

## پیش‌بینی استحکام نمونه‌های حلقوی کامپوزیتی با روش آسیب پیش‌رونده

فتح‌اله طاهری بهروز\* و حمزه خیام راینی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۰۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۳/۲۸)

**چکیده** - در مقاله حاضر با استفاده از روش‌های چندمقیاسی، معیاری برای پیش‌بینی شروع و رشد آسیب در کامپوزیت‌های لایه‌ای بافته شده صفحه‌ای جهت پیش‌بینی استحکام آنها ارائه شده است. بدین منظور با مدل‌سازی حجمک نماینده و با محاسبه تنش‌های میکروسکوپی، آسیب در یارن‌ها و رزین مورد بررسی قرار گرفته است. سپس با بهره‌گیری از شرایط مرزی مناسب، تنش‌ها و کرنش‌های ماکروسکوپی حجمک نماینده برای به‌دست آوردن مؤلفه‌های ماتریس سفتی معادل محاسبه شده‌اند. با توسعه زیرروال‌های "UMAT" و "USDFLD" در نرم‌افزار آباکوس، حلقه‌های کامپوزیتی بافته شده شبیه‌سازی و به‌صورت پیش‌رونده استحکام نهایی آنها پیش‌بینی شده است. به‌منظور اعتبارسنجی نتایج عددی، نمونه‌های حلقوی با استفاده از پارچه بافته شده شیشه به عرض پنج سانتی‌متر و رزین اپوکسی متناسب با ابعاد استاندارد ASTM-D2290 ساخته شده و تحت آزمون کشش قرار گرفته‌اند. نتایج عددی و تجربی همخوانی خوب بین نتایج عددی و آزمایشگاهی صحت مدل‌های عددی توسعه داده شده در این پژوهش را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تخریب پیش‌رونده، پارچه‌های بافته شده، حجمک نماینده.

## Strength Prediction of Woven Composite Rings using Progressive Damage Analysis

F. Taheri-behrooz\* and H. Khayyam Rayeni

Department of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran.

**Abstract:** In this paper A progressive damage model based on multi-scale modeling has been developed to predict the initiation and propagation of damage in plain weave fabrics. For this purpose, microscopic damage in yarns and resin is calculated by an RVE (Representative Volume Element) FE simulation. By applying suitable boundary conditions of RVE, macro-scale average stresses were derived to extract the components of the equivalent stiffness matrix. Finally, by developing UMAT and USDFLD subroutines in the ABAQUS commercial software, the strength of the woven composite rings is predicted numerically. In order to confirm the numerical predictions, composite rings using the woven glass tapes of 5 cm width and epoxy

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: taheri@iust.ac.ir

resin are fabricated according to ASTM D2290 and tested. A good correlation between experimental and numerical results could confirm the accuracy of the finite element simulation.

**Keywords:** Progressive damage, Woven fabrics, RVE.

## فهرست علائم

استحکام فشاری طولی (مگاپاسکال)	$X_C$	پارمتر آسیب (بدون واحد)	$d$
استحکام کششی عرضی (مگاپاسکال)	$Y_T$	مدول‌های الاستیسیته (مگاپاسکال)	$E_{ij}^0 (i, j = 1, 2, 3)$
استحکام فشاری عرضی (مگاپاسکال)	$Y_C$	بی‌بعد شده کرنش‌ها (بدون واحد)	$E_{1T} = \varepsilon_{11} / \varepsilon_{11}^t$
تانسور کرنش (بدون واحد)	$\varepsilon$	نیروهای گره‌ای (نیوتن)	$F_i$
زاویه اعواج یارن‌ها (درجه)	$\theta$	ارتفاع حجمک نماینده (میلی‌متر)	$H$
فاصله برخورد یارن‌ها (بدون واحد)	$\lambda$	بالاترین نیروی تحمل شده توسط قطعه (نیوتن)	$P_b$
تانسور تنش بدون آسیب (مگاپاسکال)	$\sigma$	مؤلفه‌های ماتریس سفتی بدون آسیب (مگاپاسکال)	$Q_{ij}^0$
تانسور تنش آسیب (مگاپاسکال)	$\bar{\sigma}$	مؤلفه‌های ماتریس سفتی دارای آسیب (مگاپاسکال)	$Q_{ij}$
مؤلفه‌های تنش در سیستم مختصات مادی	$\sigma_{ij} (\bar{i}, \bar{j} = 1, 2, 3)$	استحکام برشی در صفحه (۱-۲) (مگاپاسکال)	$S_{12}$
تانسور آسیب (بدون واحد)	$\omega$	استحکام برشی در صفحه (۱-۳) (مگاپاسکال)	$S_{13}$
نسبت‌های پواسون (بدون واحد)	$\nu_{ij} (\bar{i}, \bar{j} = 1, 2, 3)$	کسر حجمی یارن‌ها (بدون واحد)	$V_y$
		استحکام کششی طولی (مگاپاسکال)	$X_T$

## ۱- مقدمه

هندسه‌های پیچیده سبب شده است تا استفاده از پارچه‌ها رایج‌تر شود. اعوجاج یارن‌ها<sup>۱</sup> باعث خم شدن آنها می‌شود، که به‌طور قابل ملاحظه‌ای باعث کاهش خواص مکانیکی کامپوزیت‌های بافته شده می‌شود. مدل‌های عددی مختلفی برای مدل‌سازی و تحلیل پارچه‌های صفحه‌ای وجود دارند. هوانگ [۱] مدل پل زنی میکرومکانیکی را برای پیش‌بینی کردن خواص الاستیکی و استحکام پارچه‌های کامپوزیتی بافته شده توسعه بخشید. نیک و گانش [۲] مدل‌های دو بعدی میکرومکانیکی را برای پارچه‌های صفحه‌ای و پیش‌بینی خواص الاستیک پارچه توسعه دادند. در مدل اول سلول واحد به قطعاتی در راستای بارگذاری تقسیم می‌شود. قطعات به‌طور مجزا تحلیل می‌شوند و سپس با مونتاژ کردن آنها در شرایط کرنش ثابت خواص الاستیک سلول واحد تعیین می‌شود. در مدل دوم سلول واحد به قطعاتی در راستای بارگذاری و یا عمود بر آن تقسیم می‌شود. سپس این قطعات به تعدادی المان تقسیم‌بندی می‌شوند. المان‌ها به‌صورت مجزا مورد تحلیل قرار

با گسترش استفاده از مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف مواد تقویت کننده در شکل‌های متعددی از قبیل رشته، پارچه تک‌جهته و بافته شده با بافت‌های مختلف تولید شده است. هرکدام از این تقویت کننده‌ها خواص مکانیکی و کاربردهای ویژه خود را در طراحی و ساخت سازه‌های کامپوزیتی دارند. کامپوزیت‌های تک‌جهته برای مواردی استفاده می‌شود که خواص درون صفحه‌ای مهم باشند. درحقیقت این نوع مواد برای ضخامت کمتر تقویت شده و در نتیجه سفتی و استحکام آنها در جهت ضخامت (خارج از صفحه) تا حد زیادی کاهش می‌یابد. این امر منجر می‌شود که مقاومت نسبت به ضربه و آسیب زمانی که تنش در جهت خارج از صفحه قابل ملاحظه باشد، کاهش یابد. برای حل این مشکلات، پارچه‌های بافته شده برای تقویت چنین کامپوزیت‌هایی و همچنین بهبود خواص خارج صفحه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. به‌علاوه توانایی پارچه‌ها در پوشاندن و سازگاری با اشکال نامنظم و

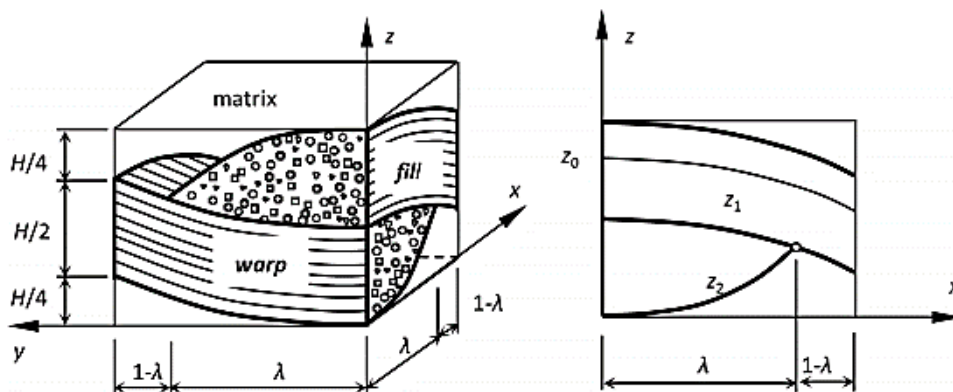
می‌گیرند. پس از آن المان‌ها به‌طور سری و موازی سرهم شده تا ثابت‌های الاستیک قطعه به‌دست آید. سپس قطعات به‌صورت سری یا موازی مونتاژ می‌شوند تا ثابت‌های الاستیک سلول واحد به‌دست آید. آیتاراجو و آوریل [۳] یک مدل ساده تحلیلی - عددی برای پیش‌بینی خواص الاستیک پارچه‌های بافته شده صفحه‌ای ارائه کردند. سلول واحد پارچه‌ها با المان‌های آجری و با یک المان در راستای ضخامت گسسته‌سازی شده است. سفتی المان از کسر حجمی الیاف و جهت الیاف با استفاده از تئوری مدول معادل محاسبه می‌شود. بلاکتر و همکاران [۴] یک مدل سه بعدی از پارچه‌های بافته شده صفحه‌ای ارائه کردند و همچنین رشد آسیب در پارچه‌ها را تحت بار برشی و کششی مورد مطالعه قرار دادند. کالجال و سریده‌اران و [۵] دو نوع مدل المان محدود برای پارچه‌های بافته شده صفحه‌ای توسعه دادند. نوع اول آن شبیه به مدل‌های المان محدود قبلی است. نوع دوم مدل شامل المان‌های صفحه‌ای است که نمایش دهنده یارن است و المان‌های جامد سه بعدی که بیان‌کننده یارن‌ها است. بنابراین سلول واحد شامل چهار المان صفحه‌ای است که بیان‌کننده یارن‌ها است. پاسخ الاستیک هر دو مدل با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. در مدل کارولی و پوگی [۶] با استفاده از یک مدل المان محدود سه بعدی و از طریق همگن‌سازی یارن‌ها و حجمک نماینده خواص مکانیکی استحکام چندلایه بافته شده را محاسبه کردند. مدل میکرومکانیکی مستقیم [۷] برای کامپوزیت‌های بافته شده صفحه‌ای تحت شرایط تنش صفحه‌ای ماکروسکوپی، توسعه داده شده است. در این مدل فرض می‌شود بارگذاری در طول حجمک نماینده یکنواخت است. نیروها و ممان‌های اعمالی به حجمک نماینده از طریق تئوری کلاسیک چندلایه‌ها به‌دست می‌آیند. تنش‌های میکروسکوپی به‌کمک مدل المان محدود در نرم‌افزار آباکوس محاسبه می‌شوند. این تنش‌های میکروسکوپی برای تعیین و اماندگی رزین و یا الیاف بافته شده به‌کار می‌روند. در این پژوهش نتایج عددی با نتایج سه معیار حداکثر تنش، حداکثر کرنش و تئوری تسای - وو مقایسه شده است. علی‌آبادی [۸] مدلی را برای کامپوزیت‌های بافته شده صفحه‌ای بیان می‌کنند که در این مدل سلول واحد به زیر

سلول‌هایی تقسیم می‌شود و سپس هر زیر سلول در راستای ضخامت با شرایط سازگاری کرنش ثابت و تنش ثابت همگن می‌شود، در نتیجه کامپوزیت توسط آرایش از زیرسلول‌هایی با خواص همگن نشان داده می‌شود. در این مدل فرض می‌شود رزین و یارن به‌ترتیب همسانگرد و همسانگرد عرضی هستند. تماس بین اجزا کامل و بدون عیب و نقص است. نتایج حاصل از این مدل از تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی برای به‌دست آوردن مدول الاستیسیته برخوردار است.

