

## بررسی تولید آنتروپی در جریان سکون متقارن محوری نانوسیال روی استوانه با شار حرارتی دیواره ثابت

حمید محمدیون<sup>۱\*</sup>، محمد محمدیون<sup>۱</sup>، محمدحسین دیبایی بناب<sup>۱</sup>، محسن دارابی<sup>۲</sup>، سیدرضا حجازی<sup>۳</sup> و وحید جانی پوربیدسردره<sup>۴</sup>  
۱. دانشکده مهندسی مکانیک، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود  
۲. باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی، شاهرود  
۳. دانشکده ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود  
۴. دانشکده ریاضی، واحد یاسوج، دانشگاه آزاد اسلامی، یاسوج

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۸/۲ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۱/۲۴)

**چکیده** - در این تحقیق، دمای بی‌بعد و تولید آنتروپی در جریان سکون شعاعی نانوسیال تراکم‌ناپذیر روی استوانه نامحدود در حالت پایا بررسی شده است. جریان آزاد نیز پایا بوده و قدرت اولیه جریان  $\bar{k}$  است. حل تشابهی معادلات ناویر استوکس و معادله انرژی در این مساله ارائه شده است. این معادلات، با استفاده از تبدیلات مناسبی که در این تحقیق معرفی شده است ساده‌سازی شده‌اند. معادلات کاملاً تشابهی در شرایطی حل شده‌اند که دیواره استوانه تحت تاثیر شار حرارتی ثابتی قرار دارد. کلیه حل‌های فوق برای محدوده اعداد رینولدز  $Re = \bar{k}a^2 / \nu_f$  بین ۱ تا ۱۰۰۰ و مقادیر معینی از کسر حجمی نانوذرات ارائه شده است که در آن  $a$  شعاع استوانه است و  $\nu_f$  لزجت سینماتیکی سیال پایه است. نتایج نشان می‌دهند برای اعداد رینولدز بررسی شده، با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عمق نفوذ مؤلفه محوری میدان سرعت کاهش می‌یابد درحالی که عدد ناسلت افزایش می‌یابد همچنین بیشترین مقدار آنتروپی تولیدی محاسبه شده است.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال، جریان سکون، حل تشابهی، کسر حجمی، تولید آنتروپی.

## Investigation of Entropy Generation in Stagnation Point Flow of Nano Fluid Impinging on the Cylinder with Constant Wall Heat Flux

H. Mohammadiun<sup>1\*</sup>, M. Mohammadiun<sup>1</sup>, M. H. Dibae Bonab<sup>1</sup>, M. Darabi<sup>2</sup>, S. R. Hejazi<sup>3</sup> and V. Janipour Bidsardareh<sup>4</sup>

1. Department of Mechanical Engineering, Shahrood Branch, Islamic Azad University, Shahrood, Iran.
2. Young Researchers and Elite Club, Shahrood Branch, Islamic Azad University, Shahrood, Iran.
3. Department of Mathematics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.
4. Department of Mathematics, Yasouj Branch, Islamic Azad University, Yasouj, Iran.

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: hmohammadiun@iau-shahrood.ac.ir

**Abstract:** In this research, dimensionless temperature and entropy generation for the steady state flow in the stagnation point of incompressible nanofluid impinging on an infinite cylinder have been investigated. The impinging free stream is steady with a constant strain rate  $\bar{k}$ . Similarity solution of the Navier-Stokes equations and energy equation is derived in this problem. A reduction of these equations is obtained using appropriate transformations introduced in this research. The general self similar solution is obtained when the heat flux on the cylinder wall is constant. All solutions brought above are presented for Reynolds numbers  $Re = \bar{k}a^2/2\nu_f$  that range from 0.1 to 1000 and the selected values of particle fractions, where  $a$  is the radius of the cylinder and  $\nu_f$  is the kinematic viscosity of the base fluid. Results show that for Reynolds numbers examined, as the particle fraction increases, the depth of diffusion of the fluid velocity field in axial direction decreases, whereas Nusselt number is raised. Also, the maximum value of entropy generation has been calculated.

