اعداد نادسن شبیه‌سازی کردند. شیرانی و جعفری [۱۷] روش بولتزمن شبکه‌ای را در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو استفاده کردند؛ آنها همچنین ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای را اعمال کردند که نتایج به‌دست آمده در توافق خوبی با سایر نتایج تحلیلی و تجربی بود. پرومال و همکاران [۱۸] روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد را بر روی شبکۀ یکنواخت در شبیه‌سازی جریان

میکروکانال و میکروحفره به کار بردند و جریان را در اعداد نادسن مختلف شبیه‌سازی کردند. پرازیاناکیس و آنسومالی [۱۹] شبیه‌سازی میکروجریان‌ها را با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای انجام دادند. آنها جریان کوئت صفحه‌ای را در اعداد نادسن مختلف شبیه‌سازی و با نتایج تحلیلی مقایسه کردند.

در سال‌های اخیر توسعه روش بولتزمن شبکه‌ای به‌عنوان یک ابزار محاسباتی مورد توجه فراوان قرار گرفته است. با این وجود به واسطهٔ محدودیت اساسی معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای در شبکهٔ یکنواخت، کاربرد وسیع این روش در مسائل مهندسی مختل شده است. در بسیاری از کاربردهای عملی، استفاده از یک شبکهٔ غیریکنواخت به واسطهٔ این حقیقت که مرزهای انحنادار می‌توانند به‌صورت دقیق‌تر تشریح شوند و طرح‌های عددی با استفاده از آن دارای کارایی بهتری باشند، نسبت به شبکه‌های یکنواخت همواره ترجیح داده می‌شوند. بنابراین باید طرحی را مورد نظر قرار داد که بتوان با استفاده از آن روش بولتزمن شبکه‌ای را بر روی شبکهٔ غیریکنواخت حل نمود. عیب و نقیصه روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد (محدود به یکنواخت بودن شبکه) از نیاکان آن یعنی ماشین سلولی شبکهٔ گاز ناشی می‌شود. در ماشین سلولی شبکهٔ گاز، تقارن شبکه که ایزوتروپی تانسور مرتبهٔ چهار مربوط به سرعت‌های گسسته سازی شده را تضمین می‌کند، یک شرط اساسی در استخراج معادلات ناویر استوکز است. با استفاده از این شرط، در هر گام زمانی یک ذره در یک گره باید به گره مجاورش منتقل شود بنابراین شبکهٔ محاسباتی باید یکنواخت باشد. هرچند معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای با استفاده از مدل بی‌جی‌کی بهبودهای زیادی را نسبت به ماشین سلولی شبکهٔ گاز ایجاد کرده است، لکن خصوصیت یکنواخت بودن شبکه را به ارث برده است. روش بولتزمن شبکه‌ای با این خصوصیت به لحاظ ماکروسکوپیکی مشابه با یک حل‌کننده شبکهٔ یکنواخت کارتزین است.

به لحاظ تئوری، ویژگی یکنواخت بودن شبکه ضروری نیست؛ زیرا تابع توزیع چگالی در فضای فیزیکی پیوسته است. اخیراً راهکارهایی برای اصلاح و بهبود روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد ایجاد شده است به‌گونه‌ای‌که می‌توان آن را در مسایل پیچیده به‌کار برد. برخی از این راهکارها عبارتند از: روش بولتزمن شبکه‌ای تکمیل شده با میان‌یابی [۲۰]، روش بولتزمن شبکه‌ای دیفرانسیلی[۲۱]، تکنیک ریز کردن تطبیقی شبکه[10] [۲۲ و ۲۳]، روش بولتزمن شبکه‌ای مبتنی بر حداقل مربعات و بسط سری تیلور [۲۴ و ۲۵] و غیره. در این تحقیق از روش آخر استفاده شده است.

در کار حاضر برای اولین بار روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای مبتنی بر حداقل مربعات و بسط سری تیلور بر روی شبکه‌بندی غیریکنواخت، در شبیه‌سازی جریان‌های همدمای دوبعدی در یک میکروحفره، یک میکروکانال و یک میکروکانال با انبساط ناگهانی در اعداد نادسن مختلف استفاده شده و نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

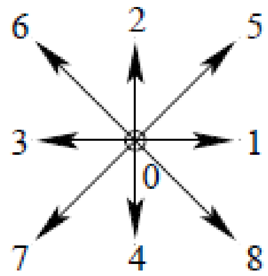
۲- مقدمه‌ای بر روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف

۲-۱- روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد

مدل‌های بولتزمن شبکه‌ای که اخیراً به کار گرفته شده‌اند با استفاده از یک مدل تقریبی که توسط بهاتنگار و همکاران [۲۶] ارائه شده است و اختصاراً تقریب بی‌جی‌کی نامیده می‌شود، ساده شده‌اند. با استفاده از این تقریب، معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{\Delta t}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t) \right] \qquad (۱)$$

که در آن f_i تابع توزیع چگالی در جهت i، f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی محلی متناظر با آن، τ ضریب تخفیف منفرد، i تعداد جهات شبکه و c_i سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه هستند. با اعمال بسط چند زمانهٔ چاپمن- انزکوگ[11] روی معادلهٔ (۱)، ضریب تخفیف به‌گونه‌ای بیان می‌شود که معادلات ناویر- استوکز قابل بازیابی باشند [۹]. τ به وسیلهٔ رابطهٔ زیر با



شکل ۱- شبکهٔ D_2Q_9

ویسکوزیته ارتباط دارد [۲ و ۹]:

$$\upsilon = c_s^2\Delta t(\tau - 0.5) \tag{۲}$$

که υ ویسکوزیتهٔ سینماتیکی و c_s سرعت صوت است. در کار حاضر مسئله دوبعدی است و از یک شبکهٔ مربعی چند سرعتی با عنوان D_2Q_9 استفاده شده است (شکل (۱)). سرعت صوت در مدل شبکهٔ D_2Q_9 برابر با $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)c$ است. $c=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت میکروسکوپیک ذرات است، که در آن Δx و Δt به‌ترتیب فاصله‌بندی شبکه و گام زمانی هستند.

سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه به شکل زیر بیان می‌شوند [۲، ۳، ۸ و ۹]:

$$\mathbf{c}_i=\begin{cases}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}c & i=0\\ \begin{pmatrix}\cos\left[(i-1)\pi/2\right]\\ \sin\left[(i-1)\pi/2\right]\end{pmatrix}c & i=1,2,3,4\\ \sqrt{2}\begin{pmatrix}\cos\left[(i-5)\pi/2+\pi/4\right]\\ \sin\left[(i-5)\pi/2+\pi/4\right]\end{pmatrix}c & i=5,6,7,8\end{cases} \tag{۳}$$

سرعت شبکه $\mathbf{c}_i=\left(c_{ix},c_{iy}\right)$ دارای اندازهٔ یک در جهات $i=1,2,3,4$ است و مقدار آن برابر $\sqrt{2}$ در جهات $i=5,6,7,8$ است. c برابر یک است.

هنگامی‌که توابع توزیع مشخص شدند، خواص ماکروسکوپیک از قبیل چگالی(ρ)، بردار سرعت ($\mathbf{u}$) و فشار(p)، به سادگی از روابط زیر حاصل می‌شوند [۲، ۳، ۸ و ۹]:

$$\rho=\sum_{i=0}^{k} f_i \;,\quad \rho\mathbf{u}=\sum_{i=0}^{k}\mathbf{c}_i f_i \;,\quad p=\frac{1}{3}\rho c^2 \tag{۴}$$

توابع توزیع تعادلی به شکل زیر تعریف می‌شوند [۲، ۸ و ۹]:

$$f_i^{eq}=w_i\rho\left[1+3\frac{\mathbf{c}_i.\mathbf{u}}{c^2}+\frac{9}{2}\frac{(\mathbf{c}_i.\mathbf{u})^2}{c^4}-\frac{3}{2}\frac{\mathbf{u}^2}{c^2}\right] \tag{۵}$$

که در آن ضریب وزنی w_i در $i=0$ برابر $\frac{4}{9}$، در $i=1,2,3,4$ برابر $\frac{1}{9}$ و در i=5,6,8 برابر $\frac{1}{36}$ است.

معادلهٔ (۱) به معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای استاندارد یا روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد مشهور است. این معادله را می‌توان به دو گام برخورد و گام انتشار در حل عددی تقسیم بندی کرد:

$$f_i^*(\mathbf{x},t)=f_i(\mathbf{x},t)-\frac{1}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t)-f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \tag{۶}$$

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t,t+\Delta t)=f_i^*(\mathbf{x},t) \tag{۷}$$

۲-۲- روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی

معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی به‌صورت زیر نشان داده می‌شود [۵، ۹ و ۲۷]:

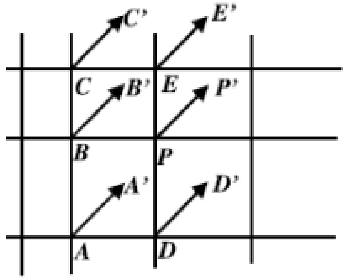
$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t,t+\Delta t)-f_i(\mathbf{x},t)= -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}\left[\mathbf{m}(\mathbf{x},t)-\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \tag{۸}$$

که در آن گام برخورد توسط بردارهای $\mathbf{m}$ و گام جریان توسط بردارهای $\mathbf{f}$ پوشش داده می‌شوند. $\mathbf{M}$ یک ماتریس تبدیل یک به یک و خطی است، به‌گونه‌ای‌که داریم:

$$\mathbf{m}=\mathbf{M}\mathbf{f}\;,\quad \mathbf{f}=\mathbf{M}^{-1}\mathbf{m} \tag{۹}$$

ماتریس $\mathbf{M}$ در مدل شبکهٔ D_2Q_9 به این صورت است:

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\-4&-1&-1&-1&-1&2&2&2&2\\4&-2&-2&-2&-2&1&1&1&1\\0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&-2&0&2&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\\0&0&-2&0&2&1&1&-1&-1\\0&1&-1&1&-1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&-1&1&-1\end{bmatrix}$$



شکل ۲- حرکت ذرات در جهت i در یک شبکهٔ غیریکنواخت

در معادلهٔ (۸)، $\mathbf{m}(\mathbf{x},t)$ و $\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x},t)$ بردارهای ممنت و ممنت تعادلی هستند به طوری که $\mathbf{m}=(m_0,m_1,m_2,...,m_n)^T$ است. بردار ممنت $\mathbf{m}$ در مدل D_2Q_9 به‌صورت زیر است:

$$\mathbf{m}=\left(\rho,e,\varepsilon,j_x,q_x,j_y,q_y,p_{xx},p_{xy}\right)^T \tag{۱۰}$$

که در آن ρ چگالی، e انرژی، ε مربع انرژی، $\mathbf{j}=\left(\rho u_x,\rho u_y\right)$ بردار چگالی ممنتوم، $\mathbf{q}=\left(q_x,q_y\right)$ بردار شار گرما و p_{xx} و p_{xy} مؤلفه‌های تانسور تنش لزج هستند. مؤلفه‌های بردار ممنت $\mathbf{m}^{eq}$ به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&m_0^{eq}=\rho\ ,\quad m_1^{eq}=-2\rho+3(j_x^2+j_y^2)\\
&m_2^{eq}=\rho-3(j_x^2+j_y^2)\ ,\quad m_3^{eq}=j_x\\
&m_4^{eq}=-j_x\ ,\quad m_5^{eq}=j_y\ ,\quad m_6^{eq}=-j_y\\
&m_7^{eq}=(j_x^2-j_y^2)\ ,\quad m_8^{eq}=j_xj_y
\end{aligned} \tag{۱۱}$$

در معادلهٔ (۸)، $\mathbf{S}$ ماتریس تخفیف در فضای ممنت است که در مدل D_2Q_9، به‌صورت زیر است:

$$\mathbf{S}=\mathrm{diag}(1.0,1.4,1.4,s_3,1.2,s_5,1.2,s_7,s_8) \tag{۱۲}$$

که در آن s_i نرخ تخفیف برای ممنت m_i است به‌گونه‌ای‌که $s_7=s_8=2/(1+6\upsilon)$، s_3 و s_5 دلخواه هستند و می‌توان مقدار آن‌ها را یک قرار داد.