مقاله حاضر به بررسی پدیده آسیب در نمونه‌های حلقوی بافته شده به‌منظور دست‌یابی به استحکام نهایی آنها پرداخته است. برای رسیدن به این هدف با توسعه مکانیزم آسیب با استفاده از روش‌های میکرومکانیکی در پارچه‌های بافته شده، معیاری جهت پیش‌بینی افت خواص مکانیکی در این لایه‌ها ارائه شده است. در نهایت با توسعه زیرروال‌های "UMAT" و "USDFLD" در نرم‌افزار آباکوس نمونه‌های حلقوی بافته شده را شبیه‌سازی و استحکام نهایی نمونه را پیش‌بینی کرده است. در پایان استحکام به‌دست آمده با نتایج حاصل از آزمایش مقایسه شده‌اند.

## ۲- مدل هندسی

به‌منظور پیش‌بینی دقیق خواص و همچنین آسیب مدل عددی، توصیف مناسب هندسه از قبیل شکل سطح مقطع و تابع اعوجاج بسیار حائز اهمیت است. برای مدل‌سازی و تحلیل کامپوزیت‌های بافته شده صفحه‌ای، برخی از محققین هر لایه این کامپوزیت‌ها را دو لایه صفر و نود درجه از کامپوزیت‌های تک‌جهته فرض می‌کنند [۹]. گروهی دیگر از محققین با توجه به پیچیدگی مدل‌سازی تمام لایه، به مدل‌سازی یک المان حجمی تکرار شونده پرداخته و سپس نتایج حاصل از آن را برای کل لایه استفاده می‌کنند. به‌منظور تحلیل واقع‌گرایانه‌تر در این مطالعه از روش دوم استفاده شده است. در مدل‌سازی المان حجمی تکرار شونده فرض بر این است که یارن‌ها همسانگرد عرضی بوده و در هر دو جهت تار و پود ساختار و خواص یکسانی دارند. به‌علاوه، ماتریس نیز به‌عنوان یک ماده همسانگرد در نظر گرفته می‌شود [۸]. هندسه حجمک نماینده



شکل ۱- هندسه حجمک نماینده [۱۰]

معادلات رویه‌های فوقانی و تحتانی یارن‌ها در جهت تار به این شکل است:

$$z_{\text{bottom}}(x, y) = \alpha x^2 + \frac{H}{4} \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2} \right) \quad (6)$$

$$z_{\text{top}}(x, y) = \frac{H}{4} \left( 2 + \cos \frac{\pi x}{2} - \cos \frac{\pi y}{2} \right) \quad (7)$$

شیب الیاف از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{H\pi}{8} \sin \frac{\pi y}{2} \quad (8)$$

به‌طور مشابه معادله رویه‌ها در جهت پود نیز به همین شکل است.

### ۳- مدل آسیب پیش‌رونده

مدل آسیب پیش‌رونده به‌طور معمولی شامل سه بخش است: تحلیل تنش، تجزیه و تحلیل و اماندگی و کاهش خواص مکانیکی. این بخش‌ها در یک فرایند تکراری روی هر نقطه انتگرالی تا و اماندگی نهایی بررسی می‌شوند. تجزیه و تحلیل تنش به معادله ساختاری مناسب برای هر دو حالت آسیب بدون آسیب وابسته است. بررسی و اماندگی نیازمند معیار مناسب برای تشخیص شروع و اماندگی و مودهای متفاوت و اماندگی است. در پایان به مدل مناسبی برای توصیف کاهش خواص مکانیکی پس از شروع و اماندگی نیاز است.

#### ۳-۱- معادلات ساختاری در حالت آسیب

برای به‌دست آوردن معادله ساختاری در پیکربندی دارای آسیب

ترکیبی از دو یارن درجه‌های تار و پود که توسط رزین احاطه شده‌اند، است (شکل ۱). سلول واحد به‌عنوان کوچک‌ترین بخش از کامپوزیت بافته شده تعریف می‌شود به‌طوری که شامل تمام ویژگی‌های کامپوزیت بافته شده است درحالی که حجمک نماینده بخشی از سلول واحد است که با استفاده از خواص متقارن و پاد متقارن تشکیل می‌شود.

با توجه به شکل (۱) ارتفاع حجمک نماینده به‌صورت رابطه (۱) است [۱۰]:

$$H = 4(1 - V_y) \tan \theta \quad (1)$$

معادله یارن در جهت پود در صفحه  $y=0$  به‌صورت زیر است:

$$z_1(x) = z_0 - \frac{H}{4} + \frac{H}{2} \cos \frac{\pi x}{2} \quad (2)$$

$z_0$  مشخص کننده مکان الیاف در  $x=y=0$  است. در نتیجه برای صفحه پایین یارن  $z_0 = H/4$  و برای صفحه بالایی  $H=z_0$  است. همچنین معادله  $z_2(x)$  به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$z_2(x) = \alpha x^2 \quad (3)$$

که ضریب  $\alpha$  به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{H}{4\lambda^2} \left( 1 + \cos \frac{\pi\lambda}{2} \right) \quad (4)$$

و در آن  $\lambda$  مختصات محل اتصال توابع  $z_1(x)$  و  $z_2(x)$  است و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$4\lambda = 6V_y + 2 \left( \lambda - \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi\lambda}{2} \right) - \lambda \left( 1 - \cos \frac{\pi\lambda}{2} \right) \quad (5)$$

آسیب و تانسور تنش بدون آسیب رابطه برقرار کرد:

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_i \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad i = (1, 2, 3) \quad (10)$$

در این رابطه  $\omega_i$  مقدار اصلی و  $\mathbf{n}_i$  بردار واحد اصلی تانسور آسیب است. با معادل سازی انرژی های کرنشی قبل و بعد از خرابی، ماتریس سفتی برای حالت دارای خرابی به صورت رابطه (11) بیان می شود (محاسبات مربوطه در پیوست آمده است):

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}) = \left( \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega})^{-1} \right) : \mathbf{C} : \left( \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega})^{-1} \right)^T \quad (11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \varphi_2 & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \varphi_3 & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2} & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q_{11}^{\circ} & Q_{12}^{\circ} & Q_{13}^{\circ} & \circ & \circ & \circ \\ Q_{22}^{\circ} & Q_{23}^{\circ} & \circ & \circ & \circ & \circ \\ Q_{33}^{\circ} & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \text{sym} & & & Q_{44}^{\circ} & \circ & \circ \\ & & & \circ & Q_{55}^{\circ} & \circ \\ & & & & \circ & Q_{66}^{\circ} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \varphi_2 & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \varphi_3 & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2} & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} d_1^2 Q_{11}^{\circ} & d_1 d_2 Q_{12}^{\circ} & d_1 d_3 Q_{13}^{\circ} & \circ & \circ & \circ \\ d_1^2 Q_{22}^{\circ} & d_2 d_3 Q_{23}^{\circ} & \circ & \circ & \circ & \circ \\ d_2^2 Q_{33}^{\circ} & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \text{sym} & & & d_{23} Q_{44}^{\circ} & \circ & \circ \\ & & & \circ & d_{31} Q_{55}^{\circ} & \circ \\ & & & & \circ & d_{12} Q_{66}^{\circ} \end{bmatrix} \quad (12)$$

پارامترهای آسیب نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 - \omega_1, \quad d_2 = 1 - \omega_2, \\ d_3 &= 1 - \omega_3, \quad d_{12} = (2 d_1 d_2 / (d_1 + d_2))^2, \\ d_{31} &= (2 d_1 d_3 / (d_1 + d_3))^2, \\ d_{23} &= (2 d_2 d_3 / (d_2 + d_3))^2 \end{aligned} \quad (14)$$

### ۳-۲- معیار شروع واماندگی در یارن ها

از آنجا که یارن ها به عنوان کامپوزیت های تک جهته فرض شده اند، پس باید از معیارهای متناسب با آنها برای توصیف واماندگی استفاده شود. معیار واماندگی هشین با توجه به اینکه مودهای متفاوت واماندگی را بررسی می کند، در این مطالعه

باید بین حالت بدون آسیب و حالت دارای آسیب ارتباط برقرار کرد که این ارتباط معمولاً از معادل سازی کرنش ها یا انرژی کرنشی در دو حالت بدون آسیب و حالت با آسیب انجام می شود.

تانسور تنش آسیب به صورت زیر تعریف می شود [۱۱]:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} (1 - \boldsymbol{\omega})^{-1} \quad (9)$$

که در آن  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  تانسور تنش آسیب و  $\boldsymbol{\sigma}$  تانسور تنش بدون آسیب است.  $\boldsymbol{\omega}$  نیز تانسور آسیب نامیده می شود که به صورت رابطه (۱۰) بیان می شود. با این تعریف می توان بین تانسور تنش

که در آن  $Q_{ij}^{\circ}$  مؤلفه های ماتریس سفتی بدون آسیب است که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} Q_{11}^{\circ} &= E_{11}^{\circ} (1 - \nu_{22} \nu_{32}) \Delta, \quad Q_{22}^{\circ} = E_{22}^{\circ} (1 - \nu_{13} \nu_{31}) \Delta \\ Q_{33}^{\circ} &= E_{33}^{\circ} (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \Delta, \quad Q_{12}^{\circ} = E_{11}^{\circ} (\nu_{21} + \nu_{31} \nu_{32}) \Delta \\ Q_{23}^{\circ} &= E_{22}^{\circ} (\nu_{32} + \nu_{12} \nu_{31}) \Delta, \quad Q_{13}^{\circ} = E_{11}^{\circ} (\nu_{31} + \nu_{21} \nu_{32}) \Delta \\ Q_{44}^{\circ} &= G_{12}, \quad Q_{55}^{\circ} = G_{13}, \quad Q_{66}^{\circ} = G_{23} \\ \Delta &= 1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21} - \nu_{23} \nu_{32} - \nu_{31} \nu_{13} - 2 \nu_{21} \nu_{32} \nu_{31}) \end{aligned} \quad (13)$$

در روابط فوق  $E_{ij}^{\circ}$  (i=1,2,3) مدول های یانگ،  $G_{ij}$  (i,j=1,2,3) مدول برشی،  $\nu_{ij}$  نسبت های پواسون،  $Q_{ij}^{\circ}$  درایه های ماتریس سفتی،  $\boldsymbol{\sigma}$  تانسور تنش و  $\boldsymbol{\epsilon}$  تانسور کرنش هستند.

