

## تحلیل قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها با استفاده از روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی

منصور باقری<sup>۱</sup> و بهروز کشته‌گر<sup>۲\*</sup>

۱. گروه مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بیرجند

۲. گروه مهندسی عمران، دانشگاه زابل

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۱۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۵/۰۹)

**چکیده-** در این مقاله یک روش کارا و توانمند به منظور ارزیابی قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها تحت عدم قطعیت‌های آماری متغیرهای تصادفی ارائه شده است. این روش، تحت عنوان روش فازی-دینامیکی انتقال پایدار امتدادی نامگذاری شده که متشکل از دو حلقه داخلی و خارجی است. در حلقه داخلی روش تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول به صورت دینامیکی بر اساس روش انتقال پایدار، بهبود یافته است. تحلیل فازی در حلقه خارجی با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش بر پایه الگوریتم ژنتیک پایه‌گذاری شده است. عملکرد الگوریتم ارائه شده برای سه مثال غیرخطی ارزیابی شده که نتایج بیانگر بهبود کارایی و توانمندی روش دینامیکی انتقال پایدار در در مقایسه با روش معمول تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول است.

واژه‌های کلیدی: قابلیت اعتماد فازی، روش دینامیکی انتقال پایدار، بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش، الگوریتم ژنتیک.

## Fuzzy Structural Reliability Analysis using the Dynamic Directional Stability Transformation Method

M. Bagheri<sup>1</sup> and B. Keshtegar<sup>2\*</sup>

1. Department of Civil Engineering, Birjand University of Technology, Birjand, Iran.

2. Department of Civil Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran.

**Abstract:** *In this paper, a new method is proposed for fuzzy structural reliability analysis; it considers epistemic uncertainty arising from the statistical ambiguity of random variables. The proposed method, namely, fuzzy dynamic-directional stability transformation method, includes two iterative loops. An internal algorithm performs the reliability analysis using the dynamic-directional stability transformation method and an external algorithm performs the fuzzy analysis by applying the alpha-cut level optimization method based on the genetic algorithm. Implementation of the proposed method, which solves some nonlinear performance functions, indicates the efficiency and robustness of the dynamic-directional stability transformation method, as compared to other first order reliability methods.*

**Keywords:** *Fuzzy reliability, Dynamical stability transformation method, Alpha-cut level optimization, Genetic algorithm.*

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: bkeshtegar@uoz.ac.ir

$f_X()$	تابع چگالی احتمال	$\mu$	میانگین متغیر تصادفی
$F_X()$	تابع توزیع احتمال	$\mu()$	تابع درجه عضویت
$g()$	تابع شرایط حدی	$\sigma$	انحراف معیار متغیر تصادفی
$P_f$	احتمال خرابی	$\phi()$	تابع چگالی احتمال نرمال
$x_\alpha$	آلفا برش	$\Phi()$	تابع توزیع تجمعی احتمال نرمال
$X_\alpha$	زیرفضای قطعی	$\nabla g()$	گرادیان تابع شرایط حدی
$\beta$	شاخص قابلیت اعتماد	$\nabla^2 g()$	گرادیان مرتبه دوم تابع شرایط حدی

### ۱- مقدمه

به‌طور کلی در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها عدم قطعیت‌های مختلفی در متغیرها و مدل‌های مورد استفاده وجود دارد که به دو دسته تصادفی<sup>۱</sup> و شناختی<sup>۲</sup> تقسیم‌بندی می‌شوند. عدم قطعیت تصادفی ماهیت طبیعی داشته و از خصوصیات فیزیکی یک سیستم سازه‌ای ناشی می‌شود. این نوع عدم قطعیت مبتنی بر شانس و اقبال بوده و غیرقابل کاهش است [۱]. روش‌های تحلیلی مختلفی نظیر قابلیت اعتماد مرتبه اول<sup>۳</sup> [۲]، قابلیت اعتماد مرتبه دوم<sup>۴</sup> [۳] و روش‌های شبیه‌سازی<sup>۵</sup> [۴] بر پایه تئوری احتمالات به‌منظور مدل‌سازی عدم قطعیت تصادفی در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها ارائه شده است. از طرفی از آنجا که اطلاعات آماری متغیرهای تصادفی در مدل‌های سازه‌ای مهندسی عمران غالباً محدود و مبهم هستند، به‌منظور دستیابی به یک برآورد واقع بینانه از قابلیت اعتماد سازه‌ها باید عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی نیز در روند ارزیابی احتمال خرابی سازه‌ها لحاظ شود. چرا که این اطلاعات آماری ناقص از سیستم منجر به ایجاد ابهام و عدم دقت در پارامترهای مدل شده و لذا برآورد دقیقی از احتمال خرابی سیستم در اختیار نمی‌گذارد.

اساساً، رویکردهای مختلفی جهت مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی وجود دارند که از آن جمله می‌توان به تئوری شواهد<sup>۶</sup> [۵]، تئوری بیزی<sup>۷</sup> [۶]، جبر بازه‌ای<sup>۸</sup> [۷] و مدل‌سازی فازی<sup>۹</sup> [۸]

اشاره کرد. در این مقاله ابهام آماری متغیرهای تصادفی در قالب اعداد فازی مدل‌سازی شده است. به این صورت که با تعریف باندی از عدم قطعیت، میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی به‌صورت اعداد مثلثی فازی مدل‌سازی شده و با به‌کارگیری روش پیشنهادی، احتمال خرابی فازی تعیین می‌شود. شاخص احتمال خرابی فازی به‌دست آمده با معرفی بازه‌ای از احتمال خرابی شامل حدود بالا و پایین، برآورد منطقی‌تری از ایمنی سیستم پیشنهاد می‌دهد.

اخیراً مطالعات سودمندی در موضوع ارزیابی قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها انجام شده است. مولر و همکاران روشی مبتنی بر بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش<sup>۱۰</sup> با به‌کارگیری یک روش بهینه‌یابی مرکب گرادیانی، جهت تحلیل فازی سازه‌ها پیشنهاد دادند [۹]. اساس این روش بر مبنای تئوری مجموعه‌های فازی [۱۰] و متغیرهای تصادفی فازی [۱۱] استوار است. مولر و همکاران همچنین بر مبنای روش تحلیل فازی، یک روش جامع جهت ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها بر پایه روش قابلیت اعتماد مرتبه اول ارائه کردند [۱۲].

با توجه اینکه اصولاً حجم محاسبات در تحلیل قابلیت اعتماد فازی زیاد است، هورتادو و همکاران با استفاده از روش قابلیت اعتماد مرتبه دوم، یک روش شبیه‌سازی جهت کاهش تعداد نمونه‌های مورد نیاز ارائه دادند [۱۳]. همچنین گیسپ و همکاران با استفاده از تئوری اعتباردهی یک تفسیر فازی از

شاخص قابلیت اعتماد کرنل پیشنهاد کردند [۱۴].  
کرمونا و ژائو [۱۵] بر اساس تئوری اعتباردهی یک روش تحلیل قابلیت اعتماد فازی ارائه کردند. روش ارائه شده مشابه روش‌های احتمالاتی ارزیابی قابلیت اعتماد بوده و مختص مسائل دارای متغیرهای تصادفی فازی دارای کران‌های برابر است. همچنین تحقیقاتی در مورد کاربردهای قابلیت اعتماد فازی در قابلیت اعتماد سیستم [۱۶]، سازه‌های دریایی [۱۷] و همچنین ارزیابی قابلیت اعتماد وابسته به زمان تحت خوردگی [۱۸] نیز صورت گرفته است.

تحلیل صحیح و پایدار قابلیت اعتماد می‌تواند به نتایج قابل قبولی در تحلیل قابلیت اعتماد فازی منتج شود. عمدتاً، روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد در تحلیل فازی بر مبنای روش هاسوفر-لیند و رکویتز-فسلر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۹] و [۲۰]. روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد در برآورد احتمال خرابی مسائل غیرخطی مهندسی، ممکن است نتایجی به‌صورت نوسانی و یا اغتشاش ارائه دهد [۲۱ و ۲۲]. روش‌های مبتنی بر تندترین شیب ممکن است نرخ همگرایی بالایی داشته باشند اما، نیازمند ارتقا، جهت تضمین پایداری در مسائل پیچیده مهندسی با تابع حالت حدی غیرخطی هستند [۲۳]. از جمله روش‌های ارتقا یافته اولین مرتبه قابلیت اعتماد می‌توان به روش انتقال پایدار<sup>۱۱</sup> [۲۱]، روش انتقال پایدار امتدادی<sup>۱۲</sup> [۲۴] و روش انتقال پایدار مزدوج<sup>۱۳</sup> اشاره کرد [۲۵]. بررسی روش‌های فوق نشان می‌دهد که روش انتقال پایدار می‌تواند همگرایی مناسبی برای مسائل غیرخطی داشته باشد اما، این روش نیازمند حجم محاسبات بالایی جهت تخمین احتمال خرابی است [۲۶-۲۳]. روش انتقال پایدار امتدادی می‌تواند به‌صورت چشمگیری کارایی روش انتقال پایدار را بهبود بخشد اما، در تحلیل قابلیت اعتماد مسائل پیچیده ممکن است دچار ناپایداری حل و یا کندی همگرایی شود [۲۶ و ۲۷]. روش انتقال پایدار مزدوج می‌تواند کارایی و توانمندی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد را بهبود بخشد. اما، این روش نیازمند یک رابطه‌سازی پیچیده با امتداد جستجوی مغشوش است، لذا استفاده از آن ممکن است

