طراحی کنترل غیرخطی مقاوم برای دینامیک طولی موشک در حضور نامعینی غیرتطبیقی

سعید نصرالهی بروجنی*، **محسن فتحی و اصغر اشرفی‌فر**
دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۱۰ – دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۸/۱۷)

چکیده – در این مقاله، قانون کنترلی مقاوم برای دینامیک طولی غیرخطی موشک براساس تئوری لیاپانوف و کنترل مدلغزشی برای ردیابی زاویه حمله ارائه شده است. فرض بر این است که در معادلات غیرخطی، نامعینی غیرتطبیقی وجود دارد. در روش پیشنهادی، بهره‌های کنترل کننده توسط الگوریتم اجتماع ذرات بهینه شده است. برای این منظور تابع هزینه‌ای با استفاده از خطای ردیابی خروجی تعریف شده است. نتایج شبیه‌سازی برتری عملکرد کنترل کننده پیشنهادی را نسبت به کنترل کننده معمول PID در حضور نامعینی غیرتطبیقی نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: کنترل کننده دینامیک طولی موشک، کنترل مدلغزشی، نامعینی غیرتطبیقی، نوسانات ناخواسته، الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، کنترل کننده براساس لیاپانوف.

Robust Nonlinear Control of Missile Longitudinal Dynamics in Presence of Unmatched Uncertainty

S. Nasrollahi Boroujeni*, M. Fathi and A. Ashrafifar

Department ofAerospace, Sharif University of Technology

Abstract: ***In this paper, a robust control law is proposed, based on Lyapunov's theory and sliding mode control theory, in order to track the angle of attack in nonlinear longitudinal dynamics of a missile. It is assumed that there are unmatched uncertainties in the nonlinear systems. In the proposed algorithm, the controller gains are optimized by Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. For this purpose, a cost function is extracted from the output tracking error. Simulation results show that the proposed algorithm has better performance than conventional Proportional-Integral-Derivative (PID) controller in the presence of unmatched uncertainties.***

Keywords: ***Missile longitudinal dynamic controller, sliding mode control, unmatched uncertainty, chattering, PSO algorithm, Lyapunov– based controller.***

---

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: s_nasrollahi@ae.sharif.ir

فهرست علائم

m	جرم وسیله	V	سرعت وسیله
$p_{m,n}$	متغیرهای موقعیت ذره	α	زاویه حمله
r_1, r_2	اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت	δ	زاویه سطح کنترلی کانال پیچ
S	سطح لغزش	θ	زاویه پیچ
S_{ref}	مساحت مرجع وسیله	Γ_1, Γ_2	فاکتورهای یادگیری الگوریتم اجتماع ذرات

۱- مقدمه

یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های کنترل، کنترل کننده تناسبی- انتگرالی- مشتق‌گیر[1] است. اکثر حلقه‌های پسخور کنترلی توسط این الگوریتم یا مدل‌های تغییر یافته آن کنترل می‌شوند. الگوریتم کنترل کننده PID از جهت تنظیم پارامترهای کنترل کننده دارای مبانی و روش‌های متنوعی است. نوع و مرتبه مدل فرآیند، شرایط حاکم بر مسئله کنترل و ملزومات کارایی حلقه بسته می‌توانند عوامل تعیین کننده در روش‌های تنظیم برای این کنترل کننده باشند. برخی از فرآیندهای کلیدی در صنایع دارای دینامیک‌های پیچیده‌ای هستند که با یک یا چند مشخصه مانند زمان تأخیر طولانی، پاسخ معکوس، اغتشاش متناوب و متعدد، خاصیت غیرخطی برجسته، تراکنش چند متغیره و قیود عملی توصیف می‌شوند. همچنین استفاده گسترده و موفق از روش‌های غیرخطی در مقالات مختلف شاهد کارایی بالای این روش‌ها در مقایسه با PID در مقابله با دینامیک‌های پیچیده و غیرخطی است.

سیستم اتوپایلوت معمولاً به دو دسته اتوپایلوت زاویه حمله و اتوپایلوت شتاب دسته‌بندی می‌شوند. سیستم‌های اتوپایلوت معمولاً با استفاده از روش خطی‌سازی و مدل خطی‌شده سیستم طراحی می‌شوند. کنترل کننده PID رایج‌ترین روش مورد استفاده برای کنترل سیستم خطی‌شده است [۱]. از طرفی برخی از وسایل پرنده دارای دینامیک سریع هستند که رفتارهای غیرخطی از خود به نمایش می‌گذارند. بنابراین استفاده از مدل غیرخطی سیستم در طراحی اتوپایلوت امری اجتناب‌ناپذیر به‌حساب می‌آید [۲ و ۳]. مرجع [۴] یک سیستم کنترل پرواز غیرخطی مقاوم برای یک وسیله دارای مانور بالا پیشنهاد کرده است. مرجع [۵] برای یک موشک زمین به زمین، رویتگر و اتوپایلوت غیرخطی طراحی کرده است. این اتوپایلوت شامل حلقه داخلی پسخوراند خطی‌ساز و حلقه کنترلی بیرونی خطی است. مرجع [۶] به طراحی اتوپایلوت غیرخطی برای موشک‌های با زاویه حمله بالا پرداخته است. در این مرجع برای طراحی اتوپایلوت در صفحه پیچ، از روش پسخوراند خطی‌ساز به‌همراه تئوری کنترل خطی بهره برده است. یکی دیگر از روش‌های نوین کنترل غیرخطی برای طراحی اتوپایلوت موشک، روش $\theta-D$ است [۷ و ۸]. در این روش مسئله طراحی اتوپایلوت به‌عنوان یک مسئله کنترل بهینه بررسی می‌شود. یکی از پرکاربردترین روش‌های غیرخطی برای طراحی اتوپایلوت، کنترل مدلغزشی است [۹-۱۳]. در مراجع بیان شده اتوپایلوت‌های طراحی شده برای سیستم‌های با نامعینی تطبیقی است.