**Keywords:** Nanofluid, Stagnation point flow, Similarity solution, Volume fraction, Entropy generation.

## فهرست علائم

دمای جریان آزاد (K)	$T_\infty$	شعاع استوانه (m)	$a$
دمای انجماد سیال پایه (K)	$T_{fr}$	ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال ( $\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$C_p$
مولفه شعاعی میدان سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )	$u$	ظرفیت گرمایی ویژه سیال پایه ( $\text{kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$(C_p)_{bf}$
مولفه محوری میدان سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )	$w$	قطر معادل مولکول‌های سیال پایه (m)	$d_f$
متغیر تشابهی	$\eta$	قطر معادل مولکول‌های نانوذرات (m)	$d_p$
دمای بی بعد	$\theta$	تابع بی بعد معرف میدان سرعت	$f(\eta)$
لزجت دینامیکی سیال پایه ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu$	ضریب هدایت حرارتی نانوسیال ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k_{eff}$
لزجت دینامیکی نانوسیال ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu_n$	ضریب هدایت حرارتی سیال پایه ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k_f$
لزجت دینامیکی سیال پایه ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$\mu_{bf}$	ثابت بولتزمن $\frac{J}{K} = 1.38 \times 10^{-23}$	$k_b$
لزجت سینماتیکی سیال پایه ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\nu_f$	ضریب هدایت حرارتی نانوذرات ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k_p$
لزجت سینماتیکی نانوسیال ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$\nu_n$	ضریب هدایت حرارتی سیال پایه ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k_{bf}$
چگای نانوسیال ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$	مولفه محوری میدان سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )	$\bar{k}$
چگای سیال پایه ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho_f$	فشار سیال ( $\text{Nm}^{-2}$ )	$p$
چگالی نانوذرات ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho_p$	فشار بی بعد	$P$
چگای سیال پایه ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho_{bf}$	مختصات استوانه‌ای (m)	$r, z$
تنش برشی ( $\text{Nm}^{-2}$ )	$\sigma$	عدد رینولدز سیال پایه	$Re$
کسر حجمی	$\phi_v$	عدد رینولدز نانوسیال	$Re_n$
		دما (K)	$T$

## ۱- مقدمه

جمله انتقال حرارت، میکرومکانیک، سیستم‌های تهویه مطبوع و تجهیزات سرمایشی استفاده کرد. در سال‌های اخیر، مطالعات تجربی و عددی متعددی در زمینه انتقال حرارت جابه‌جایی نانو سیالات در هندسه‌های مختلف انجام شده‌است. کوزنتسو و نیلد، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در لایه مرزی جریان آرام

انتخاب نانوذرات مناسب می‌تواند باعث بهبود انتقال حرارت سیال در مقایسه با مایعات خالص شود. از نانوسیالات می‌توان برای بهبود سیستم مدیریت حرارتی در کاربردهای مهندسی، از

یک نانوسیال را به صورت تحلیلی بررسی کردند [۱]. آنها نشان دادند که مدل به کار رفته برای نانوسیال با تأثیرات حرکت براونی تلفیق می شود. در پژوهش دیگری، کوزنتسو و نیلند [۲]، ناپایداری حرارتی در یک لایه مرزی متخلخل اشباع شده با یک نانوسیال را بررسی کردند. آنها با استفاده از تئوری ناپایداری خطی، یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت جابه جایی در یک لایه افقی از محیط متخلخلی که به وسیله نانوسیال اشباع شده است، ارائه دادند. در این تحقیق از مدلی استفاده شده است که از ترکیب اثر حرکت براونی و ترموفورز<sup>۱</sup> استخراج شده است و معادله اندازه حرکت بریکمن<sup>۲</sup> برای محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است. آنها دریافتند که وجود نانوذرات (باتوجه به نحوه توزیع نانوذرات) می تواند باعث کاهش یا افزایش عدد رایلی<sup>۳</sup> بحرانی شود. به تازگی، خان و پاپ، جریان لایه مرزی یک نانوسیال که از روی یک سطح گسترش یافته عبور کرده است را مورد مطالعه قرار داده اند [۳]. مدل مورد استفاده برای نانوسیال در این تحقیق، شامل اثرات حرکت براونی و ترموفورز است. آنها یک حل تشابهی که وابسته به اعداد پرانتل<sup>۴</sup>، لوئیس<sup>۵</sup>، حرکت براونی و ترموفورز است ارائه دادند و اعداد ناسلت<sup>۶</sup> و شروود<sup>۷</sup> کاهش یافته را با اعداد ترموفورز و حرکت براونی برای مقادیر مختلف اعداد پرانتل و لوئیس به صورت جدول و نمودار نمایش دادند. همچنین تخمین های رگرسیون خطی عدد ناسلت کاهش یافته و عدد شروود کاهش یافته را برحسب پارامترهای حرکت براونی و ترموفورز به دست آوردند. در مدل های مورد استفاده توسط کوزنتسو و نیلند و نیز خان و پاپ، وابستگی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال به دما، در نظر گرفته نشده است.

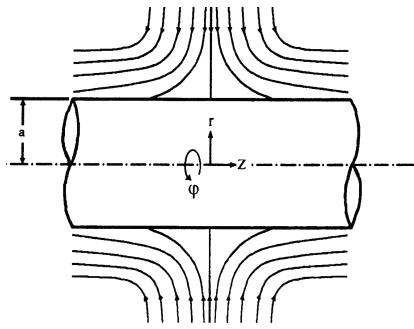
اولین حل دقیق برای جریان سکون متقارن محوری روی یک استوانه نامحدود، توسط وانگ [۴] ارائه شد. در این حل فرض شده است که استوانه ساکن بوده و هیچ گونه حرکت چرخشی یا محوری ندارد، استوانه نیز بدون عبور جریان از سطح خود و فاقد نفوذ سطحی است. جریان به صورت شعاعی متقارن محوری و عمود بر محور است، به دلیل تقارن جریان

