

## ویژگیهای طراحی و دینامیک روباتهای مزدوج همکار با قفل بادامکی

علی مقداری\*

### چکیده

پیشرفتهای اخیر در زمینه سازه‌های زیرک<sup>۱</sup> نشانگر آن است که در طراحی سازه‌ها و سیستمهای زیرک قابل حمل، شبکه‌های خرابایی با هندسه و یا سختی متغیر، از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. در این مقاله، طراحی و مدلسازی دینامیکی اولیه سازه‌ای روباتیکی با دوبازوی همکار که با عنوان "بازوی مزدوج با قفل بادامکی"<sup>۲</sup> به نام نویسنده و در ایالات متحده آمریکا به ثبت رسیده است، معرفی خواهد شد [۱]. این بازوی مکانیکی ماهر قادر است گسترده‌ای وسیع از کارها را با تغییر اتوماتیک پیکربندی و هندسه خویش که منجر به تغییر سختی، قابلیت حمل بار و فضای کاری آن خواهد شد، انجام دهد. در نتیجه، می‌توان این روبات را "بازوی مکانیکی ماهر با هندسه متغیر" نیز نامید.

---

\* دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف

1- Smart

2- Dual Arm Cam-Lock Manipulators

## مقدمه

نیازهای عملکردی سازه‌ها و سیستم‌های پیشرفته آینده، رهیافت جدیدی را در طراحی سازه‌های روباتیکی پدید آورده است. علت این امر آن است که در بسیاری از کاربردهای گردش مداری<sup>۱</sup> روباتیکی، باید قابلیت تطبیق سازه‌ای بر حسب شرایط متغیر کاری (مانند بارگذاری، محیط، و غیره) وجود داشته باشد. نیازهای فوق را می‌توان با ایجاد قابلیت تطبیق اتوماتیک نسبت به شرایط متغیر، مانند تغییر یا تنظیم هندسی، فضای کاری، سختی، فرکانسهای طبیعی و غیره برآورده ساخت [۱-۴]. بدین ترتیب، سیستم‌های روباتیکی متعددی طراحی شده اند که با بکارگیری بازوهای مکانیکی یا سازه‌ای اضافی، محدودیت عملکرد بازوی مکانیکی ماهر اولیه را مرتفع ساخته‌اند [۵-۷].

در این مقاله، دسته‌ای جدید از روباتها معرفی شده است که برای انجام کارهای گوناگون، از تقسیم پاره‌ای<sup>۲</sup> بازوهای خود استفاده می‌کنند. بازوی مکانیکی مزدوج با قفل بادامکی پیشنهاد شده، سازه‌ای روباتیکی با کنترل فعال است که حساسه‌ها و کاراندازها را در اعمال ساختمانی و کنترلی خود به کار می‌گیرد. این بازو، در رده روباتهای چند بازویی و چند محوره، با قیود اضافی<sup>۳</sup> قرار دارد که ساختمان سینماتیکی آنها پاره‌ای<sup>۴</sup> است. در نتیجه تابعهای پاره‌ای مانند تابع وایرستراس ماندلبروت<sup>۵</sup>، تقسیم سازه‌ای این روبات را کنترل کرده، سازه سینماتیکی آن را تعریف می‌کنند [۸]. سازه روباتیکی با قفل بادامکی، از یک زوج بازوی صفحه‌ای با چند درجه آزادی تشکیل شده است که در یک پایه مشترک به یکدیگر مفصل می‌شوند. این بازو قادر است به وسیله مکانیزم قفل بادامکی غیرفعال<sup>۶</sup> تعبیه شده در هر مفصل، بازویی قویتر با صلبیت و هندسه متغیر پدید آورد. قابلیت انجام این کار، در طراحی هندسی رابطهای بازو، و در مفصلهای آن است که در این مقاله مختصراً شرح داده خواهند شد [۲ و ۱]. علت انتخاب نام "قفل بادامکی"، وجود شباهتهایی بین هندسه مکانیزمهای طراحی شده در این روبات با مکانیزم بادامکی است. از این نوع روبات می‌توان به خوبی

1- Orbital

2- Fractal Branching

3- Redundant

4- Fractal

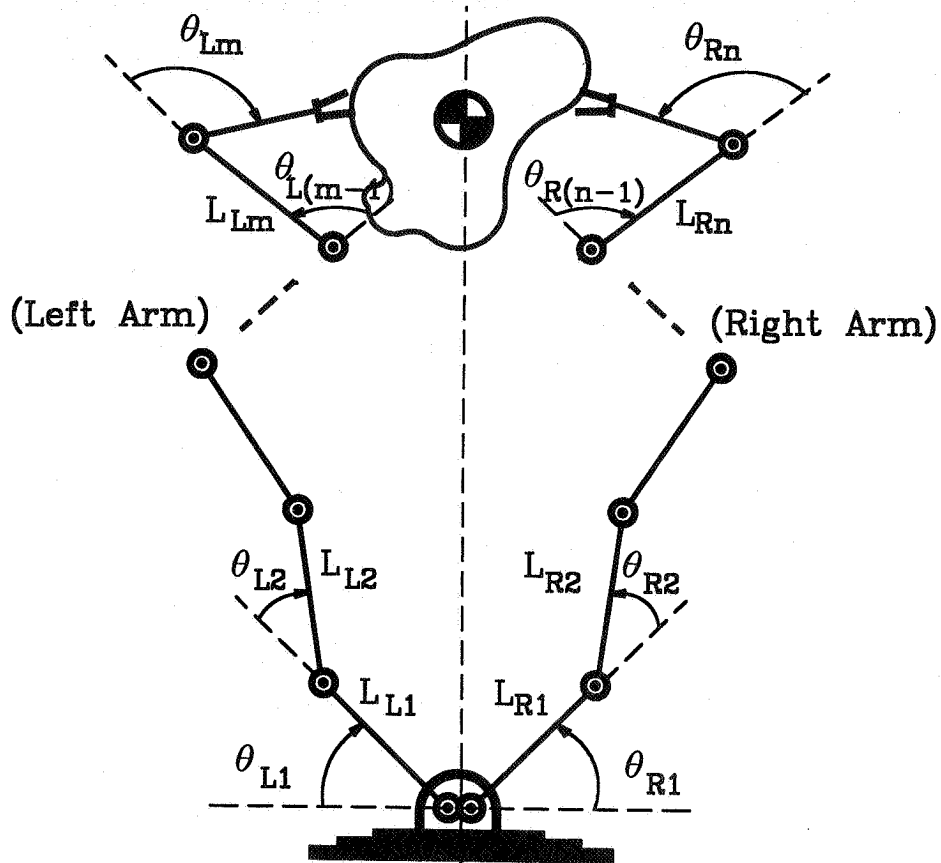
5- Weirstraus - Mandelbrot

6- Passive

در سازه‌های فضایی بازشونده استفاده کرد، زیرا قادر است سازه خود را به طرزی قابل کنترل تنظیم کند و در حین باز شدن پیکربندیهای سازگار به خود بگیرد. کاربرد دیگر این روبات، به صورت جرتقیل فضایی برای نصب سیستمهای بزرگ در فضا است. در این مقاله، کاربرد بازوی قفل بادامکی در سیستمهای تله روباتیکی برای بازرسی پلهای بزرگراهها و تعمیر و نگهداری فنی آنها نیز پیشنهاد شده است.