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۷

جدول ۱- معیار واماندگی هشین [۱۲]

معیار واماندگی	حالت تنش
$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1$	$\sigma_1 > 0$
$-\frac{\sigma_{11}}{X_C} = 1$	$\sigma_1 < 0$
$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{Y_T^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{12}^2} = 1$	$\sigma_2 + \sigma_3 > 0$
$\frac{1}{Y_C} \left[ \left(\frac{Y_C}{2S_{33}}\right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{2S_{33}^2} + \frac{1}{S_{12}^2} (\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{S_{12}^2} (\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) = 1$	$\sigma_2 + \sigma_3 < 0$

جدول ۲- کاهش کامل خواص برای یارن‌ها [۱۳]

کاهش خواص	مود واماندگی
$E_{11} = E_{22} = E_{33} = G_{12} = G_{13} = G_{23} = \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0$	واماندگی در جهت الیاف
$E_{22} = E_{33} = \nu_{12} = 0$	واماندگی در جهت رزین
$G_{12} = \nu_{12} = 0$	برش بین رزین و الیاف

واماندگی شود، بایستی کاهش خواص مکانیکی متناسب با مود واماندگی به آن اعمال شود. قانون کاهش کامل خواص در این بخش بر اساس کار شکرپه [۱۳] انجام شده است. این قانون در جدول (۲) بیان شده است. مدول الاستیسیته رزین نیز پس از شروع واماندگی به سمت صفر میل می‌کند.

#### ۴- شرایط مرزی

با توجه به اینکه به جای تحلیل کل تک لایه به بررسی حجمک نماینده پرداخته شده است، انتخاب شرایط مرزی مناسب بسیار حائز اهمیت است. هدف از مدل‌سازی حجمک نماینده بررسی روند آسیب در اجزای تشکیل دهنده آن و درنهایت به دست آوردن ضرایب افت ماتریس سفتی معادل نسبت به شرایط بارگذاری متفاوت است. با توجه به اینکه بررسی آسیب در یارن‌ها و رزین توسط توزیع تنش‌ها در سیستم مختصات محلی صورت می‌گیرد، به دست آوردن تنش و کرنش‌های

جهت تشخیص شروع واماندگی مورد استفاده قرار گرفته است. بیان سه بعدی این معیار در جدول (۱) آمده است. که در آن  $X_T$  استحکام کششی طولی،  $X_C$  استحکام فشاری طولی،  $Y_T$  استحکام کششی عرضی،  $Y_C$  استحکام فشاری عرضی و  $S_{12}$  و  $S_{13}$  استحکام برشی هستند.  $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  نیز مؤلفه‌های تنش در سیستم مختصات مادی هستند.

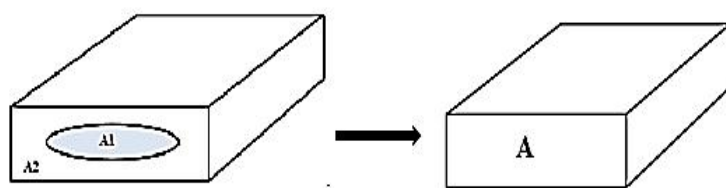
#### ۳-۳- معیار شروع واماندگی در رزین

با در نظر گرفتن رزین به عنوان یک ماده ترد همسانگرد، از معیار واماندگی ون‌مایسن جهت تشخیص شروع واماندگی استفاده شده است.

$$\begin{aligned} & (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + \\ & (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2) \geq 2S_{ult} \end{aligned} \quad (15)$$

#### ۳-۴- کاهش خواص مکانیکی

زمانی که هر نقطه انتگرالی درالمان حجمی تکرار شونده دچار



شکل ۲- همگن سازی حجمک نماینده

جدول ۳- شرایط مرزی در بارگذاری های متفاوت [۱۰]

Loading case	Displacement Direction	Face						
		X=0	X=a	Y=0	Y=a	Z=0	Z=t	
Longitudinal Tensile(11)		$U_1$	0	1/a	-	-	-	-
		$U_2$	0	0	0	0	0	0
		$U_3$	0	0	0	0	0	0
Transverse Tensile (22)		$U_1$	0	0	0	0	0	0
		$U_2$	-	-	0	1/a	-	-
		$U_3$	0	0	0	0	0	0
Z-Direction(33)		$U_1$	0	0	0	0	0	0
		$U_2$	0	0	0	0	0	0
		$U_3$	-	-	-	-	0	1/t
In-plane shear(12)		$U_1$	0	0	0	0	0	0
		$U_2$	0	1/a	-	-	-	-
		$U_3$	0	0	0	0	0	0
Out-of-plane shear(13)		$U_1$	-	-	-	-	0	1/a
		$U_2$	0	0	0	0	0	0
		$U_3$	0	0	0	0	0	0
Out-of-plane shear(23)		$U_1$	0	0	0	0	0	0
		$U_2$	0	0	0	0	0	0
		$U_3$	-	-	0	1/a	-	-

از شرایط مرزی جدول (۳) استفاده می شود. طبق این جدول در صورت اعمال جابه جایی به حجمک نماینده و تقسیم آن بر طول اولیه می توان کرنش های ماکروسکوپی را به دست آورد. رابطه (۳۰) نیز برای به دست آوردن تنش های ماکروسکوپی

ماکروسکوپی و کلی توسط تنش و کرنش های اجزای تشکیل دهنده حجمک نماینده جهت به دست آوردن ماتریس سختی معادل را همگن سازی گویند (شکل ۲). جهت به دست آوردن کرنش های ماکروسکوپی به منظور همگن سازی حجمک نماینده

جدول ۴- خواص مکانیکی یارن‌های شیشه- اپوکسی [۱۵]

استحکام طولی	استحکام طولی	مدول برشی	مدول برشی خارج	استحکام طولی	مدول الاستیسیته	مدول الاستیسیته
فشاری	کششی	صفحه‌ای	اصلی	عرضی	طول	طول
$X_c$ (MPa)	$X_T$ (MPa)	$G_{23}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$E_{11}$ (GPa)	$E_{11}$ (GPa)
۷۲۱	۱۵۵۱	۶/۰۴	۶/۸	۱۸/۵	۵۵/۷	۵۵/۷
نسبت پواسون خارج	نسبت پواسون	استحکام برشی	استحکام برشی	استحکام عرضی	استحکام عرضی	استحکام عرضی
صفحه‌ای	اصلی	اصلی	خارج صفحه‌ای	فشاری	کششی	کششی
$\nu_{33}$	$\nu_{12}$	$S_{12}$ (MPa)	$S_{23}$ (MPa)	$Y_c$ (MPa)	$Y_T$ (MPa)	$Y_T$ (MPa)
۰/۳۴	۰/۲۲	۸۵	۵۷/۵	۱۴۱	۴۶	۴۶

$$\varepsilon_{22} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\dot{\circ}}{a} = 0 \quad (19)$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{33} = 0 \quad (20)$$

با توجه به این شرط مرزی، از ۶ مؤلفه کرنش ماکروسکوپی فقط مؤلفه اول آن یعنی  $\varepsilon_{11}$  غیرصفر است. از طرفی با به دست آوردن تنش ماکروسکوپی طبق رابطه (۱۶) درایه اول تانسور تنش یعنی  $\sigma_{11}$  حاصل می‌شود. با داشتن این مقادیر و با استفاده از رابطه (۱۷) درایه اول ماتریس سفتی المان معادل یعنی  $Q_{11}$  حاصل می‌شود. با اعمال سایر شرایط مرزی، مؤلفه‌های دیگر ماتریس سفتی معادل حاصل می‌شوند.

#### ۵- مدل المان محدود

خواص مکانیکی یارن‌ها و رزین و همچنین مشخصات هندسی یارن‌ها جهت مدل‌سازی المان محدود در جدول‌های (۴) و (۵) آمده است. در این تحقیق از پارچه‌های شیشه- اپوکسی با بافته صفحه‌ای و چگالی سطح ۱۶۵ گرم بر سانتی‌متر مربع استفاده شده است. از آنجا که به دست آوردن تمامی خواص از طریق آزمایش مقدور نبود، لذا با بررسی نتایج موجود در مقالات متعدد، از خواص موجود در مرجع [۱۵] که شباهت بیشتری به پارچه مورد بررسی دارد، استفاده شده است.

در جدول (۶) مشخصات هندسی یارن‌ها آورده شده است. زاویه اعوجاج یارن‌ها توسط عکس‌برداری از سطح مقطع

حجمک نماینده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۴].

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{A} \sum_n F_i^n \quad (16)$$

در رابطه فوق  $F_i$  نیروهای گره‌ای موجود در سطح مقطع  $A_1$  و  $A_2$  هستند.  $\sigma_{ij}$  نیز تنش‌های همگن شده کلی برای مجموعه رزین و الیاف (سطح مقطع  $A$ ) است، این رابطه در حقیقت بیان‌کننده تنش متوسط در سطح مقطع  $A$  است.

در جدول (۳)،  $a$  بیانگر طول و عرض و  $t$  ضخامت حجمک نماینده است. با داشتن تانسور تنش و تانسور کرنش‌های ماکروسکوپی می‌توان ماتریس سفتی معادل را مطابق رابطه (۱۷) به دست آورد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

برای مثال اگر حجمک نماینده مطابق جدول (۳) تحت کشش در راستای صفر درجه (طول) قرار گیرد، با توجه به شرایط مرزی اعمال شده کرنش‌های ماکروسکوپی به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{1/a}{a} \rightarrow IFa = 1 \rightarrow \varepsilon_{11} = 1 \quad (18)$$

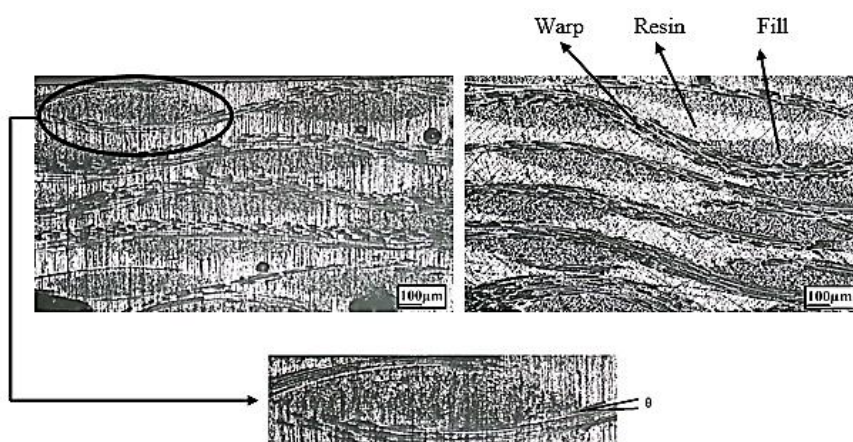


جدول ۵- خواص مکانیکی رزین اپوکسی [۱۵]

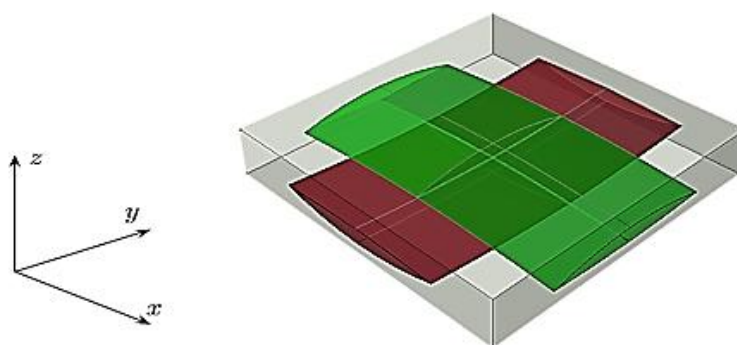
مدول الاستیسیته رزین خالص	نسبت پواسون رزین خالص	استحکام کششی رزین
$E_m$ (GPa)	$\nu_M$	$S_{ut}$ (MPa)
۳/۲	۰/۳۸	۷۰