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۷

به‌سادگی امکان‌پذیر نباشد. از این‌رو، ارائه یک روش ساده و کارا با همگرایی پایدار برای تحلیل قابلیت اعتماد فازی بسیار حائز اهمیت است. قابلیت استفاده ساده همراه با کارایی و توانمندی می‌تواند از عوامل اساسی انتخاب و به‌کارگیری یک روش قابلیت اعتماد در تحلیل قابلیت اعتماد فازی سازها باشند. در این مقاله یک روش ریاضی بر پایه محاسبات عددی مبتنی بر رویکرد بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش جهت ارزیابی قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها ارائه شده است. عدم قطعیت‌های تصادفی و شناختی متناظر با متغیرهای تصادفی در قالب متغیرهای تصادفی ترکیبی مدل‌سازی شده‌اند. روش پیشنهادی از دو الگوریتم مرتبط به هم تشکیل شده است. الگوریتم سطح اول که محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد را با روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی انجام می‌دهد و الگوریتم سطح دوم که محاسبات مربوط به تحلیل فازی را با استفاده از روش بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش و الگوریتم ژنتیک<sup>۱۴</sup> انجام می‌دهد و تابع درجه عضویت<sup>۱۵</sup> احتمال خرابی فازی را تشکیل می‌دهد.

نظر به حجم عملیات محاسباتی زیاد مسائل ارزیابی قابلیت اعتماد فازی، کارایی و قدرتمندی الگوریتم‌های سطوح اول و دوم از اهمیت ویژه‌ای در کاهش بار محاسباتی برخوردار هستند. در روش پیشنهادی برای تحلیل قابلیت اعتماد فازی، ساختار الگوریتم سطح دوم بر اساس گسسته‌سازی<sup>۱۶</sup> متغیرهای تصادفی و حل هم‌زمان مسائل بهینه‌سازی با استفاده از عملگرهای الگوریتم ژنتیک پایه‌ریزی شده است. یک عملگر انتخاب رتبه‌بندی شده خطی به‌دلیل همگرایی به بهینه کلی در مسائل با ابعاد زیاد، پایداری و قدرتمندی در همگرایی نسبت به عملگرهای متداول انتخاب نظیر چرخ رولت<sup>۱۷</sup> و انتخاب مسابقه‌ای<sup>۱۸</sup> در الگوریتم ژنتیک، مورد استفاده قرار گرفته است [۲۸].

درحالی‌که الگوریتم سطح اول بر مبنای یک ضریب انتقال پایدار دینامیکی که بر اساس درجه غیرخطی تابع شرایط حدی بین صفر تا یک تنظیم می‌شود، پایه‌گذاری شده است. ضریب

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{k+1} &= \beta_k \mathbf{n}(\mathbf{u}_k) \\ \mathbf{n}(\mathbf{u}_k) &= \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k)\|} \\ \beta_k &= \frac{\nabla_{\mathbf{u}}^T g(\mathbf{U}_k) \mathbf{U}_k - g(\mathbf{U}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k)\|} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن،  $\mathbf{n}(\mathbf{u}_k)$  امتداد جستجو بر مبنای تندترین شیب است.  $g(\mathbf{U}_k)$  و  $\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k)$  به ترتیب مقدار تابع شرایط حدی و بردار گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه  $\mathbf{U}_k$  هستند. روش هاسوفر-لیند از کارایی مناسبی برخوردار است، اما در مسائل غیرخطی ممکن است همگرایی کندی داشته و یا اینکه همگرا نشود. از این رو این روش جهت افزایش توانمندی بر اساس روش انتقال پایدار با استفاده از کنترل اغتشاشات به صورت زیر بهبود یافته است [۲۱]:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{k+1} &= \mathbf{U}_k + \lambda \mathbf{C}[\mathbf{f}(\mathbf{U}_k) - \mathbf{U}_k] \\ \mathbf{f}(\mathbf{U}_k) &= \frac{\nabla_{\mathbf{u}}^T g(\mathbf{U}_k) \mathbf{U}_k - g(\mathbf{U}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k)\|^2} \nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{U}_k) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن،  $\mathbf{C}$  ماتریسی است که یک عضو در سطر و ستون آن یک و بقیه اعضا برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند. در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها به‌طور معمول این ماتریس برابر با ماتریس واحد در نظر گرفته می‌شود.  $0 < \lambda \leq 1$  ضریب کنترل است که جهت دستیابی به پایداری عددی، برابر یک مقدار کوچک در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها در نظر گرفته می‌شود (به‌عنوان مثال  $0.1 \leq \lambda \leq 0.01$ ) [۲۱ و ۲۴]. روش انتقال پایدار ممکن است توانمندی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد را برای مسائل غیرخطی بهبود بخشد اما جهت دستیابی به همگرایی در مسائل خطی و غیرخطی نیازمند تعداد تکرار زیادی به دلیل استفاده از طول گام پایین است. اخیراً منگ و همکاران بر مبنای یک امتداد جستجوی جهتی این روش را به صورت رابطه تکرار زیر بهبود داده‌اند [۲۴].

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{k+1} &= \beta_k \mathbf{n}(\mathbf{u}_k) \\ \mathbf{n}(\mathbf{u}_k) &= \frac{\mathbf{U}_k + \lambda \mathbf{C}[\mathbf{f}(\mathbf{U}_k) - \mathbf{U}_k]}{\|\mathbf{U}_k + \lambda \mathbf{C}[\mathbf{f}(\mathbf{U}_k) - \mathbf{U}_k]\|} \end{aligned} \quad (4)$$

مشخص است که در رابطه فوق، امتداد جستجوی روش

انتقال پایدار دینامیکی، برای مسائل غیرخطی با یک ضریب کوچک و برای مسائل خطی با یک ضریب بزرگ‌تر تنظیم می‌شود. از این رو، روش ارائه شده در مسائل غیرخطی همانند روش انتقال پایدار توانمند است و در مسائل خطی همانند روش‌های مبنی بر تندترین شیب کارا است.

## ۲- تحلیل قابلیت اعتماد سازه

بر اساس یک مدل احتمالاتی می‌توان تخمینی از احتمال خرابی را بر اساس انتگرال زیر بیان کرد:

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} \dots \int f_X(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (1)$$

که در آن،  $g(X)$  تابع شرایط حدی است که می‌تواند ناحیه خرابی سازه را به صورت  $g(X) \leq 0$  تعریف کند. استفاده از روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد به دلیل تعادل بین تخمین و کارایی مناسب آن، جهت برآورد احتمال خرابی است. هدف اساسی در روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد، جستجوی نقطه حداکثر محتمل ( $\mathbf{U}^*$ ) است که بر اساس آن می‌توان احتمال خرابی را به صورت  $P_f \approx \Phi(-\beta) = \Phi(\|\mathbf{U}^*\|)$  تخمین زد. که در آن  $\beta$  شاخص قابلیت اعتماد و معرف کمترین فاصله تابع شرایط حدی تا مبدأ و همچنین  $\mathbf{U}^*$  معرف نقطه‌ای روی سطح خرابی است که کمترین فاصله را تا مبدأ در فضای نرمال استاندارد ( $\mathbf{u} = \Phi^{-1}\{F_X(x)\}$ ) داراست.  $\Phi$  و  $F_X(x)$  به ترتیب تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی  $x$  است. جهت تخمین نقطه حداکثر محتمل به‌طور معمول روش‌های تکرار بر مبنای فرمولاسیون روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار می‌گیرند که به‌طور خلاصه در ادامه بیان می‌شوند.

### ۲-۱- روش‌های موجود قابلیت اعتماد مرتبه اول

به‌طور معمول روش هاسوفر-لیند به صورت رابطه تکرار زیر برای برآورد احتمال خرابی استفاده می‌شود:

هاسوفر- لیند بر مبنای روش انتقال پایدار بهبود یافته است. در روش انتقال پایدار راستای حرکت محاسبه شده و نقطه جدید با استفاده از شاخص قابلیت اعتماد، قابل تعیین است. نتایج نشان داده است که این روش برای مسائل غیرخطی می‌تواند کارایی بالاتری نسبت به روش انتقال پایدار داشته اما، ممکن است برای مسائل مقعر مهندسی با درجه غیرخطی پایین، نرخ همگرایی بسیار پایینی داشته باشد [۲۴ و ۲۶].

