

انتخاب و زمان‌بندی پروژه چندحالتی با منابع محدود با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری مجدد در افق زمانی انعطاف‌پذیر

سوگند مومیوند^۱، حامد داوری اردکانی^{۱*}، هادی مصدق^۲ و مصطفی ابویی اردکان^۱
۱. دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه خوارزمی، تهران
۲. دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۱۲/۱۷)

چکیده - در این مقاله، مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه چندحالتی با منابع محدود با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری مجدد عواید پروژه در افق زمانی انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار گرفته است. بر این اساس، سازوکار مسئله مذکور به گونه‌ای است که از بین پروژه‌های پیشنهادی، تعدادی انتخاب و فعالیت‌های آنها با توجه به روابط پیش‌نیازی و محدودیت منابع تجدیدپذیر زمان‌بندی می‌شود. در این مسئله به مقایسه سود حاصل از انتخاب سید پروژه و زمان‌بندی و اجرای فعالیت‌های آنها بین دو حالتی که افق زمانی ثابت و یا متعطف باشد، پرداخته شده است. به همین منظور حدود ترانس بالا و پایینی برای افق زمانی از پیش تعیین شده در نظر گرفته شده است. در صورت تجاوز از افق زمانی مذکور، هزینه‌ای به‌عنوان جریمه در نظر گرفته خواهد شد و هدف تعیین افق زمانی مطلوب است. یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای این مسأله پیشنهاد شده است و جهت حل آن در ابعاد کوچک و بزرگ از نرم‌افزار گمز و حل‌گر سیپلکس و ترکیبی از یک الگوریتم ابتکاری پیشنهادی، الگوریتم ژنتیک و جست و جوی محلی استفاده شده است. سپس نتایج حاصل از آنها با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج عددی نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی عملکرد قابل قبولی از منظر کیفیت جواب و زمان حل داشته و همچنین در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر می‌تواند افزایش عایدی قابل توجهی را نسبت به عدم در نظر گرفتن آن داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه چندحالتی، محدودیت منابع، افق زمانی انعطاف‌پذیر، استراتژی سرمایه‌گذاری مجدد.

Multi-mode Resource Constrained Project Selection and Scheduling Considering the Reinvestment Strategy in a Flexible Time Horizon

S. Moomivand¹, H. Davari-Ardakani^{1*}, H. Mosadegh² and M. Abouei Ardakan¹

1. Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran
2. Department of Industrial Engineering and Management Systems, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

Abstract: In this paper, a multi-mode resource constrained project selection and scheduling problem is investigated

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: davari@khu.ac.ir

considering the reinvestment strategy in a flexible time horizon. Among a set of available projects, a number of projects are selected and scheduled regarding the constraints on renewable resources and precedence relations. The benefits of project portfolio selection and scheduling are compared in both fixed and flexible time horizons. For this purpose, upper and lower tolerance limits are considered for the predetermined time horizon. If the schedule exceeds the time horizon, a penalty cost will be charged. The objective is to determine the optimal time horizon. A mixed-integer linear programming model is proposed for this problem, and solved by GAMS software/CPLEX solver and also a combination of a proposed heuristic algorithm, Genetic Algorithm, and a local search method. Numerical results show that the proposed approach has an acceptable performance in terms of the quality of the solution and the running time. Also, dealing with the problem in a flexible time horizon is more profitable compared to a fixed time horizon.

Keywords: Multi-mode project selection and scheduling, Resource constraints, Flexible time horizon, Reinvestment strategy.

فهرست علائم

y_j	متغیر باینری است که اگر: $j \in \{T+1, \dots, T+\lambda^+\}$ مقدار آن ۱ و در غیر این صورت صفر است و اگر: $j \in \{T-\lambda^-, \dots, T-1\}$ مقدار آن ۱ و در غیر این صورت صفر است.	C	تعداد انواع منبع تجدیدپذیر ($C: 1, 2, \dots$)
z_{ikm}^h	متغیر باینری است که اگر فعالیت k از پروژه i با حالت اجرای m در زمان h آغاز شود، یک و در غیر این صورت صفر است.	$c_{ikm}^h(t)$	هزینه انجام فعالیت k از پروژه i تحت حالت اجرای m در زمان t که در زمان h آغاز شده است.
α_j	میزان زیان در زمان j (به دلیل سرمایه درگیر)، اگر $j > T$ و میزان سود در زمان j (به دلیل آزاد شدن سرمایه) اگر $j < T$ به نحوی که: $j \in \{T+\lambda \min, \dots, T+\lambda \max\}$	DI_{ikm}	مدت زمان انجام فعالیت k از پروژه i با حالت اجرای m
λ^+	تعداد واحدهای زمانی متوالی که پروژه‌های انتخاب شده دیرتر از افق زمانی داده شده تکمیل می‌شوند.	$d_{ikm}^h(t)$	ارزش افزوده حاصل از انجام فعالیت k از پروژه i تحت حالت اجرای m در زمان t که در زمان h آغاز شده است.
λ^-	تعداد واحدهای زمانی متوالی که پروژه‌های انتخاب شده زودتر از افق زمانی داده شده تکمیل می‌شوند.	F_{cikm}	میزان منبع تجدیدپذیر نوع c مورد نیاز برای انجام فعالیت k از پروژه i با حالت اجرای m
$\lambda \min < 0$	حداقل مقدار مجاز زود کرد	H_c	میزان منبع تجدیدپذیر در دسترس نوع c
$\lambda \max > 0$	حداکثر مقدار مجاز دیر کرد	I	تعداد پروژه‌ها ($i: 1, 2, \dots, I$)
δ	متغیر صفرویک که مقدار آن یک است اگر انجام پروژه‌ها شامل زودکرد باشند و مقدار آن صفر است اگر انجام پروژه‌ها شامل دیرکرد باشند.	K	تعداد فعالیت‌ها ($k: 0, 1, \dots, K+1$) (فعالیت‌های $k=0$ و $k=K+1$ مجازی هستند).
		M	تعداد حالات اجرای فعالیت‌ها ($m: 1, 2, \dots, M$)
		$N_{T+\lambda \max}$	تعداد دوره‌های افق زمانی با در نظر گرفتن حد بالای مجاز ($1, 2, \dots, T+\lambda \max$)
		P	سرمایه اولیه
		P_i	مجموعه‌ای از همه روابط پیشینازی پروژه i
		T	تعداد دوره‌های زمانی ($t: 1, 2, \dots, T$)
		x_{ikm}^t	متغیر باینری است که اگر فعالیت k از پروژه i با حالت اجرای m در زمان t در حال اجرا باشد، یک و در غیر این صورت صفر است.

۱- مقدمه

است.

در سال ۲۰۱۲، بلنکی [۵] یک فرمول ریاضی از مسئله پایه در قالب یک برنامه‌نویسی بولی^۴ ارائه کرد که در آن استراتژی سرمایه‌گذاری مجدد^۵ لحاظ شده است، یعنی سود حاصل از انجام هر پروژه می‌تواند در اجرای پروژه‌های دیگر سرمایه‌گذاری شود. در این مدل، با توجه به محدودیت سرمایه اولیه^۶ به‌عنوان یک منبع تجدیدنپذیر، هدف انتخاب ترکیبی از پروژه‌ها است به‌طوری که سود به‌دست آمده را بیشینه کند. جعفرزاده و همکاران [۶] یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای مسئله انتخاب سبد پروژه بر اساس مدل بلنکی ارائه کردند که در آن هم استراتژی سرمایه‌گذاری مجدد و هم افق زمانی انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است. برای این منظور، حدود بالا و پایینی به‌عنوان تفرانس افق زمانی تعریف شده است که در این صورت یکی از اهدافی که به مسئله اضافه می‌شود، تعیین افق زمانی مطلوب است. آنها برای حل مدل از نرم‌افزار گمز بهره‌جستند. لیو و ژانگ [۷] دو مدل ریاضی جهت انتخاب سبد پروژه با در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر ارائه دادند که هدف از آن تصمیم‌گیری در رابطه با سرمایه‌گذاری و مصرف بهینه مسئله انتخاب سبد پروژه است. در این مدل سرمایه در میان یک دارایی بدون ریسک و پروژه‌های متعدد تقسیم شده است. همچنین برخی از معیارهای تصمیم‌گیری واقع‌گرایانه از جمله کنترل ریسک ورشکستگی جهت جلوگیری از احتمال ورشکستگی در هر دوره، محدودیت زمان شروع پروژه و استراتژی سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است. جهت حل مدل از الگوریتم ژنتیک^۷ استفاده شده است. هانگ و همکاران [۸] به‌منظور انتخاب بهینه پروژه با در نظر گرفتن هزینه‌های اولیه و نقدینگی پروژه‌ها به‌صورت احتمالی و بر مبنای نظر خبرگان، سعی در نزدیک کردن شرایط مسئله به دنیای واقعی داشتند. در این بین با توجه به پیچیدگی شبکه فعالیت‌ها و تعداد بالای فعالیت‌های هر پروژه برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک ترکیبی استفاده کردند. باتاچاریا و همکاران [۹] یک رویکرد برنامه‌ریزی چند هدفه فازی جهت تسهیل در تصمیم‌گیری در زمینه انتخاب پروژه‌های تحقیق و توسعه ارائه دادند. در این پژوهش، مسئله انتخاب سبد پروژه‌های

مدیران شرکت‌های پروژه‌محور و سازمان‌ها، به‌خصوص سازمان‌های تحقیقاتی با توجه به محدودیت منابع مالی خود همواره با مسئله‌ای به نام انتخاب سبد پروژه و زمان‌بندی آن مواجه هستند. انتخاب سبد پروژه‌ها، استراتژی و مسئولیت‌های مدیران ارشد شرکت را برای آینده میان مدت به‌صورت عملی تعیین می‌کند [۱]. با وجود اینکه شیوه‌های مدیریت پروژه به‌طور معمول در بسیاری از صنایع برای فعالیت‌هایی نظیر تحقیق و توسعه، فناوری اطلاعات و پروژه‌های عمرانی متداول است، اما غالباً به نسبت محدودیت‌های مالی و فیزیکی بنگاه، تعداد پروژه‌های بیشتری در دسترس قرار دارد. بنابراین انتخاب پروژه‌ها باید به‌گونه‌ای باشد که حداکثر بهره‌وری از منابع محدود سازمان‌ها ایجاد شود. مجریان و کارفرمایان پروژه‌ها می‌دانند که موفقیت پروژه فقط اتمام آن نیست، چرا که موفقیت به معنای زمان‌بندی، مدیریت منابع و کنترل صحیح هزینه‌ها است. با توجه به اهمیت بسیار بالای موضوع، تلاش‌های آکادمیک و تجربی فراوانی برای حل این مسئله صورت گرفته است و ابزارها و تکنیک‌های فراوانی نیز در این زمینه ایجاد و گسترش یافته‌اند که این امر موجب شده تا انتخاب تکنیک و ابزار مناسب نیز، نیاز به مطالعات فراوانی داشته باشد.

