

## اثر شکل نانوذره و میدان مغناطیسی بر میزان انتقال حرارت درون محفظه متمایل با وجود تولید/ جذب حرارت یکنواخت

محمد نعمتی<sup>۱</sup>، محمد سفید<sup>۱\*</sup>، محمد صالح برقی جهرمی<sup>۱</sup> و رامین جهانگیری<sup>۲</sup>

۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۲. دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۴/۲۷ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۵/۱۰)

**چکیده** - در کار حاضر اثر میدان مغناطیسی، تغییرات زاویه تمایل محفظه و شکل نانوذره بر میدان جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-آلومینا با وجود تولید/ جذب حرارت یکنواخت درون محفظه ربع دایره‌ای شکل به روش شبکه بولتزن بررسی شده است. دیواره منحنی و دیواره‌های مورب محفظه به ترتیب در دمای ثابت سرد و گرم قرار دارند. کسر حجمی نانوذره، صفر، ۰/۰۲ و ۰/۰۴، عدد هارتمن صفر، ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰، ضریب تولید/ جذب حرارت ۵-، صفر و ۵+ و زاویه تمایل ۴۵، ۱۳۵ و ۲۲۵ درجه، در نظر گرفته شده‌اند. دقت بالای نتایج حاصل شده در مقایسه با مطالعات قبلی، درستی برنامه نوشته شده به زبان فرترن را تایید کرد. نتایج نشان می‌دهد در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش سرعت و قدرت جریان سیال درون محفظه می‌شود که این تأثیر برای زاویه ۲۲۵ درجه، کمترین است. همچنین افزایش قدرت میدان مغناطیسی به‌طور میانگین منجر به کاهش ۲۸، ۲۳ و ۷ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای زوایای ۴۵، ۱۳۵ و ۲۲۵ درجه می‌شود. ضریب تولید/ جذب حرارت پارامتر تعیین کننده‌ای بر میزان اثربخشی میدان مغناطیسی و افزودن نانوذرات است. به‌طور میانگین، تولید حرارت منجر به کاهش ۷۱، ۹۸ و ۱۴۵ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای زوایای ۴۵، ۱۳۵ و ۲۲۵ درجه می‌شود. در حالت کلی کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به زاویه ۲۲۵ درجه است ولی تأثیر افزودن نانوذرات در افزایش عدد ناسلت متوسط در این زاویه، بیشترین است. عموماً افزایش درصد نانوذره، به‌طور میانگین منجر به افزایش ۱۲ درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود. تأثیر شکل نانوذرات با افزایش کسر حجمی مشهودتر است. بیشترین مقدار انتقال حرارت مربوط به نانوذره استوانه‌ای شکل بوده که در این حالت عدد ناسلت متوسط به‌طور میانگین در حدود ۶ درصد بیشتر از حالت کروی است.

واژه‌های کلیدی: جابجایی طبیعی، شکل مختلف نانوذره، میدان مغناطیسی، تولید/ جذب حرارت، محفظه متمایل.

## The Effect of Magnetic Field and Nanoparticle Shape on Heat Transfer in an Inclined Cavity with Uniform Heat Generation/Absorption

M. Nemati<sup>1</sup>, M. Sefid<sup>1,\*</sup>, M.S.Barghi Jahromi<sup>1</sup> and R.Jahangiri<sup>2</sup>

1. Faculty of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

2. Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran.

**Abstract:** In the present work, the effect of magnetic field, changes in the angle of inclination of the cavity and the shape of

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mhsefid@yazd.ac.ir

nanoparticles on the flow field and heat transfer of water-alumina with uniform heat generation/absorption is investigated by Lattice Boltzmann method (LBM). The curved wall and the diagonal walls of the cavity are at a constant temperature of hot and cold, respectively. Nanoparticle volume fraction of 0, 0.02 and 0.04, Hartmann number of 0, 15, 30, 45 and 60, heat generation/absorption coefficient of -5, 0 and +5 and inclination angle of 45, 135 and 225 degrees are studied. The high accuracy of the results compared to previous studies confirmed the correctness of the code written in Fortran language. The results shows that in all cases, increasing the Hartmann number leads to a decrease in the maximum value of the streamlines and the average Nusselt number, with the lowest effect at 225 degrees. Also increasing the strength of the magnetic field leads to an average decrease of 28, 23 and 7% of the average Nusselt number for angles of 45, 135 and 225 degrees, respectively. Increasing the heat generation/absorption coefficient is a determining factor in the effectiveness of the magnetic field and adding nanoparticles, and increasing it reduces the amount of heat transfer. On average, heat generation reduces the average Nusselt number by 71, 98, and 145 percent for the angles of 45, 135, and 225 degrees, respectively. In general, the lowest value of the average Nusselt number is related to the angle of 225 degrees, but the effect of adding nanoparticles in increasing the average Nusselt number is the highest at this angle. Generally, an increase in the percentage of nanoparticles leads to an average increase of 12% in the average Nusselt number. The effect of nanoparticle shape is more apparent with increasing their volume fraction. The highest amount of heat transfer is related to the cylindrical nanoparticles, in which the average Nusselt number is on average about 6% higher than the spherical state.

**Keywords:** Natural convection, Different shape of nanoparticle, Magnetic field, Heat generation/absorption, Inclined cavity.