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۹، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۹

آزاد نسبت به محور استوانه و دائمی بودن جریان، کلیه مشتقات نسبت به  $\phi$  (جهت زاویه ای) و  $t$  (زمان)، صفر بوده و معادلات ناپراستوکس در مختصات استوانه ای به شکل ساده تری تبدیل می شوند. گورلا [۵-۸] در مجموعه ای از مقالات، جریان سکون متقارن محوری اطراف استوانه را مورد بررسی قرار داد، که جریان به صورت آرام در حالت های دائم و گذرا در نظر گرفته شده بود. در این مقالات اثر حرکت محوری یکنواخت و نیز حرکت محوری هارمونیک استوانه مورد بررسی قرار گرفته است. محمدیون و همکاران [۹-۱۱] نیز در مجموعه ای از مقالات، حل های کاملاً تشابهی به منظور تحلیل جریان سکون متقارن محوری و انتقال آن روی محور استوانه ای با در نظر گرفتن اثرات تراکم پذیری جریان در حالت پایا ارائه داده اند.

به طور کلی در ۳۰ سال اخیر، کمینه سازی آنتروپی تولیدی، موضوع بسیاری از تحقیقات بوده است که از آن جمله می توان به پژوهش بیجان و لدزما [۱۲]، لین و لی [۱۳] و ساسیکومار و بالاجی [۱۴]، اشاره کرد. در سال ۲۰۱۵ رشیدی و همکارانش تولید آنتروپی در جریان هیدرومغناطیسی روی یک دیسک متخلخل با خواص فیزیکی متفاوت را مورد بررسی قرار دادند [۱۵]. به تازگی بررسی قانون دوم ترمودینامیک در جریان سیال و انتقال حرارت سیال عبوری از صفحه تخت توسط مالوندی و همکارانش انجام شده است [۱۶]. فریدونی مهر و رحیمی یک حل دقیق برای محاسبه تولید آنتروپی در جریان هیدرومغناطیسی نانوسیال عبوری از سطح ورقه که منبسط یا منقبض می شود و دارای مکش و دمش سطحی است در حالت پایا ارائه دادند [۱۷]. آنها در این تحقیق معادلات دیفرانسیل حاکم را که معادلات با مشتقات جزئی بودند به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی جفت شده تبدیل کردند و آنتروپی تولید شده را به عنوان تابعی از گرادیان دما و گرادیان سرعت بیان کردند.

آنچه در تحقیق حاضر به آن پرداخته شده است محاسبه نرخ تولید آنتروپی در جریان سکون متقارن محوری نانوسیال



شکل ۱- تصویر نمادین جریان سکون شعاعی روی استوانه نامحدود

جدول ۱- روابط مورد استفاده برای محاسبه خواص نانوسیال [۱۸]

رابطه	خاصیت
$\rho_n = (1 - \phi_v)\rho_f + \phi_v\rho_p$	چگالی
$\frac{\mu_n}{\mu} = \frac{1}{1 - 3\phi_v / 8\gamma \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi_v^{1/0.3}}$ , $d_f = \left(\frac{6M}{N\pi\rho_f}\right)^{1/3}$	لزجت دینامیکی
$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + \frac{4}{3} Re_p^{-0.4} Pr_{bf}^{-0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}}\right)^{1.0} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.3} \phi_v^{0.66}$ , $Re_p = \frac{2\rho_{bf}k_b T}{\pi\mu_{bf}^2 d_p}$ & $Pr_{bf} = \frac{\mu_{bf}(c_p)_{bf}}{k_{bf}}$	ضریب هدایت حرارتی

M وزن مولکولی سیال پایه، N عدد آووگادرو و  $\rho_f$  چگالی سیال پایه محاسبه شده در دمای  $T_0 = 293k$  است.

نزدیکی استوانه، جریان کاملاً لزج است. در دوردست، جریان از نوع جریان پتانسیل بوده و با استفاده از معادلات جریان ایده‌آل بررسی می‌شود.

## ۲- خواص نانوسیال

نانوذرات اکسید آلومینیوم ( $\gamma Al_2O_3$ ) که در پژوهش حاضر به کار رفته‌اند ویژگی‌های زیر را دارند:

چگالی  $\rho_m = 3600 \frac{kg}{m^3}$ ، قطر میانگین ذره: ۴۴ nm سایر

خواص نیز از مرجع [۱۹] استخراج شده است. چگالی، لزجت دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با روابط جدول (۱) محاسبه می‌شوند.