اولین بار مارکوویتز [۲] در سال ۱۹۵۲ مسئله انتخاب سبد دارایی را معرفی کرد. گوتجاهر و ریتر [۳] جهت انتخاب بهینه سبد پروژه تحت عدم قطعیت یک مدل دو هدفه خطی ارائه دادند که در آن میانگین وزنی سود اقتصادی و استراتژیک را حداکثر و هزینه کل اضافه‌کاری مورد انتظار را حداقل می‌کند. در این مدل نیروی انسانی چند مهارتی تعریف شده است. همچنین جهت حل مدل از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک چند هدفه^۱ و نمونه‌گیری پارتوی تطبیقی^۲ برای توابع دو هدفه استفاده کردند. نجف‌زاد و همکاران [۴] یک مدل بهینه‌سازی دو هدفه برای مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چند مهارتی^۳ ارائه دادند. توابع هدف مدل ارائه شده، کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه و مجموع هزینه کل مهارت‌های به‌کار گرفته شده و هزینه برق مصرف شده در طی افق زمانی انجام پروژه با در نظر گرفتن قیمت انرژی وابسته به زمان

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰

تحقیق و توسعه شامل سه هدف پیشینه‌سازی خروجی و کمینه‌سازی هزینه و ریسک تحت محدودیت‌های منابع، بودجه، وابستگی، خروجی و یک بار وقوع پروژه است. علاوه بر این نیز یک مطالعه موردی جهت نمایش روش ارائه شده است که در آن نتایج توسط الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ژنتیک چند هدفه به دست آمده است.

دامغانی و همکاران [۱۰] با در نظر گرفتن وضعیت چندحالتی و وقفه‌های زمانی در شبکه‌های پیش‌نیازی^۸ سعی در کمینه کردن زمان و هزینه انجام پروژه و پیشینه کردن کیفیت اجرای فعالیت‌های پروژه به‌طور همزمان داشتند، به‌طوری که تمرکز اصلی مسئله بر روی کیفیت اجرای پروژه است. چنگ و همکاران [۱۱] در یک مسئله زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع تحت چند حالت اجرا^۹ به بررسی تفاوت بین فعالیت‌ها با قطع فعالیت^{۱۰} مجاز و مجموعه‌ای از فعالیت‌ها با تنها یک قطع فعالیت، با در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی و اثر آنها بر کاهش زمان پروژه پرداختند. مقصودلو و همکاران [۱۲] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی جدید با سه هدف کاهش زمان پروژه، کاهش هزینه‌های مربوط به تخصیص نیروی کار و افزایش کیفیت فرآیند کار در مسئله RCPSPP ارائه دادند که در آن منبع از نوع نیروی انسانی با مهارت چندگانه است و همچنین هر فعالیت متناسب با مهارت مورد نیاز می‌تواند در چند حالت مختلف اجرا شود. تافولو و همکاران [۱۳] به ارائه یک مدل تک هدفه برنامه‌ریزی عدد صحیح بر مبنای وضعیت چندحالتی بودن فعالیت‌ها و وجود بیش از یک پروژه اقدام به زمان‌بندی پروژه‌ها با هدف کمینه کردن زمان‌های تکمیل انجام پروژه‌ها و مدت زمان انجام فعالیت‌ها پرداختند. دلگشایی و همکاران [۱۴] یک روش جدید برای اصلاح تخصیص بیش از حد منابع در مسائل RCPSPP ارائه دادند که در آن فرض شد که فعالیت‌ها می‌توانند قطع شوند. با وجود امکان انجام فعالیت تحت چند حالت اجرا، اگر یک حالت برای شروع فعالیت انتخاب شود، باید همان حالت اجرا نیز برای ادامه و تکمیل آن انتخاب شود. نابر و کولیش [۱۵] به بررسی و ارائه مدلی دو هدفه که توابع هدف آن به ترتیب کمینه‌سازی زمان اتمام پروژه و پیشینه‌سازی کیفیت اجرای

فعالیت‌های پروژه است، با در نظر گرفتن منابع متغیر با زمان پرداختند. اشنابل و همکاران [۱۶] یک مدل تک هدفه به‌منظور کمینه‌سازی زمان و هزینه اتمام پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع تحت حالت محدودیت‌های ظرفیت انعطاف‌پذیر^{۱۱} ارائه دادند و جهت حل آن از الگوریتم ژنتیک بهره گرفتند. هاسیانگ و همکاران [۱۷] چندین رویکرد واکنشی مختلف ارائه دادند که این رویکردها در زمان مواجهه با عدم قطعیت در مسائل MRCPSPP از روش‌هایی مانند اصلاح و بهینه‌سازی مجدد مدل زمان‌بندی پایه استفاده می‌کنند.

تائو و همکاران [۱۸] یک مدل بهینه‌سازی دو هدفه برای مسئله MRCPSPP با ساختار پروژه جایگزین در نظر گرفتند که هدف آن کمینه کردن زمان تکمیل پروژه و هزینه کل پروژه است. آنها برای حل مدل، یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی طراحی کردند که لایه بیرونی آن الگوریتم جست‌وجوی ممنوع^{۱۲} و لایه درونی آن الگوریتم ژنتیک چند هدفه است. جوانمرد و همکاران [۱۹] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله MSPSP و مسئله سرمایه‌گذاری منبع ارائه دادند که هدف آن کمینه کردن مجموع هزینه استخدام سطوح مختلف مهارت است. جهت حل مدل در مقیاس کوچک از نرم‌افزار گمز و در مقیاس واقعی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات^{۱۳} استفاده کردند. همچنین زمانی [۲۰] یک الگوریتم ژنتیک آینه‌ای^{۱۴} جهت حل مسئله MRCPSPP ارائه داد. نعمتی و همکاران [۲۱] موضوع انتخاب پیمانکار و مسئله MRCPSPP را همزمان با هم در نظر گرفتند و یک مدل ریاضی دو هدفه خطی پیشنهاد دادند که هزینه کل و زمان اتمام پروژه را کمینه می‌کند. آنها برای حل آن از الگوریتم ژنتیک چند هدفه و الگوریتم چند هدفه بهینه‌سازی ازدحام ذرات^{۱۵} بهره گرفتند.

با بررسی ادبیات موضوع درمی‌یابیم که اغلب یکی از مهم‌ترین اهدافی که در حالات کلاسیک و توسعه یافته مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع مورد نظر است، کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه‌ها است. در این صورت بدون در نظر گرفتن میزان سودآوری پروژه‌های بالقوه، سعی می‌شود افق زمانی تکمیل پروژه‌ها کمینه شود و برخی از پروژه‌ها به دلیل محدودیت‌هایی از

۲- تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی

در تحقیق حاضر، یک مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری عواید پروژه در افق زمانی انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بر این اساس مکانیزم مسئله مذکور به‌گونه‌ای است که به طور همزمان و با استناد بر شرایط و محدودیت‌های موجود از بین پروژه‌های پیشنهادی تعدادی را انتخاب و سپس اقدام به زمان‌بندی آنها می‌کند.

به‌طور کلی مفروضات مسئله مورد بررسی به شرح زیر است:

- چند پروژه مد نظر است.
- فعالیت‌ها مجاز هستند تا چند حالت اجرایی داشته باشند. هر یک از این حالات اجرایی دارای زمان و منابع خاص خود است.
- قطع فعالیت در هیچ یک از فعالیت‌ها مجاز نیست.
- منابع فقط از نوع منابع تجدیدپذیر در نظر گرفته شده است.
- تقاضای منابع در دوره‌های مختلف ثابت است.
- سود حاصل از انجام هر فعالیت، یک دوره زمانی پس از پایان فعالیت به سرمایه‌گذار تعلق می‌گیرد.
- ارزش زمانی پول در نظر گرفته نشده است.
- داده‌های مسئله به‌صورت قطعی و معلوم هستند.
- روابط پیشنهادی بین فعالیت‌ها فقط از نوع پایان به شروع^{۱۶} با حداقل وقفه زمانی صفر در نظر گرفته شده است.
- حدود بالا و پایین برای افق زمانی در نظر گرفته شده است (افق زمانی انعطاف‌پذیر).
- امکان سرمایه‌گذاری مجدد عواید پروژه‌ها وجود دارد، به‌عبارت دیگر سود حاصل از انجام هر فعالیت در اجرای فعالیت‌های دیگر قابل سرمایه‌گذاری است.
- در این مسئله به مقایسه سود حاصل از در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری افق زمانی و افق زمانی ثابت پرداخته می‌شود. در این حالت مدل یک هدفه بوده و تابع هدف آن بیشینه‌سازی سود حاصل از انجام پروژه‌ها است. در ادامه مدل ریاضی پیشنهادی و توضیحاتی در خصوص تابع هدف مدل و

قبیل زمان یا منبع نمی‌توانند به سبب پروژه اضافه شوند. برخلاف بسیاری از مسائل انتخاب و زمان‌بندی پروژه که افق زمانی در آنها ثابت در نظر گرفته می‌شوند و یکی از مهم‌ترین توابع هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه‌ها است.

در این تحقیق علاوه بر انتخاب بهینه سبب پروژه در افق زمانی انعطاف‌پذیر که مبتنی بر مدل ارائه شده توسط جعفرزاده و همکاران [۶] است، زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه با محدودیت منابع تحت چندحالت اجرا نیز لحاظ شده است. این امر موجب می‌شود تا علاوه بر محدودیت بودجه اولیه در دسترس و محدودیت زمانی، محدودیت منابع تجدیدپذیر در هر دوره نیز لحاظ شود. به عبارت دیگر، در این تحقیق، مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر به‌طور همزمان در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر و لحاظ کردن میزان زیان ناشی از تجاوز از افق زمانی تعیین شده، در مقایسه با افق زمانی ثابت، پروژه‌های بیشتری این فرصت را می‌یابند تا در صورتی که به سود بیشتری نائل شویم، جهت اجرا، به سبب پروژه اضافه شوند و هدفی که در این حالت به دنبال آن هستیم تعیین افق زمانی مطلوب است. این امر منجر می‌شود گاه با تجاوز از افق زمانی از قبل تعیین شده به اندازه یک واحد، تعداد پروژه‌های سبب بهینه مورد نظر افزایش یابد و یا به جای پروژه‌هایی با مدت زمان و عایدی کمتر، پروژه‌هایی با مدت زمان و عایدی بیشتر به سبب پروژه جایگزین شوند.