در این تحقیق با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی و تئوری لیاپانوف برای دینامیک طولی یک موشک که نامعینی غیرتطبیقی دارد، اتوپایلوت طراحی شده است و همچنین برای قانون کنترل ارائه شده، اثبات پایداری انجام شده است. در ادامه ابتدا روابط و دینامیک سیستم فرمول‌بندی می‌شود. سپس نحوه استخراج قانون کنترلی مدلغزشی استخراج می‌شود. در ادامه، الگوریتم PSO و نحوه استفاده از آن در روش کنترلی پیشنهادی، توضیح داده خواهد شد. در قسمت آخر نیز نتایج شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری بیان شده است.

۲- فرمول‌بندی مسئله

سیستم مورد بررسی در این مقاله مربوط به دینامیک طولی یک موشک به‌صورت زیر است. به‌منظور ایجاد فرم صریح، از اتوپایلوت زاویه حمله استفاده شده است [۳]:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \frac{q S_{ref}\cos(\alpha)}{mV}\left(M_1(\alpha)+d_1\delta\right)+\dot{\theta}\\ \ddot{\theta} &= \frac{q S_{ref}\, d\left(M_2(\alpha)+d_2\delta\right)}{I_y}\end{aligned} \qquad (۱)$$

که در این رابطه، α زاویه حمله، θ زاویه پیچ، V سرعت وسیله، S_{ref} مساحت مرجع وسیله و δ زاویه سطح کنترلی کانال پیچ است، همچنین M_i به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M_i(\alpha)=a_i\alpha^3+b_i\alpha^2+c_i\alpha \quad i=1,2 \qquad (۲)$$

که مقادیر پارامترهای ثابت a_i، b_i، c_i و d_i در مرجع [۴] معرفی شده‌اند. به‌منظور استفاده از تئوری کنترل، ابتدا معادلات دینامیکی سیستم را به‌فرم فضای حالت تبدیل می‌کنیم. در نتیجه می‌توان معادلات حالت سیستم را به‌صورت معادلات (۳) بیان کرد:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1)+g_1(x_1)x_2\\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1,x_2)+g_2(x_1,x_2)u\end{aligned} \qquad (۳)$$

ابتدا معادله (۱) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$C_1=\frac{qS_{ref}}{mV},\ C_2=\frac{qS_{ref}\,d}{I_y}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\dot{\alpha}=C_1M_1(\alpha)\cos(\alpha)+C_1d_1\delta\cos(\alpha)+\dot{\theta}\\ \ddot{\theta}=C_2M_2(\alpha)+C_2d_2\delta\end{cases} \qquad (۴)$$

ترم $C_1d_1\delta\cos(\alpha)$، اثر نیروی عملگر روی زاویه حمله است و قابل صرف‌نظر کردن است [۳]، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}&[x_1 \quad x_2]^T=[\alpha \quad \dot{\theta}]^T,\quad u=\delta\\ &g_1(x_1)=1,\ \ g_2(x_1,x_2)=d_2C_2\\ &f_1(x_1)=C_1\cos(x_1)(a_1x_1^3+b_1x_1^2+c_1x_1)\\ &f_2(x_1,x_2)=C_2(a_2x_1^3+b_2x_1^2+c_2x_1)\end{aligned} \qquad (۵)$$

در اینجا علاوه بر فرضیات مرجع [۳]، یک نامعینی غیرتطبیقی W به سیستم اضافه می‌شود که فقط نیاز است کران بالای آن معلوم باشد. در این صورت معادلات با درنظر گرفتن نامعینی غیرتطبیقی بازنویسی و برای آن اتوپایلوت طراحی می‌شود:

$$\dot{x}_1=f_1(x_1)+g_1(x_1)x_2+W \qquad (۶)$$

$$\dot{x}_2=f_2(x_1,x_2)+g_2(x_1,x_2)u \qquad (۷)$$

۲-۱- کنترل مدلغزشی هموار

سیستم تک‌ورودی- تک‌خروجی زیر را درنظر بگیرید:

$$\dot{x}(t)=f(x,t)+u(t) \qquad (۸)$$

که در آن $x(t)$ خروجی موردنظر و $u(t)$ ورودی کنترل و تابع $f(x,t)$ به‌صورت زیر است:

$$f(x,t)=f_{nom}(x,t)+f_{un}(x,t)\quad,\quad |f_{un}(x,t)|\le\Omega \qquad (۹)$$

$f_{nom}(x,t)$ قسمت قطعی و $f_{un}(x,t)$ بخش غیرقطعی تابع $f(x,t)$ است که مقدار دقیق آن معلوم نیست، ولی کران بالای آن با ثابت Ω محدود شده است. طبق تئوری کنترل مدلغزشی، متغیر S براساس خطای ردیابی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S=x-x_d \qquad (۱۰)$$