### روباتهای مزدوج

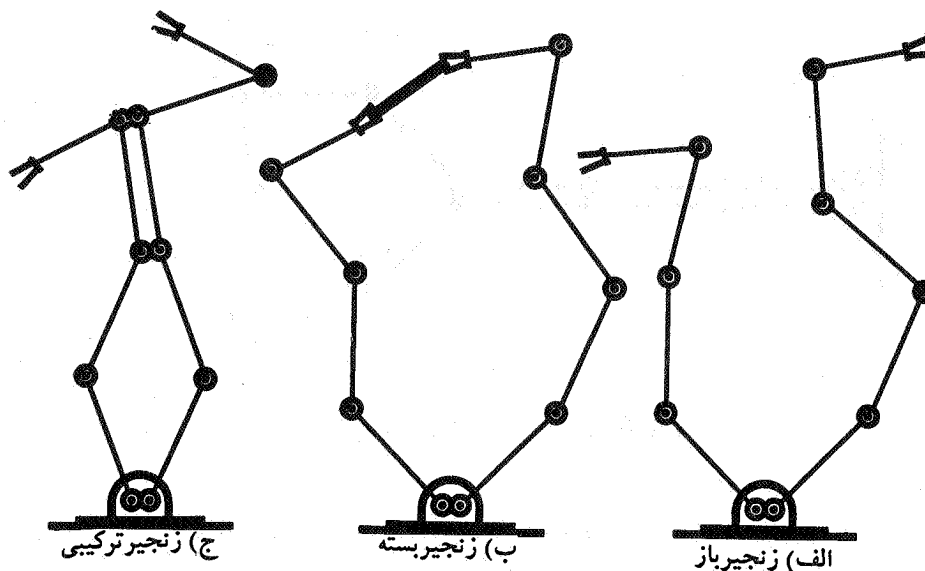
بدون اغراق می‌توان گفت که در حالت کلی بیشتر کارها در طبیعت، به وسیله یک یا چند مکانیزم دو گانه (دوتایی یا زوج)، صورت می‌گیرند. حرکت‌های طبیعی بازوها، پاها و سایر اعضای بدن انسان (دستها، انگشتان، چشمها، گوشها و غیره)، حرکت‌های بالهای پرندگان و حرکت‌های باله‌های ماهیان، به روشنی اهمیت مکانیزمهای زوج یا دوتایی را در ایجاد عملکرد بهینه نشان می‌دهند. در مواردی که یک عضو از این زوج از بین رفته یا از کار می‌افتد، اهمیت آن آشکارتر می‌شود. بدین ترتیب، مهندسان و دانشمندان روباتیک تشخیص داده اند که بازوهای مکانیکی چندگانه همکاری کننده قادر به انجام کارهایی هستند که انجام آنها یا از عهده یک بازوی تنها خارج است و یا به سختی صورت می‌گیرد. این کارها شامل جا به جایی و انتقال اجسام سنگین، دراز، بزرگ یا انعطاف پذیر است. از سوی دیگر، انجام یک کار به وسیله دو یا چند بازو، در اثر وجود اثرات متقابل ناشی از دینامیک، سینماتیک، چگونگی ارتباط و احتمال برخورد بازوها بسیار دشوارتر خواهد بود. به طور کلی، بازوی مکانیکی ماهر دو تایی، به صورت مکانیزمی تعریف می‌شود که اعضای آن نسبت به یک محور یا صفحه تقارن معین، تصویر آینه ای یکدیگرند. یک بازوی مکانیکی ماهر دوتایی، مطابق شکل ۱ از دو زنجیر سینماتیکی مدار باز چند رابطی تشکیل می‌شود، که در آن  $(\theta_{Lj}, L_{Lj}, j=1,2,\dots,n)$  به ترتیب زوایای مفصلی و طولهای رابط بازوهای راست و چپ هستند. چنانکه در شکل ۲ دیده می‌شود، اگر چه بازوی دو تایی معمولاً یک زنجیر سینماتیکی بسته را تشکیل می‌دهد، با این حال توپولوژی عمومی آن را می‌توان به صورت زنجیر باز، زنجیر بسته و یا زنجیر ترکیبی نمایش داد. علاوه بر این، پیکربندیهای حرکتی آن نیز ممکن است متقارن یا نامتقارن باشد (نسبت به محور تقارن از پیش تعریف شده).



شکل ۱ - روباتهای مزدوج همکاری کننده

### روباتهای مزدوج با قفل بادامکی

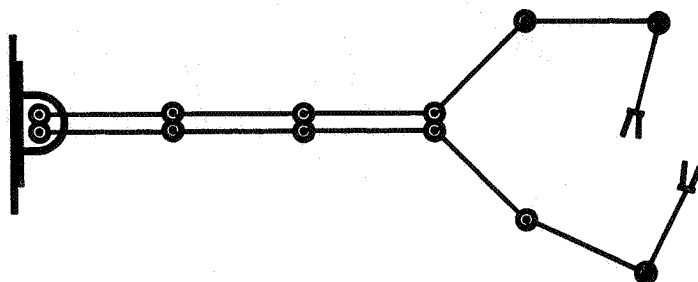
به طوری که قبلاً گفته شد، پیکربندی هندسی، قابلیت حرکت، درجه صلبیت و فضای کاری بازوی مکانیکی ماهر دو تایی، هنگامی که مفصلها و رابطهای این بازوها به طرز مناسب به یکدیگر بسته می شوند، تغییر می کند.



شکل ۲ - پیکربندیهای حرکتی روباتهای مزدوج

یک بازوی مکانیکی مزدوج (دوتایی) با چند درجه آزادی و رابطها و مفصلهایی مشابه را در نظر بگیرید (شکل ۳). برای سادگی فرض کنید تعداد رابطها و مفصلهای هر دو بازو یکی است. همچنین، فرض کنید بسته شدن مفصلها و رابطها به طور متقارن انجام شده است. در مواردی که حداقل یک مفصل و رابط یک بازو، با یک مفصل و رابط بازوی دیگر طوری اتصال یابد که بین رابطهای متصل شده حرکت نسبی ممکن نباشد، "مکانیزم قفل بادامکی" ایجاد شده است. بدین ترتیب، هنگامی که مفصل و رابط  $i$  ام از بازوی راست، با مفصل و رابط  $j$  ام از بازوی چپ اتصال می یابد، بازوی مکانیکی دو تایی جدیدی حاصل خواهد شد. روشن است که حرکت پذیری<sup>۱</sup> بازوی مزدوج، تحت تاثیر مکانیزم قفل کننده است، و بازوی جدید می تواند ویژگیهای گوناگونی داشته باشد. شکل ۳ یک بازوی مکانیکی ماهر مزدوج و صفحه ای را نشان می دهد که در آن هر بازو دارای شش درجه آزادی مستقل در پیکر بندی قفل نشده (آزاد) اولیه است. این بازوها از پایه به یکدیگر قفل بادامکی شده اند

## 1 - Mobility



شکل ۳ - پیکربندی قفل بادامکی شده یک بازوی مکانیکی ماهر مزدوج ( $M=3$ )