۲-۳- روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی

معادلهٔ بولتزمن شبکه‌ای انتروپی دوبعدی به همراه تقریب بی‌جی‌کی را می‌توان به این صورت نوشت [۶، ۷، ۱۶ و ۲۸]:

$$\begin{aligned}
&f_i\left(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t,t+\Delta t\right)=\\
&\quad f_i\left(\mathbf{x},t\right)+\frac{\beta\,\Delta t}{2\tau+\Delta t}\left(f_i^{eq}\left(\mathbf{x},t\right)-f_i\left(\mathbf{x},t\right)\right)
\end{aligned} \tag{۱۳}$$

پارامتر β با استفاده از تابع H، از حل معادلهٔ غیرخطی زیر به‌دست آمده است [۲۸]:

$$H(\mathbf{f})=H\left(\mathbf{f}+\beta\left(\mathbf{f}^{eq}-\mathbf{f}\right)\right) \tag{۱۴}$$

که برای مسائل همدمای دوبعدی، شکل گسستهٔ تابع H می‌تواند به این صورت نوشته شود [۲۸ و ۲۹]:

$$H=\sum_{i=0}^{k} f_i \ln\left(\frac{f_i}{w_i}\right) \tag{۱۵}$$

که در آن w_i ضرایب وزنی مرتبط با سرعت گسستهٔ $\mathbf{c}_i$ است و k تعداد جهات شبکه را مشخص می‌کند.

معادلهٔ (۱۴) در هر محل از شبکه، باید برای β حل شود و ضریب تخفیف به‌صورت محلی تنظیم شود. به‌منظور کاهش محاسبات، می‌توان در بیشتر محدودهٔ شبیه‌سازی، β را نزدیک به مقدار تعادلی محلی آن یعنی $\beta^{eq}=2$ در نظر گرفت.

همچنین تابع تعادلی f_i^{eq} را به این صورت داریم [۹ و ۲۸]:

$$f_i^{eq}=w_i\rho\prod_{j=1}^{2}\left(2-\sqrt{1+3u_j^2}\right)\left(\frac{2u_j+\sqrt{1+3u_j^2}}{1-u_j}\right)^{\frac{c_{ij}}{c}} \tag{۱۶}$$

که در آن j اندیس جهت‌های فضایی است. لازم به ذکر است که توان در معادلهٔ (۱۶) یعنی $\frac{c_{ij}}{c}$ فقط مقادیر ± 1 و صفر را اختیار می‌کند.

۲-۴- روش بولتزمن شبکه‌ای مبتنی بر بسط سری تیلور و حداقل مربعات

این روش بر اساس این واقعیت است که تابع توزیع یک تابع پیوسته در فضای فیزیکی است و می‌تواند به‌خوبی برای هر سیستم شبکه‌بندی تعریف شود.

شکل (۲) حرکت ذرات در امتداد جهت $\mathbf{i}$ در یک شبکهٔ غیریکنواخت را نشان می‌دهد. در شبیه‌سازی عددی، ما تنها به تابع توزیع در نقطهٔ شبکه برای تمام مراحل زمانی علاقه‌مند هستیم. اکنون تعریف می‌کنیم [۲۴]:

$$\begin{aligned}
g_\alpha=&f_i\left(x_\alpha,y_\alpha,t\right)+\\
&\left[f_i^{eq}\left(x_\alpha,y_\alpha,t\right)-f_i\left(x_\alpha,y_\alpha,t\right)\right]\big/\tau
\end{aligned} \tag{۱۷}$$

$$\mathbf{s}^T = \left\{ 1 \quad \Delta x_\alpha \quad \Delta y_\alpha \quad (\Delta x_\alpha)^2 / 2 \quad (\Delta y_\alpha)^2 / 2 \quad \Delta x_\alpha \Delta y_\alpha \right\} \tag{۱۸}$$

$$\mathbf{V} = \left\{ f_i \quad \partial f_i / \partial x \quad \partial f_i / \partial y \quad \partial^2 f_i / \partial x^2 \quad \partial^2 f_i / \partial y^2 \quad \partial^2 f_i / \partial x \partial y \right\} \tag{۱۹}$$

که در آن g_α حالت پس از برخورد تابع توزیع در نقطهٔ αام است؛ $\mathbf{s}^T$ یک بردار با شش مؤلفه است که توسط مختصات نقاط شبکه شکل گرفته است و در آن $\Delta x_\alpha = x_\alpha + c_{ix}\Delta t - x_0$ و $\Delta y_\alpha = y_\alpha + c_{iy}\Delta t - y_0$، است. $\mathbf{V}$ بردار مجهولات در نقطهٔ P است که شش مؤلفه دارد. هدف ما به‌دست آوردن مؤلفهٔ اول آن $V_1 = f_i(P, t+\Delta t)$ است. نقطهٔ P را با اندیس $\alpha = ۰$ و نقاط مجاور آن را با اندیس $\alpha = ۱,۲,...,M$ بیان می‌کنیم که M تعداد نقاط مجاور P است. هنگامی‌که مختصات نقاط شبکه داده شده و سرعت ذره و گام زمانی مشخص شده باشند، ماتریس $\mathbf{S}$ مشخص است. سپس معادلهٔ زیر را داریم [۲۴]:

$$\mathbf{V} = \left(\mathbf{S}^T\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{g} = \mathbf{A}\,\mathbf{g} \tag{۲۰}$$

که در آن $\mathbf{A}$ یک ماتریس $6\times(M+1)$ بعدی است. از معادلهٔ (۲۰) داریم:

$$f_i(x_0, y_0, t+\Delta t) = V_1 = \sum_{k=1}^{M+1} a_{1,k} g_{k-1} \tag{۲۱}$$

که در آن $a_{1,k}$ مؤلفه‌های ردیف اول ماتریس $\mathbf{A}$ هستند که قبل از اینکه روش بولتزمن شبکه‌ای اعمال شود، محاسبه می‌شوند و در روند محاسبات تغییری نمی‌کنند. بنابراین محاسبات کمتری در مقایسه با روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد انجام می‌شود. از آن‌جا که معادلهٔ (۲۱) تنها به اطلاعات مختصات نقاط شبکه نیاز دارد، بنابراین می‌توان گفت که برای هر ساختاری از شبکه قابل استفاده است.

۳- روش حل میکروجریان‌ها

۳-۱- محاسبهٔ ضریب تخفیف بر حسب عدد نادسن

پارامتر کلیدی در استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای در میکروجریان‌ها، ضریب تخفیف است. از تئوری سینتیک، ضریب تخفیف در تقریب بی‌جی‌کی را در میدان هیدرودینامیکی می‌توان به‌صورت نسبت پویش آزاد متوسط مولکولی(λ) به سرعت گرمایی میانگین($\langle v \rangle$) بیان کرد [۲، ۱۰، ۱۱ و ۱۹]:

$$\tau = \frac{\lambda}{\langle v \rangle} = \frac{\lambda}{\sqrt{8RT/\pi}} \tag{۲۲}$$

در روش بولتزمن شبکه‌ای $c_s = \sqrt{RT}$ و برای مدل D_2Q_9 برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است، لذا داریم [۲، ۱۰، ۱۱ و ۱۹]:

$$\tau = \sqrt{\frac{3\pi}{8}}\lambda \cong Kn\ N_y\ \Delta x \tag{۲۳}$$

که در آن N_y تعداد گره‌های شبکه در جهت y و Δx برابر با Δt $(c=1)$ و عدد نادسن به‌صورت $Kn = \lambda / N_y \Delta x$ است.

۳-۲- شرایط مرزی برای میکروجریان‌ها

۳-۲-۱- شرط مرزی پخش مولکولی

شرط مرزی پخش مولکولی برای روش بولتزمن شبکه‌ای به شکل زیر نوشته می‌شود [۹و۱۳]:

$$\left|(\mathbf{c}_i - \mathbf{u}_w).\mathbf{n}\right| f_i = \sum_{(\mathbf{c}_{i'} - \mathbf{u}_w)\cdot\mathbf{n}<0} \left|(\mathbf{c}_{i'} - \mathbf{u}_w).\mathbf{n}\right| \Re_f(\mathbf{c}_{i'} \to \mathbf{c}_i) f_{i'} \tag{۲۴}$$

در این معادله داریم:

$$\Re_f(\mathbf{c}_{i'} \to \mathbf{c}_i) = \frac{A_N}{\rho_w}\left((\mathbf{c}_i - \mathbf{u}_w).\mathbf{n}\right) f_i^{eq}\Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_w} \tag{۲۵}$$

در دو رابطهٔ بالا $\mathbf{n}$ بردار یکه عمود بر سطح دیواره است و w به دیواره اشاره دارد. همچنین i و i' به‌ترتیب جهت‌های برخورد و انعکاس ذرات هستند و A_N ضریبی است که تضمین می‌کند در جهت عمود بر دیواره، دبی جرمی وجود ندارد. در واقع در این شرط مرزی این‌گونه عمل می‌شود که ذراتی که به دیواره برخورد می‌کنند، جهت برخورد خود با دیواره را فراموش می‌کنند و در جهتی دیواره را ترک می‌کنند که هماهنگ با شرایط تعادلی دیواره باشند.

به‌عنوان مثال، برای اعمال شرط مرزی پخش مولکولی در دیوارهٔ پایینی که با سرعت $\mathbf{u}_w$ حرکت می‌کند، از مدل D_2Q_9 استفاده می‌کنیم (شکل (۱)). جهت‌های $i=1,3,4,7,8$ نمایانگر توابع توزیعی هستند که پس از مرحلهٔ انتشار، از دامنهٔ حل سیال به مرزها وارد می‌شوند و معین هستند. اما جهت‌های $i=2,5,6$ جهت‌هایی هستند که مقدار تابع توزیع آن‌ها نامشخص است و با استفاده از شرط مرزی پخش مولکولی و معادلات (۲۴) و (۲۵) به‌دست می‌آیند. این توابع به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند [۸ و ۱۳]:

$$
\begin{aligned}
f_2 &= \frac{A_N}{\rho_w} f_2^{eq}(\rho_w, \mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8) \\
f_5 &= \frac{A_N}{\rho_w} f_5^{eq}(\rho_w, \mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8) \\
f_6 &= \frac{A_N}{\rho_w} f_6^{eq}(\rho_w, \mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8)
\end{aligned} \tag{۲۶}
$$

که در آن $A_N = 6$ است.