در آن S خطای ردیابی و x_d حالت مطلوب است. در این‌صورت، مسئله ردیابی معادل باقی ماندن برروی سطح S و هم‌ارز با رابطه $S=0$ است. کنترل مدلغزشی از دو بخش تشکیل می‌شود. بخش اول یا کنترل معادل، زمانی‌که در سیستم نامعینی وجود ندارد طراحی می‌شود. در این‌صورت تغییرات S صفر بوده و کنترل معادل با برقراری $\dot{S}=0$ تعیین می‌شود. بخش دوم یا بخش رساننده برای درنظر گرفتن نامعینی‌ها به کنترل معادل اضافه شده و S را در مدت زمان محدودی به صفر می‌رساند [۱۴]. برای طراحی بخش رساننده ابتدا تابع کاندیدای لیاپانوفی به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

$$V=\frac{1}{2}S^2 \qquad (۱۱)$$

در کنترل مدلغزشی استاندارد، برای اثبات پایداری بایستی شرط لغزش رابطه (۱۲) برقرار شود [۱۴]:

$$\dot{V} = S\dot{S} \le -\eta|S| \qquad (۱۲)$$

در آن η یک ثابت مثبت بوده و ورودی کنترل باید طوری تعیین شود که این شرط برقرار شود. با انتگرال‌گیری از طرفین این رابطه تضمین می‌شود که متغیر S در مدت زمان محدودی به‌صورت رابطه (۱۳) به صفر خواهد رسید [۱۴]:

$$t_r \le |S(t=0)/\eta| \qquad (۱۳)$$

در روش استاندارد، ورودی کنترل، حالت کلی رابطهٔ (۱۴) را خواهد داشت [۱۴]:

$$u = u_{eq} - (\eta + \Omega)\operatorname{sign}(S) \qquad (۱۴)$$

که در آن u_{eq} کنترل معادل، η پارامتری برای تنظیم مدت زمان رسیدن به سطح لغزش و Ω کران بالای نامعینی سیستم است. این ورودی کنترل، شامل تابع ناپیوسته علامت بوده و زمانی‌که سطح S به نزدیکی صفر می‌رسد، نوسانات ناخواسته‌ای را ایجاد می‌کند. برای برطرف کردن این مشکل در این مقاله از شرط لغزش زیر به‌صورت رابطه (۱۵) استفاده می‌شود:

$$\dot{V} = S\dot{S} \le -\eta S^2 \qquad (۱۵)$$

جمله سمت راست رابطه (۱۵) مشابه شرط لغزش (۱۲) در روش طراحی کنترل مدلغزشی استاندارد است. با این تفاوت که در آن تابع پیوستهٔ S^2 جایگزین تابع قدرمطلق شده است [۱۵]. با این تغییر، ورودی کنترل شکل کلی رابطهٔ (۱۶) را خواهد داشت که علاوه بر تضمین پایداری زمان محدود، سیگنال کنترلی هموارتری تولید می‌کند:

$$u = u_{eq} - \eta S - \Omega\operatorname{sign}(S) \qquad (۱۶)$$

با توجه به روابط (۱۴) و (۱۶) مشاهده می‌شود که افزایش مقدار پارامتر η در رابطه (۱۴)، بهرهٔ تابع ناپیوسته را بزرگ‌تر کرده که باعث افزایش نوسان خواهد شد. اما در رابطه (۱۶) پارامتر η در تابع ناپیوستهٔ علامت ضرب نشده و افزایش آن منجربه افزایش نوسان نخواهد شد. همچنین با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه (۱۵) می‌توان نوشت:

$$\int_{S(t=0)}^{\varepsilon} \frac{dS}{S} \le \int_0^{t_r} -\eta\, dt \Rightarrow$$
$$t_r \le (\ln S(t=0) - \ln(\varepsilon))/\eta \qquad (۱۷)$$

که t_r زمان رسیدن متغیر S به‌دقت ε از صفر است. یعنی مسیرهای سیستم بعد از گذشت مدت زمان t_r با دقت ε نزدیک به سطح $S=0$ خواهند بود و با توجه به رابطه (۱۵) چون سطح لغزش $S=0$ جاذب است، از این زمان به بعد نیز مسیرها به سطح لغزش نزدیک‌تر شده و در نهایت به آن می‌رسند. با توجه به رابطه (۱۷)، مدت زمان رسیدن S به دقت ε، با تغییر مقدار η قابل تنظیم است [۱۵].