## ۳- معادلات حاکم

با توجه به اینکه جریان آرام نانوسیال مورد بررسی قرار گرفته

(با اندازه قطر میانگین ذرات در محدوده ۱ تا ۱۰۰ نانومتر) روی استوانه است که تاکنون مورد تجزیه و تحلیل قرار نگرفته است. همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود جریان در مختصات استوانه‌ای  $(r, \phi, z)$  با اجزای سرعت متناظر  $(u, v, w)$  در نظر گرفته شده است. استوانه دارای طول نامحدود بوده و شعاع استوانه a است و مساله در شرایطی بررسی می‌شود که دیواره استوانه تحت تأثیر شار حرارتی ثابت قرار دارد. جریان روی استوانه به صورت شعاعی و به طرف استوانه بوده و در برخورد با آن به سکون رسیده و تشکیل دایره سکون را می‌دهد ( $z=0$  &  $r=a$ ). از طرفی به دلیل وجود این جریان، جریانی موازی محور استوانه (در راستای محور z) ایجاد می‌شود که مقدار بزرگی آن بستگی به فاصله از دایره سکون دارد. از آنجا که جریان از همه طرف به صورت متقارن به استوانه برخورد می‌کند، جریان دارای تقارن محوری است. سیال تراکم‌ناپذیر فرض شده و در

الگوبرداری از حل‌های غیرلینزج ارائه شده در رابطه (۶) و با ضرب این روابط در توابع تبدیل مناسب، روابطی که در ادامه آمده، برای کاستن معادلات ناویراستوکس به معادلات تشابهی بی‌بعد ارائه شده است [۴]:

$$\begin{aligned} u &= -\bar{k} \frac{a}{\sqrt{\eta+1}} f(\eta), \\ w &= \sqrt{2} \bar{k} f'(\eta) z, \\ P &= \rho_n \bar{k} a^2 p, \theta(\eta) = \frac{T(\eta) - T_\infty}{\frac{aq_w}{\sqrt{2} k_{bf}}} \end{aligned} \quad (8)$$

با استفاده از متغیرهای تشابهی و توابع تبدیل ارائه شده، معادلات حاکم به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و با روش تفاضل محدود و با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (TDMA) به‌طور همزمان حل می‌شوند. نتایج حاصل از حل این معادلات در ادامه ارائه شده است.

#### ۴- تابع جریان

به‌منظور توصیف بهتر جریان، می‌توان خطوط جریان را در صفحه شعاع-محور ترسیم کرد به این منظور تابع جریان بی‌بعد استوکس  $\hat{\psi}$  به این صورت معرفی می‌شود:

$$\hat{\psi} = \frac{\Psi}{ka^2} = f(\eta) \left(\frac{z}{a}\right) \quad (9)$$

همچنین با استفاده از تابع جریان می‌توان مؤلفه‌های بردار سرعت را با کمک رابطه (۱۰) بازنویسی کرد:

$$\begin{cases} u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases} \quad (10)$$

#### ۵- محاسبه نرخ تولید آنتروپی

تولید آنتروپی با دو رویکرد متفاوت قابل بررسی است. در رویکرد اول می‌توان تولید آنتروپی محلی را در هر نقطه از سیستم به‌دست آورد و در دیدگاه دوم، با انتگرال‌گیری از تابع توزیع آنتروپی محلی روی حجم مورد بررسی می‌توان به تولید آنتروپی کل (مقدار متوسط) دست یافت. نرخ تولید آنتروپی

است، جریان با رویکرد تک‌فازی مدل‌سازی می‌شود. رویکرد تک‌فازی بر این فرض استوار است که نانوذررات به‌خوبی در سیال پایه پراکنده شده و در مجموع به‌صورت یک محیط پیوسته با سرعت و دمای یکسان جریان پیدا می‌کند. در نتیجه معادلات حاکم بر سیال تراکم‌ناپذیر [۴ و ۷] را می‌توان برای نانوسیال نیز به‌کار برد که البته باید از خواص مؤثر استفاده کرد. با فرض تقارن محوری معادلات حاکم در مختصات استوانه‌ای چنین است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

معادله اندازه حرکت راستای  $r$ :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \\ -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P}{\partial r} + v_n \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

معادله اندازه حرکت راستای  $z$ :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial P}{\partial z} + v_n \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rk_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z}) = \\ (\rho c_p)_n \left[ u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

شرایط مرزی این معادلات عبارتند از:

$$r = a: \quad u = 0, \quad w = 0 \quad (5)$$

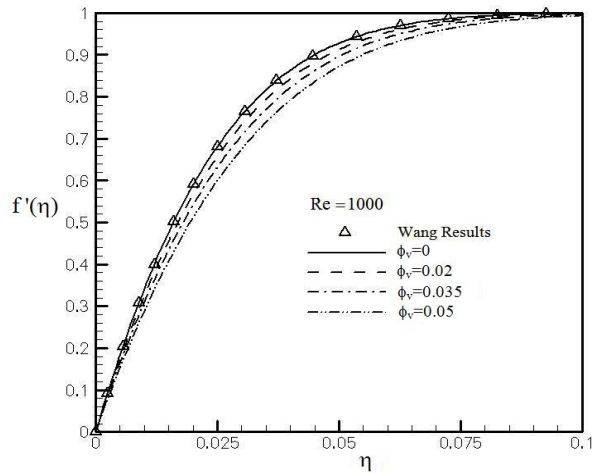
$$r \rightarrow \infty: \quad u = -\bar{k} \left( r - \frac{a^2}{r} \right) \& \frac{\partial u}{\partial r} = -\bar{k}, \quad w = \sqrt{2} \bar{k} z \quad (6)$$

$$\begin{aligned} r = a: \quad \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{q_w}{k_{nf}} \\ r \rightarrow \infty: \quad T = T_\infty \end{aligned} \quad (7)$$

در رابطه (۷)  $k_{nf}$  ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و  $q_w$  شار حرارتی معلوم دیواره استوانه است که مقدار آن ثابت است.