۳-۲-۲- ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای

انتقال ممنتوم بین مولکول‌های گاز و سطح، نیازمند تعیین اندرکنش بین مولکول‌های برخوردی گاز و سطح است که تحلیل دقیق آن بسیار پیچیده است. از دیدگاه ماکروسکوپیک، تعیین بعضی پارامترهای متوسط از قبیل ضریب تطابق ممنتوم مماسی برای توصیف اندرکنش‌های سطح- گاز کافی است. برای جریان گازی در هندسه‌های با ابعاد میکرو، ضریب تطابق ممنتوم مماسی که با σ نشان داده می‌شود، به‌صورت زیر بیان می‌شود [۹، ۱۵، ۱۷ و ۱۸]:

$$\sigma = \frac{m_i - m_r}{m_i - m_w} \tag{۲۷}$$

که در آن m ممنتوم مماسی مولکول‌ها است و زیرنویس‌های i، r و w به‌ترتیب به مولکول‌های برخوردی، منعکس شده و دیواره اشاره دارند. شرایط مرزی با استفاده از σ، به‌صورت رابطهٔ زیر هستند [۹ و ۱۸]:

$$
\begin{aligned}
f_2 &= f_4 \\
f_5 &= \sigma \times f_7 + (1-\sigma) \times f_8 \\
f_6 &= (1-\sigma) \times f_7 + \sigma \times f_8
\end{aligned} \tag{۲۸}
$$

که در آن σ برای در نظر گرفتن اثر شرط مرزی کمانه کردن و $(1-\sigma)$ برای در نظر گرفتن اثر شرط مرزی آینه‌ای است. لذا $\sigma=0$ بیانگر شرط مرزی آینه‌ای خالص است که لغزش خالص را بیان می‌کند. همچنین $\sigma=1$ بیانگر شرط مرزی کمانه کردن خالص است که عدم لغزش را بیان می‌کند. ضریب تطابق ممنتوم مماسی به دماهای سطح و گاز، فشار محلی، سرعت و جهت متوسط جریان محلی و زبری سطح بستگی دارد. در کار حاضر، هر کجا که از ترکیب شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای استفاده شده است، مطابق معمول اکثر مقالات موجود در این زمینه، $\sigma=0.7$ قرار داده شده است [۹، ۱۴، ۱۸ و ۳۰].

۴- نتایج شبیه‌سازی‌ها

۴-۱- نتایج جریان میکروحفره با دیوارهٔ متحرک

در این قسمت جریان در یک میکروحفره برای اعداد نادسن مختلف شبیه‌سازی شده است. در این هندسه، دیوارهٔ بالایی حفره از سمت چپ به راست با سرعت U_0 حرکت می‌کند و باعث حرکت سیال در حفرهٔ مربعی به ضلع L می‌شود. دیواره‌های کناری و دیوارهٔ پایین ثابت هستند. در این سه دیوارهٔ ثابت، از ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای استفاده می‌شود. شرط مرزی پخش مولکولی برای دیوارهٔ متحرک بالایی شرط مرزی اعمال شده است. در کلیهٔ اعداد نادسن، عدد رینولدز (که به‌صورت $Re = U_0 L/\upsilon$ تعریف شده و در آن υ ویسکوزیته سینماتیکی است) ثابت و برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شده است.

در ابتدا، یک چگالی ثابت $\rho=1$ در تمام حوزهٔ حل قرار داده شده است و سرعت‌ها در داخل حفره صفر گذاشته شده‌اند. در دیوارهٔ بالایی مؤلفهٔ x سرعت U_0 است که در اعداد نادسن ۰/۰۰۱، ۰/۰۱، ۰/۰۵ و غیره به‌ترتیب ۰/۰۰۰۱۳۸۲، ۰/۰۰۱۳۸۲، ۰/۰۰۶۹۱ و غیره گذاشته شده است و مؤلفهٔ y سرعت صفر است. در این قسمت، از شبکه‌بندی غیریکنواخت ۱۰۱ × ۱۰۱ استفاده شده است.

شکل‌های (۳) و (۴) یک شبکهٔ غیریکنواخت نمونه در یک حفرهٔ مربعی با اندازهٔ شبکهٔ ۱۰۱×۱۰۱ با نسبت کشیدگی[۱۲] ۳، که به‌صورت نسبت بیشترین فاصله‌بندی شبکه به کمترین فاصله‌بندی شبکه تعریف شده است، را نمایش می‌دهند.

۴-۱-۱- بررسی همگرایی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف

به‌منظور تعیین معیار همگرایی، رابطهٔ زیر استفاده شده است [۳]:

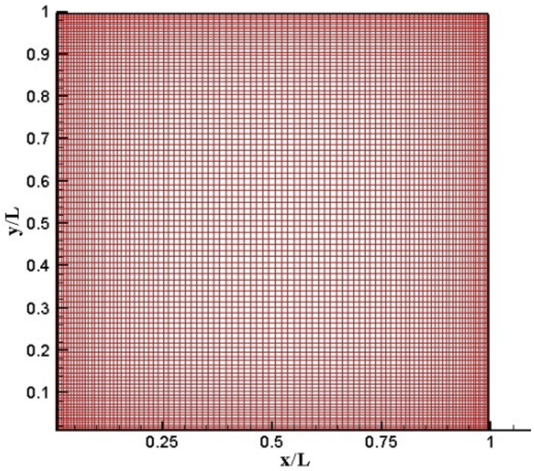
$$\delta=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(u^{n+1}-u^{n})^2+(v^{n+1}-v^{n})^2}\leq 10^{-7} \qquad (۲۹)$$

که در آن N تعداد کل گره‌ها در دامنهٔ حل، n گام زمانی قبلی، $(u^{n+1}-u^{n})$ و $(v^{n+1}-v^{n})$ مؤلفه‌های سرعت برای گام‌های زمانی قبلی و بعدی هستند.

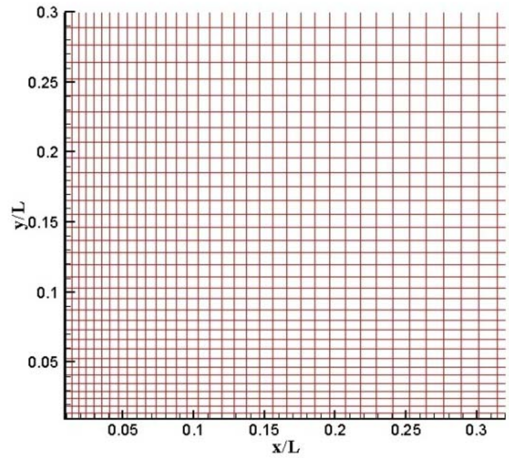
شکل (۵) خطای نسبی توزیع سرعت را در یک میکروحفره در شبکهٔ غیریکنواخت با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در Kn=0.01 نشان می‌دهد. معیار همگرایی در نظر گرفته شده در این قسمت، 10^{-7} است. همان‌گونه‌که دیده می‌شود، شکل (۵) همگرایی هر سه روش را نشان می‌دهد.

۴-۱-۲- انتخاب شبکهٔ غیریکنواخت بهینه

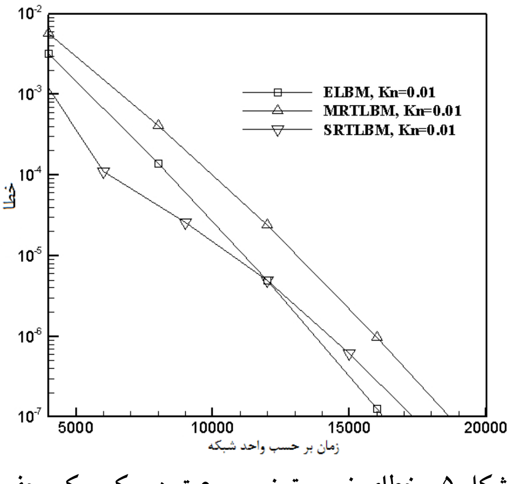
اندازه شبکه‌های غیریکنواخت مورد استفاده ۵۱ × ۵۱، ۱۰۱ × ۱۰۱ و ۲۰۱ × ۲۰۱ هستند. مستقل از شبکه بودن نتایج شبیه‌سازی‌های هر سه روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده، در این شبکه‌های مختلف و در اعداد نادسن مختلف بررسی شدند که در تمام آنها شبکه‌های ۱۰۱ × ۱۰۱ و ۲۰۱ × ۲۰۱ تطابق خوبی با یکدیگر داشتند. در اینجا برای نمونه بررسی مستقل از شبکه بودن روش MRTLBM با عدد نادسن ۰/۱ آورده شده است. شکل‌های (۶) و(۷) مؤلفهٔ y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی جریان میکروحفره را برای Kn=0.1 در این شبکه‌های مختلف، با استفاده از روش MRTLBM نشان می‌دهند. با توجه به شکل (۷)، مقدار بیشینهٔ سرعت در شبکه‌های ۵۱ × ۵۱، ۱۰۱× ۱۰۱ و ۲۰۱ × ۲۰۱ به‌ترتیب



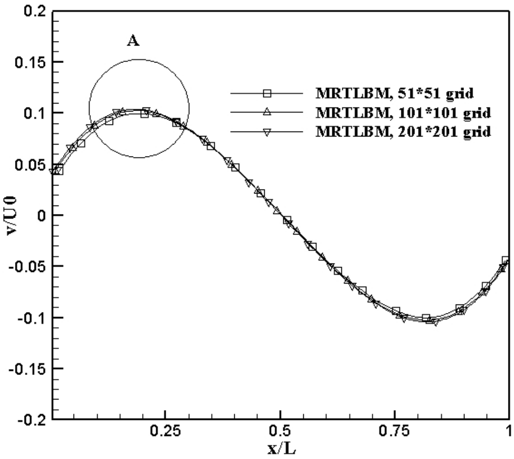
شکل ۳- یک شبکهٔ غیر یکنواخت نمونه در یک حفرهٔ مربعی (اندازهٔ شبکه ۱۰۱×۱۰۱ با نسبت کشیدگی برابر با ۳)



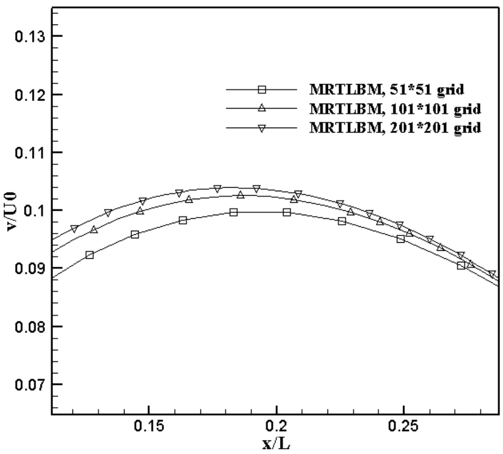
شکل ۴- ناحیه‌ای بزرگ شده از شکل (۳)



شکل ۵- خطای نسبی توزیع سرعت در یک میکروحفره در Kn=0.01



شکل ۶- مؤلفهٔ y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی میکروحفره برای Kn= 0.1

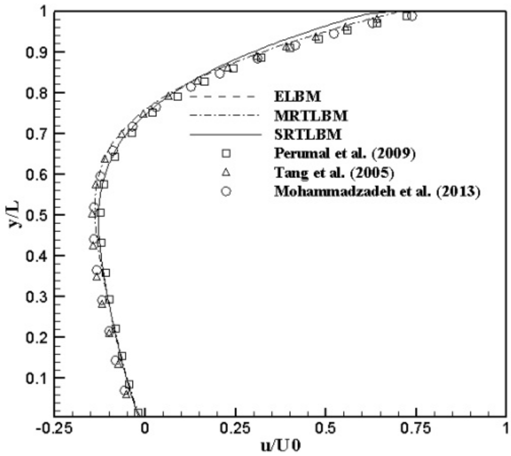


شکل ۷- بزرگ شدهٔ ناحیهٔ A از شکل (۶)

