

## شبیه‌سازی تغییر شکل و تجزیه قطره در حضور میدان الکتریکی در محیط متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزمن

پژمان رستگار راجعونی و احمدرضا رحمتی\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۱۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۹/۲)

**چکیده** - به منظور شبیه‌سازی جریان چندفازی در حضور میدان الکتریکی با استفاده از روش شبکه بولتزمن از سه تابع توزیع استفاده می‌شود که دو تابع توزیع به منظور استفاده از مدل مبتنی بر میدان فاز هی-چن-ژانگ و یک تابع توزیع به منظور حل میدان پتانسیل است. در ابتدا با استفاده از قانون لاپلاس و آزمون رهاسازی قطره توانایی برنامه کامپیوتری در اعمال کشش سطحی سنجیده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که برنامه عددی حاضر، قادر است نیروی کشش سطحی تنظیمی را به خوبی مدل کند. سپس با استفاده از شبیه‌سازی ناپایداری رایلی-تیلور توانایی برنامه کامپیوتری در اعمال نیروهای حجمی سنجیده شده است که نشان می‌دهد نتایج برنامه عددی نوشته شده با نتایج عددی موجود در مراجع همخوانی نزدیکی دارد. در این پژوهش برای اولین بار، اثر حضور میدان الکتریکی بر قطره غوطه‌ور در یک سیال دیگر و به علاوه حضور قطره در محیط متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. بدین منظور ابتدا حرکت قطره در اثر اختلاف پتانسیل در محیط‌های متخلخل و غیرمتخلخل بررسی شده است. پس از مدل‌سازی حرکت قطره در اثر اختلاف پتانسیل، دو میدان الکتریکی در جهت عکس یکدیگر به قطره وارد شده است تا تغییر شکل قطره بررسی شود. سپس با اعمال تست‌های مختلف نشان داده شده است که در یک اختلاف پتانسیل مشخص، قطره پس از تغییر شکل زیاد، تجزیه شده و به قطرات کوچک‌تر تقسیم می‌شود. تجزیه قطرات در یک امولسیون پیش مخلوط، تکنیکی رایج در تولید قطرات مونودیسپرس است. وجود قطرات مونودیسپرس در یک امولسیون باعث بهبود خواص فیزیکی از نظر کارشناسان علم پلیمر می‌شود.

واژه‌های کلیدی: روش شبکه بولتزمن، جریان چند فازی، میدان الکتریکی، تغییر شکل و تجزیه قطره، محیط متخلخل.

## Simulation of Deformation and Break-up of Droplets in the Presense of Electric Field in Porous Media Using Lattice Boltzmann Method

P. Rastegar Rajeouni and A.R. Rahmati\*

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Iran.

**Abstract:** *In order to simulate multiphase flow in the presence of dielectric current using the Lattice Boltzmann Method*

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ar\_rahmati@kashanu.ac.ir

(LBM), three distribution functions are used, two of which for using the He-Chen-Zhang phase field model and one for solving the potential field. Initially, the ability of the code to apply surface tension was tested using the Laplace law and the drop release test. The results show that the present numerical program is capable of modeling well the regulated surface tension force. Then, the Rayleigh–Taylor instability simulation is used to evaluate the code's ability in applying volume forces. The results by the developed numerical program are in good agreement with the numerical results in the references. In this study, for the first time, the effect of electric field on a droplet immersed in another fluid and the presence of droplet in a porous medium is investigated by LBM. For this purpose, first the droplet motion due to the potential difference in the porous and non-porous media is investigated. After modeling the droplet motion due to the potential difference, two electric fields are applied to the droplet to reverse the droplet deformation. Through various tests, it is shown that at a given potential difference, the droplet breaks down after much deformation and is divided into smaller droplets. The decomposition of droplets in a pre-mixed emulsion is a common technique in the production of monodisperse droplets. The presence of monodisperse droplets in an emulsion improves the physical properties of polymer science experts.

**Keywords:** Lattice Boltzmann Method, Multiphase Flow, Electric Field, Droplet Deformation and break-up, Porous Media.

## فهرست علائم

$\gamma$	کشش سطحی	$D_f$	تغییر شکل
$\theta_M$	مویبیلیتی	$E_0$	اختلاف پتانسیل
$\sigma$	هدایت الکتریکی	$g$	شتاب گرانشی
$\rho$	چگالی سیال	$K$	نفوذپذیری محیط متخلخل
$\phi$	تابع شاخص در رابطه کاهن هیلارد	$P$	فشار هیدرودینامیک
$\mu_\phi$	پتانسیل شیمیایی	$R$	شعاع
$\nu$	لزجت	$t^*$	زمان نرمال
$\epsilon$	ضریب تخلخل	$u$	سرعت ماکروسکوپی

## ۱- مقدمه

دانشمندان قرار گرفته است [۶-۸]. تیلور برای اولین بار معادلات مشهور نشی دی‌الکتريک را ارائه کرد [۱، ۲ و ۷]. در این مدل در نظر گرفته می‌شود که سیال رسانایی کمی دارد و هنگامی که جریان الکتریکی اعمال می‌شود، بار آزاد تنها بر روی سطح مشترک دو سیال ظاهر می‌شود. او نشان داد که تئوری نشی دی‌الکتريک نتایج کیفی دقیقی را ارائه می‌کند [۱ و ۹]. ترائو و همکاران [۱۰] این تئوری را توسعه داده و نتایج را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. آنها نشان دادند که این مدل تنها برای جریان‌های ساده کاربرد داشته و برای جریان‌های پیچیده، روش المان محدود مورد نیاز است [۱۱].

روش شبکه بولتزمن به‌طور گسترده در شبیه‌سازی جریان‌های هیدرودینامیک مورد استفاده قرار گرفته است [۱۲]. یکی از کاربردهای خاص روش شبکه بولتزمن که توجه زیادی

جریان الکترو هیدرودینامیک مطالعه حرکات ایجاد شده سیال بر اثر اعمال یک میدان الکتریکی است [۱ و ۲]. اولین مطالعات جریان الکترو هیدرودینامیک به قرن هفده میلادی برمی‌گردد که طی آن گیلبرت نشان داد که یک قطره آب دایره‌ای که روی یک سطح خشک قرار می‌گیرد، در صورت اعمال میدان الکتریکی، به یک مخروط تغییر شکل می‌دهد [۳]. کاربردهای مدرن صنعتی و علمی جریان الکترو هیدرودینامیک گسترده است که می‌توان به پرینت جوهرافشان، رنگ‌آمیزی الکترواستاتیک، جوشش و بیوتکنولوژی اشاره کرد [۱، ۴ و ۵].

تغییر شکل در جریان الکترو هیدرودینامیک در سطوح مشترک سیال-سیال و به‌طور خاص تغییر شکل قطراتی که در یک سیال دیگر معلق هستند به‌طور گسترده مورد مطالعه

است. لازم به ذکر است اگر چه در مدل هی- چن- ژانگ، کشش سطحی به صورت مستقل تعیین شده و سرعت های پارازیتی در آن ناچیز است لکن این مدل قادر به حل مسائل چندفازی با نسبت های چگالی بالا نیست. در کار حاضر، ابتدا حرکت قطره در حضور میدان الکتریکی در میدان های متخلخل و غیرمتخلخل بررسی شده است و نشان داده شده است که با افزایش قدرت میدان الکتریکی، قطره از حالت تغییر شکل خارج شده که منجر به شکست قطره می شود. همچنین نشان داده شده است که وجود تخلخل در دامنه حل بر سرعت تغییر شکل قطره اثر مستقیم دارد. تجزیه قطره بر اثر اعمال دو میدان الکتریکی مختلف جهت در این مقاله شبیه سازی شده است. مطالعه مکانیک تغییر شکل و مکانیسم های تجزیه قطره در جریان برشی، یکی از اهمیت های بنیادین در علم پراکندگی و فرایندهای اختلاط است. تحقیقات تئوریک و آزمایشگاهی در این حوزه متمرکز بر تحلیل این موضوع است که چه قدرتی از جریان برای تجزیه شدن قطرات لازم بوده و همچنین انرژی مورد نیاز ورودی برای ایجاد این شدت جریان چه مقدار است.

## ۲- معادلات حاکم

### ۲-۱- مدل هی- چن- ژانگ

در این مطالعه، مدل شبکه بولتزن ارائه شده، مدلی است که توسط هی و همکاران [۲۰] ارائه شده است که یک مدل چند فازی- تک جزئی شبکه بولتزن است که برای شبیه سازی جریانات چند فازی تراکم ناپذیر استفاده می شود که به طور گسترده برای شبیه سازی تعداد زیادی از مسائل شبکه بولتزن استفاده شده است. در این مدل معادلات ماکروسکوپی در کنار رابطه کاهن هیلارد حل می شود. رابطه کاهن هیلارد<sup>۱</sup> به منظور شبیه سازی سطح مشترک دو فاز سیال در کنار معادلات ماکروسکوپی حل می شود. معادلات ماکروسکوپی بدین صورت ارائه شده اند.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

را به خود جلب کرده است، مدل کردن جریان های چندجزئی یا چندفازی است. شبیه سازی این جریان ها، با وجود اهمیت بالا به خاطر سطح مشترک های پیچیده در جریان های ناهمگن، با روش های عددی مرسوم، یعنی حل ماکروسکوپی معادلات ناویراستوکس، بسیار مشکل است. اما روش شبکه بولتزن به سبب اینکه برخلاف دیگر مدل ها، از معادلات دیفرانسیل خطی به جای معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده می کند، به راحتی می تواند چنین مسائلی را حل کند [۱۳]. مدل های چند جزئی و چند فازی شبکه بولتزن بسیار گسترده است اما مدل شان- چن به سبب سهولت در اجرا، بیشتر از سایر مدل های شبکه بولتزن استفاده شده است [۱۴] اما این مدل مشکلاتی دارد که می توان به وجود سرعت های پارازیتی و عدم امکان تنظیم کشش سطحی به صورت مستقل اشاره کرد [۱۵]. علیرغم استفاده بالای روش شبکه بولتزن در شبیه سازی جریان های چندفازی، استفاده از این روش به منظور شبیه سازی جریان هایی که در معرض الکترو هیدرودینامیک است، بسیار محدود است. ژنگ و کواگ [۱۶] در سال ۲۰۰۵ برای اولین بار از روش شبکه بولتزن برای شبیه سازی تغییر شکل قطره در جریان الکترو هیدرودینامیک استفاده کردند. آنها به منظور شبیه سازی جریان چند فازی از مدل شان- چن شبکه بولتزن [۱۷] استفاده کردند. در سال ۲۰۰۶ کوپرشوخ و مدمدف [۱۸] از معادلات دی الکتریک در کنار مدل شان- چن شبکه بولتزن به منظور حل مسائل چند فازی استفاده کردند. همچنین سینگا و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۹ تغییر شکل قطره در معرض میدان های الکتریکی مختلف جهت را بررسی کردند. آنها در پژوهش خود از مدل شان- دولن [۱۳] استفاده کردند. مدل شان- دولن نسبت به مدل شان- چن سرعت های پارازیتی کمتری را ایجاد می کند.

با توجه به محدودیت های اشاره شده برای مدل شان- چن [۱۷]، در این پژوهش برای اولین بار از مدل مبتنی بر میدان فاز هی- چن- ژانگ [۲۰] به منظور شبیه سازی تغییر شکل قطره در معرض نیروی الکترو هیدرودینامیک استفاده شده

روش های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰

کننده لزجت از طریق رابطه  $v = c_s^y (\tau_p - \tau_0 / \delta) \Delta t$  است. در شبیه‌سازی‌های انجام شده در این پژوهش  $\tau_1 = \tau_p$  در نظر گرفته شده است.  $S_i'(\mathbf{x}, t) \Delta t$  و  $S_i(\mathbf{x}, t)$  به ترتیب عبارت چشمه در رابطه‌های فوق هستند. توابع توزیع تعادلی  $f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)$  و  $g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)$  به صورت زیر ارائه شده است

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \phi \left[ 1 + \left( \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^y} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^x} - \frac{u^2}{2c_s^y} \right) \right] \quad (6)$$

$$g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \left[ p_i + c_s^y \rho \left( \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^y} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^x} - \frac{u^2}{2c_s^y} \right) \right] \quad (7)$$

که  $\rho$  و  $p$ ،  $\mathbf{u}$  به ترتیب سرعت ماکروسکوپی، فشار هیدرودینامیک و چگالی سیال بوده و  $\phi$  تابع شاخص در رابطه کاهن هیلارد است. در معادلات فوق،  $\mathbf{e}_i$  ها، سرعت‌های میکروسکوپی و  $w_i$  ها، ضرایب وزنی در شبکه  $D_2Q_9$  هستند.