ادامه مقاله به این صورت سازماندهی شده است: در بخش دوم به تعریف مسئله و ارائه مدل ریاضی پیشنهادی پرداخته شده است. در بخش سوم به بررسی روش‌های حل و نحوه نمایش جواب‌ها پرداخته شده است. در بخش چهارم، نتایج حاصل از حل مدل پیشنهادی در قالب یک مثال عددی ساده جهت مقایسه سود حاصل از اجرای پروژه‌های انتخاب شده در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر ارائه شده است و سپس در حالت کلی و در ابعاد مختلف سود حاصل از اجرای پروژه‌ها در هر دو حالت مذکور گزارش شده است و در بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای پژوهش‌های آتی بیان شده است.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^{O-1} \sum_{t=1}^{O-1} (d_{ikm}^h(t) - c_{ikm}^h(t)) \cdot z_{ikm}^h + \sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^{O-1} d_{ikm}^h(0) \cdot z_{ikm}^h \quad (10)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{iK+m}^h \leq T + \lambda^+ - \lambda^- \quad \forall i \in \{1, \dots, I\} \quad (11)$$

$$\sum_{j=T+1}^{T+\lambda \max} y_j = \lambda^+ \quad (12)$$

$$j \cdot y_j \leq T + \lambda^+ \quad \forall j \in \{T+1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (13)$$

$$\sum_{j=T+\lambda \min}^{T-1} y_j = \lambda^- \quad (14)$$

$$y_j \leq y_{j+1} \quad \forall j \in \{T + \lambda \min, \dots, T - 2\} \quad (15)$$

$$1 - \lambda^+ \leq \delta \quad (16)$$

$$\delta \leq 1 - \left(\frac{\lambda^+}{\lambda^+ + 1} \right) \quad (17)$$

$$\lambda^- \leq \delta \hat{\lambda} \quad (18)$$

$$\lambda \min \leq \lambda^+ - \lambda^- \leq \lambda \max \quad (19)$$

$$\delta \in \{0, 1\} \quad (20)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \{T + \lambda \min, \dots, T + \lambda \max\} \quad (21)$$

$$x_{ikm}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (22)$$

$$z_{ikm}^h \in \{0, 1\} \quad \forall i, k, m, h \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (23)$$

$$\lambda^+, \lambda^- \geq 0, \lambda^+, \lambda^- \text{ integer} \quad (24)$$

به نحوی که:

$$\hat{\lambda} = \max \{ |\lambda \max|, |\lambda \min| \}$$

رابطه (۱) بیانگر تابع هدف مسئله است که سود حاصل از اجرای فعالیت‌های پروژه‌ها را بیشینه می‌کند. رابطه (۲) بیانگر این موضوع است که هر فعالیت از هر پروژه فقط تحت یک حالت اجرایی و فقط در یک زمان می‌تواند آغاز شود. رابطه (۳) نشان دهنده این موضوع است که اگر فعالیت موهومی ابتدایی هر پروژه آغاز شود، باید همه فعالیت‌های آن پروژه نیز آغاز و اجرا شود و پروژه تکمیل شود. روابط (۴)، (۵) و (۶) بیانگر این مسئله است که دوره‌هایی که فعالیت در آنها در حال اجرا است بین زمان شروع و پایان آن فعالیت است و خارج از آنها

محدودیت‌های آن ارائه می‌شود.

$$\max F = p + \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^{T+\lambda \max - DI_{ikm}} z_{ikm}^h + \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M d_{ikm}^h(T + \lambda \max) \cdot z_{ikm}^h + \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^{T+\lambda \max-1} \sum_{t=1}^{T+\lambda \max-1} \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M (d_{ikm}^h(t) - c_{ikm}^h(t)) \cdot z_{ikm}^h + \sum_{j=T+\lambda \min}^{T+\lambda \max} \alpha_j \cdot y_j \quad (1)$$

$$\sum_{h=1}^{T+\lambda \max} \sum_{m=1}^M z_{ikm}^h \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, I\}, k \in \{0, \dots, K+1\} \quad (2)$$

$$\sum_{h=1}^{T+\lambda \max} \sum_{m=1}^M z_{ikm}^h = \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} \sum_{m=1}^M z_{i \circ m}^h \quad \forall i \in \{1, \dots, I\}, k \in \{1, \dots, K+1\} \quad (3)$$

$$t \cdot x_{ikm}^t \leq \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} (h + DI_{ikm}) \cdot z_{ikm}^h \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (4)$$

$$\sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ikm}^h - t \leq M \cdot (1 - x_{ikm}^t) \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\}$$

$$M \cdot x_{ikm}^t \geq \min \left\{ \begin{array}{l} t - \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ikm}^h, \\ \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} ((h + DI_{ikm}) \cdot z_{ikm}^h) - t \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M F_{cikm} \cdot x_{ikm}^t \leq H_c \quad \forall c, t \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M c_{ikm}^1 \cdot z_{ikm}^1 \leq p \quad (8)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} (h + DI_{iam}) \cdot z_{iam}^h \leq \sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ibm}^h \quad \forall i, (a, b) \in p_i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=0}^{K+1} \sum_{m=1}^M \sum_{h=1}^O c_{ikm}^h(0) \cdot z_{ikm}^h \leq p +$$

همچنین برای به دست آوردن λ_{\max} مطابق رابطه (۲۵) بهتر است فرض شود که فعالیت‌های هر پروژه انتخابی به صورت متوالی انجام شود و هر فعالیت تحت حالتی از اجرا که بیشترین مدت زمان را دارد اجرا می‌شود. علاوه بر این، برای به دست آوردن حد بالای تلرانس فرض می‌شود که همه پروژه‌های انتخابی سبب نیز به صورت متوالی انجام شوند. همچنین برای به دست آوردن λ_{\min} نیز مطابق رابطه (۲۶)، بهتر است فرض شود که فعالیت‌های هر پروژه انتخابی به صورت متوالی انجام شود و هر فعالیت تحت حالتی از اجرا که کمترین مدت زمان را دارد، اجرا می‌شود. علاوه بر این، برای به دست آوردن حد پایین تلرانس فرض می‌شود که همه پروژه‌های انتخابی سبب به صورت موازی و همزمان آغاز و اجرا شوند. بنابراین حدود پایین و بالای افق زمانی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda_{\max} = \max \left\{ 1 + \sum_{i=1}^I \left(\sum_{k=0}^{K+1} \max DI_{ikm} \right) - T, 0 \right\} \quad (25)$$

$$\lambda_{\min} = \min \left\{ \min \left\{ 1 + \sum_{k=0}^{K+1} \min DI_{ikm} \mid i \in I \right\} - T, 0 \right\} \quad (26)$$

رابطه (۶) باعث غیرخطی شدن مدل فوق می‌شود. جهت خطی‌سازی مدل فوق از رابطه کلی زیر استفاده شده است:

$$Z = \min \{x, y\}$$

$$Z \leq x$$

$$Z \leq y$$

$$Z \geq x - (M \cdot u)$$

$$Z \geq y - (M \cdot (1-u))$$

که در آن x و y و Z متغیرهای آزاد در علامت، u یک متغیر صفر و یک و M یک عدد بسیار بزرگ است. طبق روش خطی‌سازی فوق، رابطه (۶) به صورت زیر خطی‌سازی می‌شود:

$$V(i, k, m, t) = \min \left\{ t - \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ikm}^h, \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} ((h + DI_{ikm}) \cdot z_{ikm}^h) - t \right\} \quad (27)$$

$$\forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\}$$

$$M \cdot x_{ikm}^t \geq V(i, k, m, t)$$

$$\forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (28)$$

نمی‌تواند باشد. رابطه (۷) مربوط به محدودیت منابع تجدیدپذیر در دسترس در هر دوره است. رابطه (۸) بیانگر محدودیت بودجه اولیه در دسترس است. یعنی مجموع هزینه اجرای همه فعالیت‌هایی که در دوره اول آغاز می‌شوند نباید از مقدار بودجه اولیه در دسترس تجاوز کند. رابطه (۹) نشان دهنده در نظر گرفتن روابط پیشینازی بین فعالیت‌های هر پروژه است. در رابطه (۱۰) سرمایه‌گذاری مجدد در نظر گرفته شده است. یعنی سود حاصل از انجام هر فعالیت که به صورت ارزش افزوده در نظر گرفته می‌شود، می‌تواند در اجرای دیگر فعالیت‌ها سرمایه‌گذاری شود. رابطه (۱۱) محدودیت مربوط به زمان پایان هر پروژه است که از مجموع افق زمانی و تفاضل انحرافات منفی از مثبت افق زمانی نباید بیشتر باشد. در روابط (۱۲) و (۱۳) چگونگی محاسبه تعداد دوره‌هایی که ممکن است تکمیل پروژه‌های انتخاب شده از افق زمانی تجاوز کند را نشان می‌دهد و به‌ازای هر دوره تجاوز از افق زمانی تعیین شده، زیان در نظر گرفته می‌شود. روابط (۱۴) و (۱۵) چگونگی محاسبه تعداد دوره‌هایی که ممکن است تکمیل پروژه‌های انتخاب شده زودتر از افق زمانی تعیین شده محقق شود را نشان می‌دهد و برای آن سود در نظر گرفته می‌شود. روابط (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) تضمین کننده این موضوع است که همواره حاصل ضرب متغیرهای نامنفی λ^+ و λ^- برابر با صفر است. در حالتی که هر دو متغیر ذکر شده برابر با صفر انتخاب شود نشان دهنده آن است که بهتر (سودآورتر) است که پروژه‌های انتخاب شده دقیقاً در افق زمانی تعیین شده تکمیل شود. در حالتی که متغیر λ^+ غیر صفر شود به این معنی است که بهتر است با وجود زیان حاصل از تجاوز از افق زمانی، پروژه‌های انتخاب شده دیرتر از افق زمانی تعیین شده تکمیل گردند و در حالتی که متغیر λ^- غیر صفر شود به این معنی است که سودآورتر است پروژه‌های انتخاب شده زودتر از افق زمانی تعیین شده تکمیل شوند. رابطه (۱۹) بیانگر حداقل و حداکثر مقدار قابل قبول برای مقادیر λ^+ و λ^- است. در آخر نیز روابط (۲۰) تا (۲۴) توضیحاتی در مورد ماهیت متغیرها ارائه می‌دهند.

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
۱	۰	۱	۰	۰	۱

شکل ۱- نحوه نمایش جواب انتخاب پروژه‌ها

زمان‌بندی پروژه‌ها، از الگوریتم جست‌وجوی محلی^{۲۱} جهت انتخاب حالت اجرای فعالیت‌ها و از الگوریتم ژنتیک جهت انتخاب پروژه‌ها استفاده شده است. برای حل مدل ارائه شده یک کامپیوتر شخصی Intel با نوع پردازنده ۲/۶۶ GHz Core i۵ و حافظه ۴ GB به‌کار گرفته شده است.

۱-۳- نحوه نمایش جواب مسئله

۱-۱-۳- نحوه نمایش پروژه‌ها

همان‌طور که گفته شد از آنجایی که مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع و توسعه‌های آن جزء مسائل ان‌پی-سخت هستند، با افزایش ابعاد مسأله، روش‌های حل دقیق نمی‌توانند این مسائل را در زمان قابل قبول حل کنند. بنابراین، در بسیاری از موارد، برای حل این مسائل در ابعاد بزرگ از روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده می‌شود. معمولاً اولین گام در استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، تعیین نحوه نمایش جواب در الگوریتم است. هر یک از پاسخ‌های ارائه شده در الگوریتم ژنتیک را یک کروموزوم می‌نامند. در مسئله حاضر جهت انتخاب پروژه‌ها از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک استفاده شده است که می‌توان آن را با استفاده از برداری مطابق با شکل (۱) نمایش داد که در آن، p_i نشان‌دهنده پروژه i ام است.