### فهرست علائم

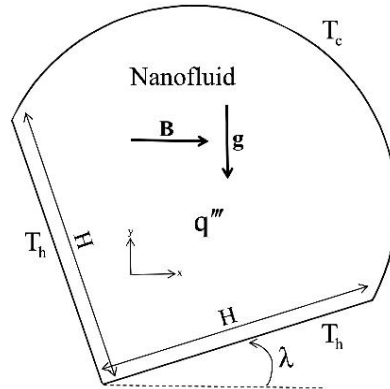
قدرت میدان مغناطیسی	B	کسر حجمی نانوذرات	$\varphi$
سرعت گسسته شبکه	c	زاویه تمایل محفظه	$\lambda$
گرمای ویژه در فشار ثابت	$C_p$	لزجت دینامیکی	$\mu$
نیروی خارجی	F	دمای بی بعد	$\theta$
تابع توزیع جریان	f	چگالی	$\rho$
تابع توزیع دما	g	ضریب رسانایی الکتریکی	$\sigma$
شعاع محفظه	H	زمان آسایش میدان جریان	$\tau_1$
عدد هارتمن	Ha	زمان آسایش میدان دما	$\tau_2$
ضریب هدایت حرارتی	k	لزجت سینماتیکی	$\nu$
عدد ناسلت	Nu	ضریب وزنی	$\omega$
عدد پرانتل	Pr	تابع جریان	$\psi$
متغیر تولید/ جذب حرارت داخلی	$q'''$	بالانویس	
ضریب بی بعد تولید/ جذب حرارت	q	تعادلی	eq
عدد رایلی	Ra	زیرنویسها	
دما	T	سرد	c
سرعت در جهات شبکه	u(u,v)	سیال	f
مختصات شبکه	x(x,y)	گرم	h
علائم یونانی		شماره لینک مدل شبکه	i
ضریب پخش حرارتی	$\alpha$	نانوسیال	nf
ضریب انبساط حرارتی	$\beta$	ذره	p

## ۱- مقدمه

رشد روز افزون صنعت بهبود پارامترهای انتقال حرارت را، به منظور خنک‌کاری بهتر و بیشتر، ضروری ساخته است. امروزه صنعت توانایی تولید تجهیزات را با تراکمی بالا از تراشه‌های کامپیوتری دارد. این دستگاه‌ها اغلب به دلیل تولید گرمای زیاد در سطحی کوچک، نیازمند روش‌های نوینی برای خنک‌کاری هستند. در سالیان اخیر، نانوسیالات که دارای ضریب رسانایی حرارتی بیشتری نسبت به سیالات معمولی هستند، بیشتر مورد توجه بوده‌اند. رسانایی حرارتی بیشتر نانوذرات نسبت به سیال پایه، که اغلب فلزی و یا در مواردی غیرفلزی مثل نانولوله‌های کربنی هستند، سبب بیشتر شدن رسانایی حرارتی نانوسیالات می‌شود [۱]. پاتل [۲] نشان داد افزودن تنها ۰/۰۰۰۲۶٪ از نانوذره نقره به سیال پایه منجر به افزایش ۵ تا ۲۱ درصدی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال می‌شود. شیخ‌زاده و همکاران [۳] نشان دادند نوع و شکل نانوذره انتخابی بر میزان انتقال حرارت بسیار مؤثر است. نتایج مطالعه آنها نشان داد که نانوذره کروی کمترین اثر را بر افزایش میزان انتقال حرارت دارد. انتقال حرارت جابجایی طبیعی، به دلیل کاربرد آسان، صدای کم و حذف اجزای متحرک مانند فن، همیشه مورد توجه محققین و مهندسان در بخش‌های مختلف صنعت چون سیستم‌های مهندسی و ژئوفیزیک بوده است. از آنجایی که در سیستم‌های انتقال حرارت جابجایی طبیعی حرکت سیال در اثر اختلاف دما و یا غلظت به وجود می‌آید، این حرکت ضعیف بوده و در نتیجه طراحی شکل هندسی می‌تواند بر انتقال حرارت اثرگذار باشد. بنابراین طراحی سیستم‌هایی مبتنی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی بسیار کاربردی و چالش برانگیز است چرا که در مواردی همچون کلکتورهای خورشیدی<sup>۱</sup> و تهویه مطبوع ساختمان‌ها کاربرد دارد [۴-۶]. نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی دارای این خصوصیت است که خواص مغناطیسی و سیال بودن را هم‌زمان دارد. جریان سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در خنک‌کاری سیستم‌های الکترونیکی، راکتورهای هسته‌ای، پدیده‌های فیزیکی مانند پدیده‌های زمین‌شناسی و جریان‌های اتمسفری مطرح است.