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} \mathbf{0} & i=0 \\ c \left( \cos \left[ (i-1) \frac{\pi}{\gamma} \right], \sin \left[ (i-1) \frac{\pi}{\gamma} \right] \right) & i=1-4 \\ c \left( \cos \left[ (i-5) \frac{\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma} \right], \sin \left[ (i-5) \frac{\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma} \right] \right) & i=5-8 \end{cases} \quad (8)$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i=0 \\ \frac{1}{9} & i=1-4 \\ \frac{1}{36} & i=5-8 \end{cases} \quad (9)$$

مقادیر ماکروسکوپی با استفاده از روابط (۱۰) تا (۱۲) قابل محاسبه هستند.

$$\phi = \sum f_i \quad (10)$$

$$p = \sum g_i - \frac{\Delta t}{\gamma} u_\beta \partial_\beta \psi \quad (11)$$

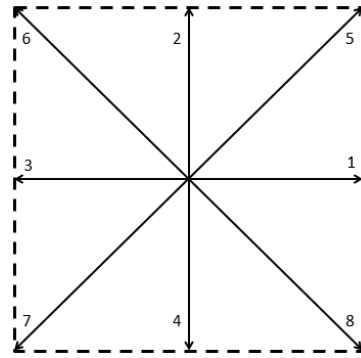
$$\rho u_\alpha c_s^y = \sum e_{i\alpha} g_i + \frac{\Delta t}{\gamma} c_s^y F_\alpha \quad (12)$$

که  $\psi$  تابعی از  $\rho$  و  $\phi$  است. همچنین نیروی  $F_\alpha = \kappa \rho \partial_\alpha (\partial_\delta^2 \rho)$  مربوط به کشش سطحی است.  $\psi(\rho)$  و  $\psi(\phi)$  وابسته به فشار هیدرودینامیک ( $p$ ) و ترمودینامیکی  $p_{th}$  هستند [۲۱].

$$\psi(\rho) = p - c_s^y \rho \quad (13)$$

$$\psi(\phi) = p_{th} - c_s^y \phi \quad (14)$$

که فشار ترمودینامیکی از طریق رابطه کارناهان استرلینگ<sup>۳</sup>



شکل ۱- شبکه  $D_2Q_9$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot [\rho v (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla)] + \kappa \rho \nabla \nabla^2 \rho + \mathbf{G} \quad (2)$$

در رابطه فوق  $\mathbf{G}$  معرف تمامی نیروهای خارجی وارد به سیال اعم از نیروی ناشی از میدان الکتریکی و نیروی حاصل از حضور سیال در محیط متخلخل است. تفاوت این معادلات با معادلات مرسوم ناویر استوکس در عبارت  $\kappa \rho \nabla \nabla^2 \rho$  است که صرفاً مربوط به تنش سطحی و  $\kappa$  پارامتر تعیین کننده در مقدار کشش سطحی است. رابطه کاهن هیلارد بدین صورت است.

$$\nabla \cdot (\phi \mathbf{u}) = \theta_M \nabla^2 \mu_\phi \quad (3)$$

که  $\theta_M$  موبیلیتی<sup>۲</sup> و  $\mu_\phi$  پتانسیل شیمیایی است. در این مدل از دو تابع توزیع  $f_i$  و  $g_i$  به ترتیب به منظور استخراج معادلات ناویراستوکس و کاهن هیلارد استفاده می‌شود. معادلات بولتزمن برای این دو تابع توزیع در معادلات (۴) و (۵) نوشته شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مطالعه از نسخه  $D_2Q_9$  شبکه بولتزمن استفاده شده است که در شکل (۱) نشان داده شده است.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_1} (f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) + S_i(\mathbf{x}, t) \Delta t \quad (4)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_p} (g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) + S_i'(\mathbf{x}, t) \Delta t \quad (5)$$

که  $f_i(\mathbf{x}, t)$  تابع توزیع چگالی در جهت  $i$  ام سرعت در موقعیت  $\mathbf{x}$  و زمان  $t$  است.  $\tau_1$  پارامتر تنظیم کننده موبیلیتی در رابطه کاهن هیلارد است.  $\tau_p$  زمان آسایش بوده و پارامتر تنظیم

## ۲-۲- تئوری دی الکتریک

به منظور اعمال نیروی الکتریکی به عملگر برخورد، ابتدا لازم است که پتانسیل الکتریکی سیال محاسبه شود. میدان الکتریکی به هدایت ( $\sigma$ ) و چگالی بار آزاد  $\rho_f$  با معادلات بقای بار مرتبط است.

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u} + \sigma \mathbf{E}) = 0 \quad (22)$$

که

$$\rho_f = \nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) \quad (23)$$

با توجه به فرض پایدار بودن چگالی بار آزاد و کوچک در نظر گرفتن زمان آسایش بار آزاد [۲۱] رابطه (۲۲) به شکل رابطه (۲۴) تبدیل می شود.

$$\nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = 0 \quad (24)$$

که در آن

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (25)$$

با توجه به اینکه میدان الکتریکی می تواند به عنوان گرادیان پتانسیل اسکالر نوشته شود.

$$\mathbf{E} = -\nabla U \quad (26)$$

رابطه الکترواستاتیک بر حسب پتانسیل الکتریکی بدین صورت نوشته می شود

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla U) = 0 \quad (27)$$

تنش الکتریکی با اعمال نیروی حجمی حاصل از میدان الکتریکی به مرحله برخورد اعمال می شود. نیروی الکتریکی بدین صورت محاسبه می شود.

$$\mathbf{F}_{ele} = -\frac{1}{\nu} \mathbf{E} \cdot \nabla \epsilon(x, t) + \rho_f \mathbf{E} \quad (28)$$

که  $\epsilon$  نفوذپذیری الکتریکی سیال است. به جهت اعمال این نیرو به سیال، این نیرو به مقدار  $F_\alpha$  در رابطه (۲۰) افزوده می شود.

$$F_\alpha = \kappa \rho \partial_\alpha \left( \partial_\delta^2 \rho \right) + F_{\alpha ele} \quad (29)$$

می توان با استفاده از یک روش عددی مناسب، توزیع  $U$  را به دست آورد. در این مطالعه روش شبکه بولتزمن ارائه شده توسط هی و لی [۲۲] و روش اختلاف محدود به کار گرفته شده است تا توزیع شبه پایدار پتانسیل الکتریکی محاسبه شود.

محاسبه می شود [۲۱].

$$p_{th} = \phi c_s^2 \left( \frac{1 + \frac{b\phi}{\nu} + \left( \frac{b\phi}{\nu} \right)^2 - \left( \frac{b\phi}{\nu} \right)^3}{\left( 1 - \frac{b\phi}{\nu} \right)^3} \right) - a\phi^2 \quad (15)$$

پارامترهای  $a$  و  $b$  همانند مقادیر داده شده توسط هی و همکاران [۲۰] برابر با  $\nu$  قرار داده شده است. با استفاده از معادلات ماکسول و انتگرال گیری از رابطه حالت می توان مقادیر  $\phi_g$  و  $\phi_l$  را محاسبه کرد [۲۱]. مقادیر  $\phi$  در فازهای مایع و گاز به ترتیب  $\phi_l = 0.251$  و  $\phi_g = 0.024$  تعیین شده است. پس از محاسبه  $\phi$  مقدار چگالی و لزجت از روابط زیر به دست آورد

$$\rho = \rho_g + \frac{\phi - \phi_g}{\phi_l - \phi_g} (\rho_l - \rho_g) \quad (16)$$

$$\nu = \nu_g + \frac{\phi - \phi_g}{\phi_l - \phi_g} (\nu_l - \nu_g) \quad (17)$$

که  $\rho_l$  و  $\rho_g$  چگالی مایع و گاز بوده و  $\nu$  به همین ترتیب مربوط به لزجت سینماتیکی فازها است. با انتخاب مقادیر  $\rho_l$  و  $\rho_g$  می توان مسائل در نسبت های چگالی مختلف را حل کرد. از رابطه (۱۷) به منظور محاسبه زمان آسایش در رابطه (۵) استفاده می شود. لذا می توان نوشت:

$$\tau = \tau_g + \frac{\phi - \phi_g}{\phi_l - \phi_g} (\tau_l - \tau_g) \quad (18)$$

عبارت های چشمه که در معادلات (۴) و (۵) مشاهده می شود به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$S_i = \left( 1 - \frac{1}{\nu \tau_i} \right) \frac{(\mathbf{e}_{i\alpha} - u_\alpha) \partial_\alpha \Psi}{c_s^2} \Gamma_i(\mathbf{u}) \quad (19)$$

$$S'_i = \left( 1 - \frac{1}{\nu \tau_i} \right) (\mathbf{e}_{i\alpha} - u_\alpha) F_\alpha \Gamma_i(\mathbf{u}) - \left( 1 - \frac{1}{\nu \tau_i} \right) (\mathbf{e}_{i\alpha} - u_\alpha) \partial_\alpha \Psi [\Gamma_i(\mathbf{u}) - \Gamma_i(0)] \quad (20)$$

که

$$\Gamma_i(\mathbf{u}) = w_i \left[ 1 + \left( \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{\nu c_s^2} - \frac{u^2}{\nu c_s^2} \right) \right] \quad (21)$$

در صورت وجود نیروهای حجمی در مسئله، مقادیر آن به پارامتر  $F_\alpha$  در رابطه (۲۰) اضافه می شود.

تخلخل محیط است که عددی بین صفر و یک است. عبارت اول در رابطه (۳۵) عبارت داری نامیده می‌شود که افت فشار خطی در حضور محیط متخلخل را بیان می‌دارد. عبارت دوم عبارت فورشیمر است که مربوط به اثرات غیرخطی افت فشار است.