۲-۲- بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات (PSO)

الگوریتم PSO با یک ماتریس جمعیت تصادفی اولیه، شروع می‌شود. هر عنصر جمعیت، یک ذره نامیده می‌شود. در واقع الگوریتم PSO از تعداد مشخصی از ذرات تشکیل می‌شود که به‌طور تصادفی، مقدار اولیه می‌گیرند. برای هر ذره دو مقدار وضعیت و سرعت، تعریف می‌شود که به‌ترتیب با یک بردار مکان و یک بردار سرعت، مدل می‌شوند. این ذرات، به‌صورت تکرارشونده‌ای در فضای n بعدی مسئله حرکت می‌کنند تا با محاسبه مقدار بهینگی به‌عنوان یک ملاک سنجش، گزینه‌های ممکن جدید را جستجو کنند [۱۶]. در این الگوریتم، یک حافظه، به ذخیرهٔ بهترین موقعیت هر ذره در گذشته و یک حافظه به ذخیرهٔ بهترین موقعیت پیش آمده در میان همهٔ ذرات، اختصاص می‌یابد. با تجربهٔ حاصل از این حافظه‌ها، ذرات تصمیم می‌گیرند که در نوبت بعدی، چگونه حرکت کنند. در هربار تکرار، همهٔ ذرات در فضای n بعدی مسئله حرکت می‌کنند تا بالاخره نقطهٔ بهینهٔ سراسری، پیدا شود. ذرات، سرعت و موقعیت‌شان را برحسب بهترین جواب‌های مطلق و محلی به‌روز می‌کنند، یعنی:

$$v_{m,n}^{new} = v_{m,n}^{old} + \Gamma_1 \times r_1 \times \left(p_{m,n}^{local\,best} - p_{m,n}^{old}\right) + \Gamma_2 \times r_2 \times \left(p_{m,n}^{global\,best} - p_{m,n}^{old}\right) \qquad (۱۸)$$

$$p_{m,n}^{new} = p_{m,n}^{old} + v_{m,n}^{new} \qquad (۱۹)$$

که در آن

$v_{m,n}$، سرعت ذره

$p_{m,n}$، متغیرهای موقعیت ذره

r_1 و r_2، اعداد تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت

Γ_1 و Γ_2، فاکتورهای یادگیری که به‌صورت $\Gamma_1 = ۰/۱۲$ و $\Gamma_2 = ۰/۹$ انتخاب شده‌اند.

$p_{m,n}^{\text{local best}}$، بهترین جواب محلی موقعیت و $p_{m,n}^{\text{global best}}$ بهترین جواب مطلق موقعیت هستند.

الگوریتم PSO مقادیر اولیه موقعیت و سرعت را به‌صورت تصادفی انتخاب کرده، سپس بردار سرعت هر ذره را به‌روزرسانی و مقدار سرعت جدید را به موقعیت و یا مقدار ذره می‌افزاید. به‌روز کردن سرعت تحت تأثیر هر دو مقدار بهترین جواب محلی و بهترین جواب مطلق قرار می‌گیرند. بهترین جواب محلی و بهترین جواب مطلق، بهترین جواب‌هایی هستند که تا لحظهٔ جاری اجرای الگوریتم، به‌ترتیب توسط یک ذره و در کل جمعیت به‌دست آمده‌اند. ثابت‌های Γ_1 و Γ_2 به‌ترتیب، پارامتر ادراکی و پارامتر اجتماعی نامیده می‌شوند. فرآیند به‌روزرسانی ذرات در الگوریتم PSO تا زمانی‌که همهٔ ذرات به یک نقطه همگرا شوند، تکرار می‌شود. مزیت اصلی PSO این است که پیاده‌سازی این الگوریتم ساده بوده و نیاز به تعیین پارامترهای کمی دارد. همچنین PSO قادر به بهینه‌سازی توابع هزینهٔ پیچیده با تعداد زیاد مینیمم محلی است [۱۶]. در حالت کلی در الگوریتم اجتماع ذرات، چرخه مطابق شکل (۱) تکرار می‌شود.

در این مقاله پس از طراحی کنترل کننده غیرخطی برای دینامیک طولی موشک، مقادیر بهینه ضریب η در رابطه (۱۶) با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات محاسبه شده است. برای این منظور تابع هزینه F به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = \int_0^{\infty} (x_1 - x_{1d})^2 dt \qquad (۲۰)$$

که در این رابطه $(x_1 - x_{1d})$ خطای ردیابی است.

۲-۳- طراحی قانون کنترل

برای طراحی قانون کنترل به‌دلیل وجود نامعینی غیرتطبیقی W، در معادلات سیستم استفاده از قانون کنترل مدلغزشی به‌طور معمول برای این سیستم امکان پذیر نیست. به‌همین منظور در این مقاله از یک نگرش نوینی جهت حل این مسئله استفاده می‌شود. در این مقاله هدف کنترلی رسیدن به زاویه حمله مطلوب (x_{1d}) یا به‌عبارتی $x_1 \to x_{1d}$ است. برای رسیدن به این هدف، متغیر حالت $x_2 \approx U_{\text{virtual}}$ را به‌عنوان یک ورودی مجازی معادله (۶) درنظر بگیرید. برای به‌دست آوردن U_{virtual} از تئوری کنترل مدلغزشی بیان شده در قسمت‌های قبل استفاده می‌شود. ابتدا سطح لغزش به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = x_1 - x_{1d} \qquad (۲۱)$$