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰

برای مثال، وجود جریان‌های جابجایی در صنعت ریخته‌گری باعث پدیدارشدن یک ساختار غیرهمگن و درشت‌دانه در قطعه می‌شود. یکی از روش‌هایی که برای رفع این مشکل مورد توجه قرار گرفته است، بهره‌گیری از هیدرودینامیک مغناطیسی<sup>۲</sup> برای کاهش جابجایی طبیعی درون محفظه است. البته گاهی کاهش جریان‌های جابجایی در اثر وجود میدان مغناطیسی سبب کم شدن مقدار انتقال حرارت می‌شود که مطلوب نیست. نمونه این پدیده می‌تواند برای یک قطعه الکترونیکی که تحت تأثیر میدان مغناطیسی است و توسط سیالی خنک شود، روی دهد. در این زمینه تحقیقات فراوانی به صورت عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی صورت گرفته است. طیبی و همکاران [۷] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی با گرمکن دایروی را تحت میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار دادند. نتیجه مطالعه محبی و همکاران [۸] بر روی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال درون محفظه U شکل نشان داد که افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب سرکوب جریان و کاهش سرعت و نرخ انتقال حرارت می‌شود. تولید/ جذب گرما نقش بسیار مهمی در پدیده‌های مختلفی چون انرژی هسته‌ای و مدلسازی احتراق دارد. از جمله روش‌هایی که محققین در تقویت عملکرد حرارتی سیستم‌های انرژی به کار گرفته‌اند، انتقال حرارت در محفظه تحت اثر میدان مغناطیسی با تولید/ جذب حرارت است. از جمله این مطالعات می‌توان به مطالعه جامی و همکاران [۹]، ملکی و همکاران [۱۰] و محمودی و همکاران [۱۱] اشاره کرد. عباسی و همکاران [۱۲] انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی درون محفظه مربعی با دیواره دارای توزیع دمای خطی با تولید/ جذب حرارت را بررسی کردند. نتایج نشان داد افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب کاهش میزان سرعت و انتقال حرارت شده و تغییرات ضریب تولید/ جذب حرارت تأثیر چشم‌گیری بر شکل جریان و انتقال حرارت دارد به نحوی که افزایش ضریب تولید/ جذب حرارت سبب افزایش بیشینه مقدار تابع جریان می‌شود.



شکل ۱- هندسه مسأله مورد بررسی

نانوذره درون محفظه ربع دایره‌ای شکل، با زوایای قرارگیری مختلف، مورد بررسی قرار نگرفته است. ویژگی بارز این مقاله در جامعیت و پوشش دادن عوامل مؤثر بر جریان و انتقال حرارت است.

## ۲- بیان مسئله

با توجه به شکل (۱)، هندسه مسأله به صورت ربع دایره‌ای به شعاع  $H$  است که تحت زوایای مختلف و تولید/ جذب حرارت یکنواخت قرار دارد. میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر میدان گرانش و از چپ به راست بر محفظه اعمال می‌شود. دیواره منحنی محفظه و دیواره‌های مورب به ترتیب در دمای ثابت سرد و گرم قرار دارند. در کار حاضر، هدف بررسی تأثیر پارامترهایی چون زاویه تمایل محفظه ( $45^\circ$ ،  $135^\circ$  و  $225^\circ$ )، عدد هارتمن<sup>۴</sup> ( $0$ ،  $15$ ،  $30$ ،  $45$  و  $60$ )، ضریب تولید/ جذب حرارت ( $0$ ،  $0.04$  و  $0.02$ )، کسر حجمی نانوذره ( $0$ ،  $0.02$  و  $0.04$ ) و شکل‌های مختلف نانوذره روی مشخصات جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی است. در کار حاضر عدد رایلی<sup>۵</sup> در نظر گرفته شده است. جریان دو بعدی، آرام، رژیم جریان غیر قابل تراکم و سیال نیوتنی فرض شده است. همچنین از انتقال حرارت تشعشعی و اتلاف لزجی چشم‌پوشی و از تقریب بوزینسک استفاده شده است. تمام مرزهای جریان غیرقابل نفوذ بوده و خواص نانوسیال به غیر از چگالی که با دما تغییر می‌کند، ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

پیشرفت فناوری و نیاز به نصب قطعات الکترونیکی در فضای محدود سبب شده است که مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌های شکل‌دار (غیر مربعی) مهم و ضروری تلقی شود [۱۳]. در بیشتر مطالعات اخیر محفظه‌های مربعی و مستطیلی، به دلایل مختلف از جمله سادگی میدان محاسباتی، بیشتر متوجه بوده‌اند. مطالعات گوناگونی در محفظه‌های شیب‌دار گزارش شده است که از آن جمله می‌توان به مطالعه ابونادا و اوزتوپ [۱۴] اشاره کرد. نتایج بررسی عددی آنها روی اثر زاویه تمایل محفظه بر جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه دو بعدی نشان داد که شیب محفظه تأثیر بسیار زیادی بر حرکت سیال و پارامترهای انتقال حرارت دارد. از محفظه‌های شکل‌دار در میکروکانال‌ها، صنعت ریخته‌گری و قرارگیری یک قطعه الکترونیکی در فضاهای ناخواسته استفاده می‌شود [۱۵] و [۱۶]. در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن<sup>۲</sup> در تحلیل جریان سیال، به عنوان راه کارآمد جایگزین برای روش‌های مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی، رشد چشم‌گیری داشته است. مزیت این روش در مقایسه با سایر روش‌های مرسوم، سهولت در اعمال شرایط مرزی، محاسبات ساده‌تر و قابلیت موازی شدن است که برای حل مسائلی با هندسه پیچیده اهمیت زیادی دارد [۱۷ و ۱۸].