در این نمایش جواب، اگر پروژه‌ای انتخاب شود، درایه متناظر با آن برابر با یک خواهد شد و در غیر این صورت معادل صفر باقی خواهد ماند. در مثال شکل (۱)، پروژه‌های ۱، ۳ و ۶ از بین ۶ پروژه بالقوه موجود انتخاب و دیگر پروژه‌ها انتخاب نشده‌اند. در مراحل بعد، از عملگرهای تقاطع^{۲۲} و جهش^{۲۳} جهت تولید و انتخاب ترکیب بهینه پروژه‌ها استفاده می‌شود.

۱-۱-۳- تقاطع

عملگر تقاطع در الگوریتم ژنتیک دو والد را برای تشکیل دو

$$V(i, k, m, t) \leq t - \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ikm}^h \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (29)$$

$$V(i, k, m, t) \leq \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} ((h + DI_{ikm}) \cdot z_{ikm}^h) - t \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (30)$$

$$V(i, k, m, t) \geq \left(t - \sum_{h=1}^{T+\lambda \max} h \cdot z_{ikm}^h \right) - M \cdot u(i, k, m, t) \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (31)$$

$$V(i, k, m, t) \geq \left(\sum_{h=1}^{T+\lambda \max} ((h + DI_{ikm}) \cdot z_{ikm}^h) - t \right) - M \cdot (1 - u(i, k, m, t)) \quad \forall i, k, m, t \in \{1, \dots, T + \lambda \max\} \quad (32)$$

که در آن $V(i, k, m, t)$ یک متغیر آزاد در علامت و $u(i, k, m, t)$ یک متغیر صفر و یک است.

۳- روش حل

مسئله زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع^{۱۷} یک مسئله ان‌پی-سخت^{۱۸} است. الگوریتم‌های حل دقیق موجود این گونه مسائل را فقط می‌توانند در ابعاد کوچک در زمان منطقی حل کنند. بنابراین برای حل این گونه مسائل در ابعاد بزرگ باید از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده کرد که جواب نزدیک به بهینه را در زمانی منطقی ارائه دهند [۲۲]. از آنجایی که مسئله MRCPSP حالت تعمیم‌یافته مسئله RCPSP است، مسئله MRCPSP نیز یک مسئله ان‌پی-سخت خواهد بود و برای حل آن در ابعاد بزرگ باید از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده کرد. از آنجا که در این تحقیق با یک مسئله MRCPSP مواجه هستیم، جهت ارزیابی مدل پیشنهادی در ابعاد کوچک از نرم‌افزار گمز و حل‌گر سیپلکس^{۱۹} و جهت حل آن در ابعاد بزرگ از الگوریتم ابتکاری^{۲۰} طراحی شده جهت

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	
۱	۰	۱	۰	۰	۱	والد اول:
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	
۱	۱	۱	۰	۱	۰	والد دوم:
۰	۰	۱	۰	۱	۱	بردار صفر و یک تصادفی:

شکل ۲- والدین و بردار تصادفی تولید شده (رنگی در نسخه الکترونیکی)

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	
۱	۱	۱	۰	۰	۱	فرزند:

شکل ۳- فرزند تولید شده (رنگی در نسخه الکترونیکی)

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	
۱	۰	۱	۰	۰	۱	والد:
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	
۱	۰	۰	۰	۰	۱	فرزند:

شکل ۴- جهش یکنواخت (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جهش، تنوع ژنتیکی ایجاد می‌کند و الگوریتم ژنتیک را قادر می‌سازد فضای گسترده‌تری را جهت یافتن جواب‌های بهتر جست‌وجو کند و امکان فرار از نقاط بهینه محلی را فراهم آورد. در این مسئله از عملگر جهش از نوع یکنواخت^{۳۷} استفاده شده است. در این حالت تعدادی از ژن‌های والد انتخاب و با عدد صفر یا یک به صورت تصادفی جایگزین می‌شوند. شکل (۴) نمونه‌ای از اعمال جهش بر روی والد را نمایش می‌دهد.

۳-۱-۲- نحوه نمایش حالت‌های اجرای هر فعالیت

همان‌طور که گفته شد در این تحقیق جهت انتخاب حالت اجرای فعالیت‌های هر پروژه از الگوریتم جست‌وجوی محلی استفاده شده است. این الگوریتم با یک جواب تصادفی شروع و در مراحل بعد جواب‌های جدیدی را تولید می‌کند. در این تحقیق حالت‌های اجرای فعالیت‌های هر پروژه در اولین مرحله به صورت تصادفی تولید و در گام بعد تعداد معینی از حالت‌ها به صورت تصادفی با حالت‌های جدید جایگزین یا تعداد معینی

فرزند در نسل بعدی جهت دستیابی به جواب‌های بهتر، ترکیب می‌کند. انواع مختلف تقاطع جهت تولید فرزندان از جمله تقاطع یک نقطه‌ای^{۳۴}، دو نقطه‌ای^{۳۵} و پراکنده^{۳۶} وجود دارد که در این مسئله که یک مسئله عدد صحیح است از عملگر تقاطع از نوع پراکنده استفاده شده است. در این حالت یک بردار صفر و یک برای تولید هر فرزند به صورت تصادفی تولید می‌شود و در حالتی که بردار تولید شده مقدار یک دارد ژن‌های والد اول و در حالتی که بردار تولید شده مقدار صفر دارد ژن‌های والد دوم جهت ترکیب و تولید فرزند انتخاب می‌شوند. به‌عنوان مثال فرض بر این است که بردارهای والدین و بردار تصادفی صفر و یک تولید شده مطابق با شکل (۲) هستند. در این صورت شکل (۳) نمایانگر فرزند تولید شده است.

۳-۱-۱-۲- جهش

عملگر جهش در الگوریتم ژنتیک تغییرات جزئی تصادفی در والد جهت تولید فرزند جهش‌یافته را ایجاد می‌کند. عملگر

$a_j \backslash p_i$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
p_1	۱	۳	۲	۲	۱
p_2	۱	۲	۳	۱	۱
p_3	۱	۲	۳	۱	۲
p_4	۳	۱	۲	۱	۲
p_5	۲	۱	۳	۳	۱
p_6	۳	۱	۱	۱	۲

انتخاب به صورت تصادفی از بین حالات موجود $\{1, 2, 3\}$

شکل ۵- نحوه نمایش جواب حالات اجرای فعالیت‌ها و ایجاد

جواب جدید با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی محلی (رنگی در نسخه الکترونیکی)

فعالیت ۲ از پروژه‌های ۱ و ۴ به ترتیب به صورت ستونی و سطری با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند.

➤ حالت اجرای فعالیت ۱ از پروژه ۶ با حالت اجرای فعالیت ۵ از پروژه ۵ به صورت قطری با یکدیگر جابه‌جا می‌شود.

➤ هر یک از گزینه‌های مذکور به تعداد مشخص در هر مرحله قابل تکرار هستند.

۳-۲- زمان‌بندی فعالیت‌ها

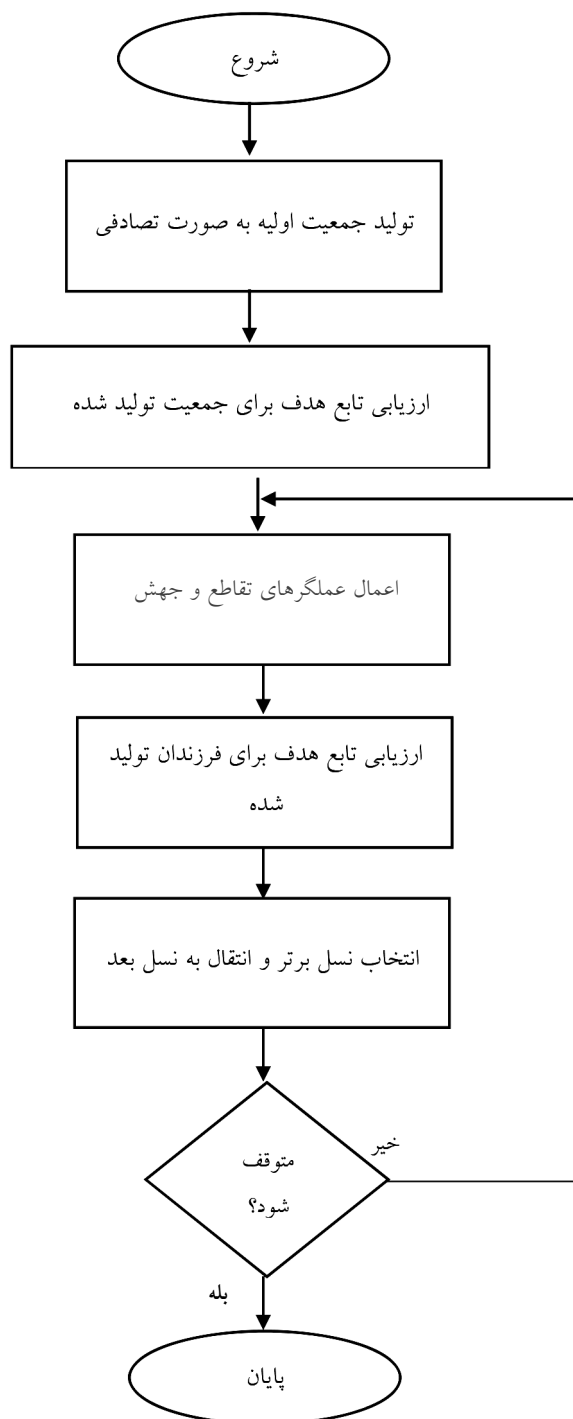
پس از انتخاب تعدادی پروژه از میان پروژه‌های بالقوه موجود و انتخاب حالت‌های اجرای فعالیت‌های هر پروژه، هر یک از فعالیت‌های پروژه‌های منتخب با استفاده از الگوریتم ابتکاری پیشنهادی زمان‌بندی می‌شوند. در این الگوریتم ابتکاری، فعالیت‌ها در هر دوره با رعایت روابط پیش‌نیازی موجود، بر اساس معیار تعداد پس‌نیازی هر فعالیت اولویت‌بندی و زمان‌بندی می‌شوند. تا پایان زمان‌بندی همه فعالیت‌های پروژه‌های منتخب، این رویه ادامه می‌یابد. شکل‌های (۶) و (۷) مراحل حل مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه ارائه شده را نمایش می‌دهند. لازم به ذکر است که در شکل (۶) جهت

از آنها به صورت سطری، ستونی و یا قطری جابه‌جا می‌شوند. در شکل (۵) نحوه نمایش حالت‌های اجرای فعالیت‌های هر پروژه و چگونگی اعمال الگوریتم جست‌وجوی محلی جهت ایجاد جواب‌های جدید ارائه شده است.

در این نمایش p_i نشان‌دهنده پروژه α است و α_j نشان‌دهنده فعالیت λ است. به عنوان مثال فرض می‌شود ۶ پروژه وجود دارد که هر یک از آنها دارای ۵ فعالیت هستند. هر یک از فعالیت‌ها دارای ۳ حالت اجرای بالقوه هستند که باید برای هر یک از آنها یک حالت اجرا انتخاب شود. در مرحله نخست حالت‌های اجرای همه فعالیت‌ها مطابق با شکل (۵) به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند. در مرحله بعد، ۳ گزینه مختلف با احتمال یکسان برای تولید حالت‌های جدید اجرای فعالیت‌ها وجود دارد. هر یک از موارد زیر نشان‌دهنده مثالی از ۳ گزینه مذکور هستند که در شکل (۵) نمایش داده شده‌اند.