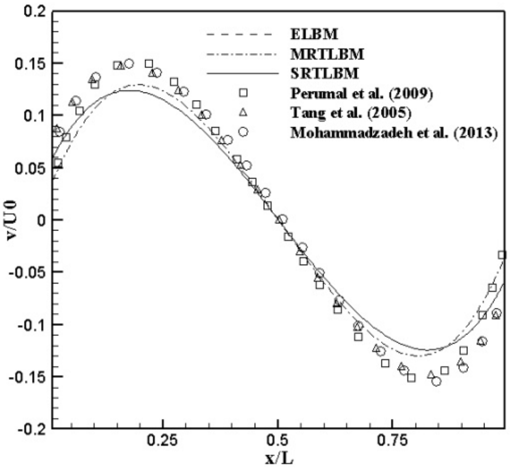
۰/۱۰۲۲، ۰/۱۰۴۱ و ۰/۱۰۴۵ هستند. همان‌گونه‌که دیده می‌شود، نتایج به‌دست آمده برای شبکه‌های ۱۰۱ × ۱۰۱ و ۲۰۱ × ۲۰۱ تقریباً معادل هستند و تطابق خوبی با یکدیگر دارند. از این‌رو به‌منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی، نتایج شبیه‌سازی‌های جریان در میکروحفره، تماماً با استفاده از شبکه‌بندی غیریکنواخت درشت‌تر یعنی ۱۰۱ × ۱۰۱ به‌دست آمده‌اند.

۴-۱-۳- اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی‌های جریان میکروحفره

به‌منظور اعتبارسنجی برنامه‌های کامپیوتری موجود در



الف) u



ب) v

شکل ۸- مؤلفهٔ x و y سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی و افقی میکروحفره برای Kn= 0.1

شبیه‌سازی میکروجریان‌ها در یک حفرهٔ مربعی، نتایج به‌دست آمده در این قسمت با نتایج روش‌های بولتزمن شبکه‌ای توسط پرومال و همکاران [۱۸] و تانگ و همکاران [۱۴] و نتایج روش شبیه‌سازی مستقیم مونت کارلو توسط محمدزاده و همکاران [۳۱] مقایسه شده است.

شکل (۸) مقایسهٔ مؤلفه‌های سرعت در امتداد خطوط مرکزی جریان میکروحفره را با نتایج دیگران، برای عدد نادسن ۰/۱ با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف نشان می‌دهد.

همان‌گونه‌که از شکل قابل مشاهده است، نتایج روش MRTLBM تطابق بهتری با نتایج دیگران دارد. جدول ۱

جدول ۱- مقایسهٔ موقعیت مرکز گردابهٔ اصلی

عدد نادسن	موقعیت مرکز گردابه		(%) اختلاف
	MRTLBM	تانگ و همکاران کار	
۰/۰۱	(۰/۵۰۱۶ , ۰/۷۶۳۴)	(۰/۵ , ۰/۷۶۳۳)	(۰/۳۲ , ۰/۰۱۸)
۰/۰۵	(۰/۵۰۱۸ , ۰/۷۴۶۵)	(۰/۵ , ۰/۷۴۶۷)	(۰/۳۶ , ۰/۰۲۸)
۰/۱	(۰/۵۰۱۹ , ۰/۷۰۸۸)	(۰/۵ , ۰/۷۲)	(۰/۳۷ , ۱/۵۶۲)

مقایسه‌ای بین موقعیت‌های مرکز گردابهٔ اصلی به‌دست آمده در روش‌های بولتزمن شبکه‌ای حاضر و در کار تانگ و همکاران [۱۴] در اعداد نادسن مختلف ارائه می‌دهد. همان‌گونه‌که دیده می‌شود، با افزایش عدد نادسن، یک حرکت جزئی رو به پایین در مرز گردابهٔ اصلی وجود دارد، در حالی‌که هیچ جابجایی افقی محسوسی در مرکز گردابه دیده نمی‌شود.

۴-۱-۴- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی

در این قسمت تأثیر افزایش عدد نادسن در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی و تا حدودی رژیم گذار را بر روی جریان میکروحفره بررسی می‌کنیم. همچنین به مقایسهٔ روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در آن محدوده برای جریان میکروحفره می‌پردازیم.

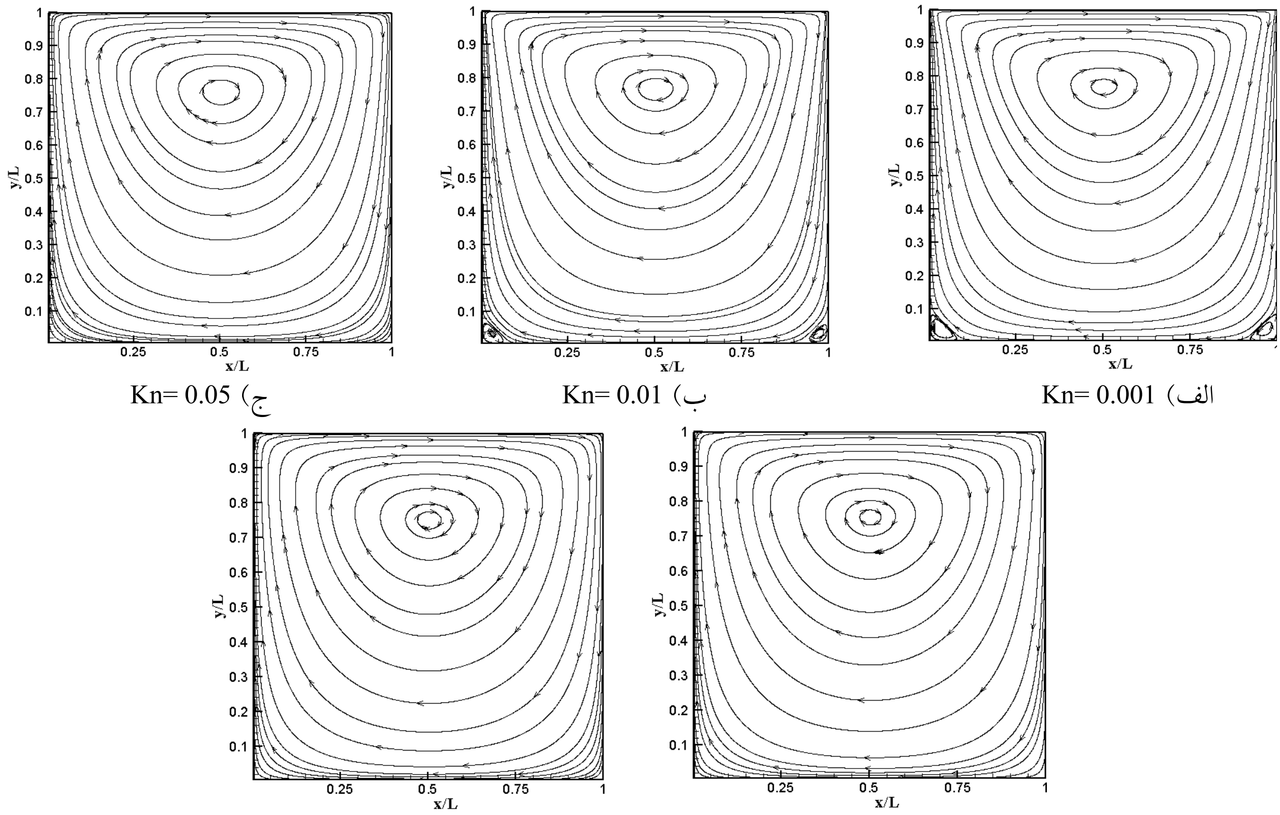
شکل (۹) خطوط جریان را در یک میکروحفره برای اعداد نادسن ۰/۰۰۱، ۰/۰۱، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۱۳۵ با استفاده از روش MRTLBM نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در این شکل نشان داده شده است، علاوه بر گردابه‌های اصلی ساعتگرد در مرکز میکروحفره، در اعداد نادسن کوچکتر دو گردابهٔ کوچک پاد ساعتگرد در سمت راست و چپ دیوارهٔ پایینی تشکیل شده‌اند. با افزایش عدد نادسن، این گردابه‌ها به تدریج کوچکتر شده و در نهایت حذف شده‌اند. علت این پدیده این است که با افزایش عدد نادسن، لغزش بر روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد و خطوط جریان در اطراف دیواره‌های میکروحفره، شکل دیواره را به خود می‌گیرند.

شکل (۱۰) مؤلفه‌های سرعت در امتداد خطوط مرکزی جریان میکروحفره را، برای اعداد نادسن مختلف با استفاده از روش MRTLBM نشان می‌دهند. همان‌گونه‌که در این شکل‌ها نمایش داده شده است، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی بر روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد. در شکل (۱۰- الف) سیال مجاور دیوارهٔ بالایی در صورتی لغزش کمتری دارد که به دیواره بیشتر بچسبد یعنی نسبت u/U_0 به یک نزدیکتر باشد که با کاهش عدد نادسن این عدد به یک نزدیکتر و لذا لغزش کمتر می‌شود.

شکل‌های (۱۱) و (۱۲) مؤلفهٔ x سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی جریان میکروحفره را با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف برای عدد نادسن ۰/۱ نشان می‌دهند. همان‌گونه‌که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، روش MRTLBM لغزش کمتری را نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد. سیال مجاور دیوارهٔ متحرک بالایی در صورتی لغزش کمتری دارد که به دیواره بیشتر بچسبد و سرعت آن به سرعت دیواره نزدیکتر باشد؛ یعنی نسبت u/U_0 به یک نزدیکتر باشد که در مورد روش MRTLBM این عدد به یک نزدیکتر است و لذا لغزش کمتر می‌شود.