با توجه به مطالعات صورت گرفته قبلی، ملاحظه می‌شود که تاکنون اثر همزمان میدان مغناطیسی و تولید/ جذب حرارت بر میدان جریان و انتقال حرارت نانوسیال با لحاظ کردن شکل

### ۳- معادلات حاکم و روش حل عددی

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{uH}{\alpha_f}, V = \frac{vH}{\alpha_f}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$Ha = BH \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad (13)$$

$$P = \frac{pH^2}{\rho_f \alpha_f^2}, Ra = \frac{\beta_f g (T_h - T_c) H^2}{\alpha_f \nu_f}, q = \frac{q'' H^2}{(\rho C_p)_{nf} \alpha_{nf}},$$

$$\Psi = \frac{\psi}{\alpha_f}, \Omega = \frac{\Phi H^2}{\alpha_f}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (14)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right]$$

$$+ \frac{(\rho \beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra Pr \theta \sin \lambda \quad (15)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right]$$

$$+ \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} Ra Pr \theta \cos \lambda - \frac{\sigma_{nf} \rho_f}{\sigma_f \rho_{nf}} Ha^2 Pr V \quad (16)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + q\theta \quad (17)$$

حرکت سیال بر طبق تابع جریان توسط دو مولفه سرعت در جهات  $x$  و  $y$  صورت می‌گیرد. رابطه مولفه‌های سرعت با تابع جریان به صورت رابطه (۱۸) و (۱۹) بیان می‌شود.

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (18)$$

$$\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (19)$$

دیواره منحنی محفظه در دمای ثابت سرد و دیواره‌های مایل در دمای ثابت گرم قرار دارند که روابط ریاضی شرایط مرزی مسأله حاضر به صورت روابط (۲۰) و (۲۱) است.

$$U = U_{nf} = V = V_{nf} = \Psi = 0, \theta = 0 \quad (20)$$

$$U = U_{nf} = V = V_{nf} = \Psi = 0, \theta = 1 \quad (21)$$

### ۴- روش حل عددی

در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن با دو تابع توزیع برای مدل کردن میدان جریان و دما استفاده شده است که معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی را در مقیاس ماکروسکوپیکی ارضا می‌کنند. برای هر دو میدان آرایش شبکه  $D_4Q_9$  به کار گرفته شده است. در شکل (۲) نمایی از این نوع شبکه نشان داده شده است. جزئیات این آرایش شبکه و مزیت‌های آن در مراجع

با فرض غیر قابل تراکم بودن جریان و با استفاده از تقریب بوزینسک، معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی طبق روابط (۱) تا (۴) بیان می‌شوند.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$+ \rho_{nf} \beta_{nf} g (T - T_c) \sin \lambda \quad (2)$$

$$\rho_{nf} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$+ \rho_{nf} \beta_{nf} g (T - T_c) \cos \lambda - \sigma_{nf} B^2 v \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{q''}{(\rho C_p)_{nf}} (T - T_c) \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $q'' < 0$  بیانگر جذب حرارت و  $q'' > 0$  نشان دهنده تولید حرارت است.

چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حرارتی و ضریب پخش حرارتی به ترتیب طبق روابط (۵) تا (۸) به دست می‌آیند [۲۱].

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_p \quad (5)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi) (\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_p \quad (6)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \phi) (\rho \beta)_f + \phi (\rho \beta)_p \quad (7)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (8)$$

همچنین لزجت و ضریب هدایت حرارتی برای ذرات کروی به صورت روابط (۹) و (۱۰) و برای ذرات با شکل‌های دیگر به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) است [۳].

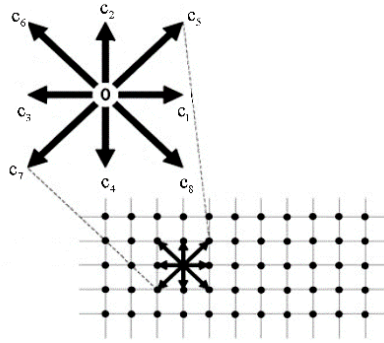
$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (9)$$

$$k_{nf} = k_f \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \quad (10)$$

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + A_1 \phi + A_2 \phi^2) \quad (11)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = [1 + (C_k^{shape} + C_k^{surface})] \phi = (1 + C_k) \quad (12)$$

معادلات حاکم بدون بعد با استفاده از متغیرهای بدون بعد ارائه شده در رابطه (۱۳)، به صورت معادلات (۱۴) تا (۱۷) بیان می‌شوند.



شکل ۲- بردارهای سرعت گسسته شده مدل D2Q9

جدول ۱- ضرایب روابط (۱۷) برای نانوذرات با شکل‌های مختلف [۳]

ضریب	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
صفحه‌ای	۳۷/۱	۶۱۲/۶
استوانه‌ای	۱۳/۵	۹۰۴/۴
تیغه‌ای	۱۴/۶	۱۲۳/۳
آجری	۹/۱	۴۷۱/۴

جدول ۲- ضرایب روابط (۱۸) برای نانوذرات با شکل‌های مختلف [۳]

شکل نانوذره	C <sub>k</sub>	C <sub>k</sub> <sup>shape</sup>	C <sub>k</sub> <sup>surface</sup> = C <sub>k</sub> - C <sub>k</sub> <sup>shape</sup>
صفحه‌ای	۲/۶۱	۵/۷۲	-۳/۱۱
استوانه‌ای	۳/۹۵	۴/۸۲	-۰/۸۷
تیغه‌ای	۲/۷۴	۸/۲۶	-۵/۵۲
آجری	۳/۳۷	۳/۷۲	-۰/۳۵