## ۲-۲- روش دینامیکی انتقال پایدار

ضریب کنترل در روش انتقال پایدار نقش بسزایی در کنترل پایداری و افزایش کارایی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد ایفا می‌کند. در روش انتقال پایدار و روش انتقال پایدار امتدادی این ضریب به صورت یک عدد ثابت کوچک تر از واحد در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تعداد تکرار جهت همگرایی این روش‌ها ممکن است به صورت قابل توجهی در برخی از مسائل مهندسی افزایش یابد. در این مقاله یک ضریب کنترل دینامیکی به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\lambda_k = \delta \lambda_{k-1} \quad (5)$$

که در آن  $\delta$  ضریب تنظیم است که بر اساس نتایج حاصل از تکرارهای قبلی به صورت زیر می‌تواند محاسبه شود:

$$\delta = \min \left\{ 1, \frac{\|U_k - U_{k-1}\|}{\|U_{k+1} - U_k\|} \right\} \quad (6)$$

مشخص است که در محاسبه ضریب تنظیم از اطلاعات مربوط به تکرارهای قبلی روش پیشنهادی استفاده شده که به سهولت قابل دستیابی است. همچنین، این ضریب همواره عددی کمتر از یک است، لذا داریم:  $\lambda_k \leq \lambda_{k-1}$ . می‌توان استنتاج کرد که ضریب تنظیم برای مسائل غیرخطی می‌تواند در هر تکرار کاهش یابد و یک ضریب کنترل متناسب به صورت دینامیکی تنظیم شود لذا، علاوه بر افزایش نرخ همگرایی، پاسخ پایداری نیز از این روش حاصل می‌شود. از طرفی، برای مسائل خطی

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۷

به دلیل اینکه شرایط شیب را برقرار می‌کنند، می‌توان نتیجه گرفت که  $\frac{\|U_k - U_{k-1}\|}{\|U_{k+1} - U_k\|} \geq 1$ . از این رو ضریب تنظیم برابر با یک انتخاب می‌شود که در چنین حالتی، رویه تکرار متناظر با روش هاسوفر- لیند است. لذا می‌توان چنین نتیجه گرفت که روش پیشنهادی نسبت به روش انتقال پایدار و روش انتقال پایدار امتدادی ممکن است نرخ همگرایی بالاتری داشته باشند. در ضمن رابطه ارائه شده جهت ضریب کنترل بسیار ساده بوده و نیاز به حجم محاسبات بالا ندارد. از این رو، این روش همانند روش‌های ارائه شده فوق ساده است. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت:  $0 \leq \lambda_k \leq 1$  و همچنین برای مسائل قابلیت اعتماد  $\|U_{k+1} - U_k\| < \|U_k - U_{k-1}\|$  با توجه به ضریب تنظیم در نظر گرفته شده داریم:

$$\begin{aligned} \|U_{k+1} - U_k\| &= \kappa_k \|U_k - U_{k-1}\| = \\ \kappa_k \kappa_{k-1} \|U_{k-1} - U_{k-2}\| &= \dots = \\ \kappa_k \kappa_{k-1} \dots \kappa_1 \|U_1 - U_0\| \end{aligned} \quad (7)$$

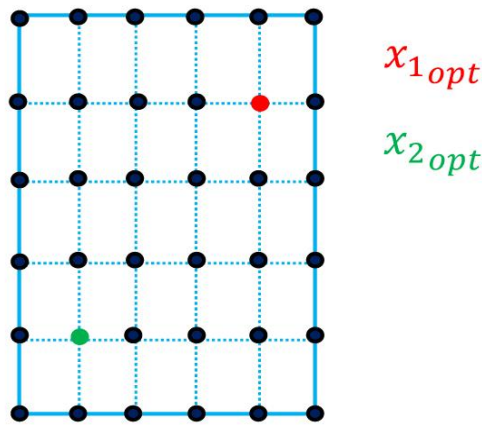
که در آن  $0 < \kappa < 1$  است. از این رو برای یک مسئله قابلیت اعتماد می‌توان رابطه (۸) را نتیجه گرفت:

$$\|U_{k+1} - U_k\| = \|U_1 - U_0\| \prod_{i=1}^k \kappa_i \quad (8)$$

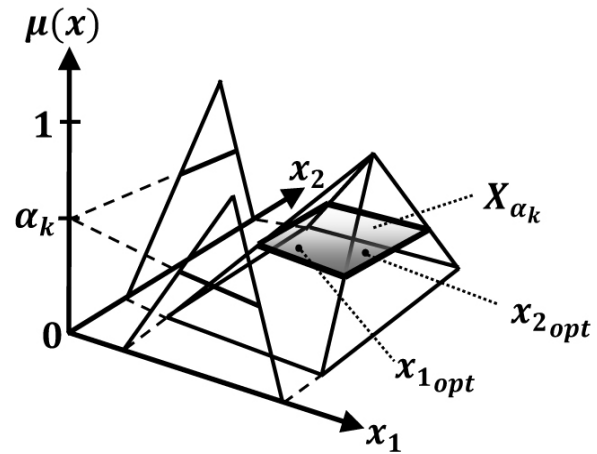
با توجه به مسائل قابلیت اعتماد در اولین تکرار داریم که  $\|U_1 - U_0\| > 0$  و برای  $k \rightarrow \infty$  می‌توان دریافت کرد که  $\lim_{k \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^k \kappa_i \approx 0$ ، از این رو می‌توان استنتاج کرد که  $\|U_{k+1} - U_k\| \approx 0$ . این بدان معنا است که نقطه جدید بر نقطه قبلی منطبق شده است لذا، حداکثر شعاع طیفی ماتریس جاکوبی<sup>۱۹</sup> ( $[J]$ ) به صورت  $U_{k+1} = [J]U_k$  برابر با واحد است. از این رو نقطه  $U_{k+1}$  یک نقطه ثابت است و مسئله همگرا شده است. ضریب کنترل ارائه شده می‌تواند نتایج پایداری نسبت به رویه تکرار اولین مرتبه قابلیت اعتماد ارائه دهد.

## ۲-۳- رویکرد بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش

مجموعه‌های فازی که توسط لطفی‌زاده [۱۰] ارائه شدند، مفاهیم



شکل ۲- جانمایی نقاط درون زیرفضای قطعی



شکل ۱- زیرفضای قطعی  $X_{\alpha_k}$  در حالت دو بعدی

کرد:

$$z = g(x_i) \rightarrow \text{Max} \mid x_i \in X_{\alpha_k}; i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$z = g(x_i) \rightarrow \text{Min} \mid x_i \in X_{\alpha_k}; i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

طبق روابط (۹) و (۱۰) فضای جستجو در روند بهینه‌سازی به‌ازای هر آلفا برش به مرزهای زیرفضای قطعی محدود می‌شود.

### ۳- روش پیشنهادی قابلیت اعتماد فازی- دینامیکی انتقال پایدار امتدادی

در روش پیشنهادی، فضای جستجوی الگوریتم بهینه‌ساز با تشکیل زیرفضای قطعی  $X_{\alpha_k}$  متناظر متغیرهای تصادفی تشکیل می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، با تقسیم مرزهای زیرفضا به بازه‌های برابر، نقاط درون زیرفضا که ورودی‌های الگوریتم سطح اول هستند به‌طور دقیق جانمایی می‌شوند. هر یک از این نقاط منجر به حل یک مسئله ارزیابی قابلیت اعتماد مجزا و در نتیجه تولید یک احتمال خرابی می‌شوند. از طرفی مطابق رویکرد بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش، دو نقطه درون زیرفضا وجود دارند که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعه آلفا برش متناظر احتمال خرابی فازی  $P_{f\alpha_k}$  را به‌دست می‌دهند. در این مقاله تعیین این نقاط بهینه به الگوریتم ژنتیک واگذار شده است.

الگوریتم ژنتیک جستجو را با یک جمعیت اولیه که به‌طور

جامع‌تری از مجموعه‌های کلاسیک را شامل می‌شوند. اگر مجموعه ناتهی  $X$ ، به‌عنوان یک مجموعه مرجع در نظر گرفته شود، تابع درجه عضویت مجموعه فازی  $\tilde{A}$  به‌صورت  $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \rightarrow [0, 1]$  تعریف می‌شود که در آن  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  میزان تعلق  $x$  به مجموعه فازی  $\tilde{A}$  به‌ازای هر  $x \in X$  را نشان می‌دهد. مجموعه آلفا برش  $X_{\alpha_k}$  یک مجموعه غیرفازی است که شامل اعضایی از مجموعه فازی  $\tilde{A}$  با درجه عضویت  $\mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha_k$  می‌شود. مجموعه‌های آلفا برش متناظر متغیرهای تصادفی، یعنی  $x_{i, \alpha_k}$ ، یک شکل فضایی به‌نام زیرفضای قطعی<sup>۲۰</sup> تشکیل می‌دهند. چنانچه مسئله دارای ۱، ۲ و ...  $n$  متغیر تصادفی باشد، زیرفضای قطعی به شکل یک ابرفضای ۱، ۲ و ...  $n$  بعدی خواهد بود.

در رویکرد بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش، با فرض محذب بودن متغیرهای تصادفی چنانچه مجموعه‌های آلفا برش متغیرها تعیین و زیرفضای قطعی  $X_{\alpha_k}$  تشکیل شود، مطابق شکل (۱) با تعیین دو نقطه بهینه  $x_{1opt}$  و  $x_{2opt}$  می‌توان مجموعه آلفا برش متناظر احتمال خرابی فازی  $P_{f\alpha_k}$  را تعیین کرد [۲۹].