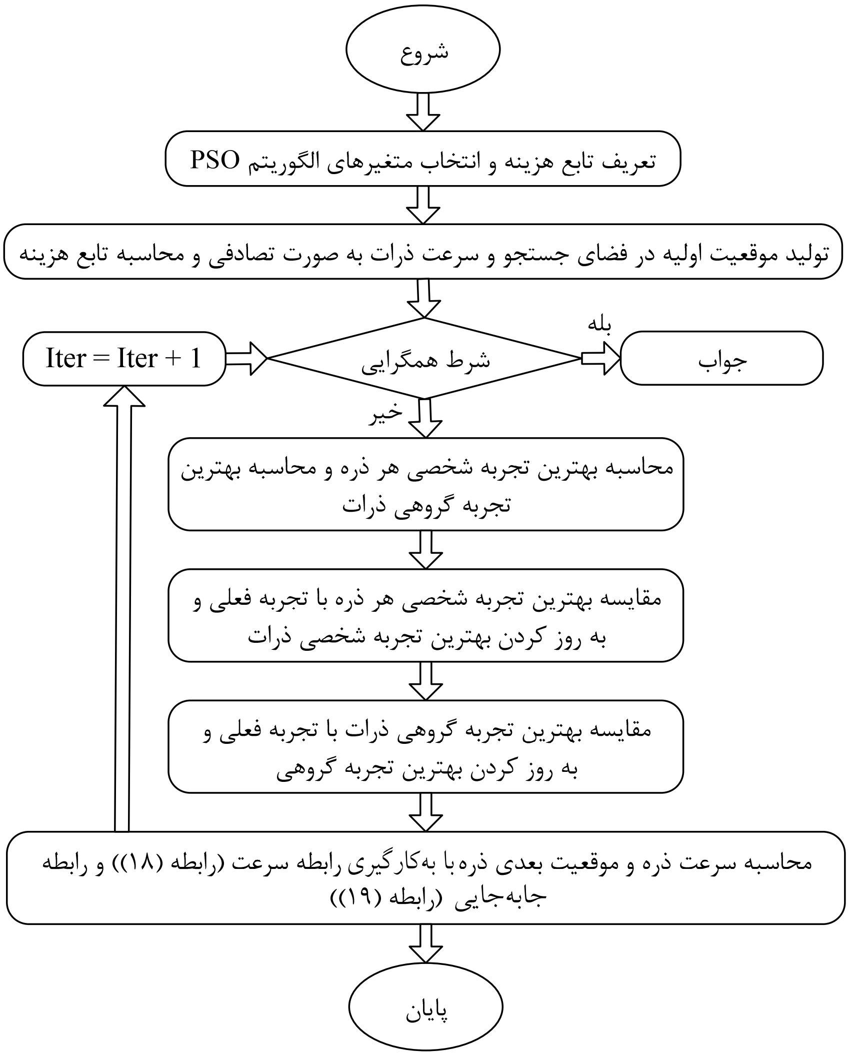
در این‌صورت مسئلهٔ ردیابی، معادل باقی ماندن برروی سطح S و هم‌ارز با رابطهٔ $S = ۰$ است. طبق تئوری کنترل مدلغزشی، کنترل معادل ($U_{\text{virtual}_{eq}}$) برای زمانی‌که در سیستم نامعینی وجود ندارد و مسیرهای سیستم برروی سطح لغزش هستند، با برقراری $\dot{S} = ۰$ با استفاده از روابط (۶)، (۷) و (۲۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = f_1(x_1) + g_1(x_1) U_{\text{virtual}_{eq}} \\ &- \dot{x}_{1d} = C_1 \cos(x_1)(a_1 x_1^3 + b_1 x_1^2 + c_1 x_1) \\ &+ U_{\text{virtual}_{eq}} - \dot{x}_{1d} = ۰ \\ &\Rightarrow U_{\text{virtual}_{eq}} = \dot{x}_{1d} - C_1 \cos(x_1)(a_1 x_1^3 + b_1 x_1^2 + c_1 x_1) \qquad (۲۲) \end{aligned}$$

$U_{\text{virtual}_{eq}}$ کنترل معادل بوده و زمانی‌که در سیستم نامعینی وجود ندارد، مسیرهای سیستم را برروی سطح لغزش صفر حفظ خواهد کرد. حال برای درنظر گرفتن نامعینی سیستم، جمله‌ای به‌صورت زیر به کنترل معادل اضافه می‌شود:

$$U_{\text{virtual}} = U_{\text{virtual}_{eq}} - \eta S - \Omega \text{Sign}(S) \qquad (۲۳)$$

پارامتر Ω ماکزیمم مقدار نامعینی است، پارامتر η پارامتر طراحی است و با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات مقدار بهینه آن به‌دست می‌آید. گام دوم به‌دست آوردن سیگنال کنترل u است که بتوان با آن معادله دینامیکی کل سیستم را پایدار کرد.



شکل ۱- روند نمای الگوریتم PSO

به‌همین منظور از طراحی به‌کمک لیاپانوف، برای اثبات پایداری استفاده می‌کنیم.