در مسائل محیط متخلخل از عدد داری به عنوان عدد بدون بعد استفاده می‌شود که بدین صورت تعریف می‌شود.

$$Da = \frac{K}{H^2} \quad (37)$$

که  $H$  طول مشخصه مسئله است. در مسائل شبکه بولتزن عدد داری به صورت  $Da = K/N^2$  تعریف می‌شود که  $N$  تعداد نقاط در جهت طول مشخصه است. نیروی حجمی محاسبه شده به مقدار  $F_\alpha$  در رابطه (۲۰) به صورت زیر اضافه می‌شود

$$F_\alpha = \kappa \rho \partial_\alpha (\partial_\delta \rho) + F_{p\alpha} \quad (38)$$

### ۳- اعتبارسنجی

#### ۳-۱- آزمون لاپلاس

از مهم‌ترین آزمون‌ها در صحت سنجی برنامه عددی در روش‌های شبیه‌سازی دینامیکی سطح مشترک در شبیه‌سازی جریان‌های چند فازی، آزمون لاپلاس است. با توجه به رابطه ناویر استوکس برای جریان چند فازی و رابطه ناویراستوکس مرسوم، مشخص است که عبارت  $F_\alpha = \kappa \rho \partial_\alpha (\partial_\delta \rho)$  به عنوان نیروی حجمی به معادلات اضافه شده است.  $\kappa$  پارامتر تعیین کننده در مقدار کشش سطحی است لذا با تنظیم مقدار  $\kappa$  می‌توان کشش سطحی را برای هر برنامه عددی نوشته شده تعیین کرد. مطابق با قانون لاپلاس، کشش سطحی در سطح مشترک با اختلاف شار و انحنا قطره رابطه دارد.

$$\gamma = \frac{\Delta P}{R} \quad (39)$$

به جهت ایجاد شرایطی برای استفاده از این قانون بایستی شرایطی فراهم شود که تنها نیروی وارد شده به دامنه حل نیروی کشش سطحی باشد، لذا به جهت انجام تست لاپلاس، از یک دامنه با مرزهای پرودیک استفاده شده است تا اثرات

#### ۲-۳- بررسی جریان الکترو هیدرودینامیک با استفاده از روش شبکه بولتزن

همان‌گونه که اشاره شد، اثر میدان الکتریکی اعمال شده به دلیل هدایت، گذردهی و یا میدان الکتریکی غیریکنواخت به وسیله نیروهای الکتریکی (تنش ماکسول) سبب می‌شود. در اصل رابطه (۲۷) را می‌توان با استفاده از یک روش عددی مناسب به منظور به دست آوردن پتانسیل الکتریکی حل کرد. برای داشتن یک الگوریتم سازگار با روش شبکه بولتزن، از ساختار معرفی شده توسط هی و لی [۲۲] پیروی شده است. بنابراین تابع توزیع تعادلی  $h_i$  تعریف شده است.

$$h_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - h_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_h} (h_i(\mathbf{x}, t) - h_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (30)$$

به نحوی که

$$h_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i U(\mathbf{x}, t) \quad (31)$$

و

$$\tau_h(\mathbf{x}, t) = 3\sigma(\mathbf{x}, t) + \omega/5 \quad (32)$$

با توجه به بسط چاپمن انسکوگ<sup>۴</sup>، رابطه (۲۲) می‌تواند با تعریف پتانسیل به صورت رابطه (۳۳) پوشش داده شود.

$$U = \sum_i h_i \quad (33)$$

#### ۲-۴- معادلات حاکم بر محیط متخلخل

در این بخش اثر افزودن محیط متخلخل بر جریان سیال ارائه شده است. نیروی حجمی ایجاد شده بر اثر وجود تخلخل از رابطه (۳۵) استخراج می‌شود [۲۳].

$$F_{p\alpha} = -\frac{\varepsilon \nu}{K} u_\alpha - \frac{\beta}{\sqrt{K}} |\mathbf{u}| u_\alpha \quad (35)$$

که  $K$  نفوذپذیری محیط متخلخل است. برای محیط متخلخلی که به صورت یکنواخت با ذراتی کروی به قطر  $d_p$  پر شده است،  $K$  بدین صورت محاسبه می‌شود.

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{150(1-\varepsilon)^2} \quad (36)$$

ثابت  $\beta$  برابر با مقدار  $1/75/\sqrt{150\varepsilon}$  است که  $\varepsilon$  ضریب

جدول ۱- نتایج آزمون لاپلاس برای مقادیر مختلف شعاع قطره و پارامتر  $\kappa$ 

مورد	$\Delta P$	$\kappa$	R	$\gamma$	$\gamma/\kappa$
۱	$1 \times 10^{-5}$	۰/۰۱	۱۰	$1/3 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۳
۲	$5/51 \times 10^{-6}$	۰/۰۱	۲۰	$1/12 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۱
۳	$2/8 \times 10^{-6}$	۰/۰۱	۳۰	$8/4 \times 10^{-5}$	۰/۰۰۰۹
۴	$2/485 \times 10^{-5}$	۰/۰۲	۱۰	$2/4 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۲
۵	$1/122 \times 10^{-5}$	۰/۰۲	۲۰	$2/2 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۱
۶	$7/3 \times 10^{-6}$	۰/۰۲	۳۰	$2/19 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۱
۷	$3/198 \times 10^{-5}$	۰/۰۳	۱۰	$3/9 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۳
۸	$1/682 \times 10^{-5}$	۰/۰۳	۲۰	$3/3 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۱
۹	$1/12 \times 10^{-5}$	۰/۰۳	۳۰	$3/36 \times 10^{-4}$	۰/۰۱۱

هر مورد ابتدا اختلاف فشار بین نقاط بیرون و داخل قطره محاسبه شده است. سپس با توجه به مقادیر ورودی مسئله شامل شعاع قطره و  $\kappa$  مقدار کشش سطحی از طریق رابطه (۳۹) محاسبه شده است.

جدول (۱) نشان می‌دهد که مقادیر  $\sigma/k$  در تمامی تست‌های انجام شده برابر بوده و با مقدار  $\sigma/k = 0/011$  که توسط هی و همکاران [۲۰] ارائه شده است، تطابق دارد. ذکر این نکته اهمیت دارد که با تغییر چگالی‌های هر دو فاز و تغییر نسبت‌های چگالی، بایستی نسبت  $\sigma/k$  مجدداً از طریق آزمون لاپلاس تکرار شود. در صورتی که از نسبت چگالی یک با مقادیر  $\rho_l = \rho_g = 0/12$  استفاده شود نسبت مذکور برابر با  $\sigma/k = 0/46$  خواهد بود.

به‌علاوه قبل از شروع شبیه‌سازی یکی از ایرادات روش شان-چن وجود سرعت‌های پارازیتی در اطراف سطح مشترک است. اما در مدل هی-چن-ژانگ قبل از شروع حل نسبت به وجود و یا عدم وجود سرعت‌های پارازیتی در اطراف قطره اعتبارسنجی صورت می‌گیرد. در مدل شان-چن که پرکاربردترین مدل چند فازیه شبکه بولتزمن است، وجود سرعت‌های پارازیتی یکی از محدودیت‌های اساسی است [۱۳]. سرعت‌های پارازیتی برای برنامه عددی حاضر، در شکل‌های

دیواره بر قطره وجود نداشته باشد. همچنین هیچ‌گونه میدان نیرو و یا سرعت به قطره وارد نشده است. بدین‌منظور از یک دامنه به ابعاد  $100 \times 100$  استفاده شده است که یک قطره در مرکز دامنه قرار داده شده است. در این بخش چندین مورد مسئله شبیه‌سازی شده است.

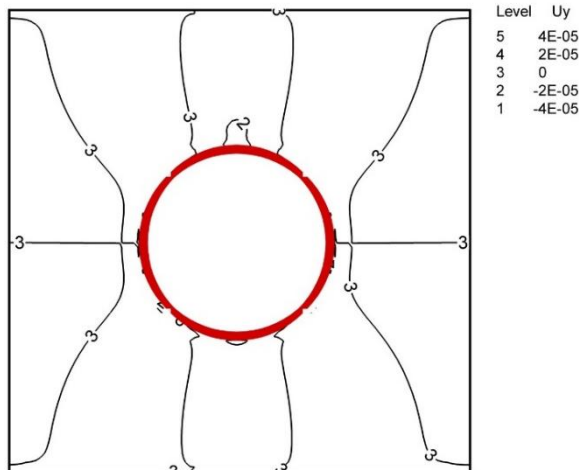
در شبیه‌سازی‌های پیش رو، چگالی فاز مایع برابر با  $\rho_l = 0/251$  و چگالی گاز برابر با  $\rho_g = 0/024$  است. با توجه به شبیه‌سازی انجام شده، اختلاف فشار سیال در بیرون و داخل قطره محاسبه شده و با در نظر گرفتن شعاع قطره پس از شبیه‌سازی با استفاده از رابطه (۳۹) کشش سطحی محاسبه می‌شود.

با توجه به اینکه چگالی در این مسئله به‌صورت اختیاری انتخاب شده است برای هر نسبت چگالی و هر مقدار چگالی بایستی تست لاپلاس به‌صورت جداگانه محاسبه شود و یک نسبت جداگانه برای کشش سطحی و پارامتر  $\kappa$  محاسبه شود. هی و همکاران [۲۰] بیان کردند که پارامتر  $\kappa$  و کشش سطحی رابطه خطی دارند و ضریب تبدیل آن عدد  $0/011$  است. یعنی

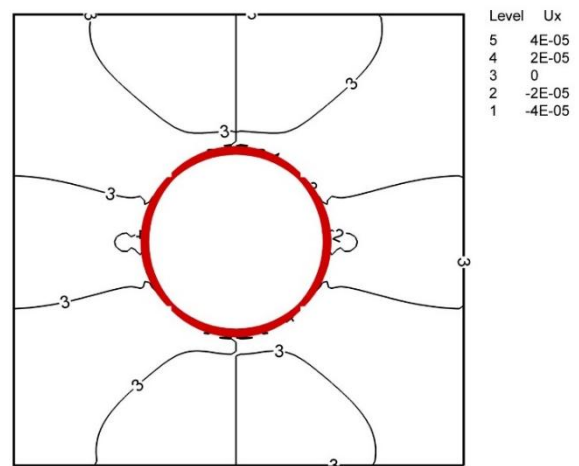
$$\gamma = 0/011 \kappa \quad (40)$$

به‌منظور صحت‌سنجی برنامه عددی نوشته شده، ۹ مورد تست انجام شده است که نتایج آن در جدول (۱) ارائه شده است. در

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۰



شکل ۳- سرعت‌های پارازیتی در جهت  $y$  در آزمون لاپلاس (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۲- سرعت‌های پارازیتی در جهت  $x$  در آزمون لاپلاس (رنگی در نسخه الکترونیکی)

مختلف در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده است.

همان‌گونه که در

شکل (۴) نشان داده شده است، قطره‌ای که درون سیال با ضریب لزجت پایین‌تر طی چند نوسان به حالت دایره رسیده است درحالی‌که در

شکل (۵) نشان داده شده است که قطره‌ای که درون سیال با ضریب لزجت بالاتر قرار گرفته است، بدون نوسان به حالت پایدار خود رسیده است.

### ۳-۳- ناپایداری رایلی - تیلور

هنگامی که سیال چگال‌تر بر روی یک سیال سبک‌تر قرار می‌گیرد، نیروی گرانش و یک اغتشاش در سطح مشترک بین سیالات سبک و سنگین باعث می‌شود که سیال سنگین به سمت پایین سقوط کرده و سیال سبک به سمت بالا صعود کند. البته اگر نیروی کششی سطح به اندازه کافی بزرگ باشد یا اغتشاش بیش از اندازه کوچک باشد، اغتشاش در خط وسط میرا می‌شود.

به جهت اینکه در این پدیده نیروهای حجمی دخیل است، از آن به جهت اعتبارسنجی برنامه عددی در اعمال نیروهای حجمی استفاده شده است. با توجه به اینکه نیروی حجمی وارد شده به این مسئله نیروی وزن سیال است،  $F_{\alpha}$  در رابطه (۲۰)

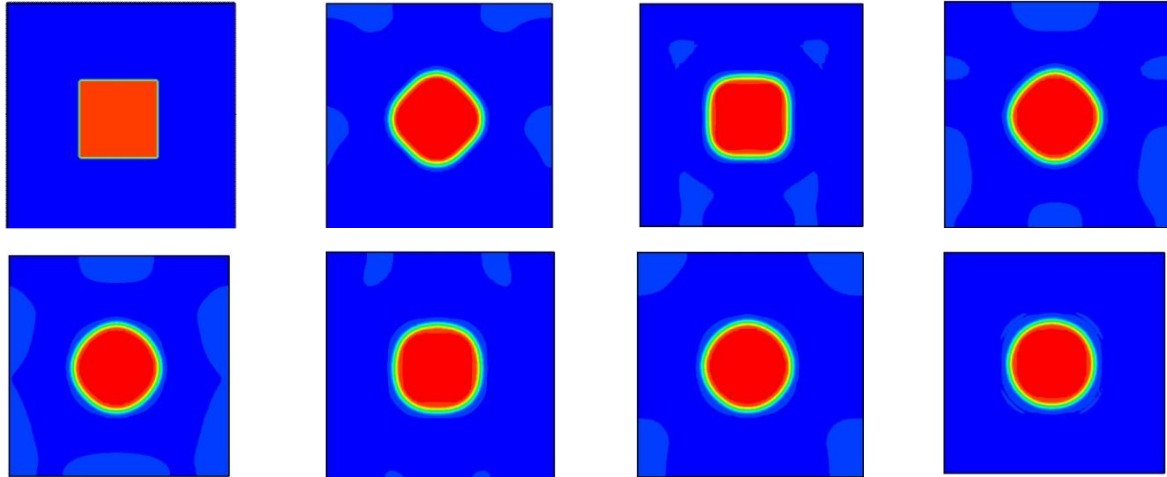
(۲) و (۳) برای سرعت در راستای  $x$  و  $y$  رسم شده است. که نشان می‌دهد سرعت‌های پارازیتی در این روش بسیار ناچیز و قابل صرف نظر است.