با استفاده از متغیرهای تشابهی مناسب می‌توان تعداد متغیرهای موجود در معادلات حاکم را کاهش داد. با

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۹، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۹



شکل ۲- منحنی تغییرات  $f'(\eta)$  بر حسب  $\eta$  در  $Re=1000$

حجمی انتخابی و با اندازه قطر میانگین ذرات در محدوده ۱ تا ۱۰۰ نانومتر، ارائه شده است و پس از تعیین میدان سرعت و دمای بی‌بعد، نرخ تولید آنتروپی محاسبه شده است.

اثر تغییر کسر حجمی نانوذرات بر تابع  $f'(\eta)$  در  $Re=1000$  در شکل (۲) نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج حل حاضر در  $\phi_v = 0$  (برای سیال پایه) بر نتایج حل وانگ مرجع [۴] منطبق است. با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عمق نفوذ مؤلفه محوری میدان سرعت سیال کاهش می‌یابد به عبارت دیگر تزریق نانوذرات در سیال پایه، باعث کاهش اینرسی حرکتی سیال می‌شود و با کاهش اندازه حرکت محوری سیال، سرعت محوری آن کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهند. بیشترین مؤلفه محوری مربوط به سیال پایه است.

اثر کسر حجمی نانوذرات بر منحنی‌های دمای بی‌بعد  $\theta$  در شرایطی که شار حرارتی ثابتی روی دیواره استوانه اعمال شده در شکل (۳) نمایش داده شده است، همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌ازای کسر حجمی صفر ( $\phi_v = 0$ ) همان نتایج گورلا [۷] به‌دست می‌آید و صحت روش حل تایید می‌شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، گرادیان دمای بی‌بعد در سطح کاهش و در مقابل ضریب هدایت حرارتی افزایش می‌یابد. اما با توجه به اینکه شدت افزایش ضریب هدایت حرارتی در مقایسه

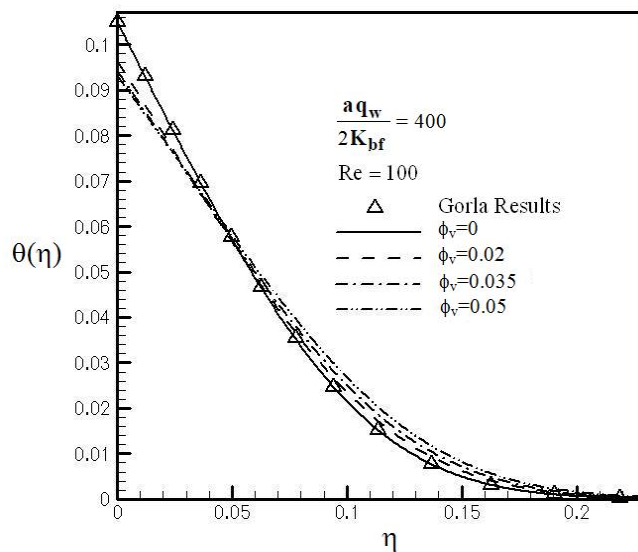
محلی، در دستگاه مختصات استوانه‌ای چنین محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen}''' = & \frac{k}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ & \frac{\mu}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ & \frac{\mu}{T} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{\mu}{T} \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \\ & \frac{\mu}{T} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

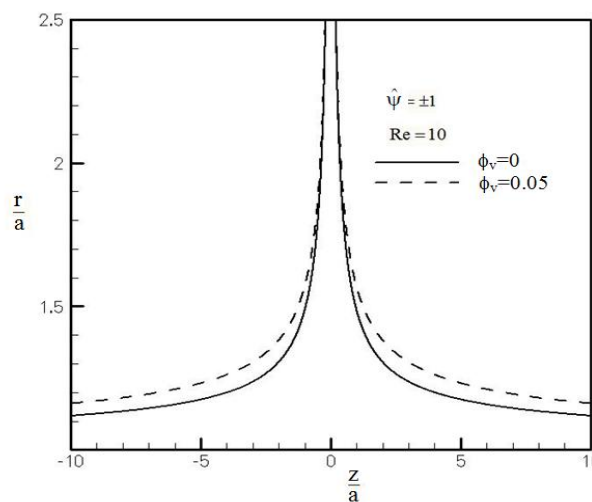
باتوجه به رابطه (۱۱)، تولید آنتروپی به دو عامل بستگی دارد، عامل اول مربوط به اثر هدایت حرارتی است که در آن، اختلاف دمای محدود، منجر به تولید آنتروپی می‌شود و عامل دوم مربوط به بازگشت‌ناپذیری اصطکاکی حاصل از لزجت سیال است که به گرادیان سرعت وابسته است. از آنجا که بهتر است نتایج به‌صورت بی‌بعد ارائه شوند، نرخ تولید آنتروپی ( $\dot{S}'''$ ) بر مقدار  $\dot{S}_0''' = \frac{k_f \Delta T}{a^2 T_\infty}$  تقسیم شده و نتیجه با رابطه بی‌بعد  $N_G = \frac{\dot{S}'''}{\dot{S}_0'''}$  نشان داده شده است.