قضیه ۱- معادلات دینامیکی (۶) و (۷) با درنظر گرفتن تابع لیاپانوف:

$$V_{total} = \frac{1}{2}(x_1 - x_{1d})^2 + \frac{1}{2}(x_2 - U_{virtual})^2 \qquad (۲۴)$$

پایدار مجانبی است، اگر سیگنال کنترل u به‌صورت زیر درنظر گرفته شود:

$$u = \frac{1}{g_2(x_1, x_2)}\Big(-f_2(x_1, x_2) - k(x_2 - U_{virtual}) + \dot{U}_{virtual}\Big)$$

$$u = \frac{1}{d_2 C_2}\Big(-C_2(a_2 x_1^3 + b_2 x_1^2 + c_2 x_1) - k(x_2 - U_{virtual}) + \dot{U}_{virtual}\Big) \qquad (۲۵)$$

در رابطه (۲۵) پارامتر $k > 0$ است.

اثبات- در ابتدا متغیرهای e_1 و e_2 به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} e_1 &= S = x_1 - x_{1d} \\ e_2 &= x_2 - U_{virtual} \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

با استفاده از رابطه (۲۶)، رابطه (۲۷) را به‌صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$V_{total} = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \qquad (۲۷)$$

جدول ۱- پارامترهای ثابت سیستم

$S = ۰/۴۴\ ft^۲$	$I_y = ۱۸۲/۵\ slug - ft^۲$	$a_۲ = ۰/۰۰۰۲۱۵$
$m = ۱۳/۹۸\ slug$	$a_۱ = ۰/۰۰۰۱۰۳$	$b_۲ = -۰/۰۱۹۵$
$V = ۳۱۰۹/۳\ ft/sec$	$b_۱ = -۰/۰۰۹۴۵$	$c_۲ = ۰/۰۵۱$
$d = ۰/۷۵\ ft$	$c_۱ = -۰/۱۷۰$	$q = ۱\ lb/ft^۲$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲۷) داریم:

$$\dot{V}_{total} = e_۱\dot{e}_۱ + e_۲\dot{e}_۲ \quad (۲۸)$$

با استفاده از رابطه (۱۵) و (۲۶) می‌توان رابطه (۲۸) را به‌صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_{total} = -\eta e_۱^۲ + e_۲\dot{e}_۲ \quad (۲۹)$$

در رابطه (۲۹) مقدار جمله اول منفی است. در ادامه منفی بودن جمله دوم رابطه (۲۹) اثبات می‌شود. با منفی شدن جمله دوم مشتق تابع لیاپانوف برای کل سیستم منفی می‌شود.

با جایگذاری روابط (۲۵) در معادله (۷) داریم:

$$\dot{x}_۲ = f_۲(x_۱,x_۲) + g_۲(x_۱,x_۲)\left(\frac{۱}{g_۲(x_۱,x_۲)}\left(-f_۲(x_۱,x_۲) - k(x_۲ - U_{virtual}) + \dot{U}_{virtual}\right)\right)$$

$$\dot{x}_۲ = -k(x_۲ - U_{virtual}) + \dot{U}_{virtual} \quad (۳۰)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲۶):

$$\dot{e}_۲ = \dot{x}_۲ - \dot{U}_{virtual} \quad (۳۱)$$

با استفاده از روابط (۲۶)، (۳۰) و (۳۱):

$$\dot{e}_۲ = -ke_۲ \quad (۳۲)$$

با جایگذاری رابطه (۳۲) در رابطه (۲۹):

$$\dot{V}_{total} = -\eta e_۱^۲ - ke_۲^۲ < ۰ \quad (۳۳)$$

همانطور که قبلاً بیان شد، پارامترهای $\eta, k > ۰$ هستند.

۳- نتایج شبیه‌سازی

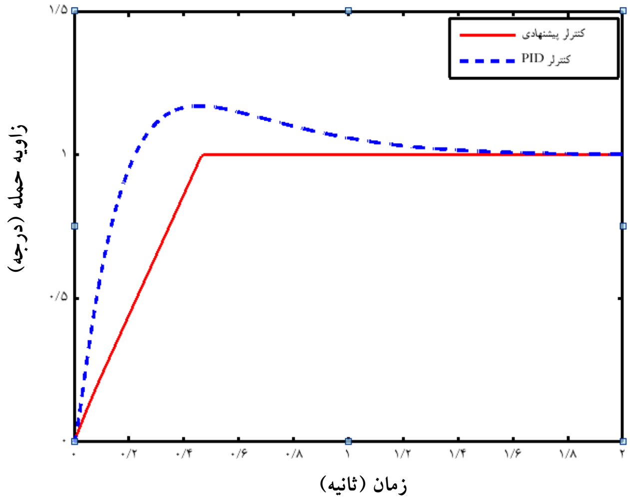
پارامترهای سیستم به‌منظور شبیه‌سازی در جدول (۱) بیان شده است.

در این بخش عملکرد کنترل کننده طراحی شده در مقایسه با عملکرد کنترل کننده PID بررسی می‌شود. پس از انجام شبیه‌سازی عددی سیستم مورد بررسی در این مقاله، نتایج حاصل از بهینه‌سازی ضریب کنترل کننده طراحی شده $\eta = ۲/۵۴۳$ به‌دست می‌آید. ضرایب کنترل کننده PID با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مطابق با جدول (۲) تنظیم شده است.