جدول ۶- هندسه یارن‌ها

زاویه اعوجاج	ارتفاع حجمک نماینده	کسر حجمی الیاف
$\theta$ (degree)	H (mm)	$V_f$
۱۰/۵	۰/۱۸	۰/۷۵



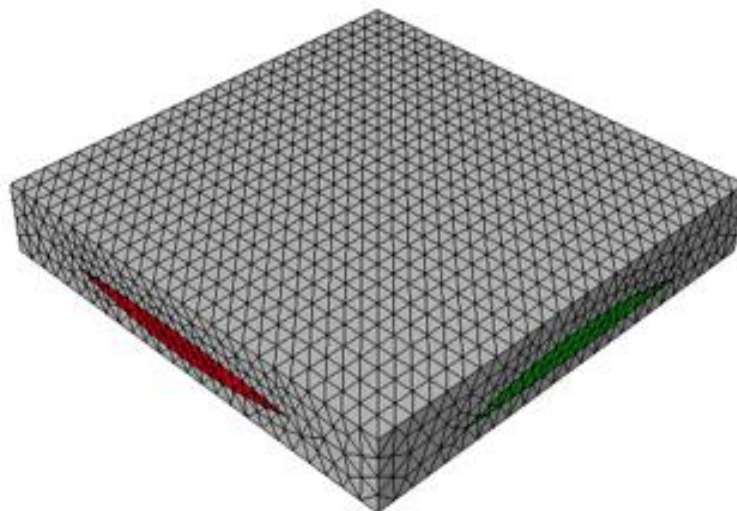
شکل ۳- سطح مقطع نمونه‌های بافته شده



شکل ۴- حجمک نماینده مدل شده

شده است. با توجه به معادلات ذکر شده برای مدل‌سازی و همچنین خواص هندسی یارن‌ها، هندسه حجمک نماینده به صورت شکل (۴) مدل‌سازی شده است.

نمونه‌های بافته شده توسط میکروسکوپ نوری مطابق شکل (۳) به دست آمده است. کسر حجمی الیاف نیز مطابق مرجع [۱۵] ۰/۷۵ انتخاب



شکل ۵- مدل المان محدود حجمک نماینده

جدول ۷- علائم اختصاری بیان کننده رفتار آسیب

مفهوم	متغیر میدانی
آسیب الیاف	FV۱
آسیب زمینه	FV۲
آسیب ناشی از برش بین الیاف و رزین	FV۴
آسیب رزین	FV۷

## ۶- نتایج

پس از فراخوانی زیرروال USDFLD در نرم افزار آباکوس و بررسی آسیب حجمک نماینده، نحوه رشد آسیب در یارن‌ها و رزین توسط متغیرهای میدانی موجود در جدول (۷) نشان داده می‌شوند.

این علائم برای حالت‌های مختلف بارگذاری ثابت است. فرایند رشد آسیب برای حالت‌های مختلف بارگذاری بررسی شده است. روند کامل آن برای حالت کشش خالص بیان می‌شود و برای سایر بارگذاری‌ها به دلیل رفتار مشابه، به گزارش نتیجه نهایی به دست آمده از تحلیل‌های عددی تحقیق حاضر اکتفا شده است.

در کلیه تحلیل‌ها از جدول‌های (۴) و (۵) برای خواص مکانیکی رزین و الیاف و از جدول (۶) برای خواص هن

با استفاده از نرم‌افزار آباکوس قطعه به صورت سه بعدی با کمک المان‌های C3D8 برای یارن‌ها و المان‌های C3D10 برای رزین مدل‌سازی شده است. با در نظر گرفتن هزینه محاسباتی و دقت نتایج، تعداد ۱۲۸۲۸ المان انتخاب شده است. تماس بین یارن و رزین نیز تماس کامل در نظر گرفته شده است. شکل (۵) نمایانگر نوع شبکه‌بندی حجمک نماینده است.

روند کلی به دست آوردن معادله ساختاری معادل به صورت زیر است:

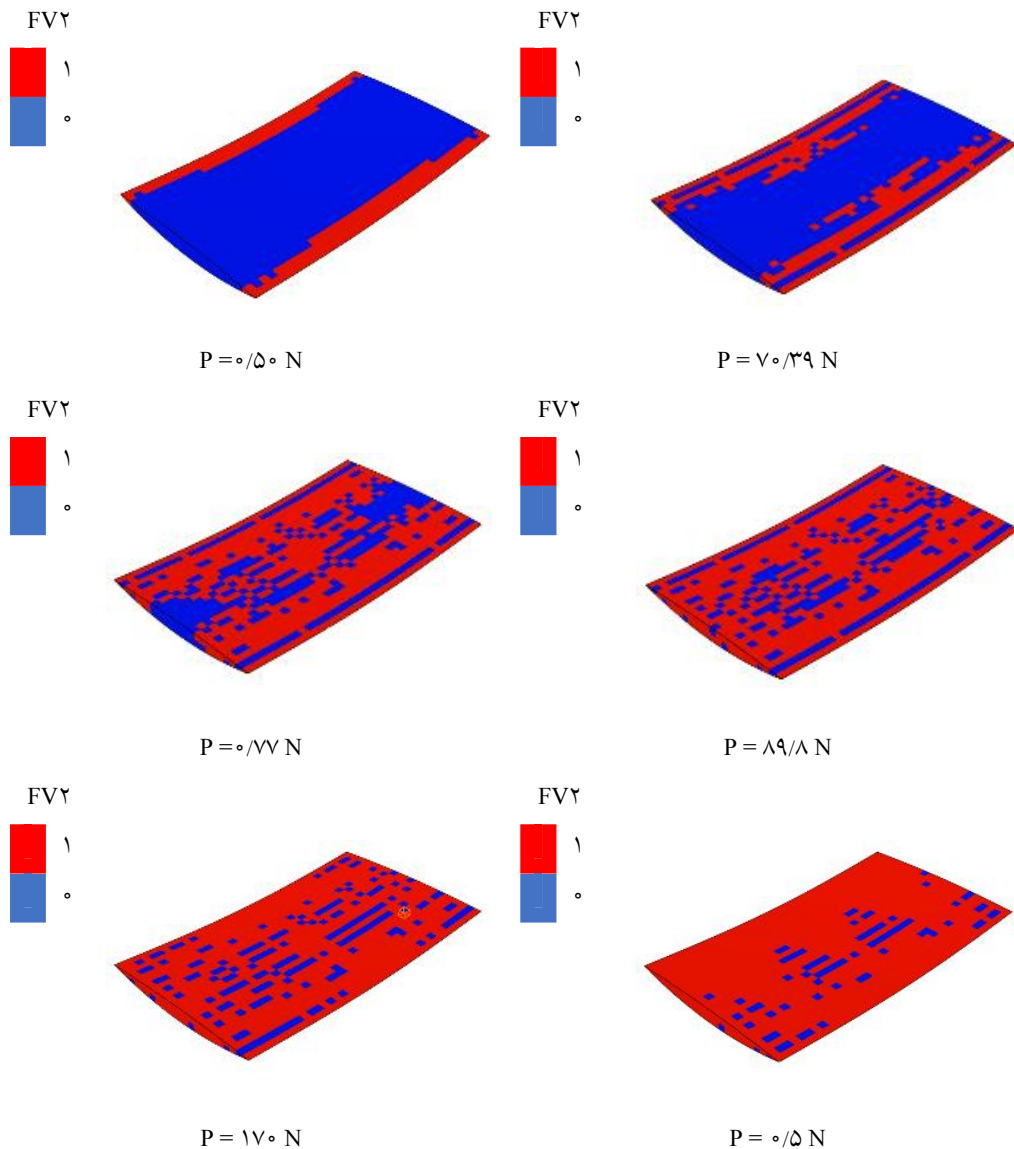
۱- مدل‌سازی حجمک نماینده

۲- اعمال شرایط مرزی جدول (۳)

۳- بررسی آسیب در اجزای تشکیل دهنده حجمک نماینده

۴- به دست آوردن تنش و کرنش‌های کلی

۵- به دست آوردن معادله ساختاری معادل بر اساس رابطه (۱۷)



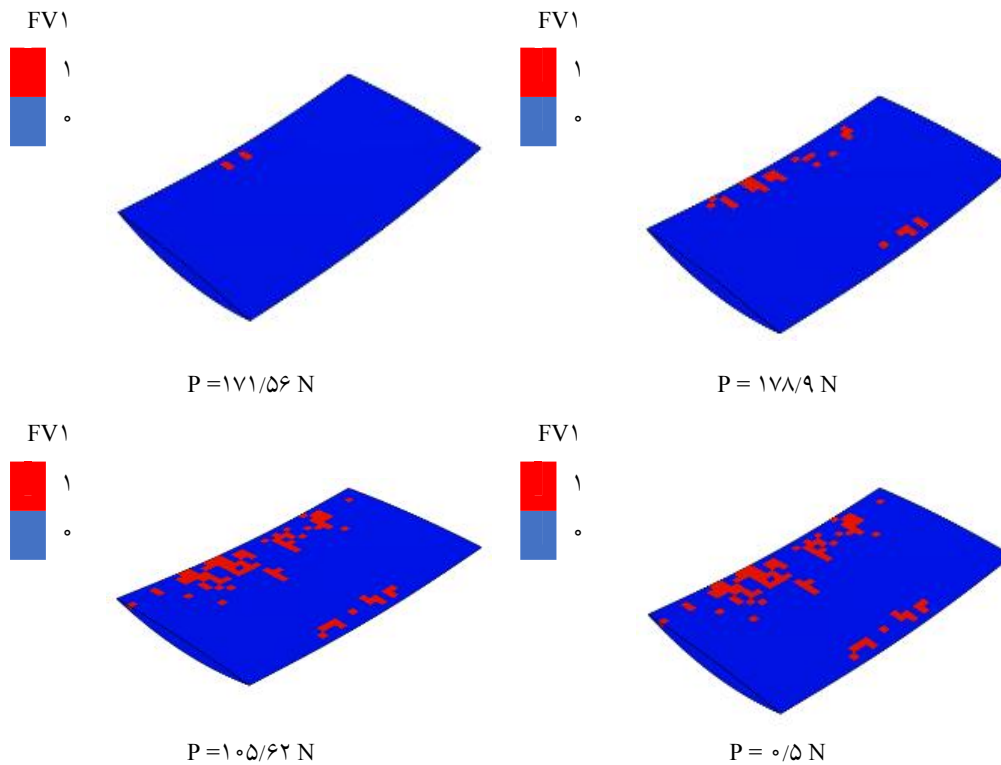
شکل ۶- نحوه رشد FV2 برای پود تحت بارگذاری کششی

می شود. شکل (۶) نحوه رشد FV2 برای پود تحت بارگذاری کششی (در راستای x) را نسبت به بار خارجی نشان می دهد. با توجه به شکل (۶) شروع ترک ماتریس در بار ۵۰ نیوتن رخ می دهد و از آنجا که الیاف موجود در پود در یک جهت و عمود بر راستای بارگذاری هستند، به محض رخ دادن واماندگی در یک المان و کاهش خواص آن، سطح تنش المان های مجاور بالا رفته و سبب می شود المان های مجاور به سرعت دچار واماندگی شده و طول پود را طی کنند.