➤ فعالیت ۴ از پروژه ۱ به صورت تصادفی انتخاب و از بین ۳ حالت اجرای بالقوه موجود یکی از آنها به صورت تصادفی انتخاب و جایگزین می‌شود.

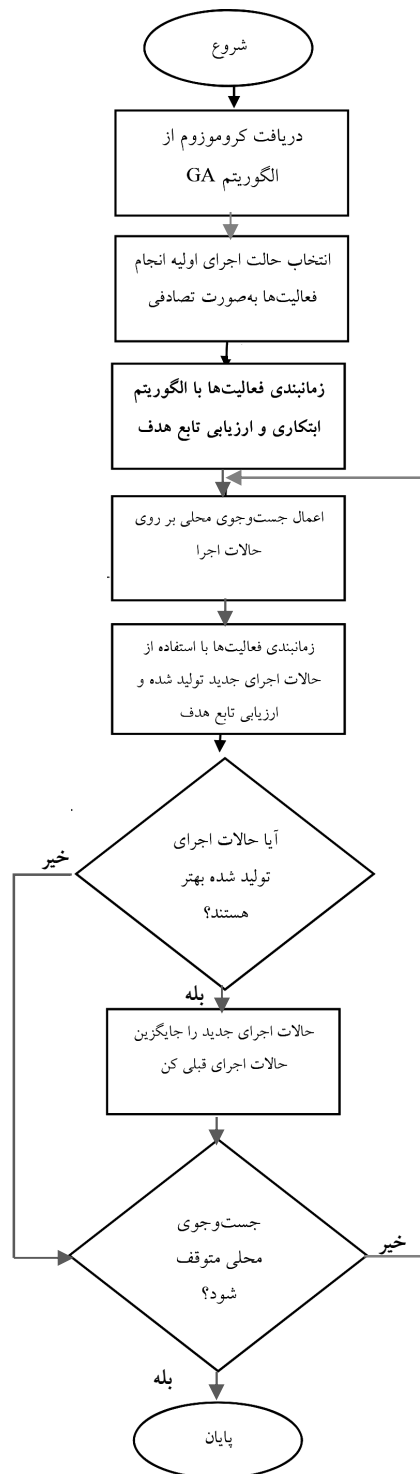
➤ حالت اجرای فعالیت ۱ و ۵ از پروژه ۳ و حالت اجرای



شکل ۶- مراحل حل مسئله

همچنین شبه کدهای مرتبط با الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، الگوریتم جستجوی محلی و الگوریتم ابتکاری پیشنهادی به ترتیب در شکل های (۸)، (۹) و (۱۰) آمده است.

«ارزیابی تابع هدف برای جمعیت تولید شده» و «ارزیابی تابع هدف برای فرزندان تولید شده» از مراحل ذکر شده مطابق با شکل (۷) استفاده شده است.

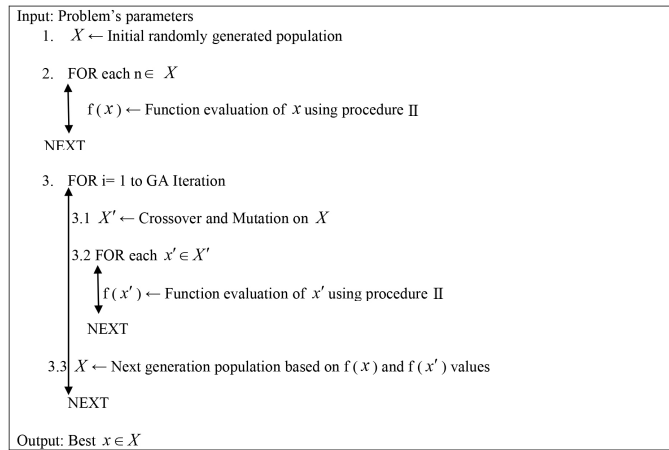


شکل ۷- الگوریتم جست‌وجوی محلی روی حالت اجرای فعالیت‌ها

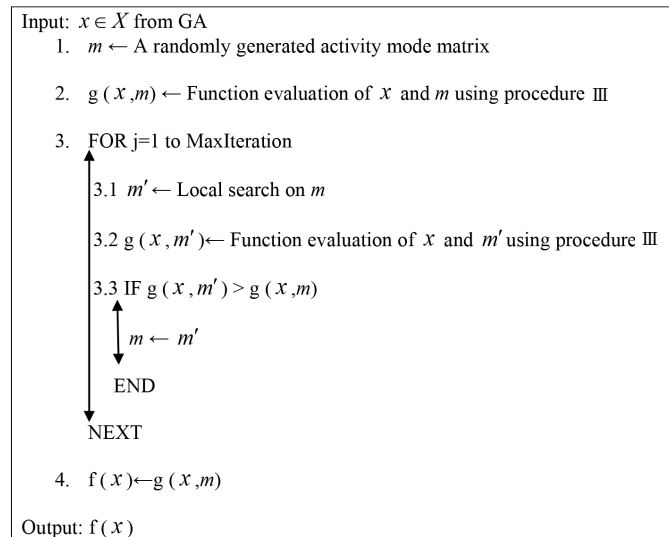
۳-۳- شرح روش تنظیم پارامترهای الگوریتم

سطوح متعدد به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفتند و پارامترهایی که تأثیر چندانی نداشتند از بررسی‌ها حذف شدند. در این میان، پارامترهای تعداد جمعیت، تعداد نسل، نرخ تقاطع

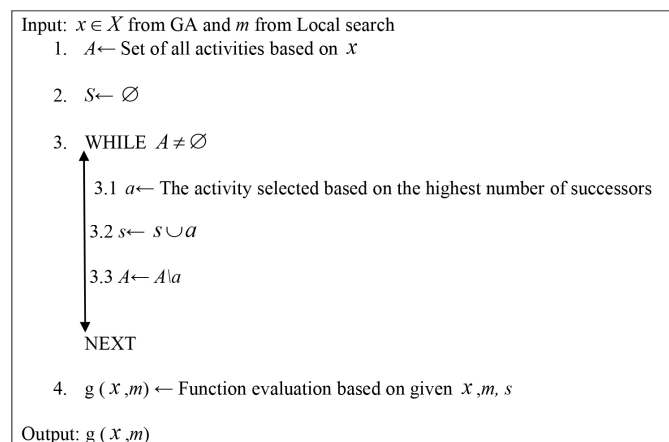
قابل ذکر است که جهت تنظیم پارامترها از روش سعی و خطا استفاده شده است. بدین منظور ابتدا پارامترهای مختلف در



Procedure I : GA - شکل ۸



Procedure II : Local search - شکل ۹



Procedure III : Scheduling heuristic - شکل ۱۰

جدول ۱- مقادیر پارامترهای مسئله

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
۲	C	۲	I
$H_1 = 2$ $H_1 = 4$	H_c	۴	K
۲	M	۱۰۰۰۰ واحد پولی	P
۱۸	$N_{T+\lambda, \max}$	۷	T

جدول ۲- مقادیر پارامترهای مسئله

DI_{ikm}	$m=1$	$m=2$
$i=1, k=1$	۲	۲
$i=1, k=2$	۱	۳
$i=1, k=3$	۲	۴
$i=2, k=1$	۲	۳
$i=2, k=2$	۱	۲
$i=2, k=3$	۱	۲

جدول ۳- مقادیر منابع مورد نیاز فعالیت‌های پروژه‌ها

c-i	k-m					
	۱-۱	۱-۲	۲-۱	۲-۲	۳-۱	۳-۲
۱-۱	۲	۱	۴	۲	۳	۲
۱-۲	۴	۲	۲	۱	۴	۲
۲-۱	۲	۱	۴	۲	۳	۲
۲-۲	۴	۲	۲	۱	۴	۲

جهت مقایسه جواب‌های حاصل از مدل پیشنهادی در حالتی که افق زمانی ثابت یا انعطاف‌پذیر است، به اختصار ارائه می‌شود.

مسئله‌ای با ۲ پروژه که هر کدام از آنها دارای $k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ فعالیت است و دو نوع منبع تجدیدپذیر در نظر گرفته شده است، مطابق جدول (۱) مفروض است. هر فعالیت می‌تواند تحت دو حالت با مدت زمان مشخصی که در جدول (۲) نمایش داده شده است، اجرا شود. بودجه اولیه در دسترس برابر با مقدار ۱۰۰۰۰ واحد پولی است. همچنین افق زمانی در نظر گرفته شده برابر با ۷ دوره زمانی است. مقدار منبع مورد نیاز جهت اجرای هر فعالیت که به حالت اجرای آنها نیز وابسته است، در جدول (۳) شرح داده شده است.

هزینه اجرای فعالیت‌ها و ارزش افزوده حاصل از اجرای آنها به ترتیب در جدول‌های (۴) و (۵) نشان داده شده است.

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰

و تعداد تکرار جست‌وجوی محلی تأثیر قابل توجهی روی نتایج داشتند. هر پارامتر در سه سطح مختلف به صورت جداگانه و سپس در ترکیب‌های متعدد مورد بررسی قرار گرفت و در هر ترکیب دو نمونه اجرا شد. بر اساس نتایج کسب شده از نظر کیفیت جواب و زمان حل، مقادیر نهایی پارامترها به صورت زیر تنظیم شد. تعداد جمعیت: ۱۰۰، تعداد نسل: ۱۵۰، نرخ تقاطع: ۹۰٪ و تعداد تکرار جست‌وجوی محلی: ۵۰۰

۴- نتایج محاسباتی

در این بخش عملکرد مدل ارائه شده و روش‌های حل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا به منظور توصیف فضای کلی مسئله، مثال ساده‌ای شرح داده شده است و در ادامه مثال‌هایی در ابعاد مختلف

جدول ۴- هزینه انجام فعالیت‌های پروژه‌ها

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱-۱-۱-۱	۶۰۰	۴۵۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۱	۳۵۰	۳۵۰	۳۵۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۱-۲	۰	۶۰۰	۴۵۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۲	۰	۳۵۰	۳۵۰	۳۵۰	۰	۰	۰
۱-۱-۱-۳	۰	۰	۶۰۰	۴۵۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۳	۰	۰	۳۵۰	۳۵۰	۳۵۰	۰	۰
۱-۱-۱-۴	۰	۰	۰	۶۰۰	۴۵۰	۰	۰
۱-۱-۲-۴	۰	۰	۰	۳۵۰	۳۵۰	۳۵۰	۰
۱-۱-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۶۰۰	۴۵۰	۰
۱-۱-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۳۵۰	۳۵۰	۳۵۰
۱-۱-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۶۰۰	۴۵۰
۱-۱-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۳۵۰	۳۵۰
۱-۱-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶۰۰
۱-۱-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۵۰
۱-۲-۱-۱	۶۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۱	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۲	۰	۶۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۲	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۳	۰	۰	۶۰۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۳	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰
۱-۲-۱-۴	۰	۰	۰	۶۰۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۴	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰
۱-۲-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۶۰۰	۰	۰
۱-۲-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰
۱-۲-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۶۰۰	۰
۱-۲-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰
۱-۲-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶۰۰
۱-۲-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰
۱-۳-۱-۱	۳۵۰	۱۵۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۱	۱۷۵	۱۷۵	۷۵	۷۵	۰	۰	۰
۱-۳-۱-۲	۰	۳۵۰	۱۵۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۲	۰	۱۷۵	۱۷۵	۷۵	۷۵	۰	۰
۱-۳-۱-۳	۰	۰	۳۵۰	۱۵۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۳	۰	۰	۱۷۵	۱۷۵	۷۵	۷۵	۰
۱-۳-۱-۴	۰	۰	۰	۳۵۰	۱۵۰	۰	۰
۱-۳-۲-۴	۰	۰	۰	۱۷۵	۱۷۵	۷۵	۷۵
۱-۳-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۳۵۰	۱۵۰	۰
۱-۳-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۱۷۵	۱۷۵	۷۵
۱-۳-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۳۵۰	۱۵۰