و بدین ترتیب حرکت پذیری بازو کاهش و در نتیجه صلبیت کل سازه روباتیکی افزایش یافته است. رابطه زیر، حرکت پذیری هر بازو را در هنگام تشکیل مکانیزم قفل بادامکی به دست می‌دهد:

$$M = 3(n - 1 - c) - 2(j - c) \quad (1)$$

که در آن:

$M$ : حرکت پذیری کل هر بازو

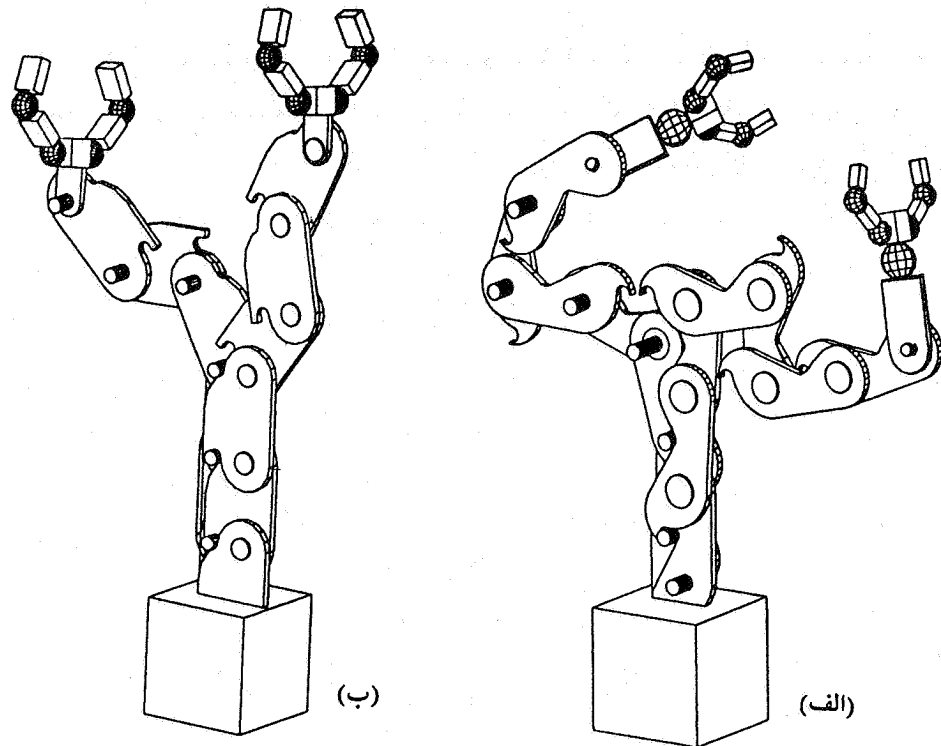
$n$ : تعداد رابطها (شامل رابط متصل به زمین)

$j$ : تعداد مفصلهای یک درجه آزادی

$c$ : تعداد رابطها و مفصلهای قفل بادامکی شده

اصطلاح "قفل بادامکی" تنها به دلیل شباهت هندسه این بازوی مکانیکی با مکانیزمهای بادامکی (شکلهای ۴ تا ۷) انتخاب شده است.

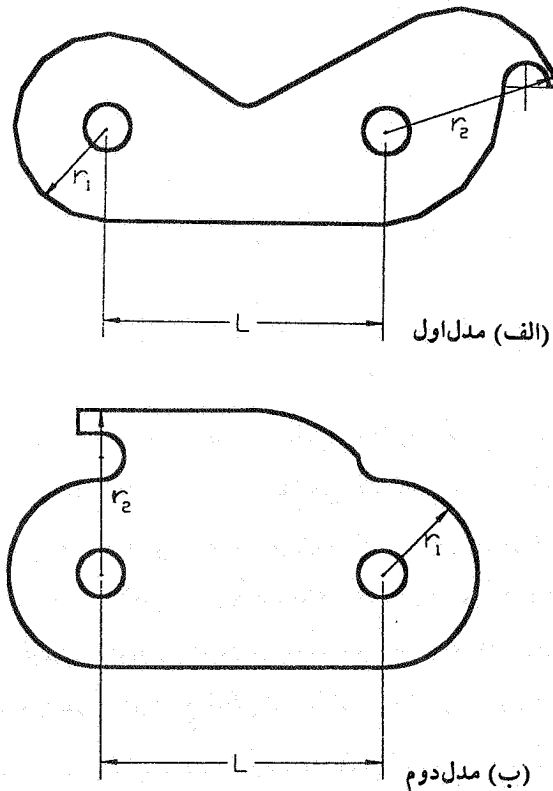
در این مقاله، هدف اصلی تدوین ویژگیهای طراحی مفاهیم اولیه بازوی قفل بادامکی است. به منظور تحلیل، دو طرح اخیر از این بازوها مطالعه و نمونه‌های اولیه آنها ساخته شده‌اند [۱].



شکل ۴ - مدل‌هایی از روباتهای مزدوج با قفل بادامکی

شکل ۴ مدل‌های کامپیوتری بازوی دو تایی با قفل بادامکی، که قادرند تغییرات حرکتی گسترده‌ای - از پیکربندی بسته تا پیکربندی باز - را انجام دهند، نشان می‌دهد. تفاوت این دو مدل در آن است که در مدل شکل ۴ (الف)، عمل قفل بادامکی در وسط هر رابط رخ می‌دهد و در نتیجه باید بین مفصلها و رابطهای پشت سر هم هر دو بازو انحراف<sup>۱</sup> وجود داشته باشد؛ در حالی که در شکل ۴ (ب) این انحراف حذف شده و ویژگیهای رابطها و مفصلهای پشت سر هم در هر دو بازو یکسان می‌گردد. شکل ۵، طرح بادامک گونه رابطهای دو طرح شکل ۴ را نشان می‌دهد. باید توجه داشت تا زمانی که