یارن ها استفاده شده است.

#### ۶-۱- حالت کشش خالص

اگر به حجمک نماینده شرایط مرزی ردیف اول جدول (۳) وارد شود، حالت کشش خالص اتفاق می افتد. با توجه به نوع شرط مرزی برای این حالت و رابطه (۳۱)، درایه اول ماتریس سفتی معادل به دست می آید. مطابق شکل (۴) اگر یارن موجود در جهت x، تار و یارن موجود در جهت y، پود نام گذاری



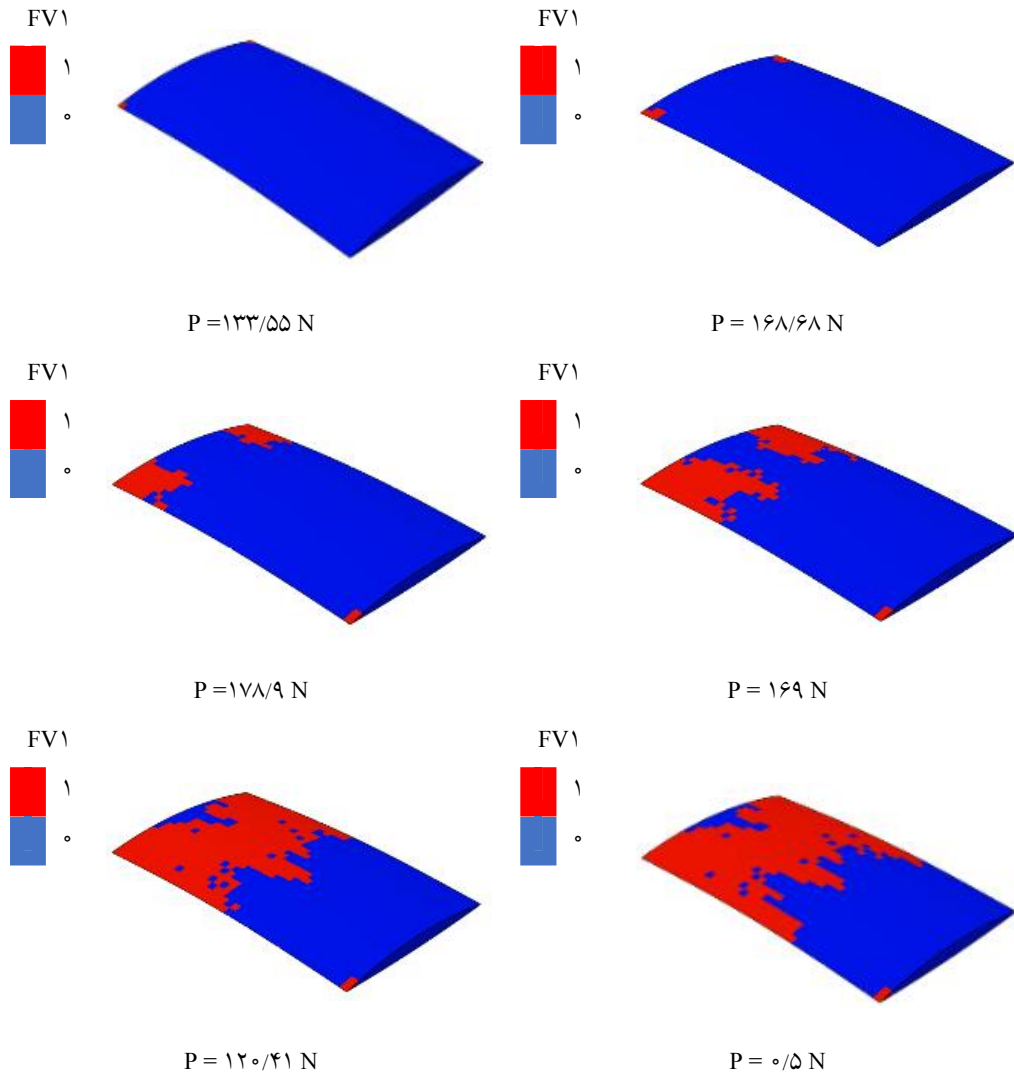
شکل ۷- نحوه رشد FV1 برای پود تحت بارگذاری کششی

شکل (۸) روند آسیب FV1 در تار را نشان می‌دهد. شروع واماندگی در این حالت ۱۳۳/۵۵ نیوتن است. با توجه به نوع قرارگیری الیاف، جهت x دستگاه مختصات محلی با جهت x دستگاه مختصات کلی یکی است، در نتیجه الیاف به‌طور مستقیم درگیر عملیات باربرداری می‌شوند. با توجه به زیاد بودن استحکام در این جهت به نسبت سایر جهات، در صورت رخ دادن آسیب این واماندگی فاجعه‌آمیز خواهد بود زیرا قسمت اعظم بار توسط این الیاف تحمل می‌شود.

شکل (۹) روند رشد FV2 را در تار نشان می‌دهد. شروع بار واماندگی در این حال ۱۰۵/۳۶ نیوتن است. مقید بودن حجمک نماینده در راستای عمود بر بارگذاری سبب می‌شود تا تنش در راستای عرضی در تار ایجاد شود که این امر سبب آسیب در این جهت شود. به‌صورت مشابه، از بررسی نتایج مدل المان محدود این نتیجه حاصل می‌شود که آسیب FV4 در پود رخ نمی‌دهد.

پس از بررسی روند آسیب در یارن‌ها، به بررسی آسیب در

در شکل (۷) نحوه رشد آسیب FV1 برای پود نشان داده شده است. از آنجا که پود عمود بر راستای بارگذاری است، پس انتظار می‌رود که این الیاف درگیر باربرداری نشده و در نتیجه هیچ‌گونه آسیب در آنها رخ ندهد. اما مطابق شکل (۷) به علت مقید بودن و شرایط مرزی حجمک نماینده، تنش کششی در راستای y ایجاد شده که سبب تخریب در این راستا می‌شود. از طرفی تا قبل از واماندگی یارن موجود در راستای x (تار) تقریباً هیچ‌گونه آسیب در پود دیده نشده است. در آستانه واماندگی الیاف تار که واماندگی فاجعه‌آمیزی است، الیاف پود شروع به واماندگی می‌کنند. که شاید علت اصلی آسیب الیاف موجود در راستای y، واماندگی نهایی نمونه که همان تخریب تار است، باشد، که در این شرایط توزیع تنش شکل پیچیده‌ای به‌خود گرفته و باعث می‌شود سایر واماندگی‌ها نیز رخ دهد. از بررسی نتایج مدل المان محدود این نتیجه حاصل می‌شود که آسیب FV4 در پود رخ نمی‌دهد.



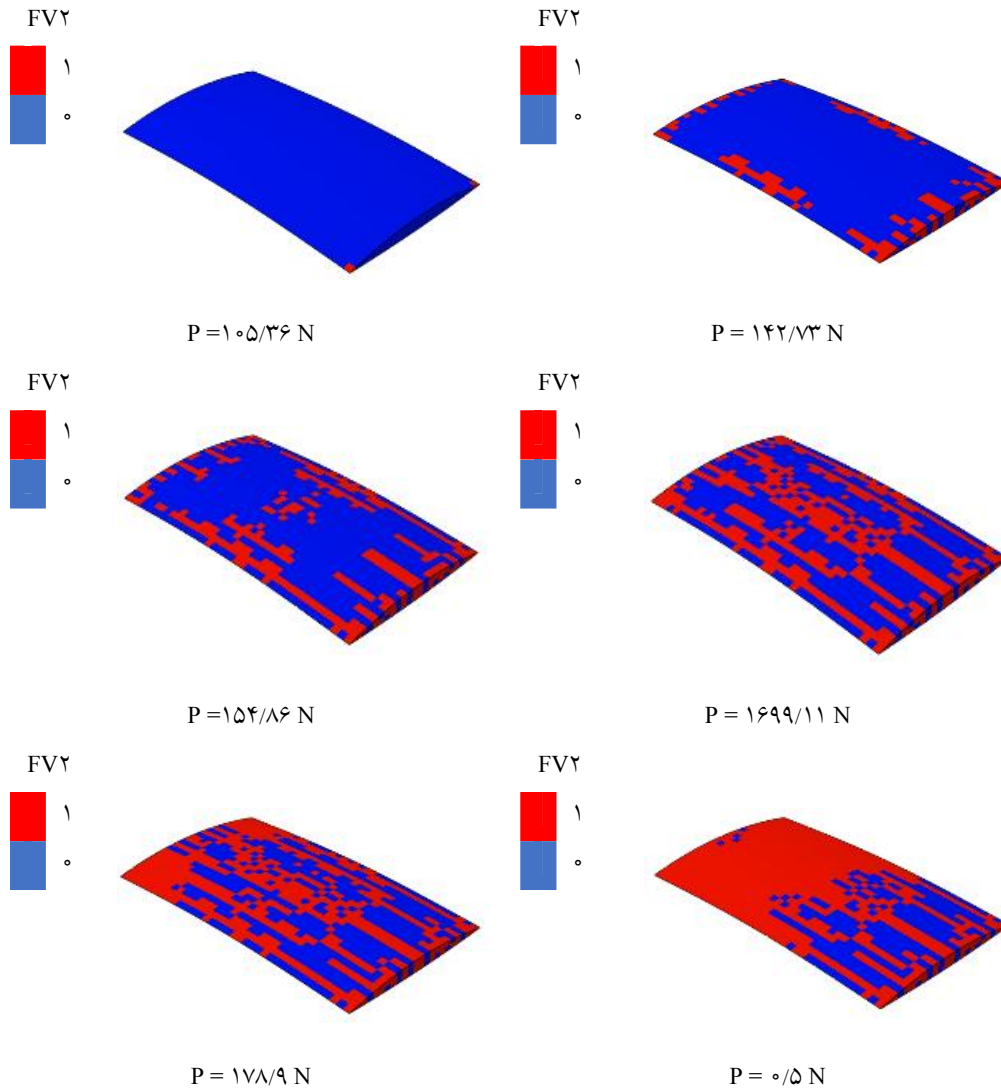
شکل ۸- نحوه رشد FV1 برای تار تحت بارگذاری کششی

کنترل است، پس کرنش‌های یکسانی به هر دو وارد می‌شود. اما مطابق جدول‌های (۴) و (۵) سفتی تار به نسبت سفتی رزین بسیار بیشتر است و با توجه به معادله ساختاری (۳۱)، تنش اعمال شده در تار بسیار بیشتر از رزین خواهد بود و این سبب می‌شود که تار زودتر از رزین دچار واماندگی شود.

پس از اعمال جابه‌جایی در راستای محور x و بررسی روند آسیب توسط زیرروال USDFLD، و با توجه به نوع شرط مرزی طبق جدول (۳)، نمودار نیرو- جابه‌جایی نهایی برای حجمک نماینده به صورت شکل (۱۱) حاصل می‌شود. با تبدیل مقادیر نیرو به تنش طبق رابطه (۳۰) و جابه‌جایی

فاز زمینه پرداخته می‌شود. در شکل (۱۰) روند آسیب رزین در بارهای متفاوت مشاهده می‌شود.