به‌طور کلی اگر روش پیشنهادی قابلیت اعتماد فازی- دینامیکی انتقال پایدار امتدادی به‌صورت  $z = g(x_i); i = 1, 2, \dots, n$  فرمول‌بندی شود، مسائل تعیین نقاط بهینه در زیرفضای قطعی را می‌توان به‌صورت زیر فرمول‌بندی

$$P_s = \frac{1}{n} (k - 2(k-1) \frac{i-1}{n-1}) \quad (11)$$

که در آن  $n$  و  $i = 1, 2, \dots, n$  به ترتیب تعداد نقاط درون زیرفضای قطعی و شمارنده ژن‌ها هستند.  $k = 1/1$  پارامتر کنترل فشار انتخاب، معیاری که بر اساس آن به کروموزوم‌های شایسته امکان داشتن تعداد زیادی فرزند داده می‌شود. روند بهینه‌یابی تا ارضاء شرایط همگرایی ادامه یافته و سپس الگوریتم جستجو متوقف می‌شود. این روند به‌ازای کلیه مقادیر  $\alpha$  برش  $\alpha_k \in [0, 1]$  متغیرهای ورودی تکرار شده و با رویهم‌گذاری نتایج حاصله تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی تشکیل می‌شود.

بر اساس روابط و توضیحات ارائه شده می‌توان الگوریتم تکرار دینامیکی انتقال پایدار را برای تحلیل قابلیت اعتماد فازی به صورت گام‌های زیر بیان کرد:

**گام اول:** فرمول‌بندی تابع شرایط حدی، متغیرهای تصادفی فازی و تنظیم پارامترهای اولیه الگوریتم مانند  $C = I$ ،  $k = 0$ ،  $\lambda_0 = 1$  و  $X_0 = \mu(x)$

**گام دوم:** انتقال متغیرهای تصادفی از فضای اصلی به فضای نرمال استاندارد به صورت  $u = \Phi^{-1}\{F_X(x)\}$

**گام سوم:** تشکیل زیرفضای قطعی با ایجاد  $\alpha$  برش‌های یکسان روی تمامی متغیرهای تصادفی فازی

**گام چهارم:** انتخاب تصادفی جمعیت اولیه و تخصیص یک مقدار برازندگی اولیه به هر کروموزوم از جمعیت

**گام پنجم:** انتخاب والدین و تولید نسل جدید با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش

**گام ششم:** محاسبه بردار گرادیان  $(\nabla_u g(U_k))$  و مقدار تابع شرایط حدی  $(g(U_k))$  در نقطه  $U_k$

**گام هفتم:** محاسبه نقطه جدید به صورت:

$$U_{k+1} = \beta_k n(u_k)$$

$$n(u_k) = \frac{U_k + \lambda_k C[f(U_k) - U_k]}{\|U_k + \lambda_k C[f(U_k) - U_k]\|}$$

که در آن:

تصادفی انتخاب شده‌اند، آغاز می‌کند. سپس با استفاده از عملگرهای تصادفی و بر مبنای مقادیر تابع هدف، بهینه‌سازی را دنبال می‌کند. توضیحات تفصیلی در خصوص این عملگرهای تصادفی که برازندگی<sup>۲۱</sup>، انتخاب<sup>۲۲</sup>، تقاطع<sup>۲۳</sup> و جهش<sup>۲۴</sup> هستند، در مرجع [۳۰] آمده است.

انتخاب، فرایند برگزیدن دو والد از جمعیت برای عمل تقاطع است که در آن، در مورد نحوه انتخاب والدین برای فرایند تقاطع و نحوه تولید نسل‌های بعدی تصمیم‌گیری می‌شود. هدف انتخاب این است که والدینی انتخاب شوند که منجر به تولید فرزندان با شایستگی بیشتر شود. عملگر تقاطع با جابه‌جا کردن ژن‌های دو کروموزوم که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند از یک یا چند نقطه که آن هم به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، دو کروموزوم جدید می‌سازد. در واقع عملگر اصلی ایجاد نسل جدید در روند بهینه‌سازی، تقاطع است. در این تحقیق احتمال تقاطع برابر  $P_c = 0.8$  در نظر گرفته شده است [۳۱]. جهش فرایندی است که در آن یک بخش از یک کروموزوم به طور تصادفی تغییر می‌کند. به کمک این عملگر کروموزوم‌های برازنده که در مراحل قبلی حذف شده‌اند، می‌توانند دوباره احیا شوند. این عملگر همچنین تضمین می‌کند که بدون توجه به پراکندگی جمعیت اولیه، احتمال جستجوی هر نقطه از فضای مسئله هیچگاه صفر نشود که در این تحقیق این احتمال برابر  $P_m = 0.1$  در نظر گرفته شده است [۳۱].

ایده اصلی روش پیشنهادی در روند بهینه‌سازی، استفاده از یک عملگر انتخاب رتبه‌بندی شده خطی به دلالتی نظیر همگرایی سریع به بهینه کلی، پایداری و قدرتمندی در همگرایی نسبت به عملگرهای متداول انتخاب نظیر چرخ رولت و انتخاب مسابقه‌ای در الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار گرفته است. در عملگر انتخاب رتبه‌بندی شده انتخاب ژن‌ها برای عملگر تقاطع بر اساس رتبه شایستگی به جای میزان برازندگی، صورت می‌پذیرد [۲۸]. لذا احتمال انتخاب  $P_s$  مطابق رابطه (۱۱) تعیین می‌شود:

اولین مرتبه قابلیت اعتماد، به صورت قابل توجهی کارایی روش جدید قابلیت اعتماد جهتی را نیز افزایش دهد.

#### ۴- نتایج عددی

در این بخش عملکرد روش پیشنهادی به لحاظ کارایی (تعداد تکرار مورد نیاز جهت همگرایی) و توانمندی (حل پایدار) با استفاده از سه مثال عددی ارزیابی می‌شود. نتایج همگرایی تحلیل قابلیت اعتماد فازی الگوریتم دینامیکی- امتدادی انتقال پایدار با سه روش هاسوفر- لیند، روش انتقال پایدار و روش انتقال پایدار جهتی مقایسه شده است. پارامترهای روش‌های انتقال پایدار و روش انتقال پایدار جهتی به صورت  $C=I$  و  $\lambda=0/1$  در نظر گرفته شده است. جهت مقایسه توانمندی نتایج همگرا شده پایدار، احتمال خرابی ( $P_f$ ) و یا شاخص قابلیت اعتماد و نیز برای مقایسه کارایی تعداد برآورد تابع شرایط حدی (Call) و یا تعداد برآورد تابع گرادیان (Iter) برای سه مثال توسط یک لپ‌تاپ با حافظه ۴ گیگا بایت مقایسه شده است.

#### ۴-۱- مثال اول: تابع غیرخطی

تابع شرایط حدی زیر، با درجه غیرخطی زیاد برای اولین مثال در نظر گرفته شده است:

$$g = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 18 \quad (12)$$

که در آن،  $x_1$  و  $x_2$  متغیرهای تصادفی نرمال و مستقل با میانگین  $\mu_1 = 10$  و  $\mu_2 = 9/9$  و انحراف معیار  $\sigma_1 = \sigma_2 = 5$  هستند. بر اساس تحلیل قابلیت اعتماد، اثر تغییرات در مقدار میانگین و انحراف معیار بر شاخص قابلیت اعتماد روش ارائه شده با روش معمول هاسوفر- لیند در شکل‌های (۳) و (۴) مقایسه شده است. بر اساس نتایج حاصل از این شکل‌ها مشخص است که روش هاسوفر- لیند (HL-RF) نسبت به مقادیر مختلف خصوصیات آماری متغیر تصادفی  $x_1$  همگرایی به صورت دوشاخه‌ای شدن، مغشوش و نوسانی نشان داده است. روش تکرار هاسوفر- لیند یک ننگاشت بدون کنترل است که همانند ننگاشت غیرخطی لجستیک<sup>۲۵</sup> همگرایی وابسته به

$$\beta_k = \frac{\nabla_u^T g(\mathbf{U}_k) \mathbf{U}_k - g(\mathbf{U}_k)}{\|\nabla_u g(\mathbf{U}_k)\|}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{U}_k) = \frac{\nabla_u^T g(\mathbf{U}_k) \mathbf{U}_k - g(\mathbf{U}_k)}{\|\nabla_u g(\mathbf{U}_k)\|^2} \nabla_u g(\mathbf{U}_k)$$

**گام هشتم:** به روزرسانی ضریب کنترل به صورت رابطه دینامیکی:

$$\lambda_k = \min\{1, 0/99 \frac{\|\mathbf{U}_k - \mathbf{U}_{k-1}\|}{\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\|}\} \lambda_{k-1}$$

**گام نهم:** انتقال متغیرهای تصادفی از فضای نرمال استاندارد به فضای اصلی

**گام دهم:** کنترل همگرایی به صورت  $\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| < 10^{-4}$  در صورت همگرایی توقف رویه تکرار و در غیر این صورت  $k = k + 1$  و رجوع به گام دوم