### ۳-۲- آزمون رهاسازی قطره

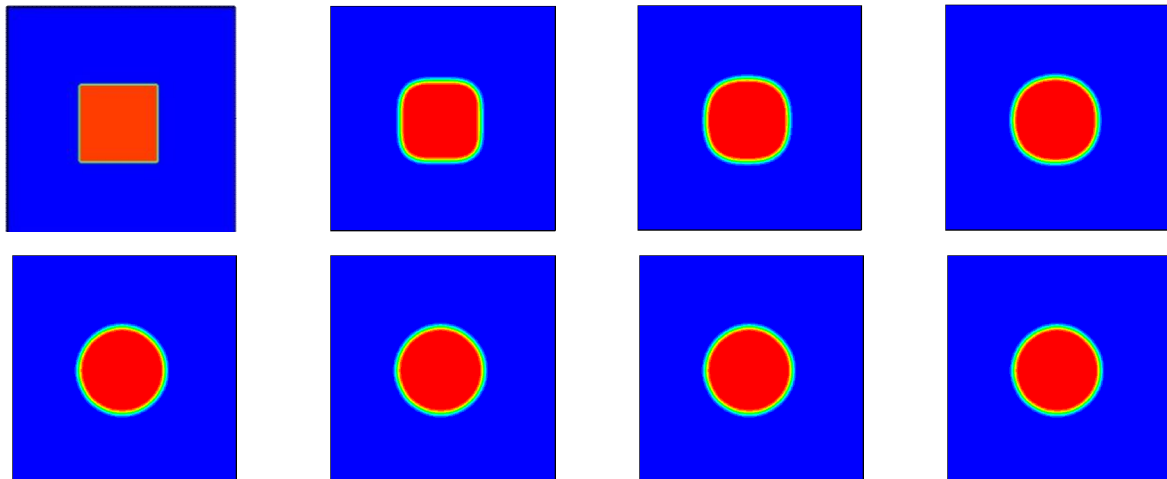
یکی از دیگر تست‌هایی که به منظور اعتبار برنامه‌های عددی به منظور شبیه‌سازی سیالات چند فازی انجام می‌شود، تست تبدیل قطره مربعی به دایره است. روش انجام این تست به این صورت است که در یک دامنه مربعی، محفظه‌ای مربعی شکل با چگالی متفاوت به همراه یک سطح مشترک تعریف می‌شود. دیگر شرایط مسئله همانند شرایط تعریف شده در تست لاپلاس است.

با توجه به اینکه نیروی کشش سطحی تنها نیروی وارده به سیال است و این نیرو بسته به اختلاف فشار است، لذا انتظار می‌رود که قطره مربعی به شکل دایره تبدیل شود. علاوه بر نحوه تغییر شکل قطره، پارامتر مهم دیگری بایستی در نظر گرفته شود. در بررسی نتایج این مسئله، لزجت نیز اهمیت دارد. انتظار می‌رود که در لزجت‌های پایین‌تر، قطره مربعی پس از چند نوسان به شکل پایدار برسد، درحالی‌که در لزجت‌های بالاتر قطره بلافاصله به حالت پایدار برسد. نتایج در دو لزجت





شکل ۴- تست قطره مربعی در ضریب لزجت  $\nu = 0/1$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۵- تست قطره مربعی در ضریب لزجت  $\nu = 0/166$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

رابطه (۴۲) تعریف عدد رینولدز در جریان رایلی تیلور را بیان می‌دارد [۲۰]. شکل (۶) هندسه و شرایط مرزی حاکم بر این مسئله را نشان می‌دهد. در این هندسه سیال با چگالی بالاتر بر روی یک سیال با چگالی پایین‌تر قرار گرفته است که کل سیال در معرض نیروی گرانش قرار گرفته است. شرط مرزی پرودیک در جهت  $x$  به دامنه حل اعمال شده است و شرط مرزی دواره ثابت در بالا و پایین دامنه برقرار است. به جهت مقایسه نتایج ارائه شده و نتایج موجود در مرجع [۲۰] دو مفهوم کلیدی در مسئله ناپایداری رایلی تیلور بایستی تعریف شود. این دو مفهوم دربرگیرنده موقعیت مکانی جبهه حرکت سیال سنگین

به صورت زیر نوشته می‌شود

$$F_{\alpha} = \kappa \rho \partial_{\alpha} (\partial_{\delta}^2 \rho) + \rho g_{\alpha} \quad (41)$$

اعداد بدون بعد در نظر گرفته شده برای این مسئله، عدد رینولدز و عدد آتوود است که بدین صورت تعریف می‌شود

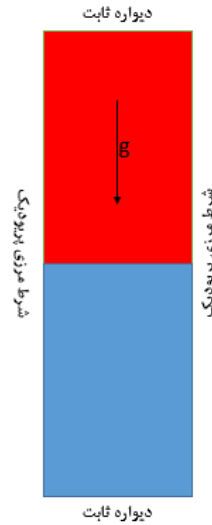
$$Re = UW / \nu \quad (42)$$

$$At = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l + \rho_g} \quad (43)$$

که  $U = \sqrt{Wg}$  سرعت مشخصه،  $W$  عرض دامنه حل،  $\nu$  ضریب لزجت سینماتیکی و  $g$  شتاب گرانشی است. در این مسئله از یک دامنه حل  $W \times L = 128 \times 512$  استفاده شده است.



شکل ۷- محل اندازه‌گیری پارامترهای Spike Tip و Bubble Front

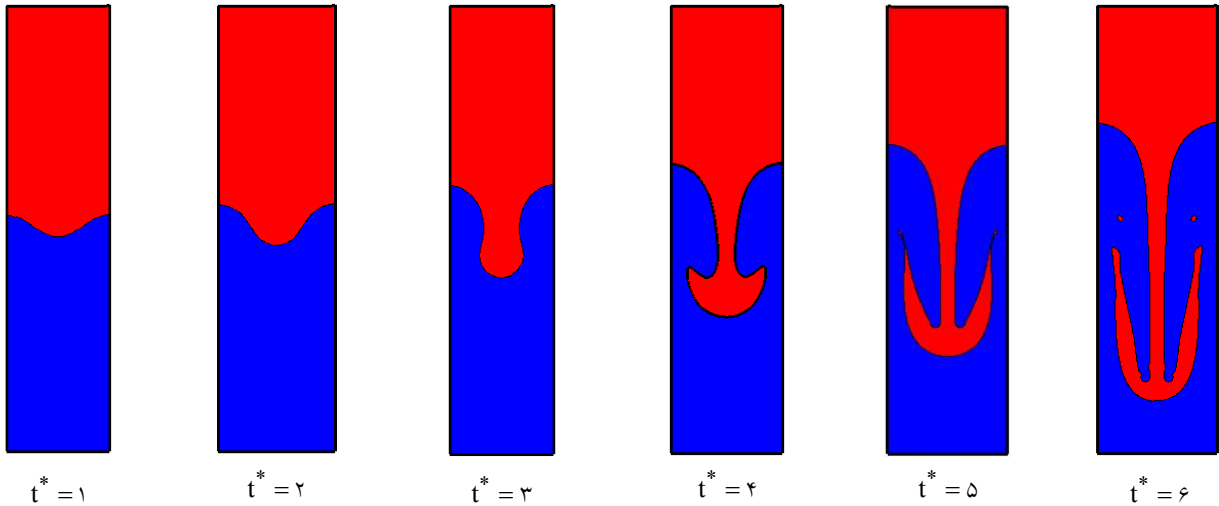


شکل ۶- هندسه مسئله ناپایداری رایلی تیلور (رنگی در نسخه الکترونیکی)

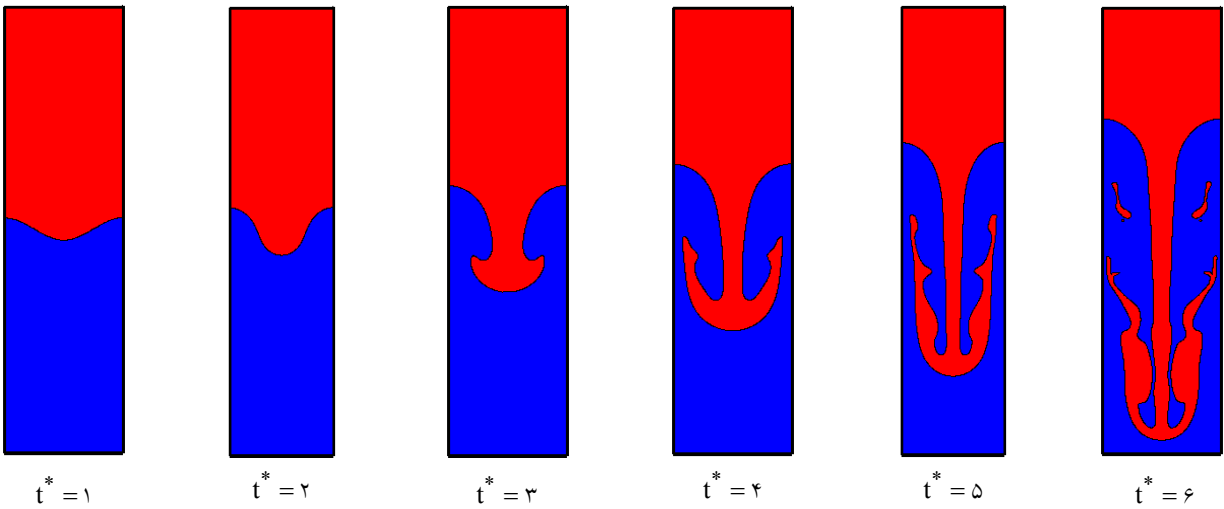
و لبه پیشروی کننده آن هستند. شکل (۷) نحوه تعریف دو مفهوم اشاره شده را در مسئله ناپایداری رایلی تیلور نشان می‌دهد.

با استفاده از روش عددی ارائه شده در بخش معادلات حاکم بدون در نظر گرفتن نیروهای الکترواستاتیک و تخلخل و به علاوه شرایط اولیه و مرزی حل که در شکل (۶) به آن اشاره شده است، در این بخش ناپایداری رایلی تیلور با استفاده از مدل هی-چن-ژانگ روش شبکه بولتزمن، حل شده است. نتایج در زمان‌های نرمال شده  $t^*$  ارائه شده است. زمان نرمال از طریق رابطه  $t^* = \sqrt{\frac{W}{g}}$  محاسبه می‌شود. نتایج در  $At = 0.5$  و در اعداد رینولدز  $Re = 256$  و  $Re = 1024$  در شکل (۸) نشان داده شده است.