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[ 1 + \frac{3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} \right] \quad (25)$$

$$\rho = \sum_i f_i, \quad \rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i, \quad T = \sum_i g_i \quad (26)$$

ضرایب وزنی و سرعت‌های گسسته به ترتیب به صورت روابط (۲۷) و (۲۸) است.

$$\omega_0 = \frac{4}{9}, \quad \omega_{1-4} = \frac{1}{9}, \quad \omega_{5-8} = \frac{1}{36} \quad (27)$$

$$\mathbf{c}_0 = 0$$

$$\mathbf{c}_{1-4} = \left[ \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right), \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \right] \quad (28)$$

$$\mathbf{c}_{5-8} = \sqrt{2} \left[ \cos\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{(i-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

تأثیر نیروی شناوری و نیروی مغناطیسی به صورت عبارت چشمه طبق رابطه (۲۹) وارد رابطه (۲۲) می‌شود.

$$F = F_x + F_y$$

مختلف ذکر شده است [۱۹]. معادله شبکه بولتزمن با استفاده از تقریب بی-جی-کی<sup>۵</sup> [۲۰] با وجود نیروی خارجی برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت روابط (۲۲) و (۲۳) بیان می‌شوند. تابع توزیع تعادلی در مدل D2Q9 برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت روابط (۲۴) و (۲۵) و کمیات ماکروسکوپی به صورت روابط (۲۶) بیان می‌شوند.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t+1) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_1} [(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}_i] \quad (22)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t+1) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_2} (g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) + \frac{q'''}{(\rho C_p)_{nf}} (T - T_c) \quad (23)$$

$$f_i^{eq} = \rho \omega_i \left[ 1 + \frac{3(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} - \frac{3u^2}{2c_s^2} + \frac{9}{2c_s^4} (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 \right] \quad (24)$$



شکل ۳- شکل‌های مختلف نانوذرات

جدول ۳- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۲۱]

خواص ترموفیزیکی	سیال پایه (آب)	نانوذره (آلومینا)
Pr	۶/۲	-
C <sub>p</sub> (J/kgK)	۴۱۷۹	۷۶۵
k (W/mK)	۰/۶۱۳	۲۵
β (K <sup>-1</sup> )	۲/۱ × ۱۰ <sup>-۱۰</sup>	۰/۸۵
ρ (kg/m <sup>3</sup> )	۹۹۷/۱	۳۹۷۰
σ (s <sup>3</sup> A <sup>2</sup> kg <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> )	۰/۰۵	۱ × ۱۰ <sup>-۱۰</sup>

قابل تراکم، مشخصه سرعت جریان برای جابجایی طبیعی باید بسیار کوچکتر از سرعت صوت در سیال باشد. در کار حاضر، سرعت مشخصه برابر ۰/۱ سرعت صوت در نظر گرفته شده است. در روابط ارائه شده،  $c_s = \sqrt{\frac{1}{3}}$  و بیانگر سرعت بی‌بعد شده صوت در روش شبکه بولتزمن برای مدل شبکه  $D_4Q_9$  است.

جهت مدل کردن شرایط مرزی سرعت برای دیواره‌های مورب، از روش کمانه کردن استفاده می‌شود [۱۹]. برای محاسبه سرعت و دما روی مرزهای منحنی از روش‌های به‌کار رفته توسط نعمتی و همکاران [۲۲] استفاده شده است. در شکل (۴) نمایی از مرز منحنی مورد استفاده و شبکه گره‌ها آورده شده است. در روش مذکور از بین گره‌های موجود در ناحیه مرز جامد تنها گره‌هایی وارد حوزه محاسباتی می‌شوند که در مجاورت مرز منحنی قرار دارد. این گره‌ها با زیرنویس  $b$  مشخص شده‌اند. محل تقاطع راستاهای هشت‌گانه شبکه با مرز منحنی با زیرنویس  $w$  نشان داده شده است. اولین و دومین گره در هر یک از راستاهای مذکور درون ناحیه محاسباتی نیز به ترتیب با زیرنویس‌های  $f$  و  $ff$  نام‌گذاری شده است. در این روش بعد از مرحله برخورد، با استفاده از تقریب برون‌یابی توابع توزیع چگالی و انرژی مربوط به

$$F_x = 3\omega_i \rho_f Ha^2 \frac{\mu_{nf}}{H^2} (v \sin \zeta \cos \zeta - u \sin^2 \zeta) \quad (29)$$

$$F_y = 3\omega_i \rho_f Ha^2 \frac{\mu_{nf}}{H^2} (u \sin \zeta \cos \zeta - v \cos^2 \zeta)$$

در رابطه (۲۹)،  $\zeta$  زاویه اعمال میدان مغناطیسی بوده که در کار حاضر برابر صفر است. زمان آسایش مربوط به میدان جریان و دما طبق رابطه (۳۰) بیان می‌شوند.