## ۶- نتایج

در این قسمت نتایج حاصل از حل معادلات دیفرانسیل (۱) تا (۴) در محدوده اعداد رینولدز مختلف و به‌ازای کسرهای



شکل ۳- اثر کسر حجمی نانوذرات بر دمای بی بعد  $\theta$



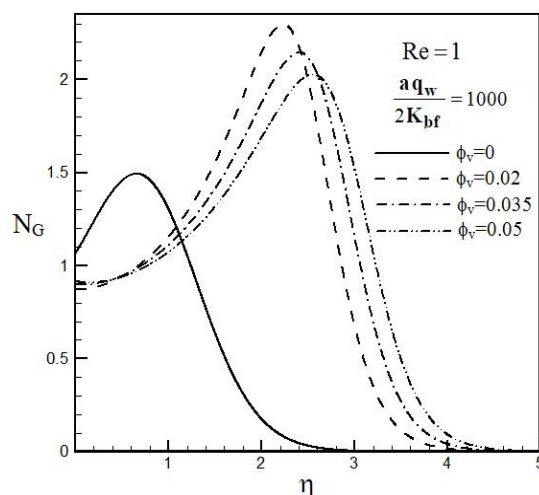
شکل ۴- نمایش خطوط جریان  $\hat{\psi}$  در  $Re=10$  و مقادیر متفاوت کسر حجمی نانوذرات

پخش می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند خطوط جریان سیال پایه در فاصله نزدیک‌تری نسبت به سطح استوانه پخش می‌شوند. از آنجا که بردارهای سرعت مماس بر این خطوط هستند می‌توان دریافت که بردار سرعت دارای مؤلفه محوری (در راستای  $z$ ) و مؤلفه شعاعی (در راستای  $r$ ) است.

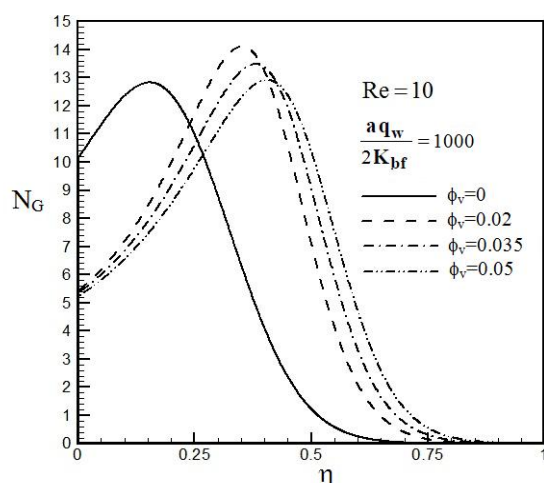
در شکل‌های (۵) و (۶) اثر کسر حجمی بر نرخ تولید آنتروپی در شرایطی که دیواره استوانه تحت تأثیر شار حرارتی ثابت است بررسی شده است. در فواصل بسیار نزدیک به سطح،

با شدت کاهش گرادیان دمای بی‌بعد در سطح بیشتر است، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی سیال افزایش می‌یابد.

خطوط جریان ( $\hat{\psi} = \text{Constant}$ ) سیال پایه و نانوسیال در شکل (۴) باهم مقایسه شده‌اند. در ترسیم این خطوط جریان  $\hat{\psi} = \pm 1$  و  $Re = 10$  در نظر گرفته شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود و شرایط فیزیکی این نوع جریان نیز ایجاب می‌کند، خطوط جریان با نزدیک شدن به دیواره جامد از وضعیت عمودی منحرف شده و در راستای محور استوانه



شکل ۵- منحنی‌های نرخ تولید آنتروپی برحسب  $\eta$  در  $Re=1$ ، به‌ازای مقادیر متفاوت کسر حجمی



شکل ۶- منحنی‌های نرخ تولید آنتروپی برحسب  $\eta$  در  $Re=10$ ، به‌ازای مقادیر متفاوت کسر حجمی

افزایش کسر حجمی نرخ تولید آنتروپی کاهش می‌یابد. اما با دور شدن از سطح و کاهش گرادیان‌های سرعت میزان تأثیر برگشت‌ناپذیری اصطکاکی در مقایسه با برگشت‌ناپذیری حرارتی به‌طور محسوسی کمتر می‌شود و همان‌طور که قابل پیش‌بینی است با افزایش کسر حجمی نانوسیال که به‌منزله افزایش نفوذ حرارتی و افزایش انتقال حرارت است نرخ تولید آنتروپی نانوسیال در مقایسه با سیال پایه بیشتر می‌شود و با افزایش کسر حجمی این روند افزایشی ادامه می‌یابد. این روند تولید آنتروپی تا جایی ادامه دارد که نفوذ انرژی محسوسی از