شکل (۸) بیان می‌دارد که با توجه به قرارگیری سیال چگال‌تر بر روی سیال سبک‌تر و اغتشاش اولیه در نظر گرفته شده در مرکز دامنه حل، سیال سنگین به سمت پایین شروع به حرکت در سیال سبک پیش روی می‌کند. در رینولدز پایین‌تر سیال سنگین به آرامی درون سیال سبک نفوذ کرده و به آرامی به کف محفظه نزدیک می‌شود اما در رینولدز بالاتر این حرکت اغتشاش بیشتری دارد، به نحوی که به مرور زمان بر اثر



Re = 256 (الف)



Re = 1024 (ب)

شکل ۸- ناپایداری رایلی تیلور در دو عدد رایلی مختلف برای  $\kappa = 0.01$  و  $U = \sqrt{Wg} = 0.04$  در  $At = 0.5$  در دامنه  $W \times L = 128 \times 512$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

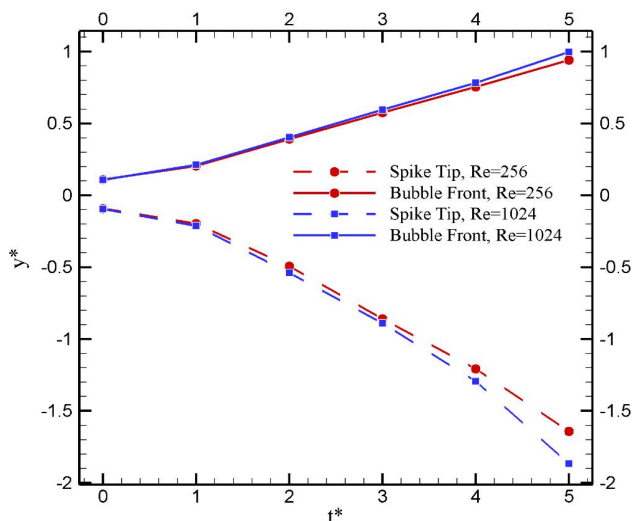
داشته باشد، اختلاف پتانسیل ایجاد شده یک میدان الکتریکی در سیال ایجاد می‌کند. به منظور حل جریان قطره در حضور جریان الکترو هیدرولیک، یک دامنه  $200 \times 100$  با دیواره‌های پر یودیک دو جهت استفاده شده است که یک قطره در مرکز آن قرار گرفته است. پتانسیل در دیواره سمت راست برابر با صفر و در دیواره سمت چپ برابر با  $U$  قرار داده شده است. در جهت بالا و پایین دامنه برای پتانسیل، پتانسیل خطی در نظر گرفته شده است. شکل (۱۱) دامنه و شرایط مرزی حاکم بر این مسئله

نتایج حاصل نشان می‌دهد که مقادیر  $y^*$  در اعداد رینولدز مختلف بر یکدیگر منطبق است.

#### ۴- نتایج

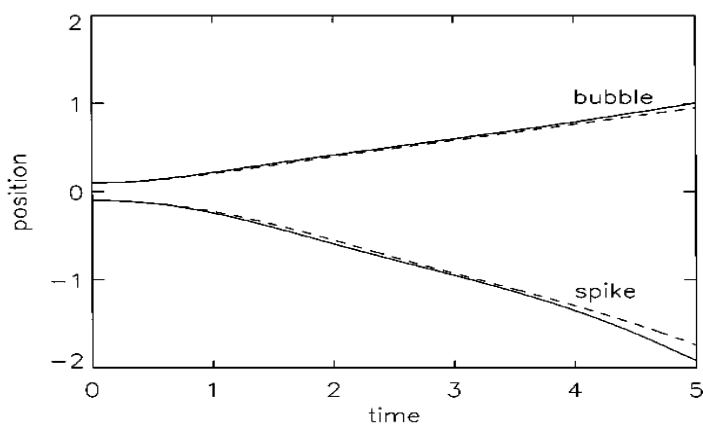
##### ۴-۴- حرکت و تغییر شکل قطره بر اثر اختلاف پتانسیل

در این بخش معادلات مربوط به جریان الکترو هیدرودینامیک به مسئله قطره در یک سیال ساکن اضافه شده است. هنگامی که دیواره‌های یک محفظه سیال در پتانسیل‌های مختلف قرار



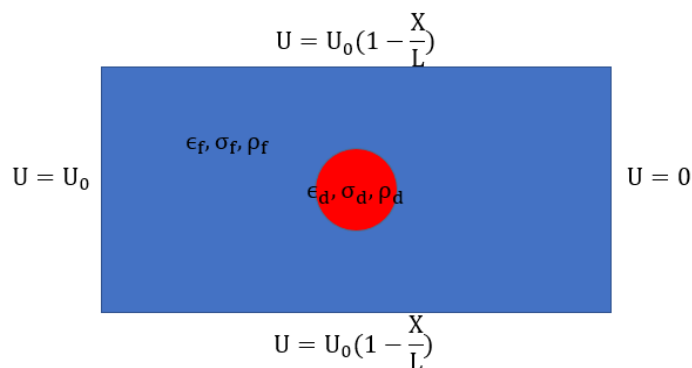
شکل ۹- تطابق نمودارهای محل قرارگیری

Bubble Front و Spike Tip در  $Re = 256$  و  $Re = 1024$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۱۰- نتایج مرجع [۲۰] در خصوص تطابق نمودارهای محل قرارگیری

Bubble Front و Spike Tip در  $Re = 256$  و  $Re = 1024$

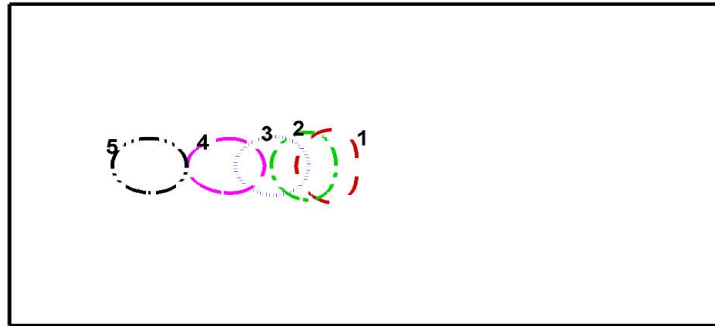


شکل ۱۱- دامنه و شرایط مرزی حاکم بر مسئله تغییر شکل قطره در

حضور جریان الکترو هیدرولیک (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۲- مقادیر پارامترهای شبکه بولتزمن استفاده شده در شبیه‌سازی تغییر شکل قطره بر اثر اختلاف پتانسیل

مقدار شبکه بولتزمن	پارامتر
$\rho_f = 0/12$	چگالی سیال
$\rho_d = 0/12$	چگالی قطره
$v_f = 0/167$	ضریب لزجت سیال
$v_d = 0/167$	ضریب لزجت قطره
$\gamma / \kappa = 0/0926$	کشش سطحی
$\sigma_f = 0/1$	هدایت الکتریکی سیال
$\sigma_d = 0/2$	هدایت الکتریکی قطره
$\epsilon_f = 0/01$	نفوذپذیری الکتریکی سیال
$\epsilon_d = 0/005$	نفوذپذیری الکتریکی قطره



شکل ۱۲- شبیه‌سازی حرکت قطره با شعاع  $R = 10 \text{ lu}$

در اختلاف پتانسیل  $E_0 = 0/05$  در شرایط ارائه شده در جدول (۱) (رنگی در نسخه الکترونیکی)

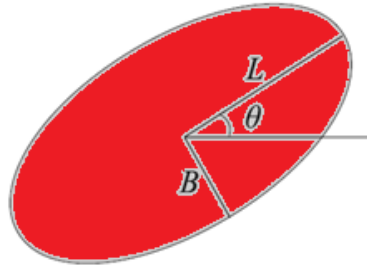
الکتروهایدروودینامیک را نشان می‌دهد. در این شکل قطره در ۵ گام زمانی مختلف رسم شده است. با شروع حرکت قطره ابتدا قطره تغییر شکل محسوسی داده و در ادامه به یک حالت پایدار رسیده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود پس از رسیدن قطره به یک شکل پایدار، قطره به شکل یک بیضی تغییر شکل داده است. میزان تغییر شکل قطره پارامتر اساسی در مطالعه جریان‌های حاوی قطره است.

از لحاظ تئوری، میزان تغییر شکل قطره را می‌توان با استفاده از رابطه (۴۴) تخمین زد. این رابطه تنها برای مواردی صحیح است که تغییر شکل‌های کوچک در قطره ایجاد شده باشد [۲۴].

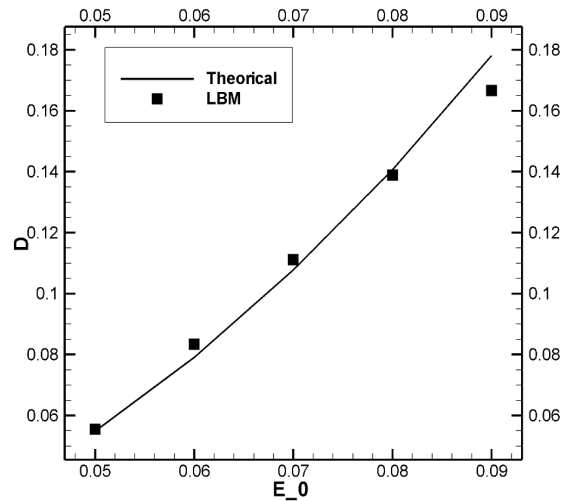
را نشان می‌دهد. مقادیر چگالی ( $\rho$ )، هدایت الکتریکی ( $\sigma$ ) و رسانایی الکتریکی ( $\epsilon$ ) برای هر دو سیال در نظر گرفته شده است که برای قطره از اندیس (d) و برای سیال محیط آن از اندیس (f) استفاده شده است.

با شروع حل، نیروی حاصل از میدان الکتریکی طبق رابطه (۲۷) به سیال وارد می‌شود. همان‌گونه که از رابطه (۲۶) مشخص است و با توجه به شکل (۱۱) یک میدان الکتریکی در خلاف جهت گرادیان پتانسیل یعنی از چپ به راست به سیال وارد می‌شود. در جدول (۲) مقادیر عددی وارد شده در مسئله ارائه شده است.

شکل (۱۲) نحوه حرکت قطره بر اثر اعمال نیروی



شکل ۱۳- قطره تغییر شکل یافته (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۱۴- مقایسه تغییر شکل قطره در میدان‌های الکتریکی مختلف با استفاده از نتایج تئوری و نتایج به‌دست آمده از حل عددی با توجه به شرایط ارائه شده در جدول (۱)

می‌توان پارامتر تغییر شکل ( $D_f$ ) را به‌صورت رابطه (۴۶) محاسبه کرد.

$$D = \frac{d\epsilon_g E_0^2 a}{2S(1+R)^2 \gamma} \quad (44)$$

میزان تغییر شکل قطره با استفاده از رابطه (۴۴) و نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی که از طریق رابطه (۴۶) محاسبه شده است در شکل (۱۲) با یکدیگر مقایسه شده است. در این شکل مقادیر تغییر شکل برحسب میدان الکتریکی رسم شده است. با توجه به اینکه رابطه (۴۴) تنها برای تغییر شکل‌های کوچک قابل استفاده است، این نتایج برای میدان‌های الکتریکی مابین مقادیر  $E_0 = 0.05$  تا  $E_0 = 0.09$  ترسیم شده است. در شکل (۱۴) خط توپر نشان دهنده مقادیر حاصل از تئوری و نقاط گسسته نشان دهنده مقادیر به‌دست آمده از حل عددی است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش میدان الکتریکی، تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد که این افزایش با آنچه از رابطه

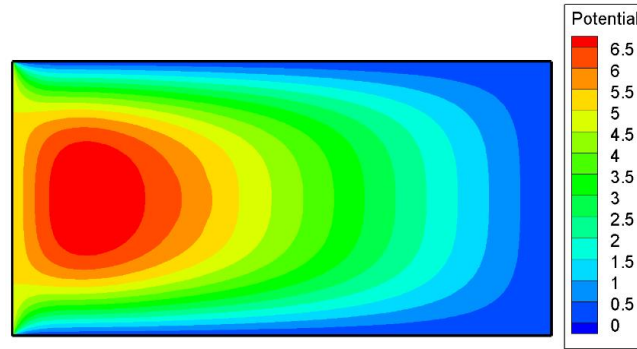
$$d = R^2 + R + 1 - 2S \quad (45)$$

است که  $R = \sigma_g / \sigma_l$  و  $S = \epsilon_g / \epsilon_l$  است. در رابطه (۴۴)  $E_0 = U_0 / H$  و شعاع قطره  $a$  است.