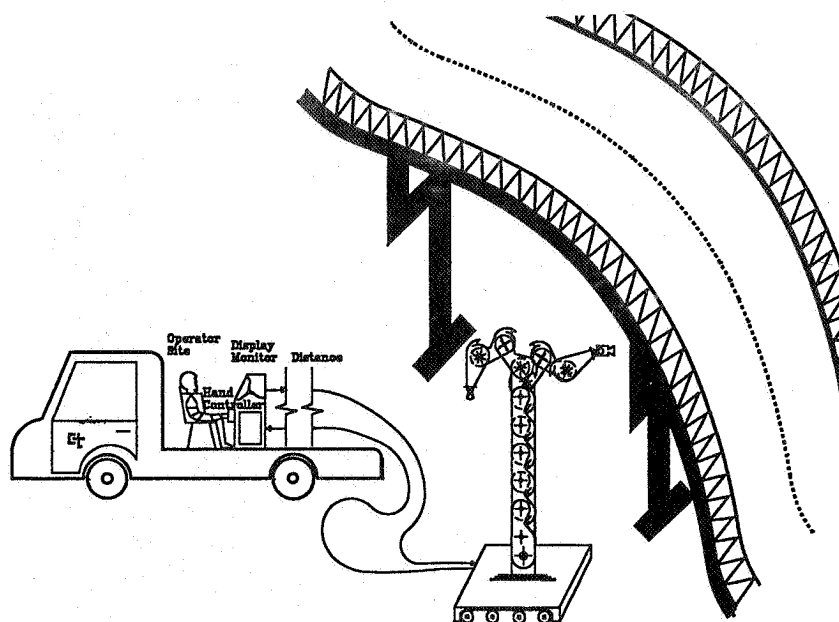
شرط  $r_1 + r_2 < L$  برقرار است، می توان محل قفل شدن را در طول رابط تغییر داد و بدین ترتیب استحکام و پایداری متغیری را به دست آورد. پارامترهای رابط  $r_1$  و  $r_2$  در شکل ۵ نشان داده شده اند و  $L$  نیز طول رابط است. ارضای شرط فوق محدود حرکتی هر بازوی مکانیزم را به طرز چشمگیری افزایش می دهد. علاوه بر کاربردهای فضایی، بازوهای مکانیکی با قفل بادامکی را می توان در تکنولوژی جاده سازی و نگهداری فنی جاده ها نیز به کاربرد. این بازوها به ویژه در بازرسی پلها، حمل بارهای بزرگ و سنگین و غیره کاربرد دارند. شکل ۶، کاربرد تله روباتیکی این نوع بازو را در بازرسی و نگهداری فنی پلها نشان می دهد. شکل ۷ نیز نمونه ای از یک بازوی مکانیکی مزدوج با قفل بادامکی را که برای تحلیل های سازه ای ساخته شده است، نشان می دهد [۲۰۱].



شکل ۵ - طرحهایی از رابطهای روبات مزدوج با قفل بادامکی



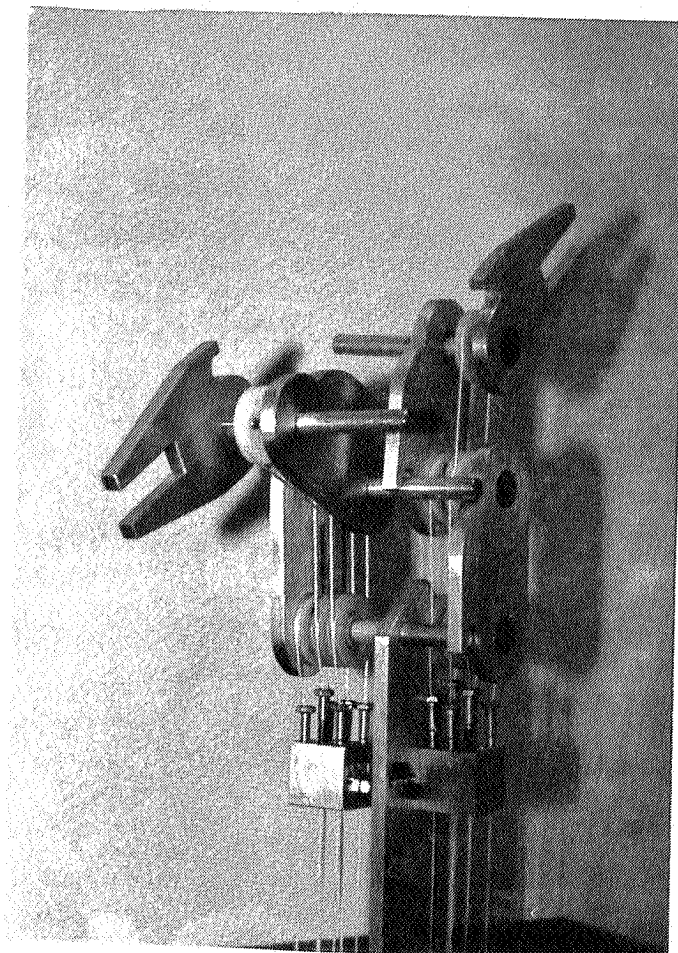
ویژگیهای طراحی و دینامیک روباتهای مزدوج همکاری با...



شکل ۶ - کاربرد روبات مزدوج با قفل بادامکی در بازرسی پلها

### دینامیک روباتهای مزدوج همکاری کننده با قفل بادامکی

همان طور که پیش از این گفته شد، عمل همکاری در بازوهای مکانیکی ماهر، امکانات بیشتری را برای انجام کارهای پیچیده تر فراهم می آورد. این کارها ممکن است تنها به حمل و نقل اجسام سنگین، دراز، بزرگ یا قابل انعطاف محدود نشوند [۲۰]. به طور کلی، چنین کاربردهایی نشان می دهند که پیکربندی سینماتیکی هر دو بازو، در یک سیکل کاری تغییر می کند. همچنین، در کلیه فازهای عملکرد بازو، پارامترهای دینامیکی (قابلیت حمل بار، لنگر لختی و غیره) نیز متغیرند. این بدان معناست که برای نمایش دقیق وضعیت کاری نسبی، به مدل‌های ریاضی متفاوتی برای توصیف دینامیکی هر فاز خاص از فرایند عملکرد بازو نیازمندیم [۹-۱۱]. علاوه بر این، در هنگام فرایند طراحی، لازم است پیکربندیهای مکانیکی گوناگون از بازوی مکانیکی ماهر مزدوج تحلیل شوند، و نیز مدل‌های ریاضی از رفتار دینامیکی آنها در دسترس باشند. بدین ترتیب، سیستم روباتیکی قادر خواهد بود مکانیزم محاسباتی مناسب برای بازو را بر اساس معیار تطابق و قیدهای داده شده، انتخاب کند.



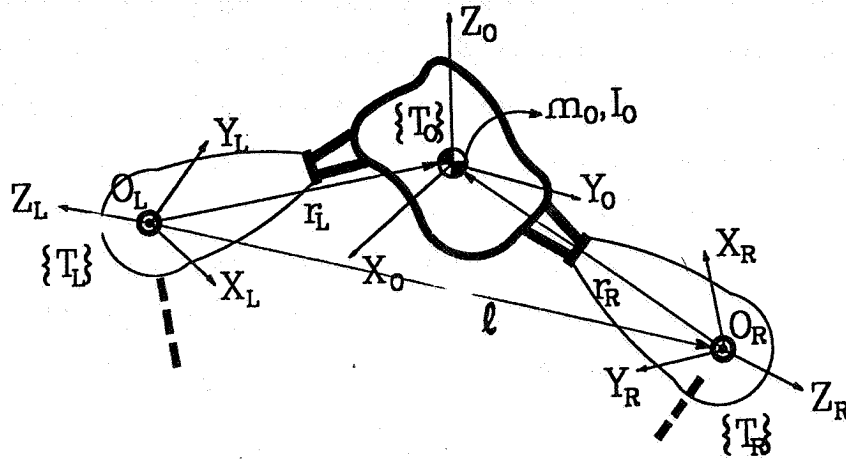
شکل ۷ - نمونه ساخته شده از یک روبات مزدوج با قفل بادامکی

به منظور تحلیل، یک سیستم روباتیکی دو بازویی با قفل بادامکی را در نظر می‌گیریم که قادر باشد جسمی را، بدون ایجاد حرکت نسبی بین گیره‌ها و جسم، حمل کند. هدف، انجام تحلیلهای سینماتیکی و دینامیکی بر روی عمل همکاری بین بازوها، و به دست آوردن معادلات حرکت مربوطه به منظور استفاده در تحقیقات آتی و قوانین کنترلی است.