ادامه جدول ۴-

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱-۳-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۱۷۵	۱۷۵
۱-۳-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۵۰
۱-۳-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۷۵
۲-۱-۱-۱	۳۰۰	۳۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۱	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۲	۰	۳۰۰	۳۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۲	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۳	۰	۰	۳۰۰	۳۰۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۳	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰	۰
۲-۱-۱-۴	۰	۰	۰	۳۰۰	۳۰۰	۰	۰
۲-۱-۲-۴	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۰
۲-۱-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۳۰۰	۳۰۰	۰
۲-۱-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰
۲-۱-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۳۰۰	۳۰۰
۲-۱-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۲۰۰
۲-۱-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۰۰
۲-۱-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰
۲-۲-۱-۱	۲۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۱	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۲	۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۲	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۳	۰	۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۳	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۴	۰	۰	۰	۲۰۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۴	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰
۲-۲-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۰	۰
۲-۲-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰
۲-۲-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۰
۲-۲-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰
۲-۲-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰
۲-۲-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰
۲-۳-۱-۱	۲۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۱	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۲	۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۲	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۳	۰	۰	۲۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۳	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۴	۰	۰	۰	۲۰۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۴	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۰

ادامه جدول ۴-

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲-۳-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۰	۰
۲-۳-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰
۲-۳-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰	۰
۲-۳-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰
۲-۳-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰۰
۲-۳-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰

جدول ۵- ارزش افزوده حاصل از انجام فعالیت‌های پروژه‌ها

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱-۱-۱-۱	۰	۰	۱۵۰۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۱	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰	۰	۰
۱-۱-۱-۲	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۲	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰	۰
۱-۱-۱-۳	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰	۰
۱-۱-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰
۱-۱-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰	۰
۱-۱-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰
۱-۱-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵۰۰
۱-۱-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۱-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۱	۰	۱۳۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۱	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۲	۰	۰	۱۳۰۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۲	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰	۰
۱-۲-۱-۳	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰	۰	۰
۱-۲-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰
۱-۲-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰	۰
۱-۲-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰
۱-۲-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰	۰
۱-۲-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۳۰۰
۱-۲-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۲-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

ادامه جدول ۵-

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱-۲-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۱-۱	۰	۰	۹۵۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۱	۰	۰	۰	۰	۹۵۰	۰	۰
۱-۳-۱-۲	۰	۰	۰	۹۵۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۲	۰	۰	۰	۰	۰	۹۵۰	۰
۱-۳-۱-۳	۰	۰	۰	۰	۹۵۰	۰	۰
۱-۳-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۹۵۰
۱-۳-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۹۵۰	۰
۱-۳-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۹۵۰
۱-۳-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱-۳-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۱	۰	۰	۱۲۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۱	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۲	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۲	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰	۰
۲-۱-۱-۳	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰	۰
۲-۱-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰
۲-۱-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰	۰
۲-۱-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰
۲-۱-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲۰۰
۲-۱-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۱-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۱	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۱	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۲	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۲	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۳	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰
۲-۲-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰
۲-۲-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰
۲-۲-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰
۲-۲-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰

ادامه جدول ۵-

i-k-m-h	t						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲-۲-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰
۲-۲-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۲-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۱	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۱	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۲	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۲	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۳	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۳	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰
۲-۳-۱-۴	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰	۰
۲-۳-۲-۴	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰
۲-۳-۱-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰	۰
۲-۳-۲-۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰
۲-۳-۱-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷۰۰
۲-۳-۲-۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۱-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲-۳-۲-۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

افق زمانی معین شده طبق جدول (۶) به صورت زیر تعریف می شود.

در حالتی که افق زمانی ثابت و برابر با مقدار ۷ در نظر گرفته می شود ($\lambda_{max} = 0$ و $\lambda_{min} = 0$)، زمان بندی بهینه فعالیت های پروژه ها با توجه به مقادیر مجموعه ها و پارامترهای فوق طبق شکل (۱۳) است. همان طور که مشاهده می شود در این حالت از بین پروژه های ۱ و ۲ و با توجه به محدودیت زمانی و محدودیت منابع تجدیدپذیر تنها پروژه ۱ می تواند اجرا شود و پروژه ۲ نمی تواند در افق زمانی تعیین شده انجام پذیرد. حال اگر افق زمانی انعطاف پذیر در نظر گرفته شود، با توجه به مدت زمان های اجرای فعالیت ها، حدود تفرانس بالا و پایین برابر با $\lambda_{max} = 11$ و $\lambda_{min} = -2$ به دست می آید. در این صورت زمان بندی بهینه فعالیت های پروژه ها مطابق با شکل (۱۴) است که در این حالت پروژه های ۱ و ۲ هر دو می توانند انجام شوند و مقادیر بهینه $\lambda^+ = 1$ و $\lambda^- = 0$ به دست می آید.

فرض شده است که ارزش افزوده هر فعالیت دقیقاً یک دوره پس از تکمیل آن حاصل می شود.

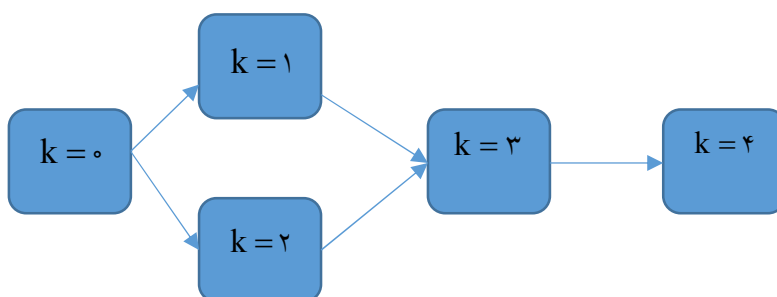
همچنین روابط پیشنهادی بین فعالیت های هر پروژه نیز توسط شبکه گره ای (AoN) طبق شکل های (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده است. فعالیت های $k=0$ و $k=4$ فعالیت های مجازی هستند که برای اجرا به هیچ نوع منبعی نیاز ندارند و فقط به منظور مشخص شدن زمان شروع و پایان پروژه، استفاده شده اند.

با توجه به مجموعه ها و پارامترهای تعریف شده در خصوص مثال فوق، به حل مسئله مذکور در حالتی که افق زمانی ثابت و انعطاف پذیر است، پرداخته شده است. در حالتی که افق زمانی، انعطاف پذیر در نظر گرفته می شود، حدود تفرانس مجاز بالا و پایین افق زمانی براساس روابط (۲۵) و (۲۶) برابر با مقادیر $\lambda_{max} = 11$ و $\lambda_{min} = -2$ به دست می آید. بنابراین مقادیر سود و زیان ناشی از تکمیل پروژه ها، زودتر یا دیرتر از

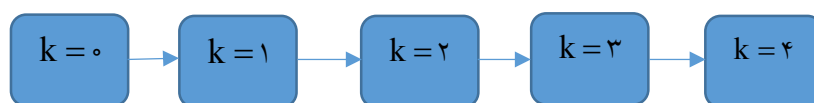
روش های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰

جدول ۶- سود و زیان ناشی از تکمیل پروژه‌ها زودتر و دیرتر از افق زمانی

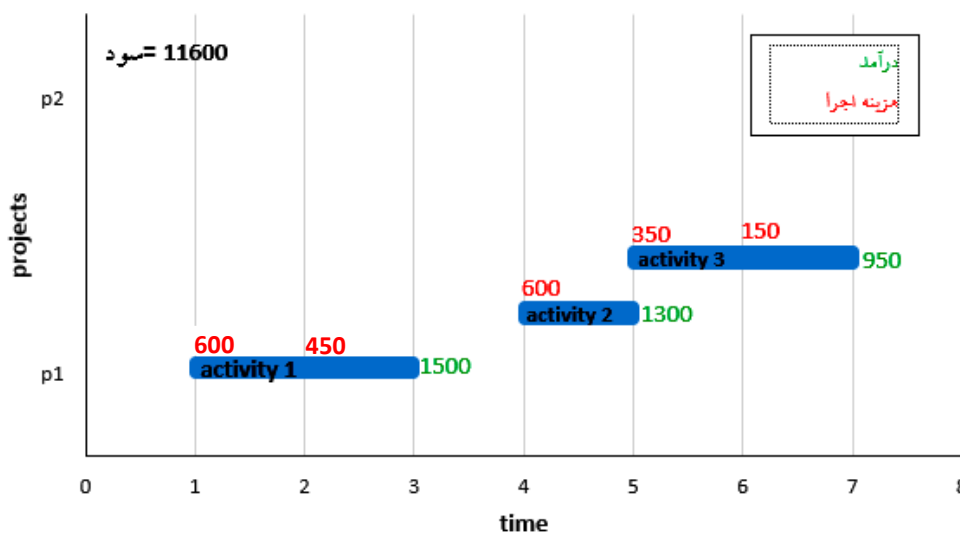
j	α_j	j	α_j
۵	۱۱۰	۱۲	-۱۳۵
۶	۱۲۰	۱۳	-۱۳۰
۷	۰	۱۴	-۱۳۰
۸	-۱۲۰	۱۵	-۱۴۰
۹	-۱۴۰	۱۶	-۱۴۰
۱۰	-۱۳۵	۱۷	-۱۴۰
۱۱	-۱۳۳	۱۸	-۱۴۰