۴-۱-۵- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در خارج از محدودهٔ رژیم لغزشی

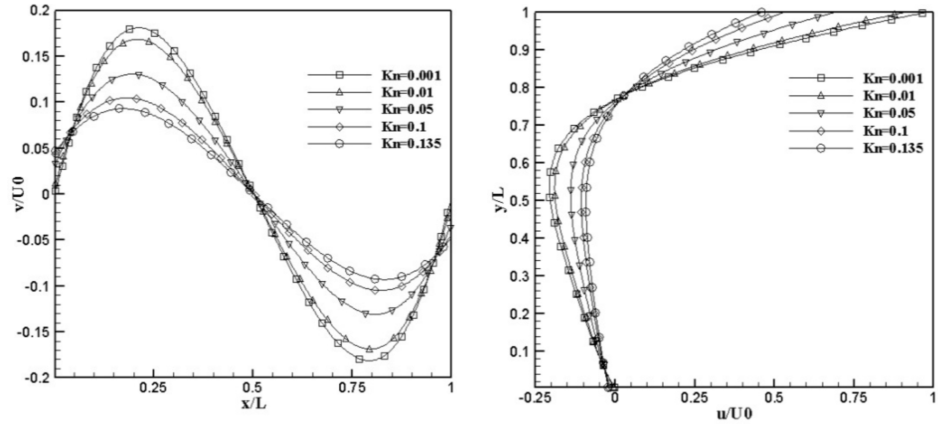
در این قسمت، به‌منظور ارزیابی توانایی برنامه‌های کامپیوتری



الف) Kn= 0.001 ب) Kn= 0.01 ج) Kn= 0.05

د) Kn= 0.1 و) Kn= 0.135

شکل ۹- خطوط جریان در میکروحفره با استفاده از روش MRTLBM

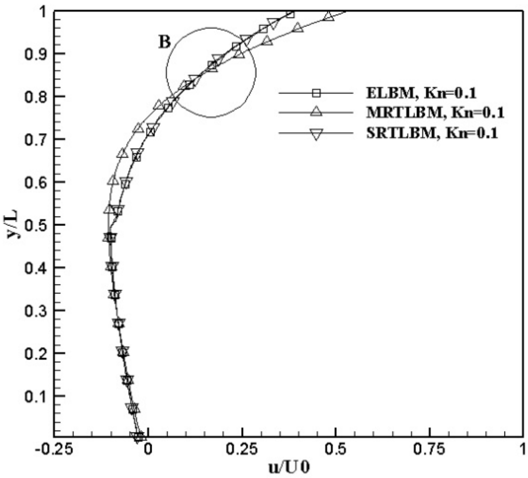


الف) u ب) v

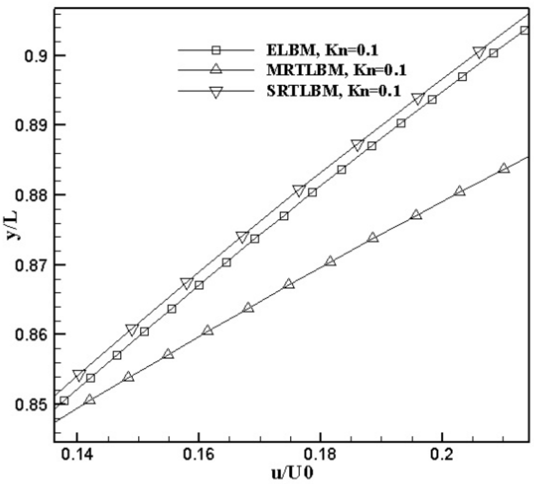
شکل ۱۰- مؤلفهٔ x و y سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی و افقی میکروحفره با استفاده از روش MRTLBM

موجود در شبیه‌سازی جریان میکروحفره در اعداد نادسن بیشتر، به بررسی و مقایسهٔ روش‌های بولتزمن شبکه‌ای حاضر در محدودهٔ رژیم گذار پرداخته می‌شود.

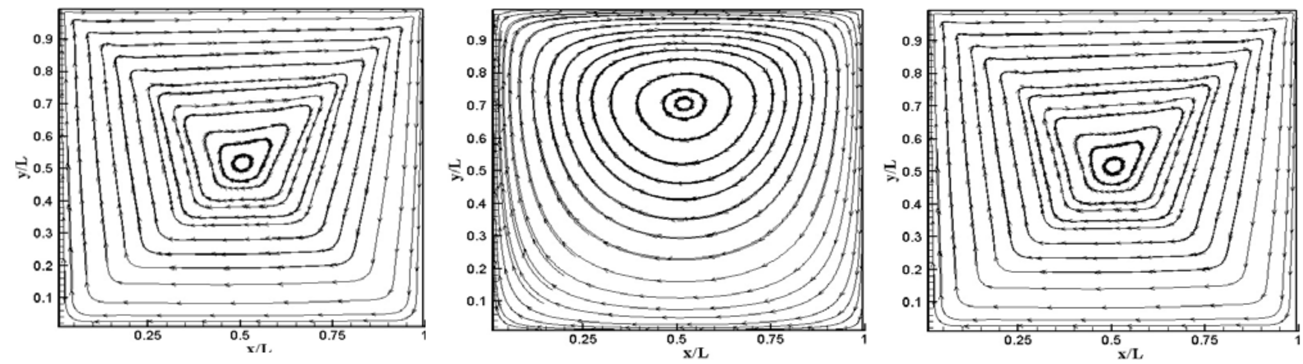
شکل (۱۳) خطوط جریان در یک میکروحفره برای عدد نادسن ۲، با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف را نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در این شکل دیده می‌شود، نتایج روش MRTLBM به‌واسطهٔ استفاده از ضرایب تخفیف مختلف، نتایج معقول‌تری را نسبت به روش‌های SRTLBM و ELBM



شکل ۱۱- مؤلفهٔ x سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی میکروحفره در Kn= 0.1

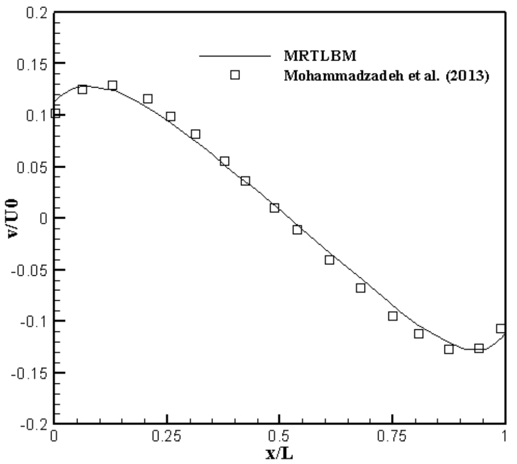


شکل ۱۲- بزرگ شدهٔ ناحیهٔ B از شکل (۱۱)



الف) SRTLBM **ب) MRTLBM** **ج) ELBM**

شکل ۱۳- خطوط جریان در میکرو حفره برای Kn= 2



شکل ۱۴- مؤلفهٔ y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی میکروحفره در Kn=1

ارائه می‌دهد. بدین ترتیب نتیجه می‌شود که علی‌رغم اینکه هر سه روش در شبیه‌سازی جریان‌های در مقیاس میکرو در محدودهٔ جریان لغزشی، قابلیت کاربرد دارند و نتایج خوبی را به‌دست می‌دهند، لیکن تنها روش MRTLBM، توانایی شبیه‌سازی جریان در رژیم گذار را دارد.

شکل (۱۴) مقایسهٔ مؤلفهٔ y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی میکروحفره که با روش MRTLBM به‌دست آمده است را با نتایج روش شبیه‌سازی مستقیم مونت کارلو توسط محمدزاده و همکاران [۳۱]، برای عدد نادسن ۱ نشان می‌دهد. همان گونه‌که از شکل قابل مشاهده است، نتایج روش MRTLBM تطابق خوبی با سایر داده‌های عددی دارد.

جدول ۲- زمان مورد نیاز برای انجام ۱۰۰ تکرار در جریان میکروحفره در Kn= 0.1

زمان بر حسب ثانیه	روش‌های بولتزمن شبکه‌ای
۸۴/۹۴	SRTLBM
۸۱/۵۴	MRTLBM
۱۲۳/۸۳	ELBM

۴-۱-۶- مقایسهٔ روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف از نظر مدت زمان اجرا

جدول ۲ زمان مورد نیاز برای انجام ۱۰۰ تکرار را بر روی یک کامپیوتر با مشخصات پردازنده و حافظه مشخص (Intel(R) Core(TM) i7 CPU, 6.00 GB RAM) در روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف، برای Kn=0.1 نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که دیده می‌شود، زمان‌های اجرای مربوط به روش SRTLBM کمتر از دو روش دیگر است. با توجه به پیچیدگی بیشتر روش MRTLBM و محاسبات بیشتری که در مرحله برخورد انجام می شود، زمان مورد نیاز آن بیشتر است ولی نسبت به دو روش دیگر دقت و پایداری بهتری را فراهم می‌آورد.

۴-۲- نتایج جریان میکروکانال

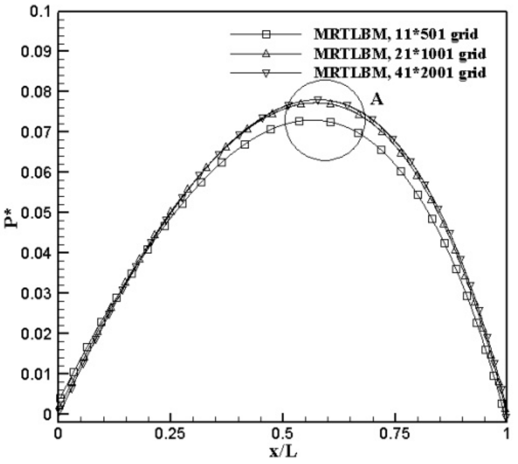
با توجه به کاربردهای مهندسی دستگاه‌های در ابعاد میکرو، جریان گاز درون میکروکانال، به یکی از موضوعات مهم روش‌های عددی تبدیل شده است. در این قسمت یک جریان همدمای دو بعدی محصور بین دو صفحهٔ تخت موازی با طول L و ارتفاع H، در اعداد نادسن مختلف و نسبت فشارهای[۱۳] مختلف در نظر گرفته شده است. جریان با اختلاف فشار بین ورودی کانال با فشار P_{in} و خروجی کانال با فشار P_{out} به حرکت در می‌آید. در این قسمت، نسبت لاغری[۱۴] L/H برابر با ۵۰ در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز به‌صورت $Re = U_{in}H/\upsilon$ تعریف شده است که در آن U_{in} سرعت ورودی، H ارتفاع کانال و υ ویسکوزیته سینماتیکی است. در اینجا عدد رینولدز برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شده است. در این قسمت از شبکه‌بندی غیریکنواخت ۱۰۰۱ × ۲۱ با نسبت کشیدگی ۳ استفاده شده است.

در کار حاضر، ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای در دیواره‌های بالایی و پایینی در شبیه‌سازی شرط مرزی لغزشی استفاده شده است. برای شرایط مرزی در ورودی و خروجی، شرط مرزی ارائه شده توسط لیم و همکاران [۱۱] را اعمال می‌کنیم. در این روش توابع توزیع نامعلوم با استفاده از توابع توزیع تعادلی جایگزین می‌شوند. در ورودی و خروجی کانال، شرط مرزی فشار اعمال شده و سایر متغیرها با استفاده از کمیات نقاط داخل میدان جریان محاسبه شده است. مؤلفه‌های سرعت در ورودی کانال با استفاده از پایین‌دست جریان و مؤلفه‌های سرعت در خروجی کانال با استفاده از بالادست جریان برون‌یابی شده‌اند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌های به‌دست آمده در قسمت قبل، در این بخش جریان داخل میکروکانال فقط با استفاده از روش MRTLBM شبیه‌سازی می‌شود.

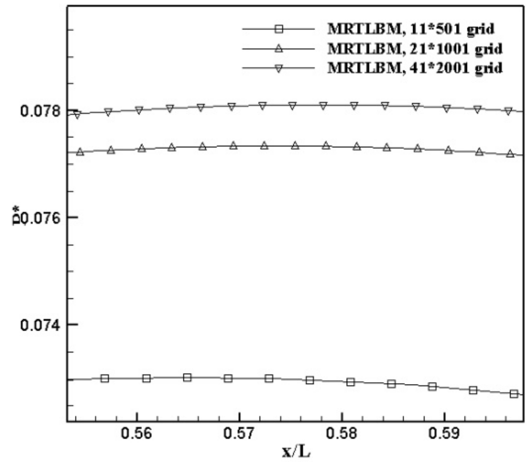
۴-۲-۱- انتخاب شبکهٔ غیریکنواخت بهینه

مستقل از شبکه بودن نتایج در عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲ بررسی شده است. اندازه شبکه‌های غیریکنواخت مورد استفاده ۵۰۱ × ۱۱، ۱۰۰۱ × ۲۱ و ۲۰۰۱ × ۴۱ است.