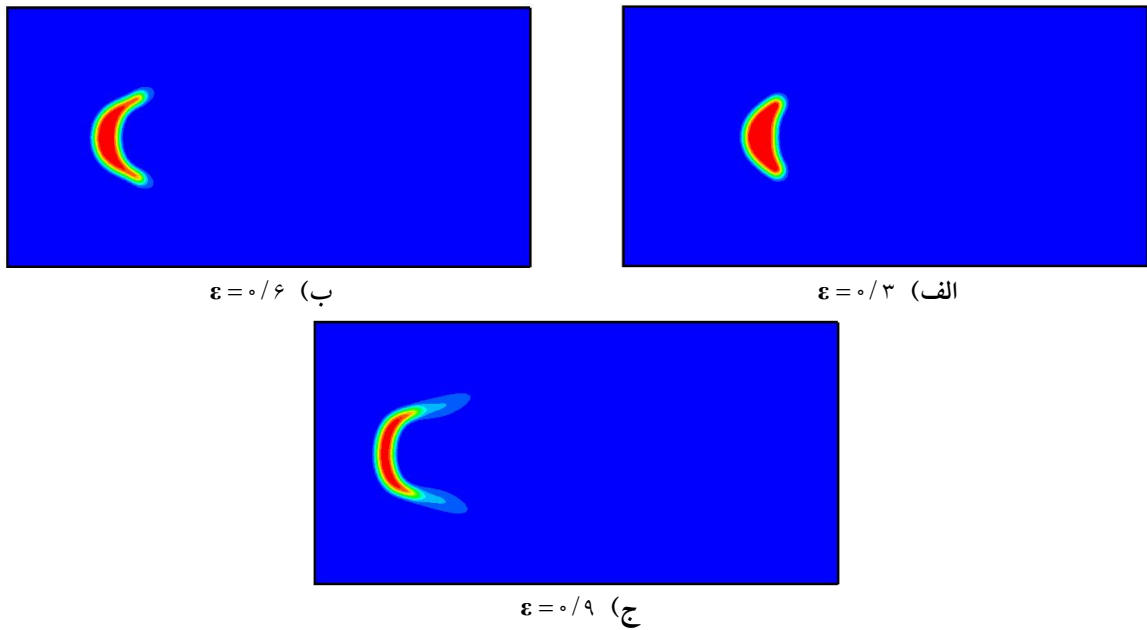
هنگامی که قطره تغییر شکل می‌دهد، از پارامتر تغییر شکل تیلور ( $D_f$ ) به‌منظور اندازه‌گیری میزان تغییر شکل قطره استفاده می‌شود [۲۵].

$$D_f = \frac{L-B}{L+B} \quad (46)$$

در این رابطه  $L$  و  $B$  به‌ترتیب شعاع بزرگ‌تر و کوچک‌تر قطره تغییر شکل یافته هستند؛ در صورتی که فرض شود که قطره تغییر یافته مطابق شکل (۱۳)، بیضی شکل است و با محاسبه  $L$  و  $B$



شکل ۱۵- میدان پتانسیل در دامنه سیال (رنگی در نسخه الکترونیکی)



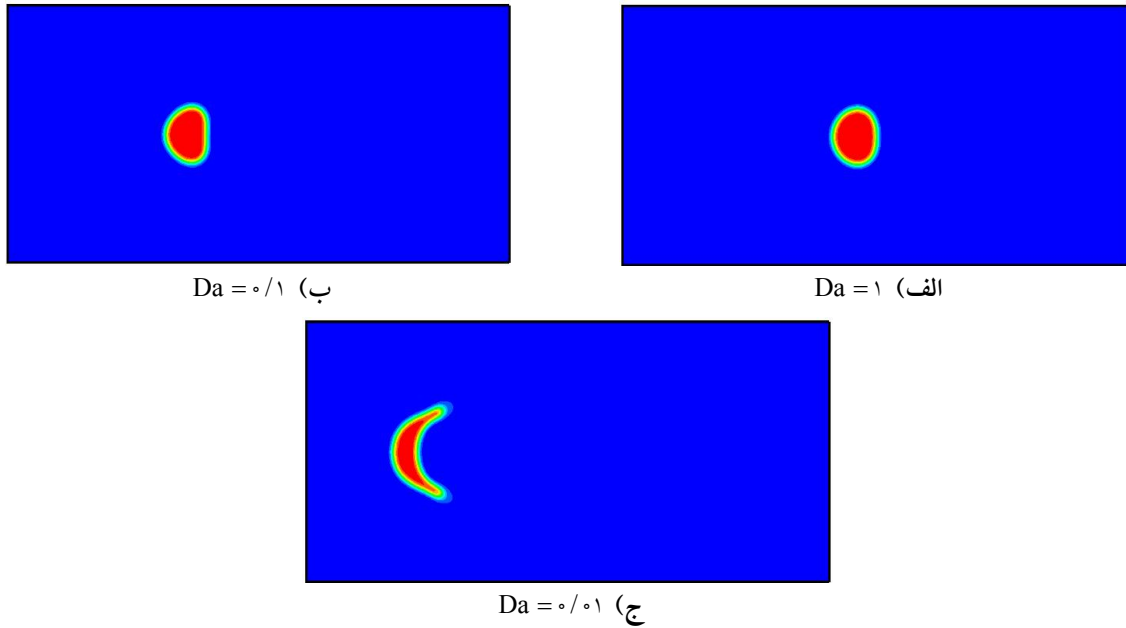
شکل ۱۶- تغییر شکل قطره در ضرایب تخلخل مختلف با شرایط موجود در جدول (۱)،  $E_0 = 0/05$  و  $Da = 0/01$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جریان در سیستم‌های خنک کاری جذبی دوفاز است که به جهت افزایش سطح تماس از یک محیط متخلخل درون آن استفاده می‌شود. در این بخش تأثیر اثر تخلخل بر روی تغییر شکل قطره مطالعه شده است. ابتدا نحوه تغییر شکل قطره در یک زمان مشخص در محیط متخلخل نشان داده شده است. همانگونه که در شکل (۱۲) نشان داده شده است، در محیط غیرمتخلخل با شرایط موجود این مسئله، قطره در حالت بیضی شکل پایدار می‌شود در حالی که شکل (۱۶) نشان می‌دهد که در محیط متخلخل تغییر شکل

(۴۴) حاصل شده است تطابق دارد. میدان پتانسیل ایجاد شده در دامنه حل در شکل (۱۵) نشان داده شده است. همانگونه که در شکل نشان داده شده است، میزان پتانسیل در نزدیکی الکتروود پر پتانسیل متمرکز است.

#### ۴-۲- حرکت و تغییر شکل قطره بر اثر اختلاف پتانسیل در محیط متخلخل

اثر تخلخل بر روی حرکت قطره در حضور نیروی الکترو هیدرودینامیک در این بخش بررسی شده است. کاربرد این



شکل ۱۷- تغییر شکل قطره در ضرایب تخلخل مختلف با

شرایط موجود در جدول (۱)،  $E_0 = 0.05$  و  $\varepsilon = 0.6$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

بنیادین در علم پراکندگی و فرایندهای اختلاط است. تحقیقات تئوریک و آزمایشگاهی در این حوزه متمرکز بر تحلیل این موضوع است که چه قدرتی از جریان برای تجزیه شدن قطرات لازم بوده و همچنین انرژی مورد نیاز ورودی برای ایجاد این شدت جریان لازم است. به علاوه توزیع اندازه قطرات حاصل و رئولوژی مخلوط مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج به دست آمده از چنین مطالعاتی می‌تواند در شکل‌گیری پراکندگی‌ها و امولسیون‌ها، خصوصاً در طراحی دستگاه‌های اختلاط با راندمان بالا، اعمال شود [۲۶]. اعمال جریان برشی در یک امولسیون پیش مخلوط، تکنیکی رایج در تولید قطرات مونودیسپرس است. وجود قطرات مونودیسپرس در یک امولسیون باعث بهبود خواص فیزیکی از نظر کارشناسان علم پلیمر می‌شود [۲۷].

به منظور شبهه‌سازی حرکت قطره بر اثر اعمال اختلاف پتانسیل در جهات مختلف، از هندسه شکل (۱۸) استفاده شده است. به منظور شبهه‌سازی تجزیه حباب در مایع، نسبت چگالی حدود  $10^6$  در نظر گرفته شده است. اطلاعات ورودی مسئله در

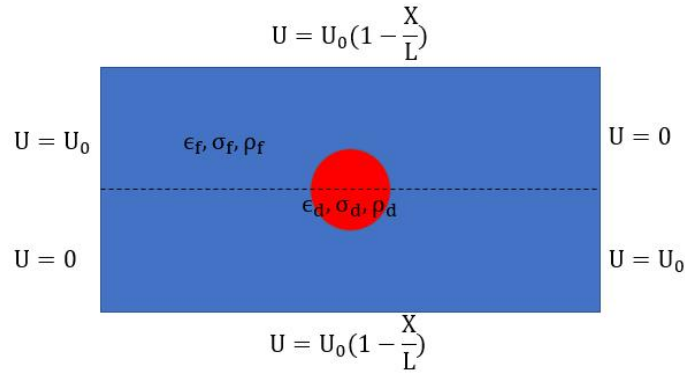
قطره از حالت بیضی شکل خارج می‌شود و با افزایش تخلخل تغییر شکل قطره بیشتر می‌شود. به علاوه با افزایش تخلخل سرعت حرکت قطره بیشتر می‌شود.

در شکل (۱۷) اثر عدد داری بر تغییر شکل قطره بررسی شده است. همانند شرایط موجود در مسئله قبل، اعداد داری  $Da = 1, 0.1, 0.01$  در ضریب تخلخل  $\varepsilon = 0.6$  بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش عدد داری تغییر شکل قطره بیشتر شده و قطره با سرعت بیشتری حرکت می‌کند.

#### ۳-۴- تغییر شکل قطره بر اثر اعمال اختلاف پتانسیل در جهات مختلف

یکی از مسائل مطرح شده در خصوص تغییر شکل قطره، تغییر شکل قطره در حضور جریان برشی است. هنگامی که قطرات یک سیال درون سیال دیگر قرار گیرند، شروع به تغییر شکل می‌کنند و اگر نرخ برش به اندازه کافی بزرگ باشد، ممکن است قطرات درون سیال تجزیه شوند. مطالعه مکانیک تغییر شکل و مکانیسم‌های تجزیه قطره در جریان برشی، یک از اهمیت‌های





شکل ۱۸- هندسه مسئله بررسی قطره در حضور اختلاف پتانسیل در دو جهت مختلف (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۳- مقادیر پارامترهای شبکه بولتزمن استفاده شده در شبیه‌سازی تغییر شکل قطره بر اثر اختلاف پتانسیل

مقدار شبکه بولتزمن	پارامتر
$\rho_f = 0/251$	چگالی سیال
$\rho_d = 0/24$	چگالی قطره
$\nu_f = 0/167$	ضریب لزجت سیال
$\nu_d = 0/167$	ضریب لزجت قطره
$\gamma / \kappa = 0/01$	کشش سطحی
$\sigma_f = 0/1$	هدایت الکتریکی سیال
$\sigma_d = 0/2$	هدایت الکتریکی قطره
$\epsilon_f = 0/01$	نفوذپذیری الکتریکی سیال
$\epsilon_d = 0/005$	نفوذپذیری الکتریکی قطره

جدول (۴) داده شده است. در این جدول به منظور تعریف

پارامتر تغییر شکل  $D_f$  از رابطه (۴۶) استفاده شده است.

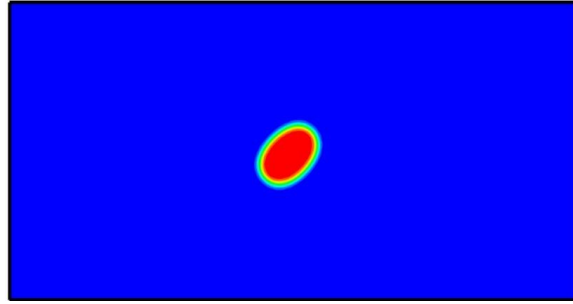
همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش اختلاف پتانسیل میزان تغییر شکل قطره زیاد می‌شود به نحوی که با افزایش بیشتر آن قطره شکل بیضوی خود را از دست می‌دهد و در نهایت تجزیه می‌شود.