برای سادگی، فرض می‌کنیم هر دو بازو زنجیرهای سینماتیکی باز با رابطهای صلب هستند که به وسیله یک سری مفصلهای دورانی (لولایی) به یکدیگر اتصال یافته‌اند و هر بازو شش درجه آزادی دارد. همچنین، فرض می‌کنیم جسم نیز صلب بوده، بازوها و جسم تحت قیدهای حرکتی خارجی قرار ندارند. علاوه بر این، دیده می‌شود که بدون از میان رفتن کلیت مسأله، قیدهای حرکتی اعمال شده به وسیله مکانیزم قفل بادامکی بر هر دو بازو (که در حالت کلی حرکت پذیری آنها را کاهش می‌دهد) را نیز می‌توان در تحلیل وارد کرد. قیدهای قفل بادامکی هنگامی ایجاد می‌شوند که دو یا چند مفصل به طور مکانیکی به یکدیگر بسته شده، سازه ای صلب را (در قسمت قفل بادامکی بازو) پدید آورند و حرکت‌های آنها به وسیله سیستم کنترل بازوها متوقف شود. دو بازوی این روبات را به ترتیب بازوی چپ (LA) و بازوی راست (RA) می‌نامیم.

علاوه بر پارامترهای بازو (که برخی از آنها در شکل ۱ آمده‌اند)، باید پارامترهای مشخصه جسم، مکان آن نسبت به گیره‌ها و وضعیت نسبی دو بازو را نیز تعریف کرد. به همین دلیل، سه چهار چوب مرجع محلی را مطابق شکل ۸ تعریف می‌کنیم. چهار چوب  $T_L$  که به آخرین رابط بازوی سمت چپ متصل است،  $T_R$  که به آخرین رابط بازوی سمت راست متصل است، و  $T_0$  که به جسم متصل و مرکز آن بر مرکز جرم جسم است و محورهای آن در راستای محورهای اینرسی اصلی جسم قرار دارد. بدین ترتیب پارامترهای زیر را نیز تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \Gamma_L, \Gamma_R : \text{بردارهای مکان نسبی تعریف کننده چهار چوب } T_0 \text{ نسبت به چهار چوبهای محلی } T_R \text{ و } T_L \\ & A_R^0, A_L^0 : \text{عملگرهای تبدیل ماتریسی که عمل نگاشت بردارها را از چهار چوب } T_0 \text{ بر چهار-چوبهای } T_L \text{ و } T_R \text{ به دست می‌دهند} \\ & \rho : \text{بردار مکان تعریف کننده مرکز چهار چوب پایه بازوی راست نسبت به مرکز چهار چوب پایه بازوی چپ} \\ & A_L^R : \text{عملگر تبدیل ماتریسی که عمل نگاشت بردارها را از چهار چوب پایه بازوی راست به چهار چوب پایه بازوی چپ به دست می‌دهد} \\ & m_0 : \text{جرم جسم} \\ & I_{zz}, I_{yy}, I_{xx} : \text{لنگرهای لختی جسم در چهار چوب } T_0 \end{aligned}$$



شکل ۸ - مکان نسبی گیره‌ها و جسم

از آن جا که آخرین رابطهای بازوهای رویات به جسم اتصال صلب دارند، حرکت‌های بازوها دیگر مستقل نیستند. این بدان معناست که تعداد کل درجات آزادی سیستم روباتیکی دو بازویی نیز کاهش یافته است. در نتیجه، می‌توان به راحتی مجموعه قیدهای هولونومیک اعمال شده بر حرکت بازوها را تعیین نمود.

بهترین شکل رابطه سینماتیکی بین مختصات داخلی بازوهای مکانیکی ماهر، نشان دادن آنها برحسب سرعت‌های داخلی است، زیرا در این صورت، روابط به شکلی خطی ظاهر خواهند شد. قیدها نیز در چهار چوبهای محلی بدون حرکت نسبی  $T_L$  و  $T_R$  بیان و به ساده‌ترین صورت خود ظاهر می‌شوند.

با استفاده از روابط فوق، می‌توان مؤلفه‌های بردار دلخواه  $b_L$  در چهار چوب  $T_L$  را به وسیله مؤلفه‌های همان بردار در چهار چوب  $T_R$  که با  $b_R$  نشان داده می‌شود، بیان کرد:

$$b_L = A_L^0 (A_R^0)^t b_R \quad (2)$$

اگر  $V_L$  (و یا  $V_R$ ) و  $\omega_L$  (و یا  $\omega_R$ ) به ترتیب سرعتهای خطی و زاویه ای چهار چوب  $T_L$  (و یا  $T_R$ ) را نشان دهند که در چهار چوب  $T_L$  (و یا  $T_R$ ) تعریف شده اند، داریم:

$$\omega_L = A_L^0 (A_R^0)^t \omega_R \quad (3)$$

و از آن جا که چهار چوبهای بدون حرکت نسبی  $T_L$  و  $T_R$  دارای سرعت زاویه ای یکسانند، خواهیم داشت:

$$v_L = A_L^0 (A_R^0)^t [v_R + \ell \times \omega_R] \quad (4)$$

که در آن  $\ell = A_R^0 (A_L^0)^t r_L - r_R$  بردار مکان تعیین کننده  $T_R$  نسبت به  $T_L$  است. حاصل ضرب ماتریسی  $L \omega_R$  را به جای ضرب خارجی  $\ell \times \omega_R$  قرار می دهیم که در آن  $L$  عبارت است از:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & -\ell_z & \ell_y \\ \ell_z & 0 & -\ell_x \\ -\ell_y & \ell_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

بنابراین:

$$\begin{bmatrix} v_L \\ \omega_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L^0 (A_R^0)^t & A_L^0 (A_R^0)^t L \\ 0_3 & A_L^0 (A_R^0)^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ \omega_R \end{bmatrix} \quad (6)$$

و  $0_3$  نیز ماتریس صفر  $3 \times 3$  است. حال ژاکوبین های  $J_R$ ،  $J_L$  مربوط به بازوهای به ترتیب چپ و راست را در نظر می گیریم، به طوریکه:

$$\begin{bmatrix} v_L \\ \omega_L \end{bmatrix} = J_L \dot{q}_L \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} v_R \\ \omega_R \end{bmatrix} = J_R \dot{q}_R \quad (8)$$

که در آن  $q_L$  و  $q_R$  به ترتیب بردارهای متغیرهای مفصلی بازوی چپ و راست هستند. این ژاکوبینها در چهارچوبهای محلی تعریف شده، به صورت عملگرهایی برای نگاشت بردارهای سرعت مفصلها بر بردارهای سرعت در سیستمهای مختصات محلی عمل می‌کنند. با ترکیب معادلات (۶)، (۷) و (۸)، معادله زیر حاصل می‌شود که سرعتهای مفصلی هر دو بازو را به هم مربوط می‌سازد:

$$J_L \dot{q}_L = Q_L^R J_R \dot{q}_R \quad (9)$$

که در آن:

$$Q_L^R = \begin{bmatrix} A_L^0 (A_R^0)^t & A_L^0 (A_R^0)^t L \\ 0_3 & A_L^0 (A_R^0)^t \end{bmatrix}$$