شروع واماندگی در رزین در بار ۱۷۱/۸۴ نیوتن رخ می‌دهد. با توجه به شکل‌های (۸) و (۱۰) مشاهده می‌شود که شروع بار واماندگی تار از شروع بار واماندگی رزین کمتر است. با توجه به اینکه استحکام کششی طولی تار از استحکام نهایی رزین بسیار بیشتر است انتظار می‌رود که ابتدا رزین دچار واماندگی شود و سپس تار، اما این نتیجه خلاف نتایج موجود در شکل‌های گفته شده است. علت این موضوع اختلاف در مقدار سفتی آنها است. از آنجا که مدل عددی مورد استفاده جابه‌جایی



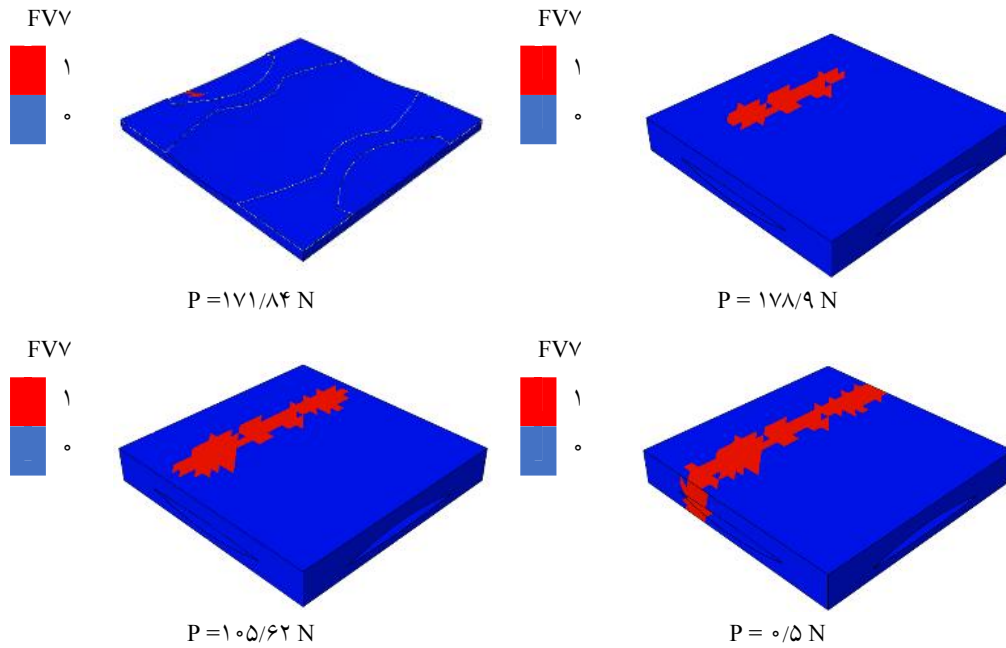
شکل ۹- نحوه رشد FV2 برای تار تحت بارگذاری کششی

مشاهده می‌شود، که این موضوع ناشی از ترک‌های ماتریسی است. در نهایت در کرنش ۰/۰۳۲ و اماندگی فاجعه‌آمیز شکست الیاف رخ می‌دهد که از این کرنش به بعد حجمک نماینده قادر به باربرداری نیست.

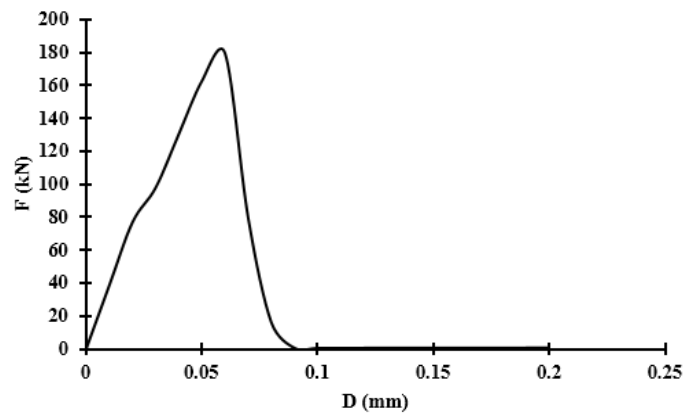
اگر درایه اول ماتریس سفتی در حالت بدون آسیب  $Q_{11}$  و کرنش و اماندگی نهایی  $\epsilon_{11}^*$  در نظر گرفته شود، آنگاه نمودار بی‌بعد شده درایه اول ماتریس سفتی معادل برحسب کرنش بی‌بعد شده به صورت شکل (۱۴) درمی‌آید. از طرفی برای به دست آوردن معادله افت درایه اول ماتریس سفتی معادل می‌توان رابطه (۲۱) را به نمودار شکل (۱۴) برازش کرد.

به کرنش، نمودار تنش-کرنش ماکروسکوپی برای حجمک نماینده به صورت شکل (۱۲) خواهد بود. که در آن  $\sigma_{11}$  تنش ماکروسکوپی و  $\epsilon_{11}$  کرنش ماکروسکوپی است. با استفاده از شیب مماسی نمودار تنش-کرنش در چند نقطه که بیان‌کننده  $Q_{11}$  است می‌توان درایه اول ماتریس سفتی را برحسب کرنش به دست آورد (شکل ۱۳).

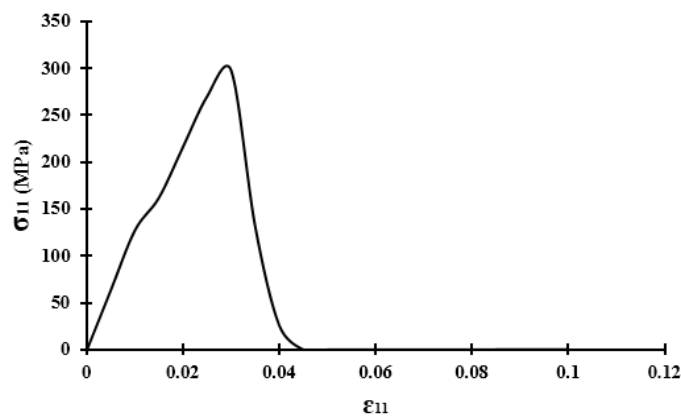
همان‌طور که از شکل (۱۳) مشخص است،  $Q_{11}$  تا قبل از کرنش ۰/۰۱ مقدار ثابتی دارد. این نشان می‌دهد که رفتار حجمک نماینده در این ناحیه هنوز الاستیک است و آسیب تأثیرگذاری رخ نداده است؛ اما در کرنش ۰/۰۱ افت اندکی در مقدار  $Q_{11}$



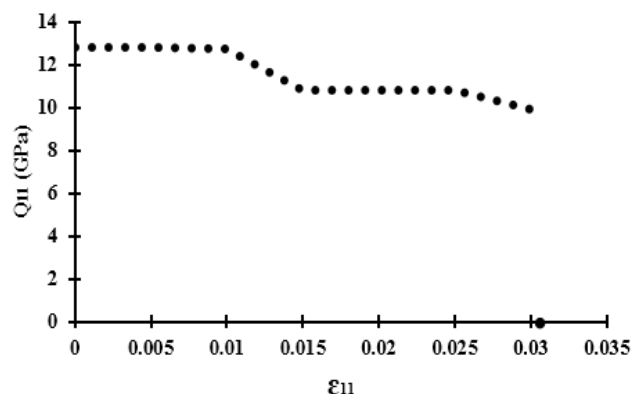
شکل ۱۰- نحوه رشد FVV برای رزین تحت بارگذاری کششی



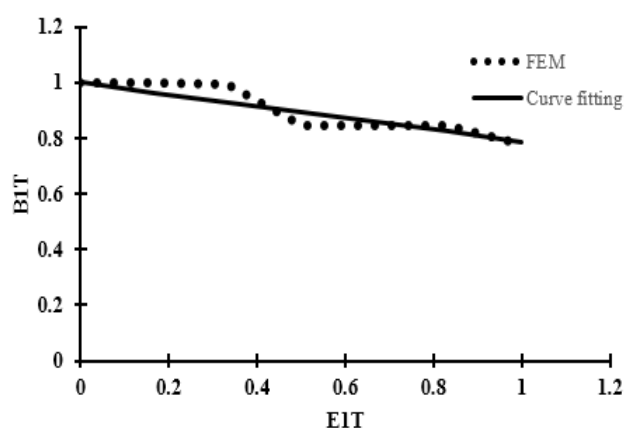
شکل ۱۱- نمودار نیرو- جابه‌جایی برای حجمک نماینده



شکل ۱۲- نمودار تنش - کرنش ماکروسکوپی برای حجمک نماینده



شکل ۱۳- نمودار افت درایه اول ماتریس سفتی نسبت به کرنش تحت کشش خالص



شکل ۱۴- نمودار بی بعد شده درایه اول ماتریس سفتی برحسب کرنش بی بعد شده

بوده که مقادیر آنها از برازش منحنی به دست آمده است (جدول ۹).

پس از به دست آوردن ضرایب افت ماتریس سفتی معادل، می توان این ماتریس را به صورت تابعی برحسب کرنش به صورت روابط (۲۲) و (۲۳) نوشت:

$$\sigma = Q(\omega) : \varepsilon \quad (22)$$

$$B_{1T} = \frac{Q_{11}}{Q_{11}^0} = 1 - aE_{1T}e^{\left(\frac{E_{1T}}{b} + c\right)} \quad (21)$$

به طور مشابه می توان این فرایند را برای حالت های مختلف بارگذاری جدول (۳) انجام داد و سایر ضرایب افت سفتی معادل را به دست آورد (جدول ۸).

در رابطه (۲۱)  $E_{1T} = \varepsilon_{11} / \varepsilon_{11}^0$  بی بعد شده کرنش ها است. ضرایب  $a, b, c$  و  $\varepsilon_{11}^0$  (مقدار حداکثر کرنش) ثابت های مادی

$$Q(\varepsilon) = \begin{bmatrix} B_{1T} * B_{1C} * Q_{11}^0 & Q_{12}^0 & Q_{13}^0 & \circ & \circ & \circ \\ & B_{2T} * B_{2C} * Q_{22}^0 & Q_{23}^0 & \circ & \circ & \circ \\ & & B_{3T} * B_{3C} * Q_{33}^0 & \circ & \circ & \circ \\ & & & B_{44} * Q_{44}^0 & \circ & \circ \\ \text{sym} & & & & B_{55} * Q_{55}^0 & \circ \\ & & & & & B_{66} * Q_{66}^0 \end{bmatrix} \quad (23)$$