با افزایش اختلاف پتانسیل به عددی بزرگ‌تر از مقدار  $E_0 = 0/08$  مشاهده می‌شود که قطره تغییر شکل مستمر خواهد داشت که در نهایت منجر به تجزیه قطره می‌شود. شکل (۲۰) نحوه شکست قطره را در طی چند مرحله زمانی نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که با شروع فرایند حل، قطره در دو

جدول (۳) ارائه شده است.

در خصوص مسئله فوق این نکته مدنظر است که در صورت اعمال چه میدان الکتریکی در محفظه قطره تجزیه خواهد شد. به طور مثال در حضور اختلاف پتانسیل  $E_0 = 0/02$  قطره دچار تغییر شکل می‌شود اما این تغییر شکل منجر به شکست قطره نخواهد شد. این تغییر شکل پس از مدتی ثابت شده و قطره در سیال غوطه‌ور می‌شود. شکل (۱۹) حالت قطره پس از پایدار شدن را نشان می‌دهد.

به منظور مطالعه تغییر شکل قطره در اختلاف پتانسیل‌های مختلف، تغییر شکل قطره در شعاع  $10 \mu m$  برای مقادیر اختلاف پتانسیل مختلف بررسی شده است. نتایج این شبیه‌سازی‌ها در



شکل ۱۹- تغییر شکل قطره با شرایط موجود در جدول (۳) و  $E_0 = 0/02$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

جدول ۴- تغییر شکل قطره به شعاع  $10 \mu\text{m}$  در اختلاف پتانسیل‌های مختلف

مورد	$E_0$	$D_f$
۱	۰/۰۲	۰/۰۲۶۸۹
۲	۰/۰۳	۰/۲۸۷۹
۳	۰/۰۴	۰/۴۴۳۸
۴	۰/۰۵	۰/۵۵۸۸

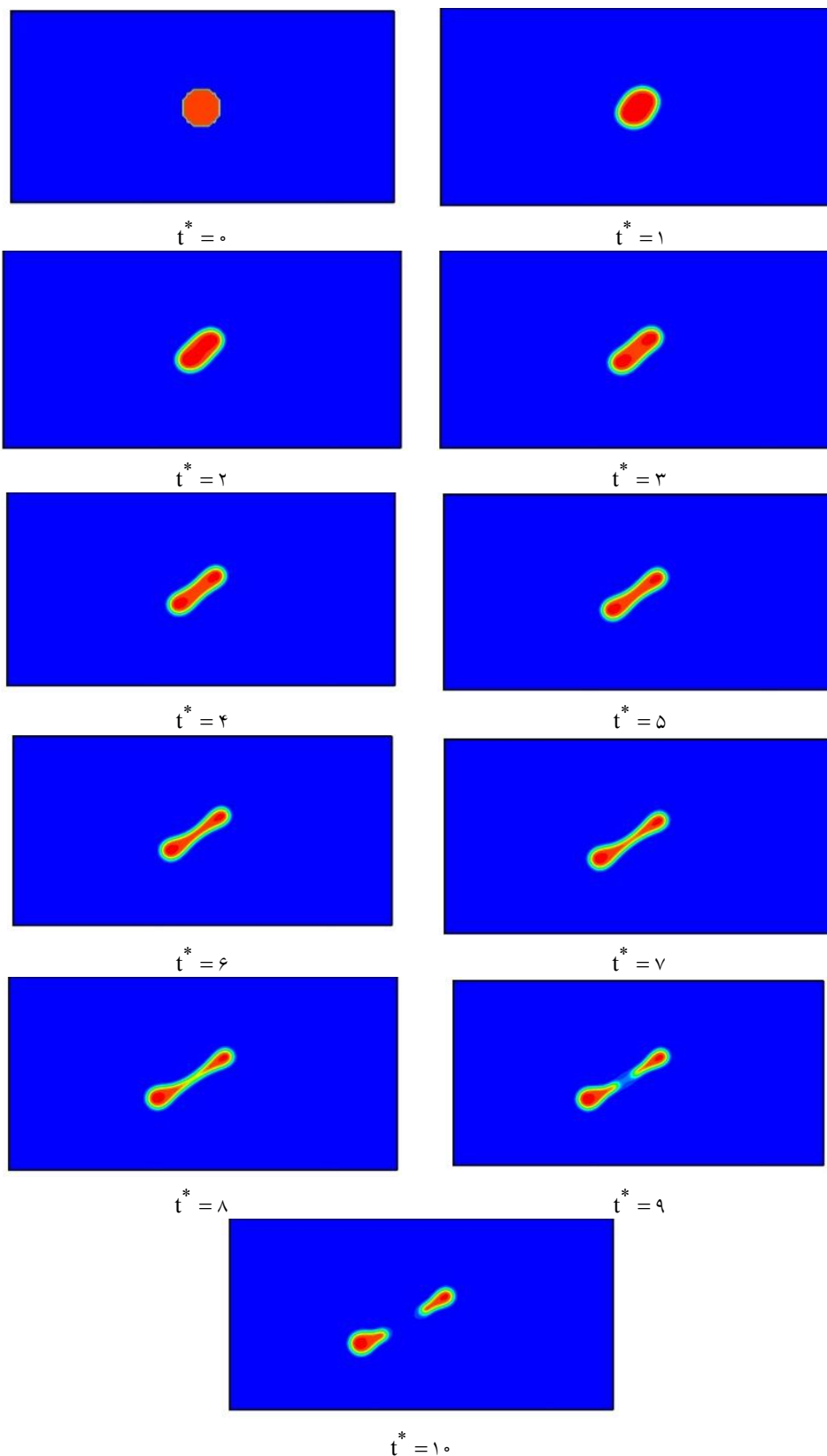
در جدول (۳) ارائه شده است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی در شکل (۲۲) نشان داده شده است. اختلاف پتانسیل در هر یک از ناحیه‌های مشخص شده برابر با  $E_0 = 0/08$  در نظر گرفته شده است. با شروع حل، قطره‌ای که در مرکز دامنه حل قرار گرفته است، در دو جهت مختلف شروع به تغییر شکل می‌کند. با ادامه روند حل قطره کشیده شده و ابتدا به شکل بیضی درآمد و سپس با نازک شدن میانه قطره، از حالت بیضی خارج می‌شود و در نهایت از وسط قطره، تجزیه آن صورت می‌پذیرد. با توجه به اینکه لایه‌های میدان الکتریکی با عرض کم اعمال شده است، قطره از میدانی که در آن قرار می‌گیرد خارج نشده و تحت تأثیر همان میدان تغییر شکل می‌دهد. اما دو قطره دیگر با توجه به میدان‌های الکتریکی با قدرت‌های متفاوتی که به بالا و پایین آنها اعمال می‌شود، تغییر شکل‌های متفاوتی را در بالا و پایین قطره تجربه می‌کنند که این امر باعث می‌شود که از مرکز قطره، قطرات شروع به نازک شدن کرده و در نهایت تجزیه می‌شوند. پس از تجزیه قطرات تجزیه شدن در یک لایه از میدان الکتریکی قرار گرفته و به سمت دیواره‌های محفظه حرکت می‌کند. این نتیجه نشان

جهت مختلف شروع به تغییر شکل می‌کند. با ادامه روند حل، قطره کشیده شده و ابتدا به شکل بیضی درآمد و سپس با نازک شدن میانه قطره، از حالت بیضی خارج می‌شود و در نهایت از وسط قطره، تجزیه آن صورت می‌پذیرد.

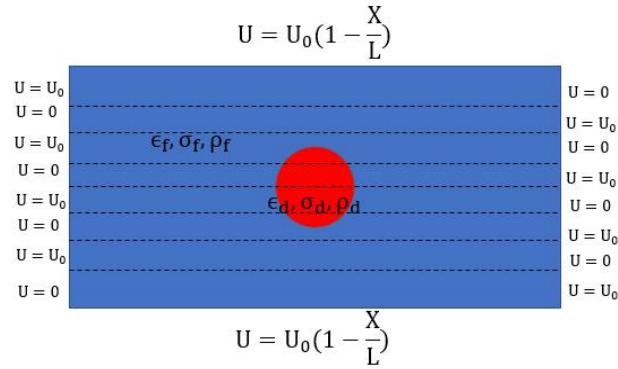
#### ۴-۴- حذف قطرات موجود در مایع با استفاده از نیروی

##### الکترو هیدرو دینامیک

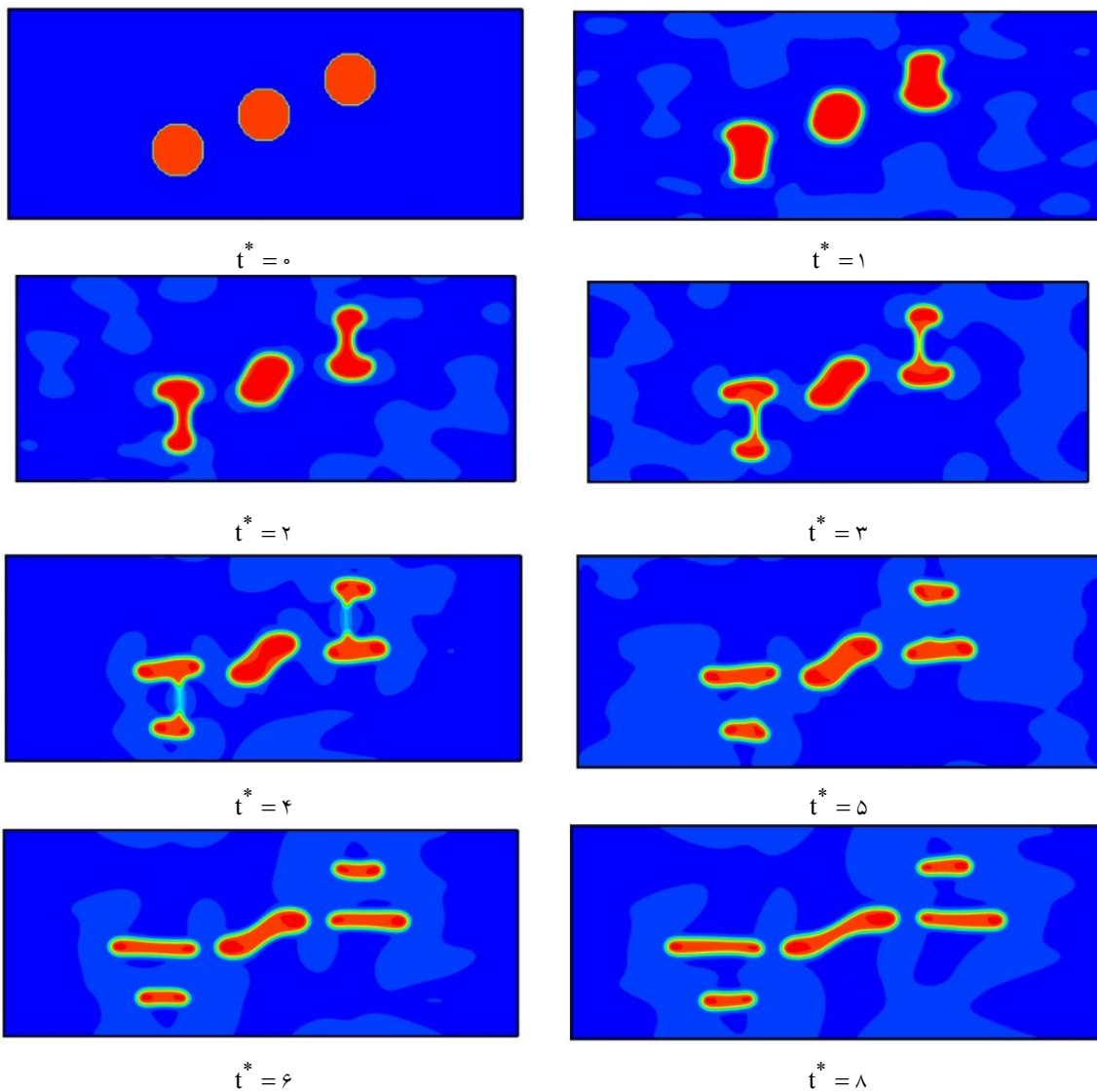
با توجه به قابلیت مدل ارائه شده در خصوص شبیه‌سازی تجزیه قطرات، در این بخش، جریان الکترو هیدرو دینامیک به تعدادی از قطرات درون یک محفظه اعمال شده است. در این مسئله، که در شکل (۲۱) دامنه حل آن به صورت شماتیک نشان داده شده است، سه قطره در دامنه حل قرار داده شده است و جریان الکترو هیدرو دینامیک در ۸ ناحیه به صورت مختلف‌الجهت به قطرات اعمال می‌شود. انتظار می‌رود با توجه به نتایج مرحله قبل، قطرات به قطرات کوچک‌تر تجزیه شده و قطرات به دیواره‌های کناری دامنه حل منتقل شوند. به منظور شبیه‌سازی تجزیه حباب در مایع، نسبت چگالی حدود  $10$  در نظر گرفته شده است. اطلاعات ورودی مسئله