**گام یازدهم:** تکرار مراحل پنجم تا دهم تا زمانی که شرایط همگرایی الگوریتم ژنتیک احراز شود

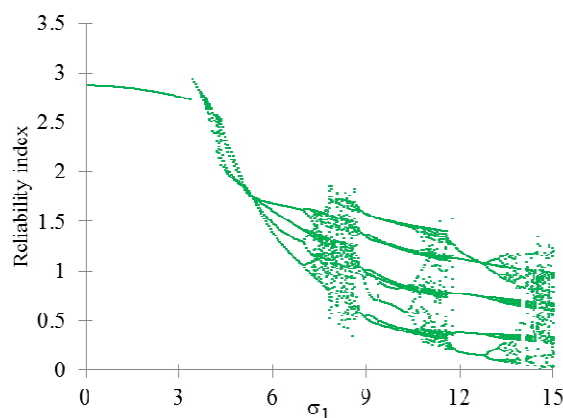
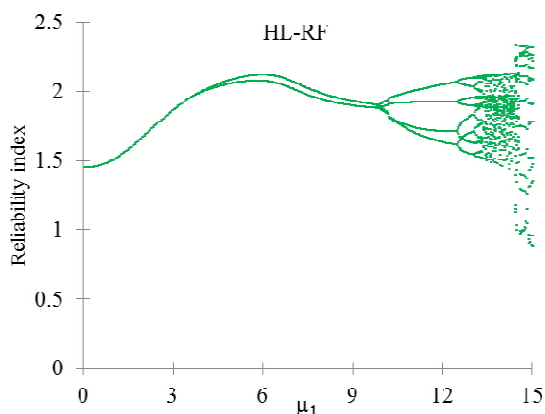
**گام دوازدهم:** ذخیره کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $P_f \alpha_k$

**گام سیزدهم:** افزایش مقدار  $\alpha_k$  و تکرار از مرحله دو تا زمانی که  $\alpha_k \in [0, 1]$

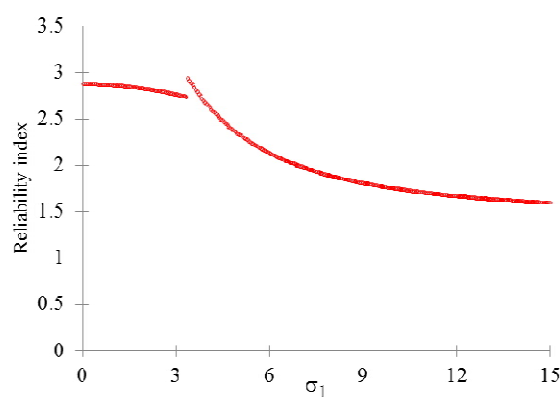
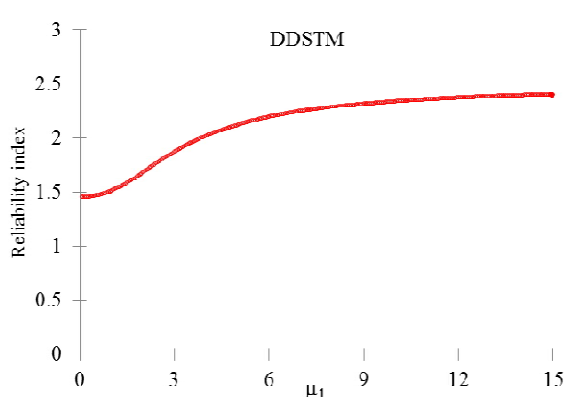
**گام چهاردهم:** رویهم‌گذاری مقادیر حاصل و تشکیل تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی

مشخص است که روش ارائه شده به سادگی روش پایدار و روش انتقال پایدار امتدادی است با این تفاوت که بر خلاف این دو روش از یک ضریب کنترل دینامیکی جهت تنظیم امتداد جستجوی بر اساس انتقال پایدار استفاده شده است. ضریب کنترل در این روش می‌تواند به صورت دینامیکی عددی بین یک تا صفر برآورد شود به نحوی که  $\lambda_k \leq \lambda_{k-1}$ . به نظر می‌رسد که سادگی این روش مشابه با روش معمول هاسوفر- لیند باشد اما در مسائل غیرخطی پایدار حل را تضمین می‌کند. همچنین ممکن است طول گام دینامیکی علاوه بر تضمین پایداری روش





شکل ۳- همگرایی ناپایدار برای روش هاسوفر- لیند نسبت به مقادیر متفاوت میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی  $x_1$



شکل ۴- همگرایی پایدار برای روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی نسبت به مقادیر متفاوت میانگین

و انحراف معیار متغیر تصادفی  $x_1$

نشان داده‌اند اما روش هاسوفر- لیند همگرایی به صورت نوسانی به دو نقطه داشته است. روش ارائه شده برای این مثال به صورت پایدار همگرا شده و نیز نسبت به سایر روش‌ها نیز از کارایی بیشتری برخوردار است. این روش با تعداد تکراری در حدود نصف روش انتقال پایدار امتدادی همگرا شده است.

به منظور مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی پارامترها، متغیرهای تصادفی به صورت اعداد مثلثی فازی تعریف شده‌اند که با پیاده‌سازی تحلیل قابلیت اعتماد فازی روش هاسوفر- لیند همگرا نشده اما، روش‌های انتقال پایدار، انتقال پایدار امتدادی و روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی، به ترتیب بعد از ۱۶۵۲۳ (تعداد برآورد تابع شرایط حدی ۱۰۱۸۱۹)، ۶۴۲۵ (تعداد برآورد تابع شرایط حدی ۴۰۲۶۷) و ۳۵۱۱ (تعداد

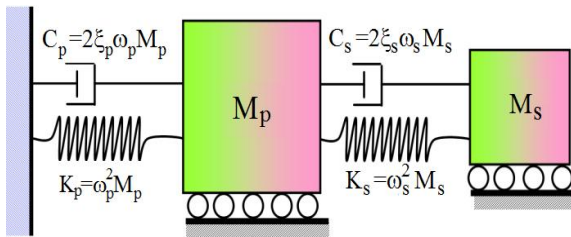
خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی در مسائل غیرخطی است. اما روش ارائه شده انتقال پایدار دینامیکی (DDSTM) حل پایداری بدون اغتشاش، و یا نوسانی- تناوبی از خود نشان داده است. ضریب انتقال دینامیکی موجب تضمین پایداری روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد در نگاشت غیرخطی روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی شده است. این روش می‌تواند توانمندی تکرار اولین مرتبه قابلیت اعتماد را بهبود بخشد و موجب دستیابی به پایداری حل بر خلاف روش هاسوفر- لیند در این مثال غیرخطی شود.

نتایج همگرایی قابلیت اعتماد مرتبه اول روش‌های مورد بررسی در جدول (۱) نشان داده شده است. مشخص است که روش‌های انتقال پایدار و بهبود یافته آنها بر اساس امتداد جفتی و امتداد دینامیکی جفتی، همگرایی پایداری از خود

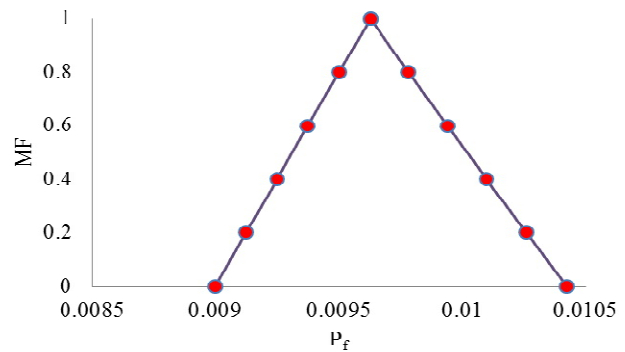
روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۷

جدول ۱- نتایج حاصل از تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول در روش‌های مورد بررسی مثال اول

روش	تعداد تکرار	برآورد تابع	شاخص قابلیت اعتماد	احتمال خرابی	نقطه حداکثر محتمل
هاسوفر- لیند	۱۴۶	۱۰۹۴	۲/۳۴۰۵۷۹	$7/537 \times 10^{-3}$	همگرا نشد
انتقال پایدار	۲۱	۱۵۵	۲/۴۳۰۵۸۹	$7/537 \times 10^{-3}$	(۱/۹۶۷۸ و ۱/۳۹۵۴)
انتقال پایدار امتدادی	۱۵	۷۵	۲/۳۴۰۵۸۹	$7/537 \times 10^{-3}$	(۱/۹۶۷۸ و ۱/۳۹۵۴)



شکل ۶- سیستم دینامیکی دو درجه آزادی مثال دوم



شکل ۵- تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی مثال اول

مطابق رابطه (۱۳) مفروض است [۲۳]:

$$g = F_s - K_s \times P \left( \frac{\pi S_0}{4 \xi_s \omega_s} \left[ \frac{\xi_a \xi_s}{\xi_p \xi_s (4 \xi_a^2 + \theta^2) + \gamma \xi_a^2} \right] \times \frac{(\xi_p \omega_p^2 + \xi_s \omega_s^2) \omega_p}{4 \xi_a \omega_a^2} \right)^{1/2} \quad (13)$$

که در آن  $F_s$  ظرفیت نیروی فنر ثانویه است. همچنین  $P$  فاکتور نهایی،  $\gamma = M_s/M_p$  ضریب جرم،  $\omega_a = (\omega_p + \omega_s)/2$  فرکانس میانگین،  $\xi_a = (\xi_p + \xi_s)/2$  نسبت میرایی میانگین،  $\theta = (\omega_p - \omega_s)/\omega_a$  پارامتر تنظیم و  $S_0$  شدت موج سفید است. پارامترهای آماری هشت متغیر تصادفی این مسئله، در قالب اعداد مثلثی فازی در جدول (۲) گزارش شده است.