آنتروپی سیال پایه  $\phi_v = 0$  بیشتر از آنتروپی نانوسیال است که دلیل آن بیشتر بودن مومنتم<sup>۸</sup> سیال پایه در مقایسه با نانوسیال است که منجر به افزایش مؤلفه شعاعی میدان سرعت و نیز گرادیان‌های سرعت شده است، به‌عبارت دیگر نرخ افزایش برگشت‌ناپذیری اصطکاکی در مقایسه با برگشت‌ناپذیری حرارتی حاصل از شار حرارتی دیواره بیشتر بوده که منجر به افزایش آنتروپی کل شده است. برای کسرهای حجمی  $(\phi_v = 0/02, 0/035, 0/05)$  نیز منحنی‌ها رفتار مشابهی را نشان می‌دهند و در ابتدا به‌دلیل کاهش برگشت‌ناپذیری اصطکاکی با



جدول ۲- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در  $\phi_v = 0/02$  و  $\frac{aq_w}{2K_{bf}} = 1000$

Re	$\eta_{max}$	$NG_{max}$
۱	۲/۲۳۱	۲/۲۹۶
۱۰	۰/۳۵۲	۱۴/۱۱۷
۵۰	۰/۰۹۸۵	۴۳/۰۸۶
۱۰۰	۰/۰۵۶	۶۸/۸۲۳
۲۵۰	۰/۰۲۶۶	۱۲۶/۶۵۲
۵۰۰	۰/۰۱۵۳	۱۹۶/۹۱۴
۱۰۰۰	۰/۰۰۸۲	۳۰۱/۶۵۸

جدول ۳- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در  $\phi_v = 0/035$  و  $\frac{aq_w}{2K_{bf}} = 1000$

Re	$\eta_{max}$	$NG_{max}$
۱	۲/۴۰۴	۲/۱۴۶
۱۰	۰/۳۸۱	۱۳/۴۹
۵۰	۰/۱۰۷۶	۴۱/۴۰۴
۱۰۰	۰/۰۶۱۸	۶۶/۰۶۴
۲۵۰	۰/۰۲۹	۱۲۱/۰۸
۵۰۰	۰/۰۱۶۸	۱۸۸/۷۹۰
۱۰۰۰	۰/۰۰۹۶	۲۸۹/۷۳۲

### ۷- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر حل تشابهی جریان سکون متقارن محوری نانوسیال روی استوانه ساکن، انتقال حرارت آن و نیز نرخ تولید آنتروپی ارائه شده است. دستگاه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای با استفاده از تغییر متغیر و توابع تبدیل مناسبی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و دستگاه معادلات دیفرانسیل حاصل، پس از گسسته‌سازی تفاضل محدود، با استفاده از الگوریتم توماس (TDMA) حل شده‌اند. همه این نتایج در محدوده اعداد رینولدز ۰/۱ تا ۱۰۰۰ و به‌ازای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش کسر حجمی نانوذرات، باعث کاهش مؤلفه شعاعی میدان سرعت می‌شود درحالی که ضریب انتقال حرارت

سطح به سیال وجود داشته باشد و گرادیان سرعت نیز صفر نباشد. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهند، در فواصل بسیار دور نسبت به سطح، با کاهش گرادیان‌های سرعت و نیز کاهش محسوس نفوذ انرژی، نرخ تولید آنتروپی کاهش یافته و در نهایت به صفر میل می‌کند.

همان‌طور که در شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شود، در فاصله شعاعی معینی نسبت به سطح استوانه، مقدار آنتروپی ماکزیمم است که این مقدار تحت تأثیر دمای سیال، لزجت دینامیکی، ضریب هدایت حرارتی، گرادیان سرعت و نیز گرادیان دما قرار دارد. مقدار آنتروپی ماکزیمم و نیز موقعیت آن در جدول‌های (۲) تا (۴) بیان شده‌است.

جدول ۴- نرخ تولید آنتروپی ماکزیمم و موقعیت آن در  $\phi_v = 0.05$  و  $\phi_s = 1000$  و  $\frac{aq_w}{2K_{bf}}$

Re	$\eta_{max}$	$N_{G\ max}$
۱	۲/۵۴۷	۲/۰۲۷۳
۱۰	۰/۴۰۵	۱۲/۹۱۷
۵۰	۰/۱۱۵۳	۳۹/۷۸۵
۱۰۰	۰/۰۶۶۷	۶۳/۴۴
۲۵۰	۰/۰۳۲۳	۱۱۶/۱۴۴
۵۰۰	۰/۰۱۸۵	۱۸۱/۱۱
۱۰۰۰	۰/۰۱۰۴	۲۷۸/۲۷۳

با دور شدن از سطح، با کاهش محسوس نفوذ انرژی و نیز کاهش گرادیان‌های سرعت، به صفر میل می‌کند.