جدول ۸- معادلات ضرایب افت سفتی معادل

توضیحات	معادله ضریب افت سفتی	نوع بارگذاری
$E_{1C} = \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^t}$	$B_{1C} = \frac{Q_{11}}{Q_{11}^0} = 1 - aE_{1C}e^{\left(\frac{E_{1C}}{b} + c\right)}$	ضریب افت $Q_{11}$ تحت فشار خالص
	$B_{2T} = \frac{Q_{22}}{Q_{22}^0} = B_{1T}$	ضریب افت $Q_{22}$ تحت کشش خالص
	$B_{2C} = \frac{Q_{22}}{Q_{22}^0} = B_{1C}$	
$E_{3T} = \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{33}^t}$	$B_{3T} = \frac{Q_{33}}{Q_{33}^0} = 1 - aE_{3T}e^{\left(\frac{E_{3T}}{b} + c\right)}$	ضریب افت $Q_{33}$ تحت فشار خالص
$E_{3C} = \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{33}^t}$	$B_{3C} = \frac{Q_{33}}{Q_{33}^0} = 1 - aE_{3C}e^{\left(\frac{E_{3C}}{b} + c\right)}$	
$E_{44} = \frac{\varepsilon_{44}}{\varepsilon_{44}^t}$	$B_{44} = \frac{Q_{44}}{Q_{44}^0} = 1 - aE_{44}e^{\left(\frac{E_{44}}{b} + c\right)}$	ضریب افت $Q_{44}$ تحت بار برشی داخلی صفحه‌ای
$E_{55} = \frac{\varepsilon_{55}}{\varepsilon_{55}^t}$	$B_{55} = \frac{Q_{55}}{Q_{55}^0} = 1 - aE_{55}e^{\left(\frac{E_{55}}{b} + c\right)}$	ضریب افت $Q_{55}$ تحت بار برشی خارجی صفحه‌ای
	$B_{66} = B_{55}$	ضریب افت $Q_{66}$ تحت بار برشی خارجی صفحه‌ای

جدول ۹- ثابت‌های مادی حاصل از برازش منحنی

$\varepsilon_{ij}^t$	c	b	a	
۰/۰۳	-۳/۰۸	-۳۳۸/۷	۴/۶۳	$B_{1T}$
-۰/۰۲۴	۰/۴۳	۱	-۰/۳۲	$B_{1C}$
۰/۰۲۶	۰/۳۵	۱	۰/۰۰۵	$B_{3T}$
-۰/۰۲۹	۰/۸۲	-۰/۰۶۵	$-۶ \times 10^{-9}$	$B_{3C}$
۰/۰۴	-۷/۸	۰/۷	۵/۸	$B_{44}$
۰/۰۲۲	-۴	۱	۱	$B_{55}$

ماکروسکوپی در حالت‌های مختلف بارگذاری به دست می‌آید (رابطه ۲۴):

$$Q^0 = \begin{bmatrix} 12836 & 600 & 300 & 0 & 0 & 0 \\ & 12836 & 300 & 0 & 0 & 0 \\ & & 6890 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2267/8 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & 1667/53 & 0 \\ & & & & & 1667/53 \end{bmatrix} \text{ (MPa)} \quad (24)$$

همان‌طور که از ماتریس سفتی (۲۳) مشاهده می‌شود، کاهش خواص فقط در مؤلفه‌های قطری ماتریس لحاظ شده است و مابقی مؤلفه‌ها به دلیل مقدار کم آنها بدون تغییر باقی مانده‌اند. در رابطه (۲۳)،  $Q_{ij}^0$  ( $i, j = 1-6$ ) مؤلفه‌های ماتریس سفتی بدون آسیب هستند، که از شیب اولیه نمودارهای تنش- کرنش

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۷

جدول ۱۰- ابعاد نمونه‌های حلقوی بافته شده

کد نمونه	شعاع داخلی (mm)	ضخامت (mm)	عرض کاهش یافته (mm)
W1	۱۰۵/۸۴	۲/۷۱	۱۵/۶
W2	۱۰۵/۸۴	۲/۵۸	۱۴/۶
W3	۱۰۵/۸۴	۲/۶۰	۱۴/۵
W4	۱۰۵/۸۴	۲/۶۴	۱۴/۸

جدول ۱۱- نتایج آزمایش چهار نمونه حلقوی بافته شده

کد نمونه	نیرو (N)	جابه‌جایی (mm)	استحکام (MPa)
W1	۱۹۲۵۲	۲/۰۴	۲۲۷/۵۷
W2	۱۹۷۳۰	۲/۱۰	۲۶۱/۹
W3	۱۹۰۶۲	۲/۰۷	۲۵۲/۸۱
W4	۲۰۷۵۶	۲/۱۲	۲۶۵/۶۲

استاندارد مذکور استحکام محیطی لوله از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_a = \frac{P_b}{2A_m} \quad (25)$$

که در رابطه فوق،  $\sigma_a$  تنش کشش نهایی نمونه و  $P_b$  بالاترین نیروی تحمل شده توسط قطعه است.  $A_m$  نیز مساحت سطح مقطع کاهش یافته نمونه است. چهار نمونه حلقوی با ابعاد جدول (۱۰) مورد آزمایش قرار گرفتند. میزان حداکثر نیرو و همچنین استحکام‌های به‌دست آمده برای نمونه‌ها طبق رابطه (۲۵) در جدول (۱۱) گزارش شده است. عرض نمونه‌ها ثابت و برابر ۲۳/۱۵ میلی‌متر است. در پایان برای هرکدام از نمونه‌ها یک منحنی نیرو- جابه‌جایی به‌دست می‌آید، که نتایج آن در شکل (۱۵) آمده است.

#### ۷-۲- شبیه‌سازی نمونه حلقوی بافته شده

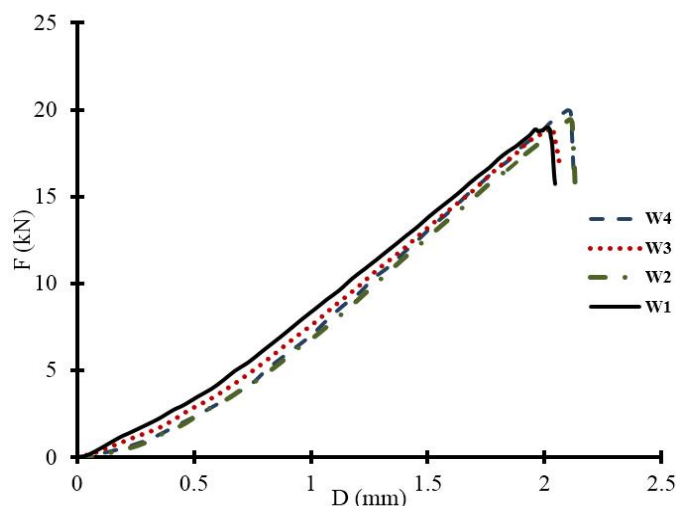
به‌منظور شبیه‌سازی نمونه حلقوی بافته شده در نرم‌افزار آباکوس، از میانگین ابعاد نمونه‌های تست شده در جدول (۱۰)

لازم به ذکر است که مؤلفه‌های کوپلینگ ماتریس سختی (رابطه ۲۴) با توجه به کم بودن مقادیر نسبت پواسون، از مقادیر مؤلفه‌های قطری به‌دست می‌آیند.

#### ۷- اعتبارسنجی

##### ۷-۱- نتایج آزمایشگاهی

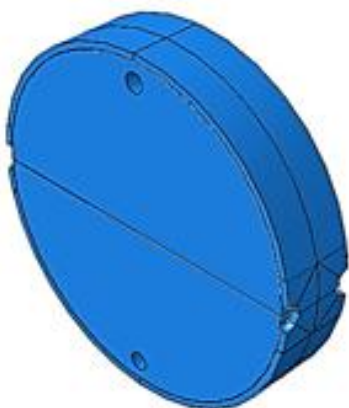
به‌منظور اعتبارسنجی مدل عددی، لوله‌های کامپوزیتی به روش پیچش الیاف تولید شدند. رزین به‌کار رفته در این لوله‌ها اپوکسی بر پایه آرال‌دیت LY556 و سخت‌کننده HY917 به‌همراه شتاب دهنده DY070 است. جنس الیاف لوله از نوار پارچه بافته شده شیشه (E) با بافت ساده به عرض پنج سانتی‌متر و چگالی سطحی ۱۶۵ گرم بر سانتی‌متر مربع و ضخامت تقریبی ۰/۱۸ میلی‌متر است. این لوله‌ها از ۱۵ لایه بافته شده تشکیل شده‌اند به‌طوری که جهت تار آنها در راستای محیطی و جهت بود آنها در راستای طولی است. سپس لوله‌های کامپوزیتی مطابق با استاندارد ASTM-D2290 به نمونه‌های حلقوی تبدیل شده و تحت بارکششی قرار می‌گیرند. طبق



شکل ۱۵- نمودار نیرو- جابه‌جایی برای چهار نمونه حلقوی بافته شده

جدول ۱۲- ابعاد مدل عددی نمونه حلقوی بافته شده

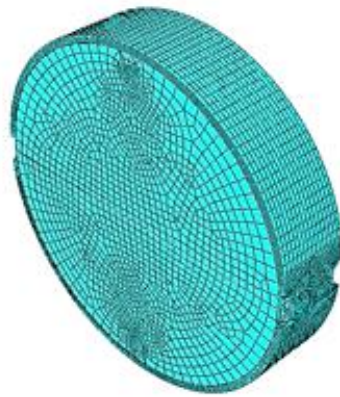
شعاع داخلی (mm)	عرض کاهش یافته (mm)	ضخامت (mm)
۱۰۵/۸۴	۱۴/۸۷	۲/۶۳



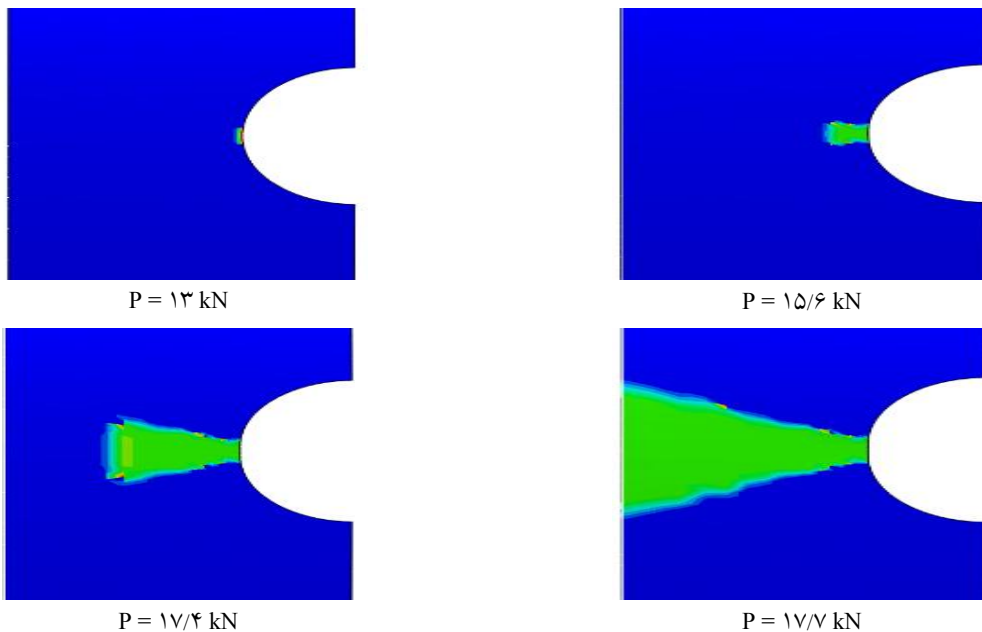
شکل ۱۶- مدل‌سازی نمونه به همراه نگهدارنده در نرم‌افزار آباکوس

میکرومکانیکی استخراج شده است. برای این منظور از ماتریس‌های سفتی (۲۳) و (۲۴) استفاده شده است. در تحلیل عددی برای نگهدارنده از المان R3D4 و برای نمونه از المان C3D8 استفاده شده است. تماس بین نگهدارنده و مدل در حالت عمودی، تماس سخت و تماس مماسی آن با ضریب اصطکاک ۰/۲۵ [۱۶] در نظر گرفته شده است. با توجه

استفاده شده است. نمونه بافته شده با ابعاد جدول (۱۲) در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شده است. شکل (۱۶) نمونه مدل شده به همراه نگهدارنده را در نرم‌افزار آباکوس نشان می‌دهد. به منظور تحلیل دقیق‌تر، در نقاط اطراف بریدگی به دلیل وجود تمرکز تنش از مش ریزتری استفاده شده است (شکل ۱۷). خواص مکانیکی لایه‌های بافته شده از نتایج حاصل از تحلیل



شکل ۱۷- نحوه شبکه‌بندی مدل المان محدود



شکل ۱۸- روند آسیب نمونه حلقوی بافته شده حاصل از حل عددی

متفاوت نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل (۱۸) نشان داده شده است، آسیب از نوک بریدگی آغاز و در راستای عمود بر محور بارگذاری رشد می‌کند که این روند آسیب با مشاهدات آزمایشگاهی شکل (۱۹) تطابق خوبی دارد.