پیاپی سازی تحلیل قابلیت اعتماد فازی روش‌های معرفی شده به‌عنوان الگوریتم سطح اول روش پیشنهادی در این مثال، منجر به عدم همگرایی روش هاسوفر- لیند شد که این مسئله در شکل (۷- الف) نشان داده شده است. همچنین نتایج حاصل از تحلیل قابلیت اعتماد فازی با استفاده از روش‌های مورد بررسی این تحقیق منجر به  $805778$  تکرار (با  $37162136$  بار فراخوانی تابع

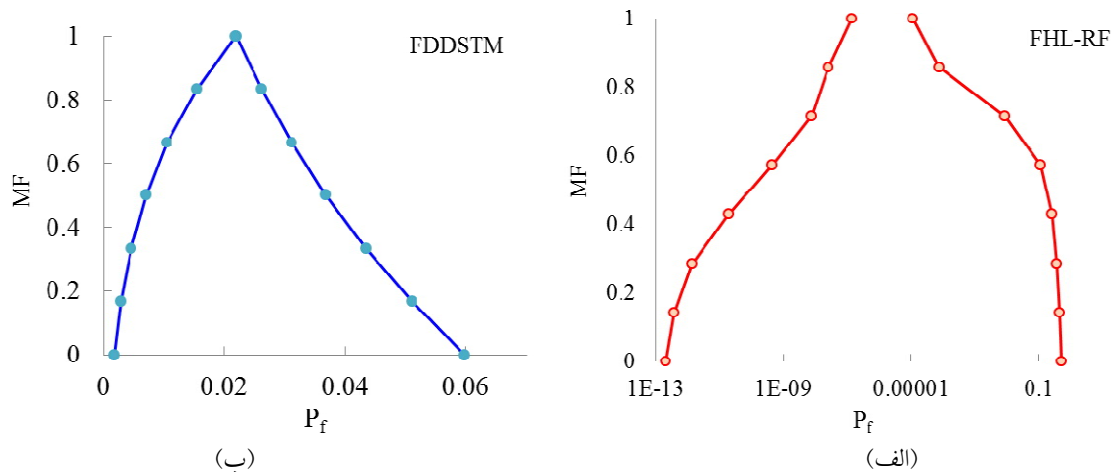
برآورد تابع شرایط حدی  $19175$  تکرار با صرف زمان به ترتیب برابر با  $0.76/8$ ،  $0.34/2$  و  $0.17/6$  ثانیه همگرا شده‌اند که تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی حاصل از روش پیشنهادی در شکل (۵) نشان داده شده است. مشخص است که روش پیشنهادی همانند روش‌های اصلاح شده انتقال پایدار می‌تواند پاسخ‌های پایداری را جهت تحلیل فازی ارائه دهد. اما، نسبت به آنها بسیار کارتر است به طوری که روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی در تحلیل فازی حجم محاسبات را به میزان قابل ملاحظه  $83$  درصد نسبت به روش انتقال پایدار امتدادی کاهش داده است. لذا، تحلیل قابلیت اعتماد فازی بر مبنای امتداد جستجوی دینامیکی، علاوه بر بهبود کارایی منجر به همگرایی پایداری نیز در مسائل غیرخطی می‌شود.

#### ۴-۲- مثال دوم: سیستم دینامیکی دو درجه آزادی

تابع شرایط حدی سیستم دینامیکی دو درجه آزادی که در شکل (۶) نشان داده شده است، بر اساس ظرفیت نیروی فنر ثانویه

جدول ۲- خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی فازی مثال دوم

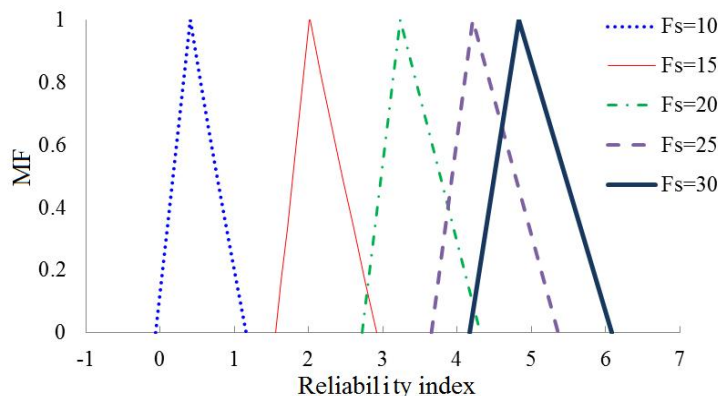
متغیر تصادفی فازی	میانگین	انحراف معیار
$\tilde{M}_p$	$\langle 0/9, 1, 1/1 \rangle$	$\langle 0/09, 0/1, 0/11 \rangle$
$\tilde{M}_s$	$\langle 0/009, 0/01, 0/011 \rangle$	$\langle 0/0009, 0/001, 0/0011 \rangle$
$\tilde{k}_p$	$\langle 0/9, 1, 1/1 \rangle$	$\langle 0/18, 0/2, 0/22 \rangle$
$\tilde{k}_s$	$\langle 0/009, 0/01, 0/011 \rangle$	$\langle 0/00018, 0/0002, 0/00022 \rangle$
$\tilde{\xi}_p$	$\langle 0/45, 0/05, 0/055 \rangle$	$\langle 0/018, 0/02, 0/022 \rangle$
$\tilde{\xi}_s$	$\langle 0/018, 0/02, 0/022 \rangle$	$\langle 0/0009, 0/01, 0/011 \rangle$
$\tilde{S}_e$	$\langle 90, 100, 110 \rangle$	$\langle 9, 10, 11 \rangle$
$\tilde{F}_s$	$\langle 13/5, 15, 16/5 \rangle$	$\langle 0/135, 0/15, 0/165 \rangle$



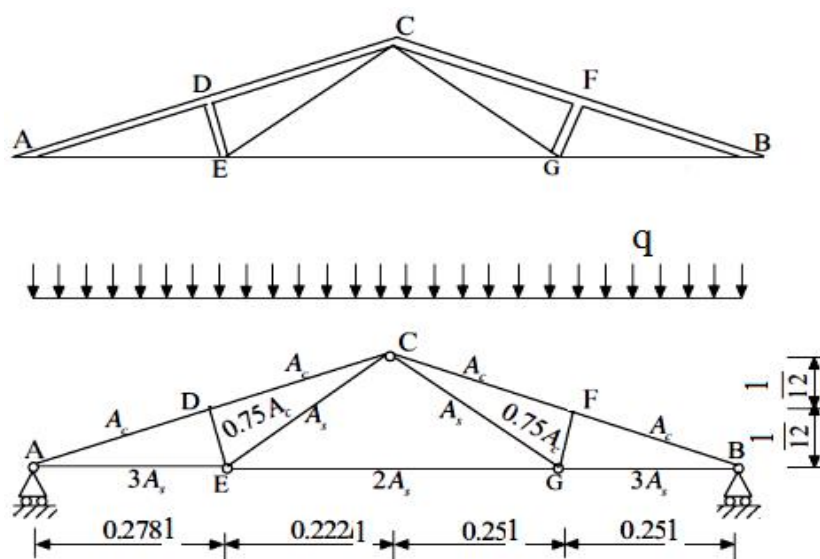
شکل ۷- الف) تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی روش هاسوفر- لیند و ب) تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی

در همگرایی سریع نسبت به روش انتقال پایدار امتدادی است. تابع درجه عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی نسبت به مقادیر مختلف ظرفیت نیروی فشر برای سیستم دینامیکی دو درجه آزادی در شکل (۸) نشان داده شده است. مشخص است که با افزایش ظرفیت باربری فشر، مقدار عددی شاخص قابلیت اعتماد نیز افزایش یافته است. همچنین بررسی شکل (۸) نشان می‌دهد با افزایش ظرفیت باربری فشر، بازه عدم قطعیت شاخص قابلیت فازی قابلیت اعتماد نیز افزایشی قابل توجه از بازه [۰، ۱] (یک واحد اختلاف) به بازه [۴، ۶] (دو واحد اختلاف) را نشان داده است که این افزایش، نشان‌دهنده میزان حساسیت

شرایط حدی) در روش انتقال پایدار، ۵۴۶۷۷۸ تکرار (با ۲۵۲۳۱۱۳۴ بار فراخوانی تابع شرایط حدی) در انتقال پایدار امتدادی و ۱۴۳۸۸۹ تکرار (با ۶۵۱۹۶۷۳ بار فراخوانی تابع شرایط حدی) در روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی شده است. همچنین مدت زمان رسیدن به همگرایی در روش‌های فوق به ترتیب برابر ۲۴۷۰۰، ۱۷۴۰۰ و ۴۵۸۰ ثانیه است. تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی حاصل از روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی در شکل (۷-ب) نشان ارائه شده است. بررسی نتایج نشان‌دهنده کارایی بسیار زیاد روش پیشنهادی در کاهش قابل ملاحظه ۲۸۰ درصد عملیات محاسباتی در عین توانمندی



شکل ۸- تابع درجه عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی برای مقادیر مختلف ظرفیت باربری فنر در مثال دوم



شکل ۹- خرپای سقفی مثال سوم

$$g = 0.03 - \left( \frac{ql^2}{\gamma} \right) \left( \frac{3/81}{A_c E_c} + \frac{1/13}{A_s E_s} \right) \quad (14)$$

که در آن،  $l$  طول سازه،  $q$  بار گسترده،  $A_c$  و  $A_s$  به ترتیب سطح مقطع‌های اعضای بتنی و فولادی و  $E_c$  و  $E_s$  به ترتیب مدول‌های الاستیسیته فولاد و بتن هستند. مشخصات آماری متغیرهای تصادفی فازی در جدول (۳) ارائه شده است.