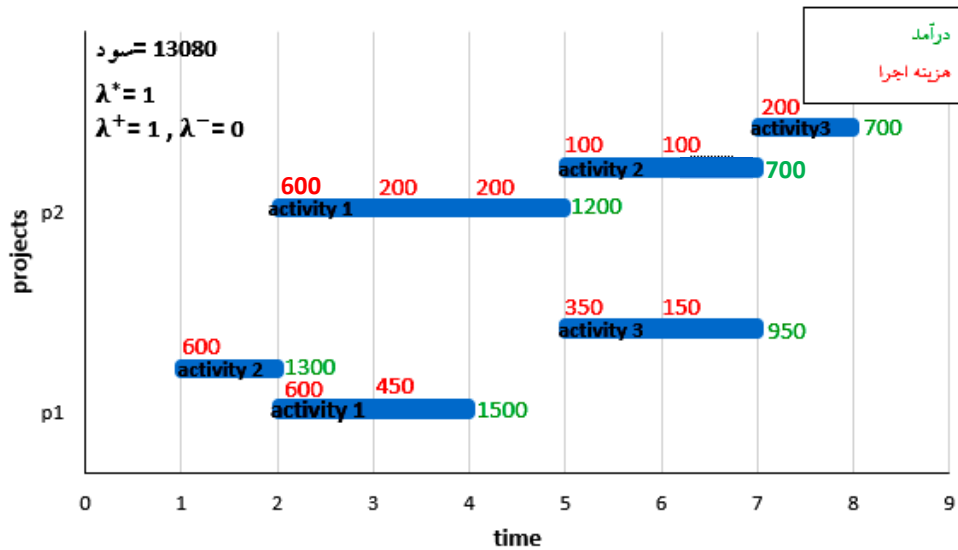
شکل ۱۱- شبکه گره‌ای روابط پیشینازی پروژه ۱



شکل ۱۲- شبکه گره‌ای روابط پیشینازی پروژه ۲



شکل ۱۳- نمودار گانت زمان‌بندی بهینه با افق زمانی ثابت (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۱۴- نمودار گانت زمان‌بندی بهینه با افق زمانی انعطاف‌پذیر (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۷- عناصر مسائل طراحی شده

کد مسئله	تعداد پروژه‌ها	تعداد فعالیت‌ها	تعداد حالت‌های اجرا
۲-۳-۲	۲	۳	۲
۴-۵-۳	۴	۵	۳
۴-۸-۳	۴	۸	۳
۶-۵-۳	۶	۵	۳
۶-۸-۳	۶	۸	۳
۴-۲۰-۳	۴	۲۰	۳
۱۰-۱۵-۳	۱۰	۱۵	۳
۱۰-۲۰-۳	۱۰	۲۰	۳
۱۵-۳۰-۳	۱۵	۳۰	۳

الگوریتم فراابتکاری ژنتیک حل شده و نتایج آنها مقایسه شده است. جدول (۷) پارامترهای مؤثر بر ابعاد مسئله را نمایش می‌دهد. برای هر اندازه از مسئله، ۸ نمونه مختلف متشکل از ترکیبی متفاوت از پارامترهای مدل طراحی شده است.

جدول (۸) میانگین مقادیر بهینه به دست آمده تابع هدف مدل را در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر به ازای مقادیر مختلف تعداد پروژه‌ها، تعداد فعالیت‌ها و تعداد حالات اجرای فعالیت‌ها با استفاده از حل‌گر سیپلکس در نرم‌افزار گمز با گپ^{۲۸} ۱۰ درصد نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار تابع هدف در حالتی که افق زمانی، منعطف در نظر گرفته

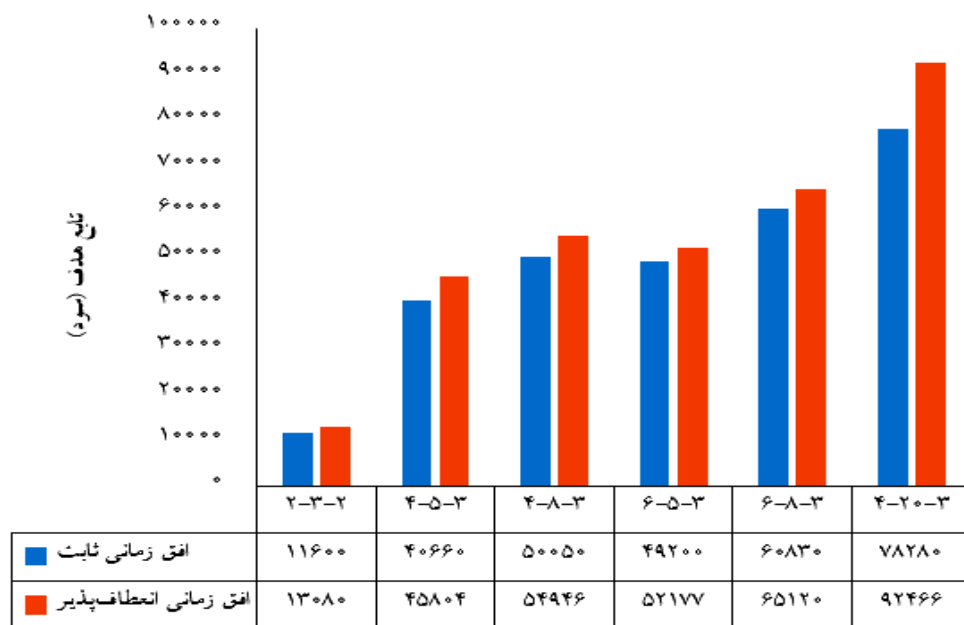
بدیهی است که افق زمانی بهینه برابر با $T^* = 8$ است. از آنجایی که پروژه‌ها یک دوره پس از افق زمانی تعیین شده تکمیل می‌شوند، زیان ناشی از آن در نظر گرفته می‌شود که طبق جدول (۶) برابر با $\alpha_j = -120$ است. با در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر، کل سود حاصل از اجرای پروژه‌ها به میزان ۱۴۸۰ واحد پولی افزایش می‌یابد.

در ادامه به منظور تجزیه و تحلیل بیشتر مدل ارائه شده، مسئله در ابعاد مختلف از لحاظ تعداد پروژه و فعالیت در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر با حل‌گر سیپلکس (با استفاده از نرم‌افزار گمز) و همچنین الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی و

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰

جدول ۸- مقایسه مقادیر تابع هدف و زمان حل با حل گر سیپلکس به ازای مقادیر مختلف تعداد پروژه‌ها و فعالیت‌ها در دو حالت ثابت و انعطاف‌پذیر

کد مسئله	میانگین مقادیر تابع هدف		میانگین زمان حل افق		درصد بهبود مقدار تابع هدف
	افق زمانی ثابت	افق زمانی انعطاف‌پذیر	زمانی ثابت (ثانیه)	زمانی انعطاف‌پذیر (ثانیه)	
۲-۳-۲	۱۱۶۰۰	۱۳۰۸۰	۱	۱۱	۱۱۳
۴-۵-۳	۴۰۶۶۰	۴۵۸۰۴	۲	۱۳۰	۱۱۳
۴-۸-۳	۵۰۰۵۰	۵۴۹۴۶	۱۲	۲۱۴	۱۱۰
۶-۵-۳	۴۹۲۰۰	۵۲۱۷۷	۱۵	۴۹۵	۱۰۶
۶-۸-۳	۶۰۸۳۰	۶۵۱۲۰	۲۹	۵۳۶	۱۰۷
۴-۲۰-۳	۷۸۲۸۰	۹۲۴۶۶	۶۵	۸۲۰	۱۱۸



شکل ۱۵- میانگین مقادیر تابع هدف در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر با حل گر سیپلکس (رنگی در نسخه الکترونیکی)

می‌شود، همواره بیشتر از زمانی است که افق زمانی ثابت است. به‌عنوان مثال، زمانی که به تعداد ۶ پروژه که هر یک از پروژه‌ها دارای ۸ فعالیت است، وجود دارد، در حالتی که افق زمانی ثابت است مقدار تابع هدف برابر با ۶۰۸۳۰ واحد پولی است. در حالتی که مسئله با استفاده از افق زمانی انعطاف‌پذیر حل می‌شود، مقدار تابع هدف به ۶۵۱۲۰ واحد پولی افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، میزان بهبود مقدار تابع هدف برابر با ۱۰۷ درصد خواهد بود. شکل (۱۵) میانگین مقادیر تابع هدف در دو حالت

افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر میانگین زمان حل مسئله به‌دست آمده توسط نرم‌افزار گمز در حالت افق زمانی انعطاف‌پذیر می‌توان نتیجه گرفت که در حالت مذکور روش‌های حل دقیق نمی‌توانند مسئله حاضر را در ابعاد بزرگ در زمان قابل قبول حل کنند و برای حل آن باید از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری بهره گرفت. به همین منظور، همه مسائل با ابعاد جدول (۸) که با استفاده از نرم‌افزار گمز و حل گر سیپلکس حل شده‌اند، با استفاده

جدول ۹- مقایسه مقادیر تابع هدف و زمان حل به ازای مقادیر مختلف تعداد پروژه‌ها و فعالیت‌ها در حالت افق زمانی انعطاف‌پذیر

کد مسئله	میانگین مقادیر تابع هدف در حالت افق زمانی انعطاف‌پذیر		میانگین زمان حل با	
	سیپلکس	ابتکاری و ژنتیک	با سیپلکس (ثانیه)	ژنتیک (ثانیه)
۲-۳-۲	۱۳۰۸۰	۱۳۰۸۰	۱۱	۱
۴-۵-۳	۴۵۸۰۴	۴۵۸۴۳	۱۳۰	۱۳
۴-۸-۳	۵۴۹۴۶	۵۵۵۶۵	۲۱۴	۲۰
۶-۵-۳	۵۲۱۷۷	۵۲۲۰۳	۴۹۵	۲۶
۶-۸-۳	۶۵۱۲۰	۶۵۸۴۳	۵۳۶	۳۳
۴-۲۰-۳	۹۲۴۶۶	۹۳۳۰۱	۸۲۰	۴۱

جدول ۱۰- مقایسه مقادیر تابع هدف و زمان حل با الگوریتم ترکیبی ابتکاری و ژنتیک به ازای مقادیر مختلف تعداد پروژه‌ها و فعالیت‌ها در دو حالت ثابت و انعطاف‌پذیر

کد مسئله	میانگین مقادیر تابع هدف		میانگین زمان حل افق	
	افق زمانی ثابت	افق زمانی انعطاف‌پذیر	زمانی ثابت (ثانیه)	زمانی انعطاف‌پذیر (ثانیه)
۱۰-۱۵-۳	۹۷۸۵۲	۱۱۳۹۴۶	۸۵	۹۰
۱۰-۲۰-۳	۸۶۶۲۴	۱۱۳۴۱۱	۸۶	۹۶
۱۵-۳۰-۳	۱۱۵۸۰۵	۱۳۴۲۴۸	۹۰	۱۱۷

شکل (۱۶) میانگین مقادیر تابع هدف در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد.

به‌طور کلی نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن حدود تیرانس بالا و پایین، فرصتی به پروژه‌های سودآور می‌دهد که انتخاب و به سبب پروژه اضافه شوند. در حالتی دیگر این احتمال وجود دارد که پروژه‌های سودآورتر نسبت به پروژه‌های انتخاب شده در حالتی که افق زمانی ثابت در نظر گرفته می‌شود این فرصت را بیابند که جایگزین آنها در سبب پروژه شوند. این امر همواره افزایش عایدی را به دنبال خواهد داشت.