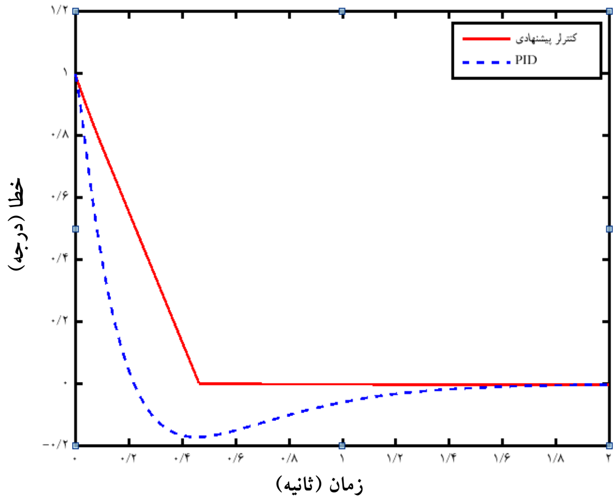
جدول ۲- مقادیر ضرایب کنترل کننده PID به‌دست آمده از روش بهینه‌سازی

K_p	K_d	K_i
۴	۰/۵	۸

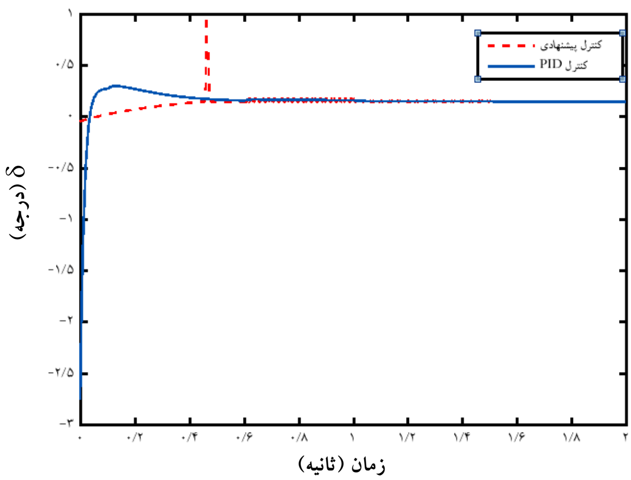
در شکل (۲) پاسخ خروجی سیستم با دو کنترل کننده PID و کنترل کننده پیشنهادی رسم شده است. همان‌طورکه در این شکل مشاهده می‌شود، کنترل کننده پیشنهادی خروجی مطلوب‌تر و پاسخی بدون فراجهش تولید کرده است. این در حالی است که کنترل کننده PID منجربه پاسخی با ۲۰٪ فراجهش شده است. البته همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگرچه قانون کنترلی جدید برای این سیستم دارای زمان نشست و فراجهش کمتر است ولی زمان خیز کنترل کننده PID بهینه مقدار ناچیزی کمتر است. شکل (۳) خطای ردیابی را نشان می‌دهد. شکل (۴) سیگنال کنترلی مربوط به هرکدام از کنترل‌کننده‌ها را نشان می‌دهد. البته بایستی توجه کرد که کنترل‌کننده پیشنهادی، نسبت به خطای ردیابی بهینه شده است. شکل (۵) سیگنال اغتشاش موجود در سیستم مشخص شده است. در نهایت شکل (۶) توانایی کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی در رساندن سایر متغیرهای



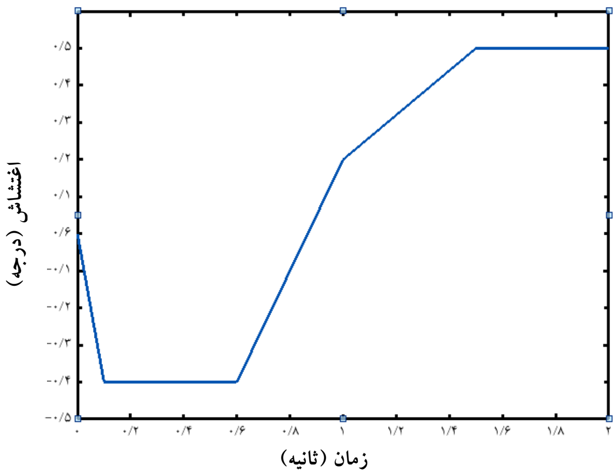
شکل ۲- مقایسه پاسخ خروجی سیستم با کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی و PID



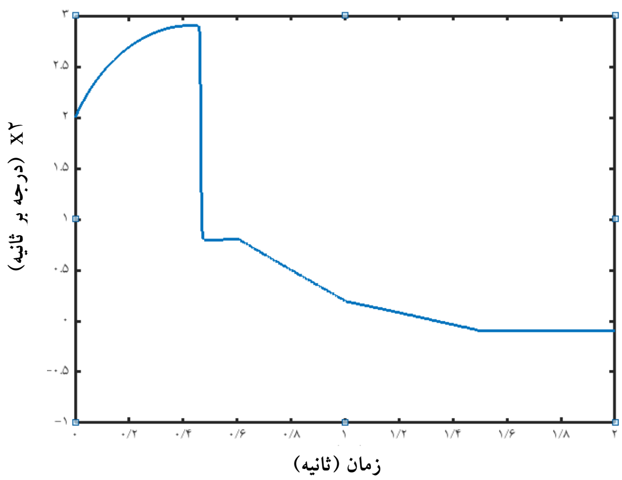
شکل ۳- مقایسه خطای خروجی سیستم با کنترل‌کنندهٔ پیشنهادی و PID