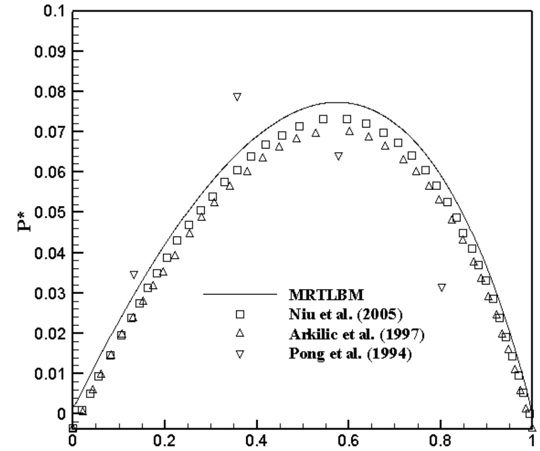
شکل‌های (۱۵) و (۱۶) بی بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال، یعنی $P^* = (P - P_{lin})/P_{out}$ (در اینجا P_{lin} فشاری است که به طور خطی بین فشار ورودی و خروجی درونیابی شده است و P_{out} فشار در خروجی کانال است.)، را در عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲ در این شبکه‌های مختلف، با استفاده از روش MRTLBM نشان می‌دهند. همان‌گونه‌که دیده می‌شود، نتایج به‌دست آمده در شبکه‌های ۱۰۰۱ × ۲۱ و ۲۰۰۱ × ۴۱ تطابق خوبی با یکدیگر دارند، لذا برای کلیهٔ شبیه‌سازی‌های این قسمت، از شبکهٔ ۱۰۰۱ × ۲۱ استفاده شده است.



شکل ۱۵- بی بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی برای عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲



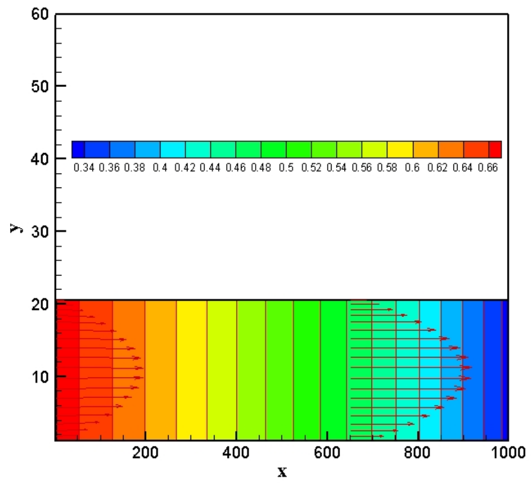
شکل ۱۶- بزرگ شدهٔ ناحیهٔ A از شکل ۱۵



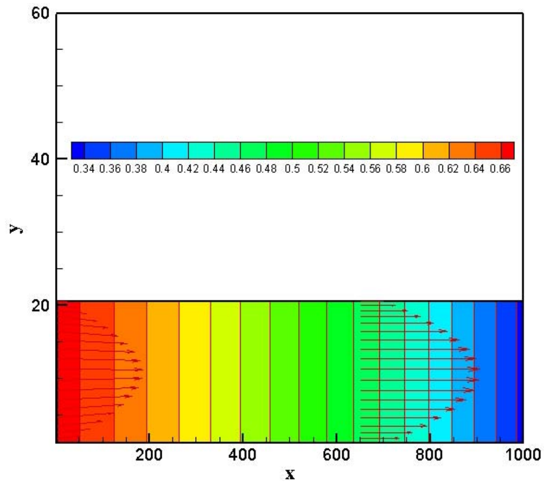
شکل ۱۷- بی بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی برای عدد نادسن ۰/۰۵۳و نسبت فشار ۲/۰۲

۴-۲-۲- اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی‌های جریان میکروکانال

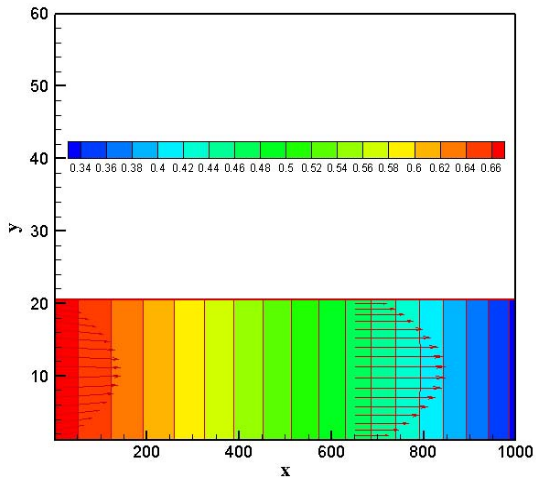
به‌منظور اعتبار سنجی برنامه‌های کامپیوتری موجود در شبیه‌سازی میکروجریان‌ها در یک کانال، نتایج به‌دست آمده در این قسمت با نتایج تحلیلی آرکیلیک و همکاران [۱۲]، نتایج عددی نیو و همکاران [۳۰] و نتایج آزمایشگاهی پونگ و همکاران [۳۲] مقایسه شده‌اند. شکل (۱۷) مقایسهٔ بی بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی را در امتداد میکروکانال در عدد نادسن ۰/۰۵۳و نسبت فشار ۲/۰۲ با استفاده از روش MRTLBM با نتایج دیگران نشان می‌دهد. مقادیر بیشینهٔ بی‌بعد شدهٔ انحراف فشار در روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده، نتایج نیو و همکاران، نتایج آرکلیک و همکاران و نتایج پونگ و همکاران به‌ترتیب ۰/۰۷۶، ۰/۰۷۴، ۰/۰۷۱ و ۰/۰۶۵ است. اختلاف نتایج روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده با نتایج عددی و تحلیلی کمتر از ۷٪ و با نتایج آزمایشگاهی در حدود ۱۵٪ است. لذا همان‌گونه‌که از شکل پیداست، نتایج توزیع فشار با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده با سایر داده‌های تجربی، تحلیلی و عددی تطابق بسیار خوبی دارد.



الف) Kn=0.053

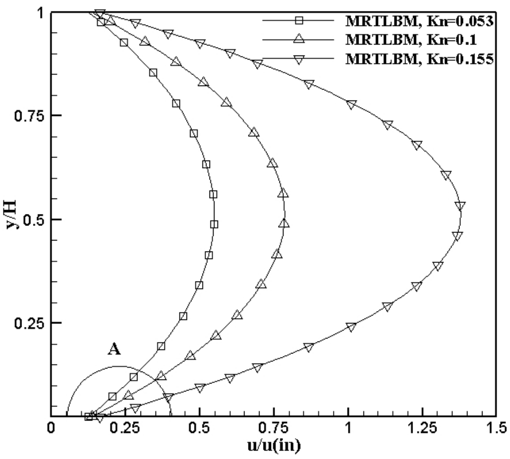


ب) Kn=0.1



ج) Kn=0.155

شکل ۱۸- کانتورهای فشار و بردارهای سرعت در امتداد میکروکانال برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۲/۰۲



شکل ۱۹- توزیع سرعت بی بعد شده در مقطع وسط میکروکانال برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۲/۰۲

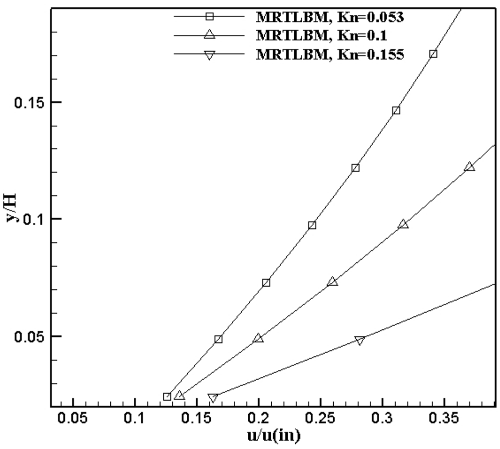
۴-۲-۳- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی

در این قسمت تأثیر افزایش عدد نادسن در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی و تا حدودی رژیم گذار را بر روی جریان میکروکانال با استفاده از روش MRTLBM بررسی می‌کنیم.

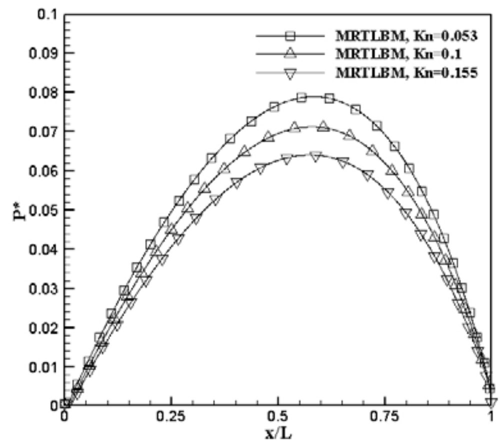
شکل (۱۸) کانتورهای فشار و بردارهای سرعت در امتداد کانال را در اعداد نادسن مختلف Kn=0.053، Kn=0.1 و Kn=0.155 و نسبت فشار PR=2.02 نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در این شکل نشان داده شده است، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی در مرز دیواره افزایش می‌یابد.

شکل‌های (۱۹) و (۲۰) توزیع سرعت بی‌بعد شده را در مقطع وسط میکروکانال در اعداد نادسن مختلف نشان می‌دهند. همان‌گونه‌که در این شکل‌ها نشان داده شده است، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی در مرز دیواره افزایش می‌یابد. همچنین سرعت بیشینهٔ با افزایش عدد نادسن افزایش می‌یابد. این پدیده ناشی از این است که، عدد نادسن محلی در راستای طولی کانال تغییر می کند و نحوه تغییرات آن با فشار نسبت عکس دارد.

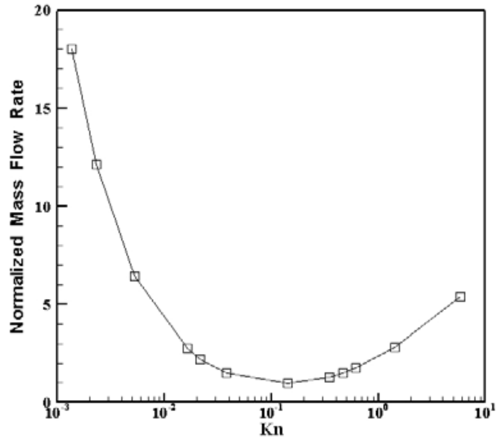
شکل (۲۱) بی‌بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال را، در اعداد نادسن مختلف و برای نسبت



شکل ۲۰- بزرگ شدهٔ ناحیهٔ A از شکل (۱۹)



شکل ۲۱- بی بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکرو کانال برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۲/۰۲



شکل ۲۲- بی بعد شدهٔ دبی جریان بر حسب عدد نادسن برای نسبت فشار ۱/۴۳

فشار ۲/۰۲ با استفاده از روش MRTLBM نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در شکل دیده می‌شود، با افزایش عدد نادسن، انحراف فشار از توزیع فشار خطی کاهش می‌یابد لذا توزیع فشار در امتداد میکروکانال به حالت خطی نزدیکتر می‌شود. غیرخطی بودن توزیع فشار را می‌توان به این واقعیت نسبت داد که اثرات تراکم پذیری و رقت باعث می‌شوند که تغییرات فشار روند متفاوتی را در مقایسه با آنچه که برای رژیم پیوستار داریم، اختیار کند.