جابه‌جایی افزایش می‌یابد. در تمام موارد نرخ تولید آنتروپی ابتدا روندی افزایشی دارد و پس از رسیدن به مقدار ماکزیمم و

#### واژه‌نامه

- |                    |            |                                 |
|--------------------|------------|---------------------------------|
| 1. thermophoresis  | 4. Prandtl | 7. Sherwood                     |
| 2. Brinkman        | 5. Lewis   | 8. tridiagonal matrix algorithm |
| 3. Rayleigh number | 6. Nusselt | 9. momentum                     |

#### مراجع

- Kuznetsov, A. V., and Nield, D. A., "Natural Convection Boundary-Layer Flow of a Nanofluid Past a Vertical Plate", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, No. 2, pp. 243-247, 2010.
- Kuznetsov, A. V., and Nield, D. A., "Thermal Instability in a Porous Medium Layer Saturated by a Nanofluid: Brinkman Model", *Transport in Porous Media*, Vol. 81, No. 3, pp. 409-422, 2010.
- Khan, W. A., and Pop, I., "Boundary-Layer Flow of a Nanofluid Past a Stretching Sheet", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 11-12, pp. 2477-2483, 2010.
- Wang, C., "Axisymmetric Stagnation Flow on a Cylinder", *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 32, No. 2, pp. 207-213, 1974.
- Gorla, R. S. R., "Nonsimilar Axisymmetric Stagnation Flow on a Moving Cylinder", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 16, No. 6, pp. 397-400, 1978.
- Gorla, R. S. R., "Transient Response Behaviour of an Axisymmetric Stagnation Flow on a Circular Cylinder Due to Time Dependent Free Stream Velocity", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 16, No. 7, pp. 493- 502, 1978.
- Gorla, R. S. R., "Heat Transfer in Axisymmetric Stagnation Flow on a Cylinder", *Applied Scientific Research Journal*, Vol. 32, No. 5, pp. 541-553, 1976.
- Gorla, R. S. R., "Unsteady Viscous Flow in the Vicinity of an Axisymmetric Stagnation-Point on a Cylinder", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 17, No.1, pp. 87-93, 1979.
- Mohammadiun, H., and Rahimi, A. B., "Stagnation-Point Flow and Heat Transfer of a Viscous, Compressible Fluid on a Cylinder", *Journal of Thermo Physics and Heat Transfer*, Vol. 26, No. 3, pp. 494-502, 2012.
- Mohammadiun, H., Rahimi, A. B., and Kianifar, A., "Axisymmetric Stagnation-Point Flow and Heat Transfer of a Viscous Compressible Fluid on a Cylinder With Constant Heat Flux", *Scientia Iranica B*, Vol. 20, No. 1, pp.185-194, 2013.
- Rahimi, A. B., and Mohammadiun, H., Mohammadiun, M., "Axisymmetric Stagnation Flow and Heat Transfer of a Compressible Fluid Impinging on a Cylinder Moving Axially", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 138, No. 2, pp. 022201:1-9, 2016.
- Bejan, A., and Ledezma, G. A., "Thermodynamic Optimization of Cooling Techniques for Electronic

- Packages”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 6, pp. 1213–1221, 1996.
13. Lin, W. W., Lee, D. J., “Second Law Analysis of a Pin Fin Array Under Cross Flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No. 8, pp. 1937–1945, 1997.
  14. Sasikumar, M., and Balaji, C., “Optimization of Convective Fin Systems: A Holistic Approach”, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No.1, pp. 57–68, 2002.
  15. Rashidi, M. M., Mahmud, S., Freidoonimehr, N., and Rostami, B., ‘Analysis of Entropy Generation in an MHD Flow Over a Rotating Porous Disk with Variable Physical Properties”, *International Journal of Exergy*, Vol.16, No. 4, pp.481-503, 2015.
  16. Malvandi, A., Ganji, D. D., Hedayati, F., Kaffash, M. H., and Jamshidi, M., “Series Solution of Entropy Generation Toward an Isothermal Flat Plate”, *Thermal Science*, Vol. 16, No.5, pp. 1289–1295, 2012.
  17. Freidoonimehr F., Rahimi A. B., “Exact-Solution of Entropy Generation for MHD Nanofluid Flow Induced by a Stretching/Shrinking Sheet with Transpiration”: Dual Solution, *Advanced Powder Technology*, Vol. 28, No. 2, pp. 671-685, 2017.
  18. Corcione M., “Empirical Correlating Equations for Predicting the Effective Thermal Conductivity and Dynamic Viscosity of Nanofluids”, *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, No. 1, pp. 789-793, 2011.
  19. Arun Kummar T., Pradyumna G., and Jahar S., “Investigation of Thermal Conductivity and Viscosity of Nanofluids”, *Journal of Environmental Research and Development*, Vol. 7, No. 2, pp. 768-777, 2012.
  20. Bejan, M., *Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow*, New York: Wiley, 1982.