با مشتقگیری از معادلات (۷) و (۸) نسبت به زمان، به معادلات زیر خواهیم رسید، که شتابهای مفصلی را به شتابهای نوک گیره روبات در چهار چوبهای محلی، مربوط می‌سازد:

$$\begin{bmatrix} a_L \\ \alpha_L \end{bmatrix} = J_L \ddot{q}_L + f_L(q_L, \dot{q}_L) \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} a_R \\ \alpha_R \end{bmatrix} = J_R \ddot{q}_R + f_R(q_R, \dot{q}_R) \quad (11)$$

که در آن  $f_L(q_L, \dot{q}_L)$  و  $f_R(q_R, \dot{q}_R)$  به ترتیب برابر با  $J_L \dot{q}_L$  و  $J_R \dot{q}_R$  هستند. بامشتقگیری از معادله (۹) نسبت به زمان، معادله ای به دست می‌آید که شتابهای مفصلی دوبازو را به هم ربط می‌دهد:

$$J_L \ddot{q}_L + f_L(q_L, \dot{q}_L) = Q_L^R [ J_R \ddot{q}_R + f_R(q_R, \dot{q}_R) ] \quad (12)$$

حال  $K_1$  و  $K_2$  را چنین تعریف می‌کنیم:

$$K_1(q_L, q_R) = (J_R)^{-1} (Q_L^R)^{-1} J_L$$

$$K_2(q_L, \dot{q}_L, q_R, \dot{q}_R) = (J_R)^{-1} [ (Q_L^R)^{-1} f_L - f_R ]$$

و سپس معادلات (۹) و (۱۲) را به صورتی ساده تر چنین می‌نویسیم:

$$\dot{q}_R = K_1 \dot{q}_L \quad (13)$$

$$\ddot{q}_R = K_1 \ddot{q}_L + K_2 \quad (14)$$

توجه کنید که  $K_1$  به منزله عملگری است که نگاشت سرعتهای مفصلی بازوی چپ را بر سرعتهای مفصلی بازوی راست به دست می‌دهد. از آن جا که بین سرعتهای مفصلی بازوها، دقیقاً شش قید هولونومیک مستقل وجود دارد که به شکل معادله (۱۳) بیان شده است، در نتیجه شش درجه آزادی از میان خواهد رفت. پس:

(۱۵)

$$\begin{bmatrix} \text{تعداد درجات آزادی} \\ \text{سیستم روباتیکی} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{درجات آزادی} \\ \text{بازوی چپ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{درجات آزادی} \\ \text{بازوی راست} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{تعداد قیدهای} \\ \text{هولونومیک} \end{bmatrix}$$

بدین ترتیب، در مثال ما  $6 = [(6) + (6)] - (6)$  درجه آزادی وجود دارد. اما می‌توانستیم همین نتیجه را با توجه به اینکه اگر حرکت یک بازو معلوم باشد، حرکت بازوی دوم نیز معلوم خواهد بود، و نیز این نکته که سینماتیک وارون حرکت در مختصات مفصلی متناظر را به طور یکتا تعیین می‌کند، به دست آوریم. پس باید مجموعه ای از شش متغیر مستقل را که به صورت مختصات

تعمیم یافته به کار می‌روند انتخاب کرد تا رفتار دینامیکی سیستم توصیف شود. این مجموعه را برابر با مجموعه مختصات مفصلی بازوی چپ اختیار می‌کنیم. به طوری که بقیه معادلات کاهش یافته بر روی فضای مفصلی بازوی چپ نگاشته شوند. به عبارت دیگر، وقتی مختصات مفصلی (سرعتها و شتابها) بازوی چپ معلوم باشند، می‌توان مختصات مفصلی بازوی راست را با استفاده از روابط قیدی محاسبه کرد. معادله (۱۵) را می‌توان برای حالتی که در آن برخی رابطها در سیستم روباتیکی دو بازویی از پایه قفل بادمکی می‌شوند، تعمیم داد. بدین ترتیب، قیدهای اضافه‌ای به صورت زیر در سیستم وارد خواهند شد:

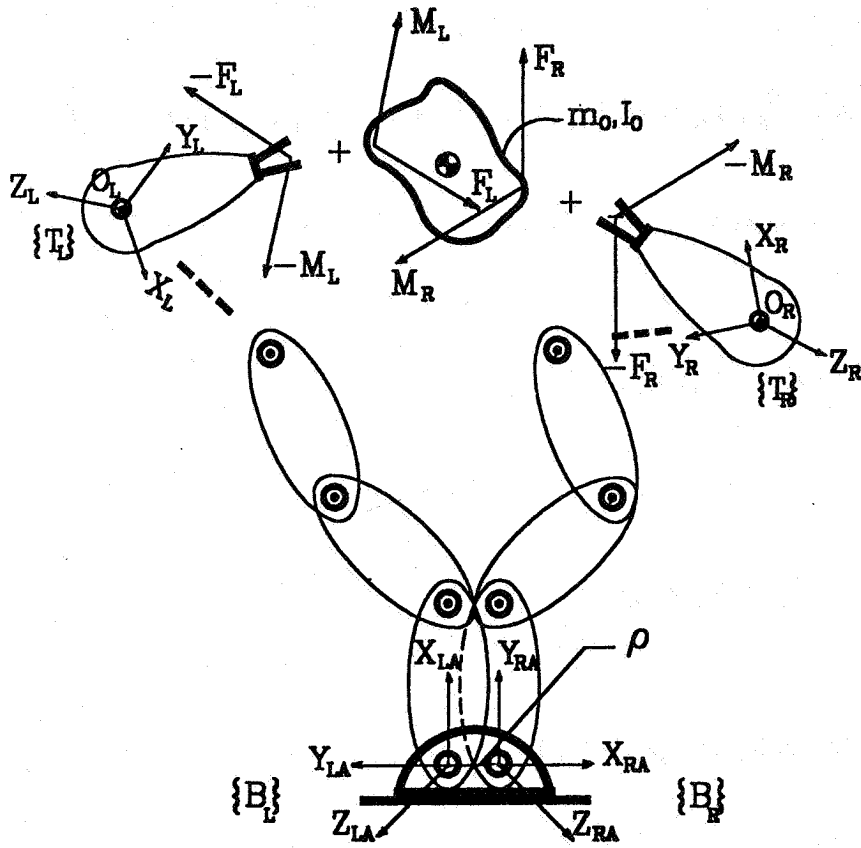
(۱۶)

$$\left[ \begin{array}{c} \text{تعداد درجات آزادی} \\ \text{سیستم روباتیکی} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{درجات آزادی} \\ \text{بازوی راست} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{درجات آزادی} \\ \text{بازوی چپ} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{تعداد قیدهای} \\ \text{هولوونومیک} \end{array} \right] + 2 \left[ \begin{array}{c} \text{تعداد رابطهای} \\ \text{قفل شده} \end{array} \right]$$

برای مطالعه حرکت جسمی که به وسیله بازوی دو تایی شکل ۹ نگهداشته شده است، نمادگذاری زیر را انجام می‌دهیم:

نیروها و گشتاورهای اعمال شده به جسم به وسیله بازوها، داده شده در چهارچوبهای $T_R$ و $T_L$	$M_R, M_L, F_R, F_L$
بردارهای $(6 \times 1)$ تعمیم یافته نیرو-گشتاور در مجری نهایی (گیره روبات)	$F_{Re}, F_{Le}$
بردارهای شتاب خطی و زاویه ای جسم و بردار سرعت زاویه ای جسم همگی بیان شده در چهارچوب $T_0$	$a_0, \alpha_0, \omega_0$
تانسور لختی جسم در چهارچوب $T_0$	$I_0$
ماتریس تبدیل که چهارچوب $T_L$ را به چهارچوب پایه مطلق بازوی چپ $(LA)$ مربوط می‌سازد	$A_B^L(q_L)$
بردار شتاب جاذبه در چهارچوب مطلق	$g$





شکل ۹ - حرکت جسم در اثر نیروها و گشتاورهای وارد شده از سوی بازوها

با توجه به تعادل نیروهای وارد بر جسم در چهارچوب  $\{T_L\}$ ، داریم:

$$F_L + A_L^0 (A_R^0)^t F_R = m_0 A_L^0 a_0 - m_0 (A_B^L)^t g \quad (۱۷)$$

که در آن:

$$A_L^0 a_0 = a_L + \alpha_L \times r_L + \omega_L \times (\omega_L \times r_L) \quad (۱۸)$$

در نتیجه:

$$F_L + A_L^0 (A_R^0)^t F_R = m_0 [ a_L + \alpha_L \times r_L + \omega_L \times (\omega_L \times r_L) ] - m_0 (A_B^L)^t g \quad (۱۹)$$

علاوه بر این، با توجه به تعادل گشتاورهای وارد بر جسم نسبت به مبدأ چهارچوب  $T_0$  در دستگاه مختصات  $T_L$  خواهیم داشت:

$$M_L - r_L \times F_L + A_L^0 (A_R^0)^t (M_R - r_R \times F_R) = A_L^0 [ I_0 \alpha_0 - (I_0 \omega_0) \times \omega_0 ] \quad (۲۰)$$

با نگاشتن  $\alpha_0$  و  $\omega_0$  در چهارچوب  $T_L$  به دست می‌آید:

$$M_L - r_L \times F_L + A_L^0 (A_R^0)^t (M_R - r_R \times F_R) = A_L^0 I_0 (A_L^0)^t \alpha_L - [ A_L^0 I_0 (A_L^0)^t \omega_L ] \times [ (A_L^0)^t \omega_L ] \quad (۲۱)$$

از آن جا که  $A_L^0$  یک ماتریس واحد است و  $I_0$  ماتریسی قطری است، می‌توان به راحتی نشان داد که:

$$A_L^0 I_0 (A_L^0)^t = I_0$$

با توجه به نماد گذاری زیر:

$$a_1(\dot{q}_L) = \omega_L \times (\omega_L \times r_L) \quad (۲۲)$$

$$a_2(\dot{q}_L) = (I_0 \omega_0) \times [ (A_L^0)^t \omega_L ] \quad (۲۳)$$

و با قراردادن حاصل ضرب‌های ماتریسی به جای حاصل ضرب خارجی بردارها می‌توان نوشت:

$$r_L \times F_L \Leftrightarrow S_L \cdot F_L \quad \Rightarrow S_L = \begin{bmatrix} 0 & -r_{Lz} & r_{Ly} \\ r_{Lz} & 0 & -r_{Lx} \\ -r_{Ly} & r_{Lx} & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$r_R \times F_R \Leftrightarrow S_R \cdot F_R \quad \Rightarrow S_R = \begin{bmatrix} 0 & -r_{Rz} & r_{Ry} \\ r_{Rz} & 0 & -r_{Rx} \\ -r_{Ry} & r_{Rx} & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

در نتیجه، می توان معادلات تعادل نیرو و گشتاور (۱۹) و (۲۱) را به صورت فشرده زیر نوشت:

$$F_L + A_L^0 (A_R^0)^t F_R = m_0 [a_L - S_L \alpha_L + a_1] - m_0 (A_B^L)^t g \quad (26)$$

$$M_L - S_L F_L + A_L^0 (A_R^0)^t (M_R - S_R F_R) = I_0 \alpha_L - a_2 \quad (27)$$

حال نمادگذارهای زیر را نیز تعریف می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ -S_L & I_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} A_L^0 (A_R^0)^t & 0_3 \\ -A_L^0 (A_R^0)^t S_R & A_L^0 (A_R^0)^t \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} m_0 I_3 & -m_0 S_L \\ 0_3 & I_0 \end{bmatrix} J_L(q_L), \quad D = \begin{bmatrix} m_0 I_3 & -m_0 S_L \\ 0_3 & I_0 \end{bmatrix} f_L(q_L, \dot{q}_L) - \begin{bmatrix} m_0 (A_B^L)^t g - m_0 a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$F_{Le} = \begin{bmatrix} F_L \\ M_L \end{bmatrix}, \quad F_{Re} = \begin{bmatrix} F_R \\ M_R \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad F_e = \begin{bmatrix} F_{Le} \\ F_{Re} \end{bmatrix}$$

در روابط فوق،  $I_3$  ماتریس همانی مرتبه سوم است. با در نظر گرفتن معادلات (۱۰) و (۱۱) همراه با معادلات (۲۶) و (۲۷)، می‌توان معادلات حرکت جسم را به صورت ماتریسی در رابطه زیر خلاصه کرد:

$$AF_{Le} + BF_{Re} = C\ddot{q}_L + D \quad (28)$$

با گسترش مدل دینامیکی عادی هر بازو به حالتی که نیروها و گشتاورهای خارجی  $F_e$  وارد شده در نوک روبات را نیز شامل شود [۹-۱۱]، خواهیم داشت:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = \tau + \tau_e \quad (29)$$

که در آن  $M(q)$  ماتریس جرم بازو،  $V(q, \dot{q})$  بردار مربوط به عبارتهای گریز از مرکز و کوریولیس،  $G(q)$  بردار عبارتهای جاذبه‌ای،  $\tau$  بردار نیروها و گشتاورهای مفصلی، و  $\tau_e$  اثر تأثیر بردار نیروها و گشتاورهای خارجی  $F_e$  از دیدگاه فضای مفصلی بازوست. رابطه بین  $\tau_e$  و  $F_e$  را می‌توان با استفاده از اصل کار مجازی به دست آورد. فرض کنید  $\delta r$  نشان دهنده جابه جایی جزئی نوک گیره بازو در چهارچوب مجری نهایی (گیره)، و  $F_e$  بردار نیرو و گشتاور خارجی در همان چهارچوب باشد. با صرف نظر کردن از اثرات لختی و اصطکاک در مفصلها، می‌توان رابطه زیر را با استفاده از اصل کار مجازی نوشت:

$$\delta W = (\tau_e)^t \cdot \delta q - (F_e)^t \cdot \delta r = (\tau_e - J^t \cdot F_e)^t \delta q \quad (30)$$