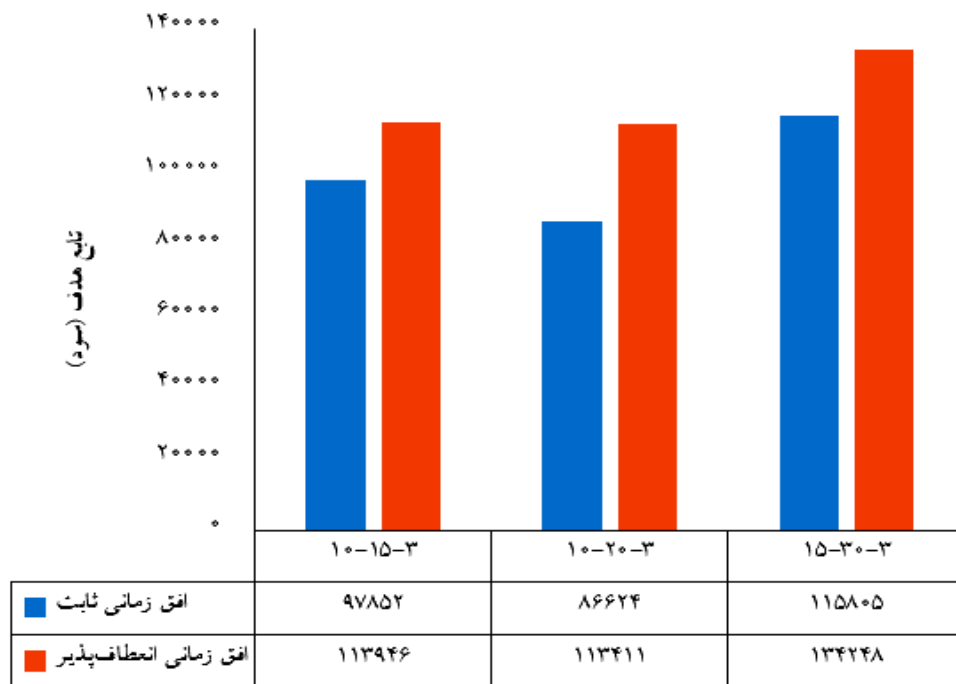
۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی

همان‌طور که در بخش‌های قبل تشریح شد، در این پژوهش ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه چندحالتی با محدودیت منابع با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری مجدد عواید پروژه در افق زمانی انعطاف‌پذیر ارائه شد. در این حالت به مقایسه مقدار تابع

از الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی و الگوریتم فراابتکاری ژنتیک نیز حل شده است. جدول (۹) میانگین مقادیر بهینه با استفاده از حل گر سیپلکس و الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی و الگوریتم فراابتکاری ژنتیک را نمایش می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، زمان حل مسئله با الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی و الگوریتم فراابتکاری ژنتیک در مقایسه با زمان حل مسئله با نرم‌افزار گمز و حل گر سیپلکس مقادیر قابل قبولی هستند. همچنین از منظر کیفیت جواب نیز الگوریتم پیشنهادی عملکرد بسیار مناسبی داشته است و اختلاف ناچیزی با حل گر سیپلکس از منظر مقادیر تابع هدف دارد. بنابراین می‌توان برای حل مسائل در ابعاد بزرگ‌تر که سیپلکس قادر به حل آنها نیست از الگوریتم پیشنهادی استفاده کرد.

در مسائلی با ابعاد بزرگتر مطابق با جدول (۱۰)، نرم‌افزار گمز قادر به حل آنها در زمان قابل قبول و منطقی نیست، تنها از الگوریتم ابتکاری پیشنهادی جهت حل مدل پیشنهادی در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر بهره گرفته شده است.

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰



شکل ۱۶- میانگین مقادیر تابع هدف در دو حالت افق زمانی ثابت و انعطاف‌پذیر با الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی

پروژه‌هایی با مدت زمان و عایدی کمتر، پروژه‌هایی با مدت زمان و عایدی بیشتر در سبد پروژه قرار بگیرند و در نتیجه عواید حاصل از انجام پروژه‌ها به‌طور چشمگیری افزایش یابد. در همه ابعاد مسئله‌ها مشخص شد که در نظر گرفتن افق زمانی انعطاف‌پذیر موجب افزایش عایدی کل می‌شود. بررسی مسئله با تأمین بخشی از سرمایه‌گذاری مورد نیاز از طریق وام‌های بانکی و در نظر گرفتن وابستگی متقابل میان پروژه‌ها، ارزش زمانی پول، فرض مجاز بودن قطع فعالیت‌ها و وجود زمان‌های آماده‌سازی در اجرای فعالیت‌ها بخشی از پیشنهادها برای پژوهش‌های آتی هستند.

هدف مدل (سود) در حالتی که افق زمانی ثابت یا منعطف است، پرداخته شد. سپس روش‌های حل و نحوه نمایش جواب مسئله تشریح شد. در مرحله بعد، چند مثال عددی در ابعاد کوچک و بزرگ ارائه و با استفاده از نرم‌افزار گمز و حل‌گر سیپلکس و الگوریتم ترکیبی ابتکاری پیشنهادی و الگوریتم فراابتکاری ژنتیک حل شد. نتایج نشان دادند که در حالت افق زمانی انعطاف‌پذیر، گاهی تجاوز از افق زمانی تعیین شده حتی به اندازه یک دوره زمانی با تحمل زیان ناشی از آن باعث می‌شود که پروژه‌هایی که به‌دلیل محدودیت زمانی در سبد پروژه قرار نگرفته‌اند، انتخاب شوند و یا اینکه به‌جای انتخاب

واژه‌نامه

- | | | |
|---|--|---|
| 1. NSGAII | 9. multi-mode resource-constrained project scheduling problem (MRCPSP) | (MGA) |
| 2. adaptive pareto sampling (APS) | 10. preemption | 15. multi-objective particle swarm optimization (MOPSO) |
| 3. multi-skill project scheduling problem (MSPSP) | 11. flexible capacity constraints | 16. finish to start (FS) |
| 4. boolean programming | 12. tabu search | 17. resource-constrained project scheduling problem (RCPSP) |
| 5. reinvestment | 13. particle swarm optimization algorithm (PSO) | 18. non deterministic polynomial-time hard (NP-hard) |
| 6. initial capital | 14. mirror-based genetic algorithm | 19. CPLEX |
| 7. genetic algorithm (GA) | | |
| 8. precedence network (PN) | | |

20. heuristic algorithm	23. mutation	26. scattered
21. local Search	24. single-point	27. uniform
22. crossover	25. double-point	28. Gap

مراجع

- Cooper, R., Edgett, S., and Kleinschmidt, E., "Portfolio Management for New Product Development: Results of an Industry Practices Study", *R&D Management*, Vol. 31, No. 4, pp. 361-380, 2001.
- Markowitz, H., "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91, 1952.
- Gutjahr, W. J., and Reiter, P., "Bi-objective Project Portfolio Selection and Staff Assignment Under Uncertainty", *Optimization*, Vol. 59, No. 3, pp. 417-445, 2010.
- Najafzad, H., Davari-Ardakani, H., and Nemati-Lafmejani, R., "Multi-skill Project Scheduling Problem Under Time-of-Use Electricity Tariffs and Shift Differential Payments", *Energy*, Vol. 168, pp. 619-636, 2019.
- Belenky, A. S., "A Boolean Programming Problem of Choosing an Optimal Portfolio of Projects and Optimal Schedules for Them by Reinvesting within the Portfolio the Profit From Project Implementation", *Applied Mathematics Letters*, Vol. 25, No. 10, pp. 1279-1284., 2012.
- Jafarzadeh, M., Tareghian, H. R., Rahbarnia, F., and Ghanbari, R., "Optimal Selection of project Portfolios Using Reinvestment Strategy within a Flexible Time Horizon", *European Journal of Operational Research*, Vol. 243, No. 2, pp. 658-664, 2015.
- Liu, Y. J., and Zhang, W. G., "Flexible Time Horizon Project Portfolio Optimization with Consumption and Risk Control", *Applied Soft Computing*, Vol. 76, pp. 282-293, 2019.
- Huang, X., Zhao, T., and Kudratova, S., "Uncertain Mean-Variance and Mean-Semivariance Models for Optimal Project Selection and Scheduling", *Knowledge-Based Systems*, Vol. 93, pp. 1-11, 2016.
- Bhattacharyya, R., Kumar, P., and Kar, S., "Fuzzy R&D Portfolio Selection of Interdependent Projects", *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 62, No. 10, pp. 3857-3870, 2011.
- Khalili-Damghani, K., Tavana, M., Abtahi, A. R., and Arteaga, F. J. S., "Solving Multi-Mode Time-Cost-Quality Trade-off Problems Under Generalized Precedence Relations", *Optimization Methods and Software*, Vol. 30, No. 5, pp. 965-1001, 2015.
- Cheng, J., Fowler, J., Kemp, K., and Mason, S., "Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problems with Non-Preemptive Activity Splitting", *Computers & Operations Research*, Vol. 53, pp. 275-287, 2015.
- Maghsoudlou, H. R., Afshar-Nadjafi, B., and Akhavan Niaki, S. T., "A Multi-Objective Invasive Weeds Optimization Algorithm for Solving Multi-Skill Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem", *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 88, pp. 157-169, 2016.
- Toffolo, T. A. M., Santos, H. G., Carvalho, M. A. M. and Soares, J. A., "An Integer Programming Approach to the Multimode Resource-Constrained Multiproject Scheduling Problem", *Journal of Scheduling*, Vol. 19, No. 3, pp. 295-307, 2016.
- Delgoshaei, A., Al-Mudhafar, A., and Ariffin, M. K. A., "Developing a New Method for Modifying Over-Allocated Multi-Mode Resource Constraint Schedules in the Presence of Preemptive Resources", *Decision Science Letters*, Vol. 5, No. 4, pp. 499-518, 2016.
- Naber, A. and Kolisch, R., "MIP Models for Resource-Constrained Project Scheduling with Flexible Resource Profiles", *European Journal of Operational Research*, Vol. 239, No. 2, pp. 335-348, 2014.
- Schnabel, A., Kellenbrink, C., and Helber, S., "Profit-Oriented Scheduling of Resource-Constrained Projects with Flexible Capacity Constraints", *Business Research*, Vol. 11, No. 2, pp. 329-356, 2018.
- Chen, A., Liang, Y., and Padilla, J., "An Experimental Reactive Scheduling Framework for the Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem", in *Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists*, 2017.
- Tao, S., and Dong, Z. S., "Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Alternative Project Structures", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 125, pp. 333-347, 2018.
- Javanmard, S., Afshar-Nadjafi, B., and Niaki, S.T.A., "Preemptive Multi-Skilled Resource Investment Project Scheduling Problem: Mathematical Modelling and Solution Approaches", *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 96, pp. 55-68, 2017.
- Zamani, R., "An Effective Mirror-Based Genetic Algorithm for Scheduling Multi-Mode Resource Constrained Projects", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 127, pp. 914-924, 2019.
- Nemati-Lafmejani, R., Davari-Ardakani, H., and Najafzad, H., "Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling And Contractor Selection: Mathematical Formulation and Metaheuristic

Algorithms”, *Applied Soft Computing*, Vol. 81, 2019, In press.
22..Lin, J., Zhu, L., and Gao, K., “A Genetic Programming Hyper-Heuristic Approach for the

Multi-Skill Resource Constrained Project Scheduling Problem”, *Expert Systems with Applications*, Vol. 140, 2020, In press.