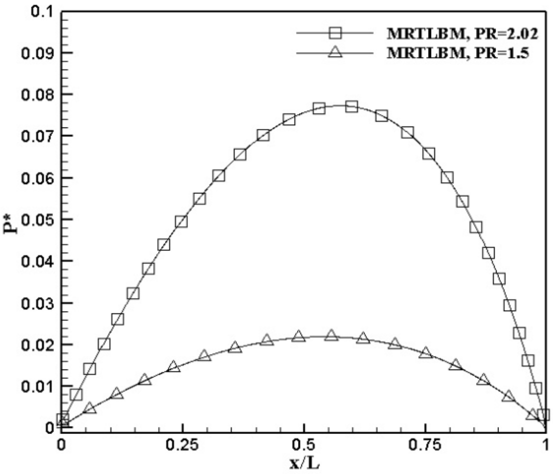
۴-۲-۴- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در خارج از محدودهٔ رژیم لغزشی

در این قسمت، به ارزیابی توانایی برنامه‌های کامپیوتری موجود در شبیه‌سازی جریان میکروکانال در اعداد نادسن بیشتر، در محدودهٔ رژیم گذار، با استفاده از روش MRTLBM می‌پردازیم.

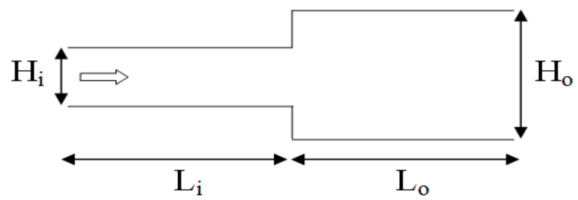
شکل (۲۲) نسبت دبی جرمی جریان در میکروکانال به دبی جرمی جریان در کانال معمولی کاملاً توسعه یافته را بر حسب عدد نادسن نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در این شکل دیده می‌شود، با افزایش عدد نادسن، نسبت دبی جرمی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. اکنون این پدیده، که ابتدا توسط نادسن معرفی شد، به پدیدهٔ نادسن مینیمم معروف است [۳۳]. وقوع این پدیده به‌واسطهٔ این حقیقت است که در اعداد نادسن پایین‌تر، اثر تراکم پذیری غالب است. بنابراین با افزایش عدد نادسن، افت فشار افزایش می‌یابد و در مقابل جریان داخل کانال مقاومت ایجاد می‌شود. اما در اعداد نادسن بالاتر، اثر رقت غالب است که باعث افزایش دبی جریان با افزایش عدد نادسن می‌شود.

۴-۲-۵- بررسی تأثیر کاهش نسبت فشار

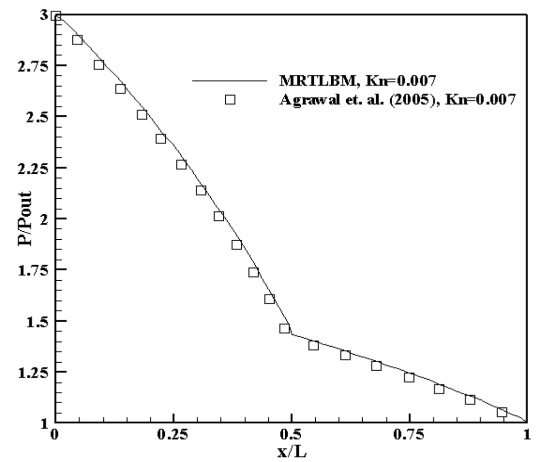
شکل (۲۳) بی‌بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال را، برای عدد نادسن ۰/۰۵۳ و در دو نسبت فشار مختلف با استفاده از روشMRTLBM نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که از شکل پیداست، با افزایش نسبت فشار ورودی به



شکل ۲۳- بی‌بعد شدهٔ انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکرو کانال برای عدد نادسن ۰/۰۵۳و نسبت فشارهای ۲/۰۲ و ۱/۵



شکل ۲۴- یک میکروکانال با انبساط ناگهانی



شکل ۲۵- توزیع فشار برای عدد نادسن ۰/۰۰۷ و نسبت فشار ۳

خروجی کانال، انحراف از توزیع فشار خطی افزایش می‌یابد. همچنین دیده می‌شود که با زیاد شدن نسبت فشار، موقعیت افقی بیشینهٔ انحراف از توزیع خطی به سمت خروجی متمایل‌تر می‌شود.

۴-۳- نتایج جریان میکروکانال با یک انبساط ناگهانی

مطالعه و تحلیل میکرو جریان‌ها با هندسه‌های پیچیده‌تر به یکی از موضوعات مورد علاقهٔ محققان تبدیل شده است. در این قسمت، همان‌گونه‌که در شکل (۲۴) دیده می‌شود، یک جریان همدمای دو بعدی در یک میکروکانال با انبساط ناگهانی در اعداد نادسن مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در اینجا طول دو قسمت کانال برابر گرفته شده است. نسبت لاغری در مقطع باریک ۵۰ و در مقطع عریض ۲۵ در نظر گرفته شده است. در اینجا عدد رینولدز در مبنای عرض قسمت باریکتر و سرعت ورودی کانال و برابر ۰/۳ در نظر گرفته شده است.

در کار حاضر، ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای در دیواره‌های بالایی و پایینی در شبیه‌سازی شرط مرزی لغزشی استفاده شده است. در ورودی و خروجی کانال، شرط مرزی فشار اعمال شده و سایر متغیرها با استفاده از کمیات نقاط داخل میدان جریان محاسبه شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده در قسمت‌های قبل، در این بخش جریان داخل میکروکانال با انبساط ناگهانی با استفاده از روش MRTLBM و با شبکه‌بندی غیریکنواخت شبیه‌سازی می‌شود.

۴-۳-۱- اعتبار سنجی نتایج شبیه‌سازی‌های جریان میکروکانال با انبساط ناگهانی

به‌منظور اعتبارسنجی برنامه‌های کامپیوتری موجود در شبیه‌سازی میکروکانال با انبساط ناگهانی، نتایج به‌دست آمده در این قسمت با نتایج عددی آگراوال و همکاران [۳۴] مقایسه شده‌اند. شکل (۲۵) مقایسهٔ توزیع فشار را در امتداد میکروکانال با انبساط ناگهانی در عدد نادسن ۰/۰۰۷ و نسبت فشار ۳ با استفاده از روش MRTLBM با نتایج دیگران نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در شکل مشخص است، نتایج توزیع فشار با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده با سایر داده‌های تحلیلی و عددی تقریباً به‌صورت کامل تطابق دارد.

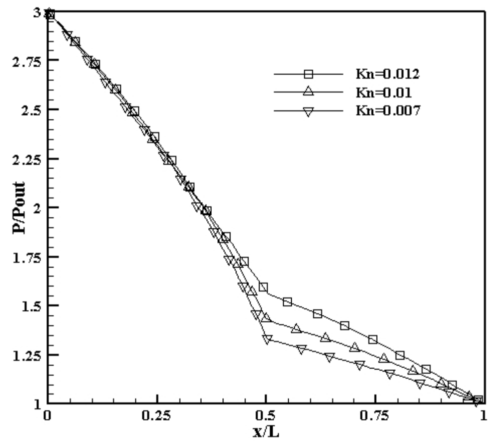
۴-۳-۲- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن بر توزیع فشار در امتداد جریان میکروکانال با انبساط ناگهانی

در این قسمت تأثیر افزایش عدد نادسن در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی را بر روی توزیع فشار جریان میکروکانال دارای انبساط ناگهانی با استفاده از روش MRTLBM بررسی می‌کنیم. شکل (۲۶) توزیع فشار در امتداد میکروکانال با انبساط ناگهانی را در عدد نادسن مختلف نشان می‌دهد. همان‌گونه‌که در شکل مشخص است، با افزایش عدد نادسن، انحراف فشار از توزیع فشار خطی کاهش می‌یابد لذا توزیع فشار در امتداد میکروکانال به حالت خطی نزدیکتر می‌شود. به‌علاوه همان‌گونه‌که در شکل دیده می‌شود، در محل اتصال دو مقطع کانال، یک ناپیوستگی در شیب وجود دارد. این ناپیوستگی به دلیل اثر تراکم‌پذیری مرتبط با تغییر ناگهانی سطح مقطع است. به این معنا که در جریان کانال مذکور، اطلاعات جریان به بالا دست و پایین دست جریان انتقال نمی‌یابد.

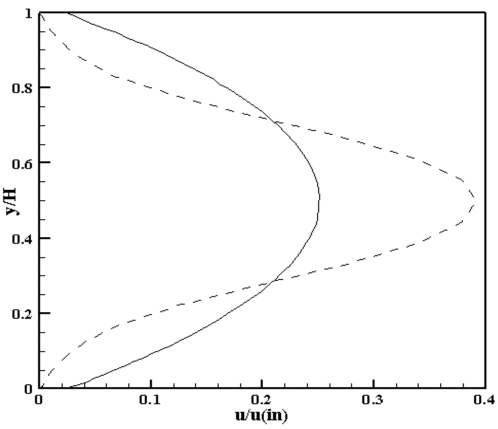
۴-۳-۳- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن بر توزیع سرعت در امتداد جریان میکروکانال با انبساط ناگهانی

در این قسمت توزیع سرعت جریان میکروکانال دارای انبساط ناگهانی و تأثیر افزایش عدد نادسن بر روی آن را با استفاده از روش MRTLBM بررسی می‌کنیم. تمام سرعت‌های ارائه شده در این قسمت با سرعت در ورودی کانال بی‌بعد شده است. همچنین مختصهٔ طول x با طول کلی و مختصهٔ عرض y با عرض مقطع عریض‌تر میکروکانال بی‌بعد شده است.