شکل ۲۰- تجزیه قطره با شرایط موجود در جدول (۳) و  $E_0 = 0.08$  در حضور دو میدان مختلف جهت (رنگی در نسخه الکترونیکی)

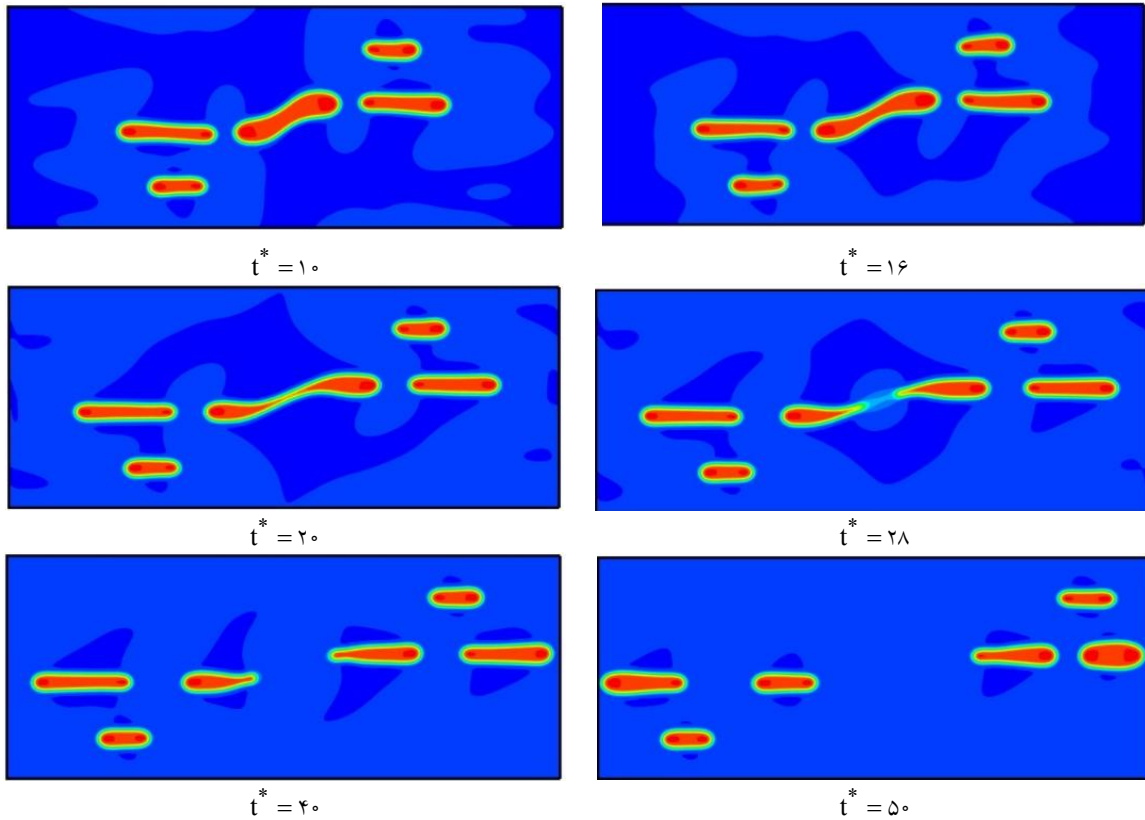


شکل ۲۱- هندسه مسئله بررسی نحوه شکست قطرات در حضور میدان‌های کوچک مختلف‌الجهت (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۲۲- تجزیه قطرات با شعاع  $R = 15 \text{ lu}$  با شرایط موجود در جدول (۳) در حضور میدان‌های پتانسیل متعدد و

مختلف‌الجهت با قدرت  $E_0 = 0.08$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)



ادامه شکل ۲۲- تجزیه قطرات با شعاع  $R = 15 \text{ lu}$  با شرایط موجود در جدول (۳) در حضور میدان‌های پتانسیل متعدد و مختلف‌الجهت با قدرت  $E_0 = 0.08$  (رنگی در نسخه الکترونیکی)

میدان الکتریکی استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مطابق انتظار قطره تحت تأثیر میدان الکتریکی قرار گرفته و به سمت دیواره با پتانسیل بیشتر حرکت می‌کند. در ادامه به منظور بررسی توانایی برنامه کامپیوتری در شبیه‌سازی تجزیه قطره، دو میدان الکتریکی در جهات مختلف به قطره وارد شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش اختلاف پتانسیل دیواره‌ها، قطره تجزیه می‌شود. از نتیجه به دست آمده می‌توان برای از بین بردن قطرات به وجود آمده در سیالات دیگر به جهت افزایش کیفیت مخلوط‌ها و مواد مذاب پلیمری استفاده کرد. نتایج حاصله در تهیه مذاب مناسب در تولید قطعات پلاستیکی به روش تزریق پلاستیک کاربرد دارد.

می‌دهد که با اعمال نیروی الکترو هیدرودینامیک می‌توان قطرات موجود در سوسپانسیون‌های پلیمری که باعث افت کیفیت قطرات می‌شوند را از بین برد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش برای اولین بار جریان دوفازی در حضور میدان الکتریکی با استفاده از مدل مبتنی بر میدان فاز روش شبکه بولتزنم مورد بررسی قرار گرفت. به منظور اعمال نیروی هیدروالکتریک از یک تابع توزیع تعادلی استفاده شده است. پس از صحت سنجی برنامه عددی با استفاده از آزمون لاپلاس، آزمون رهاسازی قطره و ناپایداری رایلی تیلور، از برنامه عددی نوشته شده به منظور شبیه‌سازی حرکت قطره در

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| 1. Cahn-Hilliard | 3. Callahan-Esterling |
| 2. mobility      | 4. Chapman Enskog     |

## مراجع

- Saville, D. A., "Electrohydrodynamics: The Taylor-Melcher Leaky Dielectric Model", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 29, No. 1, pp. 27-64, 1997.
- Melcher, J. R., and Taylor, G.I., "Electrohydrodynamics: a Review of the Role of Interfacial Shear Stresses", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 1, No. 1, pp. 111-146, 1969.
- Taylor, G. I., "Electrically Driven Jets", *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 313, No. 1515, pp. 453-475, 1969.
- Castellanos, A. and Gonzalez, A., "Nonlinear Electrohydrodynamics of Free Surfaces", *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 5, No. 3, pp. 334-343m 1998.
- Ha, J. W., and Yang, S. M., "Electrohydrodynamics and Electrorotation of a Drop with Fluid Less Conductive than that of the Ambient Fluid", *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 4, pp. 764-772, 2000.
- Allan, R. S., and Mason, S. G., "Particle Behaviour in Shear and Electric Fields. I. Deformation and Burst of Fluid Drops", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 267, No. 1328, pp. 45-61, 1962.
- Taylor, G.I., "Studies in Electrohydrodynamics. I. The Circulation Produced in a Drop by an Electric Field", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 291, No. 1425, pp. 159-166, 1966.
- Torza, S., Cox, R. G., and Mason, S. G., "Electrohydrodynamic Deformation and Bursts of Liquid Drops", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 269, No. 1198, pp. 295-319, 1971.
- Lee, S. M., Im, D. J., and Kang, I. S., "Circulating Flows Inside a Drop under Time-Periodic Nonuniform Electric Fields", *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 8, pp. 1899-1910, 2000.
- Trau, M., Sankaran, S., Saville, D. A., and Aksay, I. A., "Pattern Formation in Nonaqueous Colloidal Dispersions Via Electrohydrodynamic Flow", *Langmuir*, Vol. 11, No. 12, pp. 4665-4672, 1995.
- Feng, J.Q., "Electrohydrodynamic Behaviour of a Drop Subjected to a Steady Uniform Electric Field at Finite Electric Reynolds Number", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 455, No. 1986, pp. 2245-2269, 1999.
- Succi, S., *The lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, 2001.
- Chen, S., and Doolen, G. D., "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 329-364, 1998.
- Hou, S., Shan, X., Zou, Q., Doolen, G. D., and Soll, W.E., "Evaluation of Two Lattice Boltzmann Models for Multiphase Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 138, No. 2, pp. 695-713, 1997.
- Huang, H., Wang, L. and Lu, X. Y., "Evaluation of Three Lattice Boltzmann Models for Multiphase Flows in Porous Media", *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 61, No. 12, pp. 3606-3617, 2011.
- Zhang, J. and Kwok, D. Y., "A 2D Lattice Boltzmann Study on Electrohydrodynamic Drop Deformation with the Leaky Dielectric Theory", *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, No. 1, pp. 150-161, 2005.
- Shan, X. and Chen, H., "Lattice Boltzmann Model for Simulating Flows with Multiple Phases and Components", *Physical Review E*, Vol. 47, No. 3, p. 1815, 1993.
- Kupershtokh, A.L. and Medvedev, D. A., "Lattice Boltzmann Equation Method in Electrohydrodynamic Problems", *Journal of Electrostatics*, Vol. 64, No. 7-9, pp.581-585, 2006.
- Singh, R., Bahga, S. S. and Gupta, A., "Electrohydrodynamics in Leaky Dielectric Fluids Using Lattice Boltzmann Method", *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 74, pp. 167-179, 2019.
- He, X., Chen, S. and Zhang, R., "A Lattice Boltzmann Scheme for Incompressible Multiphase Flow and its Application in Simulation of Rayleigh-Taylor Instability", *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, No. 2, pp. 642-663, 1999.
- Chao, J., Mei, R., Singh, R., and Shyy, W., "A Filter-Based, Mass-Conserving Lattice Boltzmann Method for Immiscible Multiphase Flows", *International Journal For Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 5, pp. 622-647, 2011.
- He, X. and Li, N., "Lattice Boltzmann Simulation of Electrochemical Systems", *Computer Physics Communications*, Vol. 129, No. 1-3, pp. 158-166,

- 2000.
23. Mohamad, A. A., *Lattice Boltzmann Method*, Vol. 70, London, Springer, 2011.
24. Singh, R., Bahga, S. S., and Gupta, A., "Electrohydrodynamics in Leaky Dielectric Fluids Using Lattice Boltzmann Method", *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 74, pp. 167-179, 2019.
25. Komrakova A. E., Orest Sh., Eskinb, D., Derksen J. J., "A Lattice Boltzmann Simulations of Drop Deformation and Breakup in Shear Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 59, pp. 24-43, 2014.
26. Rallison, J. M., "The deformation of Small Viscous Drops and Bubbles in Shear Flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 16, No. 1, pp. 45-66, 1984.
27. Cristini, V. and Renardy, Y., "Scalings for Droplet Sizes in Shear-Driven Breakup: Non-Microfluidic Ways to Monodisperse Emulsions", *Fluid Dynamics and Materials Processing*, Vol. 2, No. 2, pp.77-94, 2006.