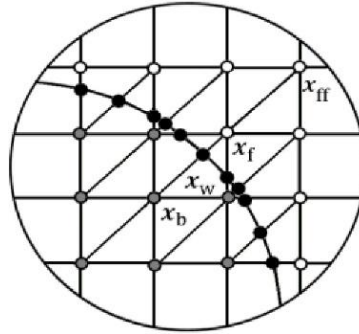
$$\tau_x = \frac{v}{c_s^2} + 0/5, \quad \tau_y = \frac{\alpha}{c_s^2} + 0/5 \quad (30)$$

عدد ناسلت، یکی از مهم‌ترین اعداد بی‌بعد در تعیین میزان انتقال حرارت است. این مقدار به صورت متوسط، روی دیواره‌های گرم محفظه به صورت رابطه (۳۱) تعریف می‌شود.

$$Nu = \frac{2}{H} \times \frac{k_{nf}}{k_f} \int_0^H -\left(\frac{\partial \theta}{\partial n}\right) d\eta \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)،  $n$  عمود بر دیواره شیب‌دار،  $\eta$  متغیر انتگرال‌گیری و  $H$  طول دیواره شیب‌دار است. ضرایب مربوط به روابط (۱۱) و (۱۲) در جدول‌های (۱) و (۲) ارائه شده است. شکل (۳)، نانوذرات با شکل‌های مختلف و جدول (۳) خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات را نشان می‌دهد.

به منظور اطمینان از صحت عملکرد برنامه حاضر در بازه رژیم غیر



شکل ۴- مرز دیواره منحنی و گره‌ها

جدول ۴- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم به‌ازای ابعاد مختلف شبکه برای  $\lambda = 135^\circ$ ،  $q = -5$  و  $\varphi = 0.04$

Nu	عددهارتمن	ابعاد شبکه
11/778	0	80×80
10/394	30	100×100
12/057	0	120×120
10/651	30	140×140
12/285	0	
10/857	30	
12/448	0	
11/014	30	

120×120 می‌توان از مستقل بودن نتایج از شبکه انتخابی، اطمینان حاصل پیدا کرد.

نحوه عملکرد شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی توسط برنامه حاضر تحت اثر میدان مغناطیسی با مرجع [23] در جدول (5) برای عدد رایلی  $10^5$  و برای راستی‌آزمایی برنامه نوشته شده برای مدل به‌کار رفته برای نانوسیال، کار حاضر با مراجع [3] و [24] برای کسر حجمی 0.02 در جدول (6) مقایسه شده است. همچنین برای صحت‌سنجی برنامه حاضر بر روی مرزهای منحنی، کار حاضر با مرجع [25] در شکل (6) مقایسه شده است. همانطور که دیده می‌شود، اطلاعات به‌دست آمده از برنامه کار حاضر، تطابق مناسبی با کارهای انجام شده قبلی دارد.

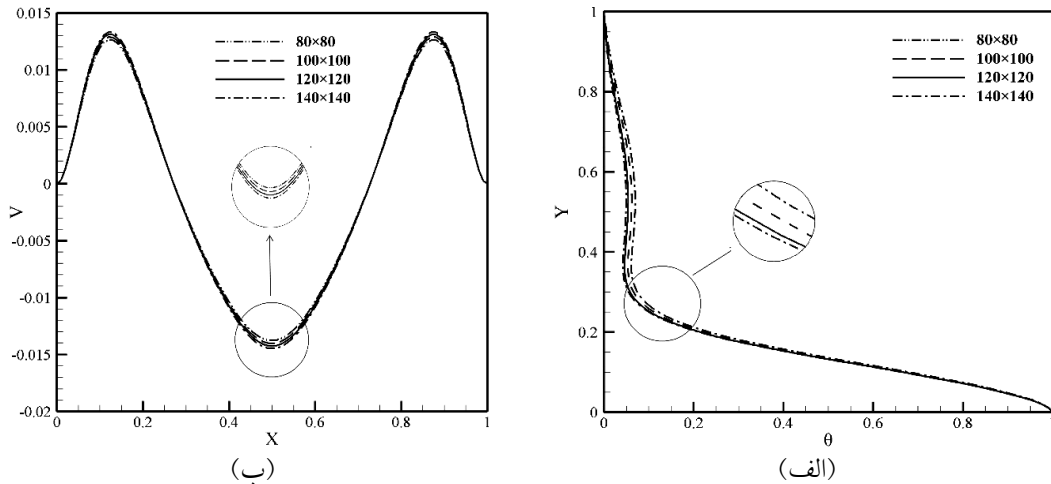
معیار همگرایی برای پایان یافتن محاسبات در کار حاضر به‌صورت رابطه (32) بیان می‌شود که در آن  $\Gamma$  متغیر عمومی  $(U, V, \theta)$ ،  $n$  و  $n+1$  مراحل زمانی قدیم و جدید و  $N$  و  $M$  به‌ترتیب تعداد گره‌ها در راستای  $x$  و  $y$  را نشان می‌دهند.

تقاط مجاور مرز درون حوزه حل و با کمک شرایط دمایی و سرعت مرز منحنی محاسبه می‌شوند. برای مرحله پخش، توابع توزیع محاسبه شده در گره‌های مرز جامد به گره‌های درون حوزه حل منتقل می‌شوند. تقریب برون‌یابی با توجه به محل تقاطع مرز منحنی و راستاهای شبکه از مرتبه اول یا دوم خواهد بود. به این منظور، پارامتر  $\Delta$  به‌صورت  $\Delta = |x_f - x_w| / |x_f - x_b|$  تعریف شده است که برای محاسبه توابع توزیع چگالی و انرژی استفاده می‌شود.