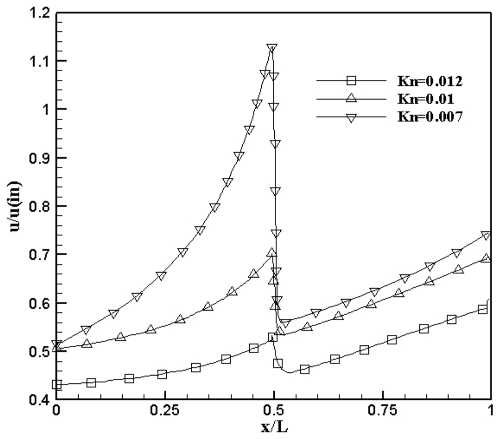
در شکل (۲۷) توزیع سرعت بی‌بعد در وسط مقطع عریض‌تر میکروکانال (با خط توپر) و نزدیک محل اتصال دو مقطع میکروکانال (با خط چین) در عدد نادسن ۰/۰۰۷و نسبت فشار ۳ ارائه شده است. سرعت طولی در میکروکانال با افزایش x، به دلیل انبساط گاز افزایش می‌یابد. به‌علاوه، سرعت در دیواره‌ها به دلیل لغزش، غیر صفر است و سرعت لغزشی نیز با افزایش x، افزایش می‌یابد. با این وجود، همان‌گونه‌که در شکل (۲۷) دیده می‌شود، پروفیل سرعت در مقاطع دور از محل



شکل ۲۶- توزیع فشار برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۳



شکل ۲۷- توزیع سرعت در وسط مقطع عریض‌تر (خط توپر) و نزدیک محل اتصال دو مقطع (خط چین) میکروکانال برای عدد نادسن ۰/۰۰۷ و نسبت فشار ۳



شکل ۲۸- توزیع سرعت در امتداد خط مرکزی برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۳

اتصال همچنان سهمی باقی می‌ماند، ولـی جریـان نزیـک محـل اتصال دو مقطع این رفتار را از خود نشان نمی‌دهد. شکل (۲۸) توزیع سرعت در امتـداد خـط مرکـزی میکروکانـال بـا انبسـاط ناگهانی را برای اعداد نادسن مختلـف و نسـبت فشـار ۳ نشـان مـی‌دهـد. ایـن شـکل یـک پـرش در محـل اتصـال دو مقطـع میکروکانال نشان مـی‌دهـد. ایـن تغییـر ناگهـانی در سـرعت را می‌توان از معادلهٔ پیوستگی نیز استنباط کـرد، زیـرا براسـاس آن سرعت باید خود را با تغییر مساحت تنظیم کند. ایـن پـرش در سرعت این مطلب را می‌رساند که به دلیـل اثـر تـراکم پـذیری، قسمت‌های مختلف جریان ارتباط بسـیار کمـی بـا هـم دارنـد. همان‌گونه‌که در شکل (۲۸) دیده می‌شود، این پرش در سـرعت با افزایش عدد نادسن، به دلیل اثر متضاد تراکم‌پـذیری و رقـت، کاهش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

در کار حاضر به‌منظور شبیه‌سازی میکروجریـان‌هـای همـدمای دوبعدی، برای اولین بار مدل‌های مختلف بولتزمن شـبکه‌ای بـر روی شبکه‌بندی غیریکنواخت استفاده شـد و جریـان در داخـل میکروحفـره و میکروکانـال در محـدودهٔ رژیـم لغزشـی و تـا حدودی رژیم گذار شبیه‌سازی گردید. در ابتدا بـه شـبیه‌سـازی جریان میکرو حفره با دیوارهٔ متحرک بـا اسـتفاده از روش‌هـای مختلف شبکه بولتزمن، سپس مقایسهٔ این روش‌ها بـا هـم و بـا نتایج محققین دیگر پرداخته شد و مشاهده شد کـه نتـایج روش MRTLBM تطابق بهتری با نتـایج دیگـران دارد. در ادامـه، بـه شبیه‌سازی جریان میکرو کانال با استفاده از ایـن روش پرداختـه شـد. از بررسـی ایـن شـبیه‌سـازی‌هـا، نتیجـه گیـری‌هـای زیـر به‌دست آمد:

۱- در شبیه‌سازی جریان در میکروحفـره، بـا افـزایش عـدد نادسن، سرعت لغزشی روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد. در نتیجـه گردابه‌های تشکیل شده در گوشه‌های پایینی حفره از بین رفته و خطوط جریان در نزدیکـی دیـواره، شـکل دیـواره را بـه خـود می‌گیرند.

۲- در شبیه‌سازی جریان در میکروکانـال، بـا افـزایش عـدد نادسن، سرعت لغزشی در مرز دیواره افزایش و میـزان انحـراف از توزیع خطی فشار کاهش می‌یابد. همچنین با افـزایش نسـبت فشار ورودی به خروجی کانال، انحراف فشـار از توزیـع فشـار خطی بیشتر می‌شود.

۳- در شبیه‌سازی جریان در میکروکانال با انبساط ناگهـانی، در محل اتصال دو مقطع کانال، یک ناپیوستگی در شیب نمودار توزیع فشار و یک پرش در نمودار توزیع سرعت به دلیل اثرات تراکم پذیری مرتبط با تغییر ناگهانی سـطح مقطـع وجـود دارد. این پرش در سرعت با افزایش عدد نادسن، به دلیل اثـر متضـاد تراکم‌پذیری و رقت، کاهش می‌یابد.

۴- در محدودهٔ رژیم جریان لغزشی، هر سه روش بـولتزمن شبکه‌ای استفاده شده نتایج خوبی را به‌دست می‌دهند و قابلیـت کاربرد دارند، لیکن تنها روش MRT، توانایی شبیه‌سازی جریان در رژیم گذار را دارد.

واژه‌نامه

1. micro-electro-mechanical systems (MEMS)
2. lattice Boltzmann method (LBM)
3. multi-relaxation-time lattice Boltzmann method (MRTLBM)
4. single-relaxation-time lattice Boltzmann method (SRTLBM)
5. entropic lattice Boltzmann method (ELBM)
6. diffuse scattering boundary condition (DSBC)
7. bounce-back
8. specular
9. tangential momentum accommodation coefficient (TMAC)
10. adaptive grid refinement technique
11. chapman-enskog expansion
12. stretch ratio
13. pressure ratio (PR)
14. aspect ratio

مراجع

1. Ho, C. M., and Tai, Y. C., “Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS) and Fluid Flows”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 579-612, 1998.
2. Wolf-Gladrow, D. A., *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models - An Introduction*, Springer Verlag, 2005.
3. رحمتی، ا.ر.، "بهبود پایداری روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جریان‌های گرمایی مغشوش در اعداد رایلی بزرگ"، رساله‌ی دکتری مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۸.
4. He, X., Chen, S., and Doolen, D. G., “A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 146, pp. 282-300, 1998.
5. d’Humières, D., “Generalized Lattice Boltzmann Equations”, *Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations (Progress in Astronautics and Aeronautics)*, Vol. 159, pp. 450-458, 1994.
6. Ansumali, S., and Karlin, I. V., “Stabilization of the Lattice Boltzmann Method by the H Theorem: A Numerical Test”, *Physical Review E*, Vol. 62, No. 6, pp. 7999-8003, 2000.
7. Ansumali, S., and Karlin, I. V., “Single Relaxation Time Model for Entropic Lattice Boltzmann Methods”, *Physical Review E*, Vol. 65, No. 5, pp. 056312(1)- 056312(9) , 2002.
8. Rahmati, A. R., and Niazi, S., “Simulation of Microflows using the Lattice Boltzmann Method on Nonuniform Meshes”, *International Journal of Nanomechanics Science and Technology*, Vol. 3, No. 1, pp. 77-97, 2012.
9. نیازی، س.، "کاربرد روش‌های مختلف شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، ۱۳۹۱.
10. Nie, X., Doolen, G. D., and Chen, S. Y., “Lattice-Boltzmann Simulations of Fluid Flows in MEMS”, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 107, No. 1, pp. 279- 289, 2002.
11. Lim, C. Y., Shu, C., Niu, X. D., and Chew, Y. T., “Application of Lattice Boltzmann Method to Simulate Microchannel Flows”, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 7, pp. 2299-2308, 2002.
12. Arkilic, E. B., Schmidt, M. A., and Breuer, K. S., “Gaseous Slip Flow in Long Microchannels”, *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 167-178, 1997.
13. Niu, X. D., Shu, C., and Chew, Y. T., “A Lattice Boltzmann BGK Model for Simulation of Micro Flows”, *Europhysics Letters*, Vol. 67, No. 4, pp. 600-606, 2004.
14. Tang, G. H., Tao, W. Q., and He, Y. L., “Lattice Boltzmann Method for Gaseous Microflows using Kinetic Theory Boundary Conditions”, *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 5, pp. 058101(1)-058101(4) , 2005.
15. Zhang, Y. H., Qin, R. S., Sun, Y. H., Barber, R. W., and Emerson, D. R., “Gas Flow in Microchannel- A Lattice Boltzmann Method Approach”, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 121, No. 1, pp. 257-267, 2005.
16. Ansumali, S., Karlin, I. V., Frouzakis, C. E., and Boulouchos, K. B., “Entropic Lattice Boltzmann Method for Microflows”, *Physica A*, Vol. 359, pp. 289-305, 2006.
17. Shirani, E., and Jafari, S., “Application of LBM in Simulation of Flow in Simple Micro-Geometries and Micro Porous Media”, *African Physical Review*, Vol. 1, No. 1, pp. 34-42, 2007.
18. Perumal, D. A., Krishna, V., Sarvesh, G., and Dass, A.K., “Numerical Simulation of Gaseous Microflows by Lattice Boltzmann Method”, *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. 1, No. 5, pp. 15-20, 2009.
19. Prasianakis, N., and Ansumali, S., “Microflow Simulations via the Lattice Boltzmann Method”, *Communications in Computational Physics*, Vol. 9, No. 5, pp. 1128-1136, 2011.
20. He, X**.**, Luo, L. S., and Dembo, M**.**, “Some Progress in Lattice Boltzmann Method, Part I. Non-Uniform Mesh Grids”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 129, pp. 357-363, 1996.
21. Chew, Y. T., Shu, C., and Niu, X. D., “A New Differential Lattice Boltzmann Equation and Its Application to Simulate Incompressible Flows on Non-Uniform Grids”, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 107, Nos. 1/2, pp. 329-342, 2002.
22. Fillipova, O., and Hänel, D., “Grid Refinement for Lattice-BGK Models”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 147, pp. 219-228, 1998.
23. Fillipova O., and Hänel D., “Acceleration of Lattice-BGK Schemes with Grid Refinement”, *Journal of Computational Physics.,* Vol. 165, pp. 407-427, 2000.
24. Shu C., Chew Y.T., and Niu X. D., “Least-Squares-Based Lattice Boltzmann Method: A Meshless Approach for Simulation of Flows with Complex Geometry”, *Physical Review E*, Vol. 64, No. 4, pp. 045701(1)-045701(4) , 2001.
25. Niu, X. D., Chew, Y. T., and Shu, C., “Simulation of Flows Around an Impulsively Started Circular

Cylinder by Taylor Series Expansion and Least Squares-Based Lattice Boltzmann Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 188, pp. 176-193, 2003.

26. Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., and Krook, M., "A Model for Collision Process in Gases. l. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component System", *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-525, 1954.
27. Mohamad, A. A., *Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Springer, 2011.
28. Ansumali, S., and Karlin, I. V., "Kinetic Boundary Condition for the Lattice Boltzmann Method", *Physical Review E*, Vol. 66, No. 2, pp. 026311(1)-026311(6), 2002.
29. Chikatamarla, S. S., Ansumali, S., and Karlin, I. V., "Entropic Lattice Boltzmann Models for Hydrodynamics in Three Dimensions", *Physical Review Letters*, Vol. 97, No. 1, pp. 010201(1)-010201(4) , 2006.
30. Niu, X. D., Shu, C., and Chew Y. T., "Numerical Simulation of Isothermal Micro Flows by Lattice Boltzmann Method and Theoretical Analysis of the Diffuse Scattering Boundary Condition", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 16, No. 12, pp. 1927–1941, 2005.
31. Mohammadzadeh, A., Roohi, E., and Niazmand, H., "A Parallel DSMC Investigation of Monatomic/Diatomic Gas Flows in a Micro/Nano Cavity", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 63, pp. 305–325, 2013.
32. Pong, K. C., Ho, C. M., Liu, J., and Tai, Y., "Non-Linear Pressure Distribution in Uniform Micro Channels", *In Application of Microfabrication to Fluid Mechanics, ASME Winter Annual Meeting*, Vol. 197, pp. 51–56, 1994.
33. Knudsen, M., "Die Gesetze der Molecular Stromung und Dieinneren Reibungstromung der Gase Durch Rohren", *Annals of Physics*, Vol. 28, pp. 75–130, 1909
34. Agrawal, A., Djenidi, L., and Antonia, R. A., "Simulation of Gas Flow in Microchannels with a Sudden Expansion or Contraction", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 530, pp. 135–144, 2005.