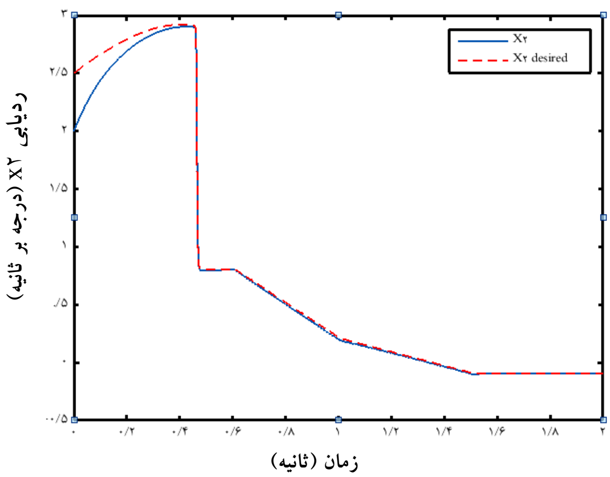
شکل ۴- مقایسه سیگنال کنترلی روش پیشنهادی و PID



شکل ۵- تغییرات اغتشاش اعمال شده به سیستم



شکل ۶- پایداری متغیر حالت x_2 سیستم در روش پیشنهادی



شکل ۷- ردیابی متغیر حالت x_2 سیستم در روش پیشنهادی

حالت به‌مقدار مطلوب را نشان می‌دهد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله طراحی اتوپایلوت طولی غیرخطی یک موشک با استفاده از تئوری کنترل مدلغزشی و تئوری لیاپانوف با وجود نامعینی جمع شونده غیرتطبیقی ارائه شد. برای کنترل کننده پیشنهادی اثبات پایداری به‌صورت تحلیلی انجام شد. سپس با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات، ضرایب موجود در کنترل کننده به‌صورت بهینه به‌دست آمد. نتایج شبیه‌سازی عملکرد نسبتاً خوب روش پیشنهادی نسبت به کنترل کننده مرسوم PID در حضور اغتشاش را نشان می‌دهد.

واژه‌نامه

1. proportional integral derivative

مراجع

1. Kada. B., and Ghazzawi,Y., "Robust PID Controller Design for an UAV Flight Control System", *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science,* San Francisco, USA, Vol. 2, pp. 1-6, 2011.
2. Sadraey, M., and Colgren, R., "*Robust Nonlinear Controller Design for a Complete UAV Mission*", VDM Publishing, 2009.
3. Jun-fang, F., and Zhong, S., "Missile Longitudinal Autopilot Design using Backstepping Approach", *Aerospace Conference, IEEE*, Big Sky, MT, pp. 1-8, 2010.
4. Reichart, R. T., "Robust Autopilot Design using μ-Synthesis", *Proceedings of American Control Conference.,* San Diego, CA, pp. 2368-2373, 1990.
5. Das, A., Das, R., Mukhopadhyay, S., and Patra, A., "Nonlinear Autopilot and Observer Design for a Surface-to-surface, Skid-to-turn Missile", *Annual IEEE India Conference*, Indicon , pp. 304-308, 2005.
6. Menon, P. K., and Yousefpor, M., "Design of Nonlinear Autopilots for High Angle of Attack Missiles", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pp. 29-31, 1996.
7. Xin, M., Balakrishnan, S. N., and Stansbery, D. T., "Nonlinear Missile Autopilot Design with Theta-D Technique", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* , Vol. 27, No. 3, pp. 406-417, 2004.
8. Xin, M., Balakrishnan, S. N., and Ohlmeyer E. J., "Integrated Guidance and Control of Missiles Withθ-D Method", *IEEE Transactions on Control Systems Technology,* Vol. 14, No. 6, pp. 981-992, 2006.
9. Zhou, D., Mu, C., and Xu, W., "Adaptive Sliding-Mode Guidance of a Homing Missile", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* Vol. 22, No. 4, pp. 589-594, 1999.
10. Salamci, M. U., Oslash, M. K., Ren, Zg. O and Banks, S. P., "Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 4, pp. 719-727, 2000.
11. Shkolnikov, I. A., Shtessel, Y. B., Lianos, D., and Thies, A. T., "Robust Missile Autopilot Design Via High-Order Sliding Mode Control", *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2000.
12. Shima, T., Idan, M., and Golan, O. M., "Sliding-Mode Control for Integrated Missile Autopilot Guidance", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* , Vol. 29, No. 2, pp. 250-260, 2006.
13. Seshagiri S., and Promtun E., "Sliding Mode Control of F-16 Longitudinal Dynamics", *Proceedings of American Control Conference*, pp. 1770-1775, 2008.
14. Slotine, J. J., and Li, W. "*Applied Nonlinear Control*", Englewood Cliffs, NJ: prentice-Hall, 1991.
15. Kim, K. J., Park, J. B., and Choi, Y. H., "Chattering Free Sliding Mode Control", *Proceedings of SICE-ICASE, International Joint Conference*, pp. 732-735, 2006.
16. Weise, T., "*Global Optimization Algorithms-Theory and Application*", Self-Published, 2009.