## ۵- استقلال حل از شبکه و اعتبارسنجی

به‌منظور یافتن شبکه مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه انتخابی شود، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای شبکه با ابعاد مختلف به‌دست آمده و به همراه شرایط منظور شده در جدول (4) ارائه شده است. همچنین دمای بی‌بعد و سرعت عمودی به‌ازای مقادیر مختلف اندازه شبکه، در شکل (5) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با انتخاب شبکه





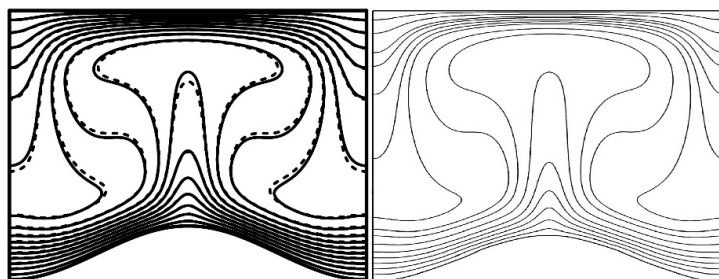
شکل ۵- (الف) دمای بی‌بعد و (ب) سرعت عمودی برای  $Ha = 150, \lambda = 45, q = -5$  و  $\phi = 0.4$  به ازای ابعاد مختلف شبکه

جدول ۵- مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مرجع [۲۳] برای عدد رایلی  $10^5$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم			
درصد اختلاف	کار حاضر	مرجع [۲۳]	عدد هارتمن
۰/۹۸	۱۳/۰۵	۱۳/۱۸	۰
۲/۰۴	۱۲/۴۹	۱۲/۷۵	۵۰
۳/۱۱	۱۱/۸۶	۱۲/۲۳	۱۰۰

جدول ۶- مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مرجع [۳] و [۲۴]

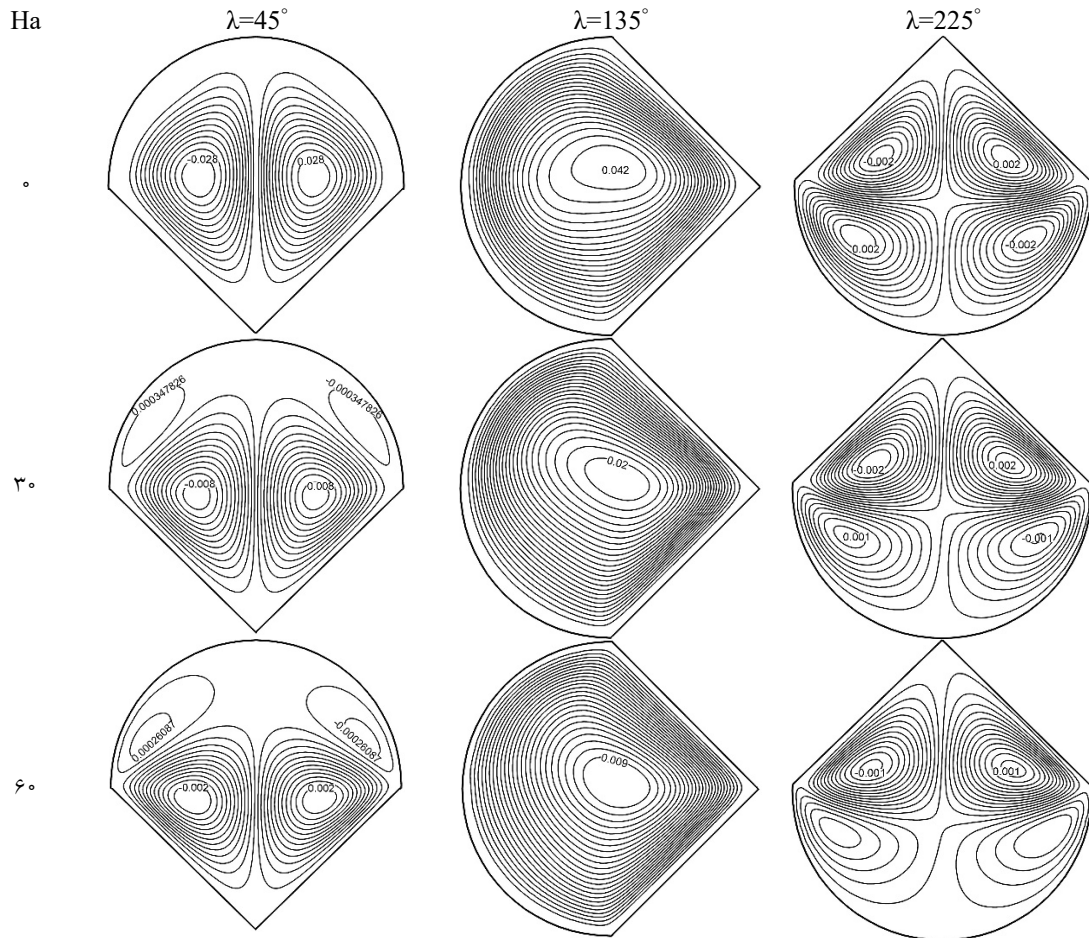
عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم			
Ra	مرجع [۲۴]	مرجع [۳]	کار حاضر
$10^3$	۲/۶۱	۲/۶	۲/۶۲۵
$10^5$	۹/۷۶	۹/۷	۹/۸۰۱