بر اساس نتایج تحلیل قابلیت اعتماد بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت شناختی، این مثال با استفاده از روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی تحلیل شده که نتایج همگرایی آن بعد از ۳۸ تکرار عبارت است از شاخص قابلیت اعتماد برابر با  $2/4226$  و نقطه حداکثر محتمل در فضای اصلی برابر با  $q^* = 22052/297$ .

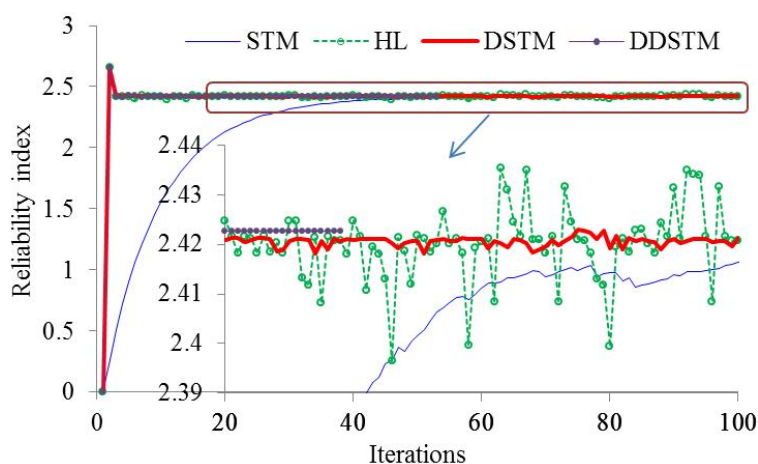
بالای شاخص قابلیت اعتماد این مثال نسبت به عدم قطعیت شناختی متغیرهای تصادفی و لزوم مدل‌سازی آن در روند تحلیل قابلیت اعتماد است.

#### ۳-۴- مثال سوم: سازه خرپای متشکل از بتن و فولاد

خرپای سقفی متشکل از اعضای بتنی (اعضای بالا و فشاری) و اعضای فولادی (اعضای پایین) در شکل (۹) نشان داده شده است [۲۶]. بر اساس تحلیل سازه، تغییر شکل قائم گره  $C$  ( $\Delta_c$ )، مطابق رابطه  $\Delta_c \leq 0.03m$  محدود است. لذا تابع شرایط حدی بر اساس تغییر مکان گره  $C$  مطابق رابطه زیر قابل تعریف است:

جدول ۳- خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی فازی مثال سوم

متغیر تصادفی فازی	میانگین	انحراف معیار
$\tilde{q}(N/m)$	<1800, 2000, 2200>	<1260, 1400, 1540>
$\tilde{l}(m)$	<10/8, 12, 13/2>	<0/108, 0/12, 0/132>
$\tilde{A}_s(m^2) \times 10^{-4}$	<8/83, 9/82, 10/81>	<0/5383, 0/5982, 0/6581>
$\tilde{A}_c(m^2) \times 10^{-4}$	<36, 40, 44>	<43/2, 48, 52/8>
$\tilde{E}_s(Pa) \times 10^9$	<90, 100, 110>	<5/4, 6, 6/6>
$\tilde{E}_c(Pa) \times 10^9$	<18, 20, 22>	<1/08, 1/2, 1/32>



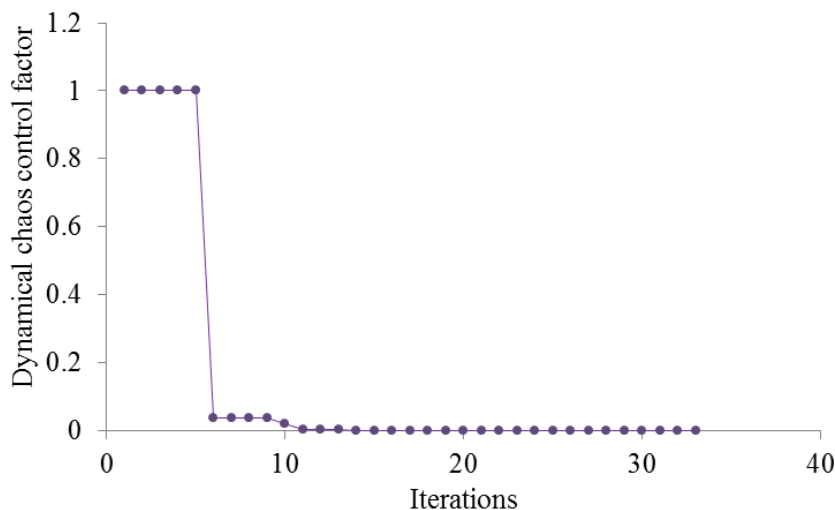
شکل ۱۰- تاریخچه همگرایی روش‌های مختلف قابلیت اعتماد مثال سوم

همراه با اغتشاش است. طول گام دینامیکی نقشی اساسی در پایداری حل این مسئله نسبت به روش‌های انتقال پایدار و انتقال پایدار امتدادی ایفا می‌کند که تاریخچه طول گام برای این مثال در شکل (۱۱) نشان داده شده است. مشخص است که روش پیشنهادی با طول گامی در دامنه یک تا صفر توانایی تنظیم امتداد جستجو را داشته تا علاوه بر کاهش زمان تحلیل منجر به ارائه نتایج پایداری نیز شود. شاخص قابلیت اعتماد فازی در شکل (۱۲- الف) و تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی در شکل (۱۲- ب) حاصل از روش پیشنهادی نشان داده شده است.

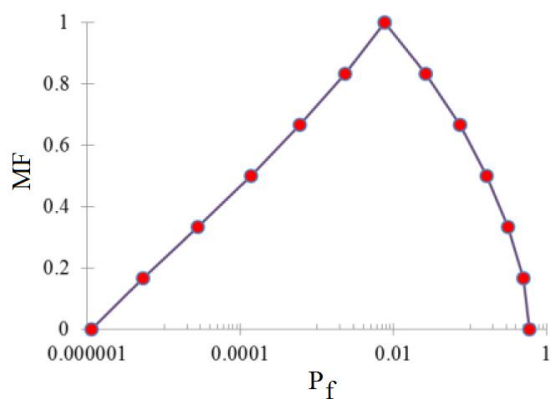
بررسی نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی حساسیت بسیار زیادی نسبت به عدم قطعیت شناختی داشته‌اند به طوری که شاخص قابلیت اعتماد در بازه  $[-0/249, 4/431]$  با پنج واحد اختلاف، تغییر قابل

$d^*=12/05535$  و  $A_c^*=0/35515$  و  $A_s=0/009182$ ، نتایج با مقدار استخراج شده از مرجع [۲۶] همخوانی دارد. همچنین شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۲۶</sup> با تعداد  $10^6 \times 1/06$  نمونه برابر  $2/3497$  به دست آمده است که نشان می‌دهد روش ارائه شده با تعداد تکرار مناسب پاسخ قابل قبولی از احتمال خرابی ارائه می‌دهد. شکل (۱۰) تاریخچه همگرایی روش‌های قابلیت اعتماد مورد بررسی این مطالعه برای مثال ۳ بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت شناختی را نشان می‌دهد. مشخص است که روش ارائه شده علاوه بر پایداری حل، می‌تواند نتیجه مناسبی از احتمال خرابی ارائه دهد در حالی که سایر روش‌های قابلیت اعتماد به حل پایداری همگرا نشده‌اند و نتایج تحلیل قابلیت اعتماد آنها به صورت تکرارهای

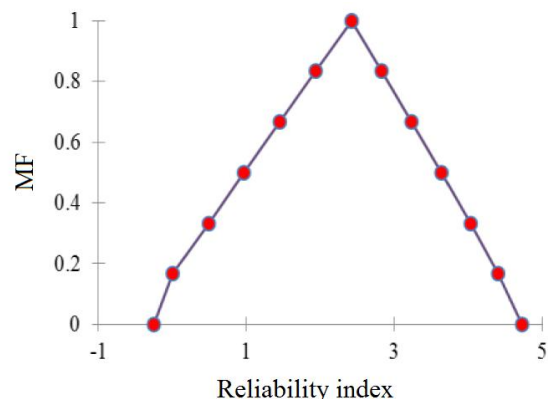
روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۷، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۷



شکل ۱۱- تاریخچه طول گام دینامیکی مثال سوم



(ب)



(الف)

شکل ۱۲- تابع درجه عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی و (ب) تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی

استفاده شده است. نتیجه حاصل از فازی زدایی برابر ۲/۲۶۶۴ است که در مقایسه با شاخص ۲/۳۴۹۷ روش مونت کارلو کاهش نشان می دهد. لذا می توان نتیجه گیری کرد که روش پیشنهادی در عین کارایی برآورد واقع بینانه تری از وضعیت ایمنی سازه در اختیار می گذارد.

### ۵- نتیجه گیری

نظر به اینکه اطلاعات آماری متغیرهای تصادفی در مدل های سازه ای مهندسی عمران غالباً محدود و مبهم هستند. به منظور دستیابی به یک برآورد واقع بینانه از قابلیت اعتماد سازه ها، باید

ملاحظه ای از خود نشان داده است. لذا عدم قطعیت شناختی در این مثال نقش بسزایی ایفا می کند و به منظور یک برآورد واقع بینانه، مدل سازی آن در روند ارزیابی قابلیت اعتماد اجتناب ناپذیر می کند.