از آنجا که  $\delta q$  معرف جابه جاییهای مستقل خطی است، برای حذف  $\delta W$ ، باید عبارت  $(\tau_e - J^t \cdot F_e)$  برابر با صفر شود، پس:

$$\tau_e = J^t \cdot F_e \quad (31)$$

در نتیجه، مدل دینامیکی هر بازو در فضای مختصات تعمیم یافته آن، چنین خواهد بود:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = \tau + J^t \cdot F_e \quad (32)$$

سرانجام به منظور به دست آوردن مدل دینامیکی سیستم روباتیکی دو بازویی همکاری کننده، باید معادلات دینامیکی هر بازو (۳۲) را با معادله حرکت جسم (۲۸) ترکیب کرد (با حذف نیروهای اندرکنشی  $F_{Le}$ ،  $F_{Re}$  از این مدلها). بدین ترتیب، معادلات دینامیکی برای بازوهای چپ و راست به ترتیب عبارتند از:

$$M_L(q_L)\ddot{q}_L + V_L(q_L, \dot{q}_L) + G_L(q_L) = \tau_L - J_L^t(\dot{q}_L) \cdot F_{Le} \quad (33)$$

$$M_R(q_R)\ddot{q}_R + V_R(q_R, \dot{q}_R) + G_R(q_R) = \tau_R - J_R^t(q_R) \cdot F_{Re} \quad (34)$$

علامت منفی در عبارت نیرو و گشتاور خارجی، به دلیل اختیار کردن قرارداد نشان داده شده در شکل ۴ ظاهر شده است. با محاسبه  $F_{Le}$  از معادله (۲۸) و قراردادن آن در معادله (۳۳) حاصل می شود:

$$[M_L + J_L^t A^{-1} C] \ddot{q}_L + V_L + G_L + J_L^t A^{-1} D = \tau_L + J_L^t A^{-1} B F_{Re} \quad (35)$$

با محاسبه  $F_{Re}$  از معادله (۳۴) و جاگذاری  $q_R$  از معادله (۱۴)، به دست می آید:

$$F_{Re} = -(J_R^t)^{-1} [M_R [K_1 \ddot{q}_L + K_2] + V_R + G_R - \tau_R] \quad (36)$$

با قراردادن معادله (۳۶) در معادله (۳۵) و مرتب کردن عبارات، حاصل می شود:

$$[M_L + J_L^t A^{-1} B (J_R^t)^{-1} M_R K_1 + J_L^t A^{-1} C] \ddot{q}_L + V_L + J_L^t A^{-1} D \quad (37)$$

$$+ J_L^t A^{-1} B (J_R^t)^{-1} [M_R K_2 + V_R + G_R] = \tau_L + J_L^t A^{-1} B (J_R^t)^{-1} \tau_R$$

برای خلاصه کردن رابطه فوق، قرار می‌دهیم:

$$\Phi(q_L, q_R) = J_L^t A^{-1} B (J_R^t)^{-1}$$

$$\Psi(q_L, q_R) = M_L + \Phi M_R K_1 + J_L^t A^{-1} C$$

$$\Gamma(q_L, q_R, \dot{q}_L, \dot{q}_R) = V_L + J_L^t A^{-1} D + \Phi [M_R K_2 + V_R + G_R]$$

با توجه به نمادگذاری فوق، معادله (۳۷)، که مدل دینامیکی همکاری کننده را در بازوی دو تایی با قفل بادامکی نشان می‌دهد، به شکل زیر در می‌آید:

$$\Psi(q_L, q_R) \ddot{q}_L + \Gamma(q_L, q_R, \dot{q}_L, \dot{q}_R) = \tau_L + \Phi(q_L, q_R) \tau_R \quad (38)$$

### نتیجه گیری

در این مقاله ویژگیهای اولیه طراحی و مدل دینامیکی همکاری، برای دسته ای جدید از سازه‌های روباتیکی به نام "روباتهای مزدوج (دوتایی) با قفل بادامکی" ارائه شد. مکانیزم قفل بادامکی، در دو نقطه در راستای رابطها مطالعه شد. محل قفل شدن را می‌توان در راستای رابط برای استحکام و پایداری گوناگون، بهینه کرد. همچنین، تحلیل حرکت پذیری این نوع بازوی مکانیکی ماهر انجام و قیده‌های حرکتی آن شناسایی شدند. تحقیقات بیشتر در مورد طراحی، سینماتیک و دینامیک این دسته از بازوهای مکانیکی ماهر، در حال حاضر در جریان است و در مقاله بعدی گزارش خواهد شد.

## تشکر و قدردانی

تحقیق انجام شده، از سوی معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف در هنگام فرصت مطالعاتی نویسنده، و نیز از طرف اداره حمل و نقل کالیفرنیا<sup>۱</sup> از طریق مرکز تکنولوژیهای پیشرفته در ساخت و نگهداری فنی بزرگراهها<sup>۲</sup> در دانشگاه کالیفرنیا - دیویس، پشتیبانی شده است. از همکاری خانم مهندس فائزه میرفخرایی در تهیه متن فارسی مقاله صمیمانه سپاسگزارم.

## مراجع

1. Meghdari, A., "The Cooperative Dual-Arm Cam-Lock Manipulators", *Proc. of the 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, Vol. 2, pp. 1279-1285 May 8-13, 1994, San Diego, CA., USA., U.S. Patent Pending, U.C. Patent No. 93-353-1, November 9, 1993.
2. Meghdari, A., "Conceptual Design and Characteristics of a Dual - Arm Cam-Lock Manipulator", *Proc. of the ASCE SPACE-94 Int. Conf.; Robotics for Challenging Environments*, pp. 140-148 Feb. 26-Mar. 3, 1994 Albuquerque, N.M., USA.
3. Wada, B.K., Fanson, J. L. and Crawley, E. F., "Adaptive Structures", *Proc. of the 1989 ASME - WAM. AD - Vol. 15*, pp. 1-8, USA., December 1989.
4. Miura, K., "Studies of Intelligent Adaptive Structures", *Proc. of the 1989 ASME - WAM, AD - Vol. 15*, pp. 89-94, USA., December 1989.
5. Koivo, A. J. and Bekey, G. A., "Reports of Workshop on Coordinated Multiple Robot Manipulators: Planning, control, and Application", *IEEE Journal of Robotics & Automation*, Vol. 4, No. 1, pp. 91-93, USA., February 1988.
6. Tao, J. M. and Luh, J. Y. S., "Coordination of Two Redundant Robots", *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 425-430, USA., 1989.
7. Lee, S. and Kim, S., "A Self - Reconfigurable Dual - Arm System", *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 164-169, USA., April 1991.
8. Mandelbrot, B.B. *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and



Company, New York, 3rd Edition, USA., 1983.

9. Vukobratovic, M. and Potkonjak, V. *Applied Dynamics and CAD of Manipulation Robots*, Springer - Verlag Pub. Co., New York, 1985, USA.
10. Shahinpoor, M. *Intelligent Robotics Systems*, ERI Press, Albuquerque, N. M., 1994, USA.
11. Craig, J. J. *Introduction to Robotics ; Mechanics and Control*, 2nd Edition , Addison Wesley Pub. Co., New York, 1989, USA.