در شکل (۲۰) نمودار نیرو برحسب جابه‌جایی به دست آمده از حل عددی با نتیجه حاصل از آزمایش WI مقایسه شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که رفتار الاستیک مدل المان محدود تطابق مناسبی با آزمایش دارد اما میزان نیرو و جابه‌جایی نهایی اختلاف اندکی دارد.

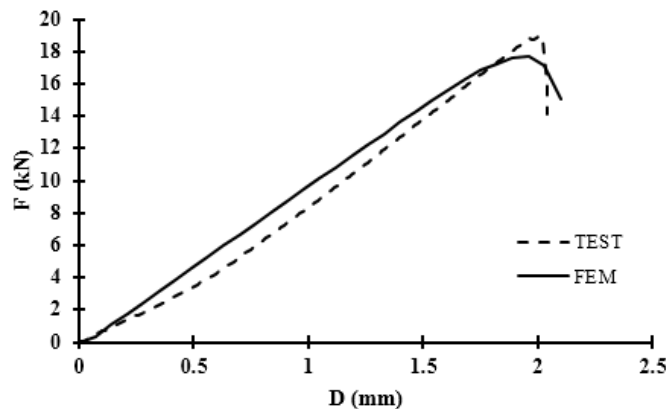
به اینکه در آزمایش فک پایین دستگاه ثابت و فک بالایی آن متحرک است، در شبیه‌سازی قسمت پایین نگهدارنده را در همه جهات مقید کرده و به قسمت فوقانی نگهدارنده جابه‌جایی اعمال شده است.

### ۳-۷- نتایج حل عددی برای نمونه حلقوی بافته شده

با استفاده از زیرروال UMAT و طبق معادله ساختاری (۲۳) می‌توان نحوه آسیب نمونه‌های بافته شده را پیش‌بینی کرد. روند آسیب مدل المان محدود در شکل (۱۸) نسبت به بارگذاری‌های



شکل ۱۹- نمونه حلقوی بافته شده پس از تخریب



شکل ۲۰- نمودار نیرو - جابه‌جایی نمونه حلقوی بافته شده

جدول ۱۳- مقایسه استحکام محیطی حاصل از آزمایش با حل عددی در نمونه‌های حلقوی بافته شده

میزان خطا (درصد)	استحکام محیطی (آزمایش) (MPa)	استحکام محیطی (حل عددی) (MPa)
۷/۳۶	۲۴۴/۳۳	۲۲۷/۵۷

نرم‌افزار آباکوس مکانیزمی برای شروع و رشد آسیب در لایه‌های بافته شده صفحه‌ای نسبت به کرنش ارائه شد. سپس با بهره‌گیری از این روش استحکام محیطی نمونه‌های حلقوی بافته شده به صورت پیش‌رونده پیش‌بینی شد. در پایان جهت اعتبارسنجی مدل عددی نمونه‌های حلقوی بافته شده مورد آزمایش قرار گرفتند و استحکام به دست آمده از آزمایش با استحکام پیش‌بینی شده از حل عددی مقایسه شدند که از تطابق خوبی برخوردار بود.

در پایان استحکام محیطی نمونه حلقوی بافته شده طبق رابطه (۲۵) به دست آمده و با استحکام محیطی حاصل از آزمایش مقایسه شده است (جدول ۱۳).

## ۸- جمع‌بندی

در این مقاله با استفاده از مدل‌سازی حجمک نماینده و بررسی آسیب در اجزای آن به کمک زیرروال‌های USDFLD UMAT در

## پیوست

$$= \frac{1}{\nu} \left[ (\delta_{im} \delta_{mk} \delta_{lm} \sigma_{kl} \varphi_{nj} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j) \cdot (\delta_{mj} \delta_{nl} \delta_{km} \sigma_{kl} \varphi_{in} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j) \right] \quad (\text{پ-۶})$$

$$= \frac{1}{\nu} (\delta_{ik} \varphi_{lj} + \delta_{kj} \varphi_{il}) \sigma_{kl} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j \quad (\text{پ-۷})$$

سپس تانسور مرتبه چهار  $\mathbf{M}(\omega)$  به صورت زیر بیان می شود:

$$\mathbf{M}(\omega) = \mathbf{M}_{ijkl} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j \mathbf{i}_k \mathbf{i}_l = \frac{1}{\nu} (\delta_{ik} \varphi_{lj} + \delta_{kj} \varphi_{il}) \sigma_{kl} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j \quad (\text{پ-۸})$$

در نتیجه تانسور تنش آسیب متقارن موثر به فرم معادله (۹) می شود:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\omega) : \boldsymbol{\sigma} \quad (\text{پ-۹})$$

تاکنون، رابطه بین ماتریس تنش آسیب متقارن و ماتریس تنش بدون آسیب به دست آمده است. فرم ماتریسی  $\mathbf{M}(\omega)$  به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\varphi_2 + \varphi_3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} \end{Bmatrix} \quad (\text{پ-۱۰})$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\nu} (\mathbf{M}(\omega) : \tilde{\boldsymbol{\sigma}})^T : \mathbf{S} : (\mathbf{M}(\omega) : \tilde{\boldsymbol{\sigma}})$$

$$= \frac{1}{\nu} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \left[ (\mathbf{M}(\omega)^{-1}) : \mathbf{S}^{-1} : (\mathbf{M}(\omega)^T)^{-1} \right] : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{پ-۱۲})$$

$$= \frac{1}{\nu} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T : \left[ (\mathbf{M}(\omega)^{-1}) : \mathbf{C} : (\mathbf{M}(\omega)^{-1})^T \right] : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$$

در رابطه فوق  $\mathbf{C}$  ماتریس سفتی نامیده می شود.

برای ساده سازی در استخراج فرمول های مربوط به بخش خرابی از تعریف زیر استفاده شده است:

$$\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\omega})^{-1} \quad (\text{پ-۱})$$

به علت اینکه در بسیاری از موارد تانسور تنش آسیب نامتقارن است، بنابراین تانسور تنش آسیب متقارن مؤثر  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$  به صورت زیر بیان می شود:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{\nu} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T) = \frac{1}{\nu} ((\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi}) + (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi})^T) \quad (\text{پ-۲})$$

$$= \frac{1}{\nu} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{\varphi}^T \cdot \boldsymbol{\sigma}^T) \quad (\text{پ-۳})$$

$$= \frac{1}{\nu} (\mathbf{I} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{I}) \quad (\text{پ-۴})$$

$$= \frac{1}{\nu} [(\delta_{im} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_m) \cdot (\sigma_{kl} \mathbf{i}_k \mathbf{i}_l) \cdot (\varphi_{nj} \mathbf{i}_n \mathbf{i}_j) + (\varphi_{in} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_n) \cdot (\sigma_{kl} \mathbf{i}_k \mathbf{i}_l) \cdot (\delta_{mj} \mathbf{i}_m \mathbf{i}_j)] \quad (\text{پ-۵})$$

از طرفی انرژی کرنشی برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\nu} \sigma_i \varepsilon_i = \frac{1}{\nu} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T : \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{\nu} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T : \mathbf{S} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{پ-۱۱})$$

در این رابطه  $\mathbf{S}$  ماتریس نرمی است. با معادل سازی انرژی های کرنشی نتیجه زیر به دست می آید:

## واژه نامه

### 1. Yarn

1. Ming Huang, Z., "The Mechanical Properties of Composites Reinforced with Woven and Braided Fabrics", *Composites Science and Technology*, Vol.

60, pp. 479-498, 2000.

2. Naik, N. K., and Ganesh, V. K., "Prediction of On-axes Elastic Properties of Plain Weave Fabric

## مراجع

- Composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 45, No. 2, pp. 135-152, 1992.
3. Aitharaju V. R., and Averill, R. C., “Three-dimensional Properties of Woven-fabric Composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, No. 12, pp. 1901-1911, 1999.
  4. Blacketter, D. M., Walrath, D. E., and Hansen, A. C., “Modeling Damage in a Plain Weave Fabric-Reinforced Composite Material”, *Journal of Composites, Technology and Research*, Vol. 15, p. 136, 1993.
  5. Kollegal, M. G., and Sridharan, S., “Strength Prediction of Plain Woven Fabrics”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 34, No. 3, pp. 240-257, 2000.
  6. Carvelli, V., and Poggi, C., “A Homogenization Procedure for the Numerical Analysis of Woven Fabric Composites”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 32, pp. 1425-1432, 2001.
  7. Karkkainen R. L., and Sankar, B. V., “A Direct Micromechanics Method for Analysis of Failure Initiation of Plain Weave Textile Composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 137-150, 2006.
  8. Aliabadi, M. H., *Woven Composites*. World Scientific, 2015.
  9. Miot, S., Hochard, C., and Lahellec, N., “A Non-local Criterion for Modelling Unbalanced Woven Plylaminates with Stress Concentrations”, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 7, pp. 1574-1580, 2010.
  10. Wen, P. H., and Aliabadi, M. H., “Damage Mechanics Analysis of Plain Woven Fabric Composite Micromechanical Model for Mesh-free Simulations”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 46, pp. 2239-2253, 2012.
  11. Song, J., Wen, W., Cui, H., Zhang, H., and Xu, Y., “Finite Element Analysis of 2.5 D Woven Composites, Part II: Damage Behavior Simulation and Strength Prediction”, *Applied Composite Materials*, Vol. 23, pp. 45-69, 2016.
  12. Hashin, Z., “Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 2, pp. 329-334, 1980.
  13. Shokrieh, M. M., “Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials”, Ph.D Thesis, McGill University, 1996.
  14. Riva, E., and Nicoletto, G., “Modeling and Prediction of the Mechanical Properties of Woven Laminates by the Finite Element Method”, *WIT Transactions on State-of-the-art in Science and Engineering*, Vol. 21, pp. 105-125, 2005.
  15. Scida, D., Aboura, Z., Benzeggagh, M. L., and Bocherens, E., “A Micromechanics Model for 3D Elasticity and Failure of Woven-fibre Composite Materials”, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, No. 4, pp. 505-517, 1999.
  16. Kothari V. K., and Gangal, M. K., “Assessment of Frictional Properties of Some Woven Fabrics”, *Indian Journal of Fibre & Textile Research*, Vol. 19, pp. 151-155, 1994.