به منظور مقایسه کمی شاخص حاصل از روش پیشنهادی و روش مونت کارلو و بررسی اثر لحاظ شدن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی در مقدار شاخص قابلیت اعتماد، شاخص فازی حاصل را از حالت فازی خارج و اصطلاحاً فازی زدایی<sup>۲۷</sup> می کنیم. بدین منظور در این مقاله از روش مرکز سطح به عنوان یک روش دقیق و متداول فازی زدایی

توانمندی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد در تحلیل مسائل پیچیده سازه‌ای نیز شده است. روش دینامیکی انتقال پایدار امتدادی، با استفاده از ضریب کنترل دینامیکی به سادگی توانایی تنظیم تکرارهای متوالی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد را دارا است. بر اساس درجه غیرخطی تابع شرایط حدی ضریب کنترل به صورت دینامیکی عددی بین صفر تا یک انتخاب شده که در تکرارهای نهایی منجر به پایداری حل روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد می‌شود. نتایج حاکی از آن است که روش پیشنهادی دینامیکی انتقال پایدار امتدادی در مقایسه با روش‌های معمول بهبود یافته اولین مرتبه قابلیت اعتماد مانند انتقال پایدار و انتقال پایدار امتدادی کارایی و توانمندی بالاتری دارد. در عین حال به دلیل مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی متغیرهای تصادفی که اغلب در روش‌های متداول قابلیت اعتماد مغفول می‌ماند، شاخص فازی پیشنهادی با معرفی باندی از عدم قطعیت برآورد واقع بینانه‌تری از ایمنی سازه نسبت به روش‌های کلاسیک قابلیت اعتماد در اختیار می‌گذارد.

عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی نیز در روند ارزیابی احتمال خرابی سازه‌ها لحاظ شود. در این مقاله یک روش کارا و قدرتمند ریاضی بر پایه محاسبات عددی جهت ارزیابی قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها ارائه شده است. ساختار روش پیشنهادی از دو الگوریتم مجزا ولی مرتبط به هم تشکیل شده است. الگوریتم سطح اول که محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد را با روش دینامیکی انتقال پایدار انجام می‌دهد و الگوریتم سطح دوم که محاسبات مربوط به تحلیل فازی را با استفاده از روش بهینه‌سازی مجموعه‌های آلفا برش مبتنی بر الگوریتم ژنتیک انجام می‌دهد و تابع درجه عضویت احتمال خرابی فازی را تشکیل می‌دهد. میزان کارایی و قدرتمندی روش پیشنهادی در قالب سه مثال سازه‌ای مورد ارزیابی قرار گرفت. بررسی نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی عملکرد موفقیت‌آمیزی در تحلیل قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها داشته است. روش دینامیکی ارائه شده نه تنها کارایی روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد را افزایش می‌دهد بلکه موجب بهبود

## واژه‌نامه

- |                                |   |                            |
|--------------------------------|---|----------------------------|
| 1. random uncertainty          | 11. stability transformation method             | 19. jacobian matrix        |
| 2. epistemic uncertainty       | 12. directional stability transformation method | 20. crisp subspace         |
| 3. FORM                        | 13. conjugate stability transformation method   | 21. fitness                |
| 4. SORM                        | 14. genetic algorithm                           | 22. selection              |
| 5. simulation methods          | 15. membership function                         | 23. crossover              |
| 6. evidence theory             | 16. discretization                              | 24. mutation               |
| 7. bayesian theory             | 17. roulette wheel                              | 25. logistic               |
| 8. interval algebra            | 18. tournament selection                        | 26. monte carlo simulation |
| 9. fuzzy modeling              |   | 27. defuzzification        |
| 10. alpha-cut set optimization |   |                            |

## مراجع

- Bulleit, W. M., "Uncertainty in Structural Engineering", *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, Vol. 13, pp. 24-30, 2008.
- Yang, D., "Chaos Control for Numerical Instability of First Order Reliability Method", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, pp. 3131-3141, 2010.
- Armen, D. K., and Taleen, D., "Multiple Design Points in First and Second-order Reliability", *Structural Safety*, Vol. 20, pp. 37-49, 1998.
- Papadopoulos, V., Giovanis, D. G., Lagaros, N. D., and Papadrakakis, M., "Accelerated Subset Simulation with Neural Networks for Reliability Analysis", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 223, 70-80, 2012.
- Guo, H., and Zhang, L., "A Weighted Balance Evidence Theory for Structural Multiple Damage Localization", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, No. 15, pp. 6225-6238, 2006.

6. Angelikopoulos, P., Papadimitriou, C., and Koumoutsakos, P., "X-TMCMC: Adaptive Kriging for Bayesian Inverse Modeling", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 289, pp. 409-428, 2015.
7. Wang, M., and Huang, Q., "A New Hybrid Uncertain Analysis Method for Structural-acoustic Systems with Random and Interval Parameters", *Computers & Structures*, Vol. 175, pp. 15-28, 2016.
8. Möller, B., and Beer, M., *Fuzzy Randomness: Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*, Springer Science & Business Media, 2013.
9. Möller, B., Graf, W., and Beer, M., "Fuzzy Structural Analysis using  $\alpha$ -level Optimization", *Computational Mechanics*, Vol. 26, pp. 547-565, 2000.
10. Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets", *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
11. Kwakernaak, H., "Fuzzy Random Variables-I. Definitions and Theorems", *Information Sciences*, Vol. 15, pp. 1-29, 1978.
12. Möller, B., Graf, W., and Beer, M., "Safety Assessment of Structures in View of Fuzzy Randomness", *Computers & Structures*, Vol. 81, pp. 1567-1582, 2003.
13. Hurtado, J. E., Alvarez, D. A., and RamíRez, J., "Fuzzy Structural Analysis Based on Fundamental Reliability Concepts", *Computers & Structures*, Vol. 112, pp. 183-192, 2012.
14. Giuseppe, M., and Giuseppe, Q., "A New Possibilistic Reliability Index Definition", *Acta Mechanica*, Vol. 210, pp. 291-303, 2010.
15. Cremona, C., and Gao, Y., "The Possibilistic Reliability Theory: Theoretical Aspects and Applications", *Structural Safety*, Vol. 19, No. 2, pp. 173-201, 1997.
16. Isbendiyar, M. A., and Kara, Z., "Fuzzy System Reliability Analysis using Time Dependent Fuzzy Set", *Control and Cybernetics*, Vol. 33, No. 4, 2004.
17. Zhang, M. Q., Beer, M., Quek, S. T., and Choo, Y. S., "Comparison of Uncertainty Models in Reliability Analysis of Offshore Structures Under Marine Corrosion", *Structural Safety*, Vol. 32, pp. 425-432, 2010.
18. Möller, B., Beer, M., Graf, W., and Sickert, J. U., "Time-dependent Reliability of Textile-strengthened RC Structures Under Consideration of Fuzzy Randomness", *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 585-603, 2006.
19. Achintya, H., and Mahadevan, S., *Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, 2000.
20. Liu, P -L, and Der Kiureghian, A. "Optimization Algorithms for Structural Reliability", *Structural Safety*, Vol. 9, pp. 161-77, 1991.
21. Yang, D., "Chaos Control for Numerical Instability of First Order Reliability Method", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, pp. 3131-3141, 2010.
22. Keshtegar, B., "Limited Conjugate Gradient Method for Structural Reliability Analysis", *Engineering with Computers*, pp. 1-9, 2016.
23. Keshtegar, B., "A Hybrid Conjugate Finite-step Length Method for Robust and Efficient Reliability Analysis", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 45, pp. 226-237, 2017.
24. Meng, Z., Li, G., Yang, D., and Zhan, L., "A New Directional Stability Transformation Method of Chaos Control for First Order Reliability Analysis", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pp. 1-12, 2016.
25. Keshtegar, B., "Chaotic Conjugate Stability Transformation Method for Structural Reliability Analysis" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 310, pp. 866-85, 2016.
26. B. Keshtegar, B., and Meng, Z., "A Hybrid Relaxed First-order Reliability Method for Efficient Structural Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 66, pp. 84-93, 2017.
27. Keshtegar B, and Meng, Z., "Conjugate and Directional Chaos Control Methods for Reliability Analysis of CNT-reinforced Nanocomposite Beams under Buckling Forces; a Comparative Study", *Journal of Applied and Computational Mechanics*, Vol. 2, pp. 144-151, 2016.
28. Zhang, B. T., and Kim, J. J., "Comparison of Selection Methods for Evolutionary Optimization", *Evolutionary Optimization*, Vol. 2, pp. 55-70, 2000.
۲۹. باقری، م.، میری، م.، و شایختی، ن.، "محاسبه شاخص قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها"، *مجله مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز* سال ۳۴، دوره ۴، شماره ۷۳، صص ۱۲-۱، ۱۳۹۲.
30. Pandian, M. V., *Handbook of Research on Novel Soft Computing Intelligent Algorithms: Theory and Practical Applications*, 1st Ed, IGI Global, 2013.
31. Bagheri, M., Miri, M., and Shabakhty, N., "Modeling of Epistemic Uncertainty in Reliability Analysis of Structures using a Robust Genetic Algorithm", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, Vol. 12, pp. 23-40, 2015.