شکل ۶- مقایسه خطوط همدمما در عدد رایلی  $10^5$  سمت راست کار حاضر و سمت چپ مرجع [۲۵]

با توجه به اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری نوشته شده به زبان فرترن و اطمینان از دقت نتایج بدست آمده، در بخش بعد، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته ارائه و بیان می‌شود.

$$\text{Error} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^{n+1} - \Gamma^n|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |\Gamma^n|} \leq 10^{-v} \quad (32)$$

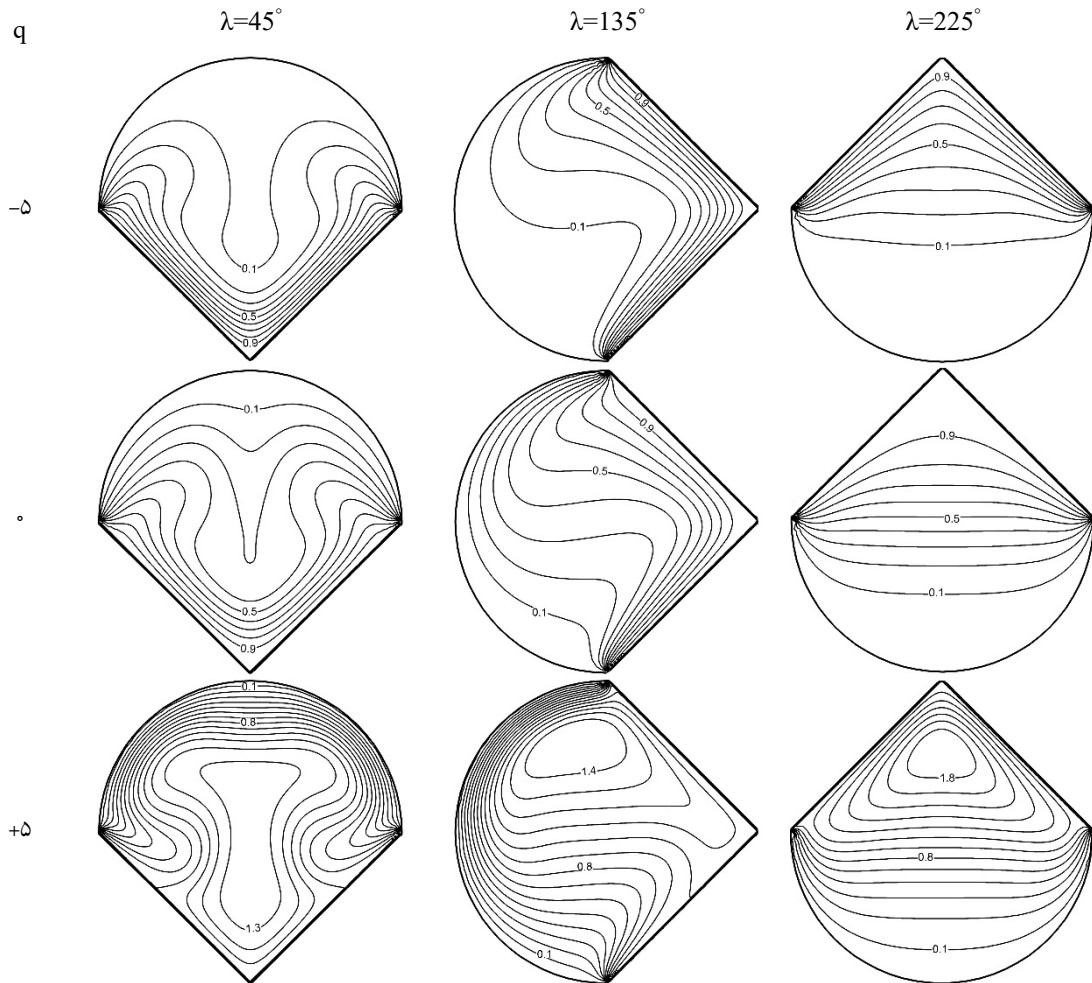


شکل ۷- خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف  $\lambda$  و  $Ha$  در  $q=0$  و  $\phi=0.04$

## ۶- نتایج و بحث

شکل (۷) خطوط جریان را به ازای مقادیر عدد هارتمن و زاویه تمایل در  $q=0$  و برای کسر حجمی  $0.04$  نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، برای تمامی مقادیر عدد هارتمن، برای زاویه تمایل  $45$  درجه، دو گردابه متقارن با قدرت برابر درون محفظه شکل می‌گیرد. در حالی که  $\lambda=135$  است، با توجه به وضعیت قرارگیری دیواره گرم و نیروی گرانش، گردابه‌ای واحد و پاد ساعت‌گرد درون محفظه ایجاد می‌شود. در حالتی که زاویه تمایل محفظه  $225$  درجه است، دو گردابه در قسمت بالایی و دو گردابه در قسمت پایینی محفظه شکل می‌گیرد. در این حالت که دیواره گرم در بالا و دیواره سرد در پایین قرار گرفته است، با توجه به مقدار بیشینه مقدار خطوط جریان، کمترین قدرت جابجایی مشاهده می‌شود. همان‌طور که

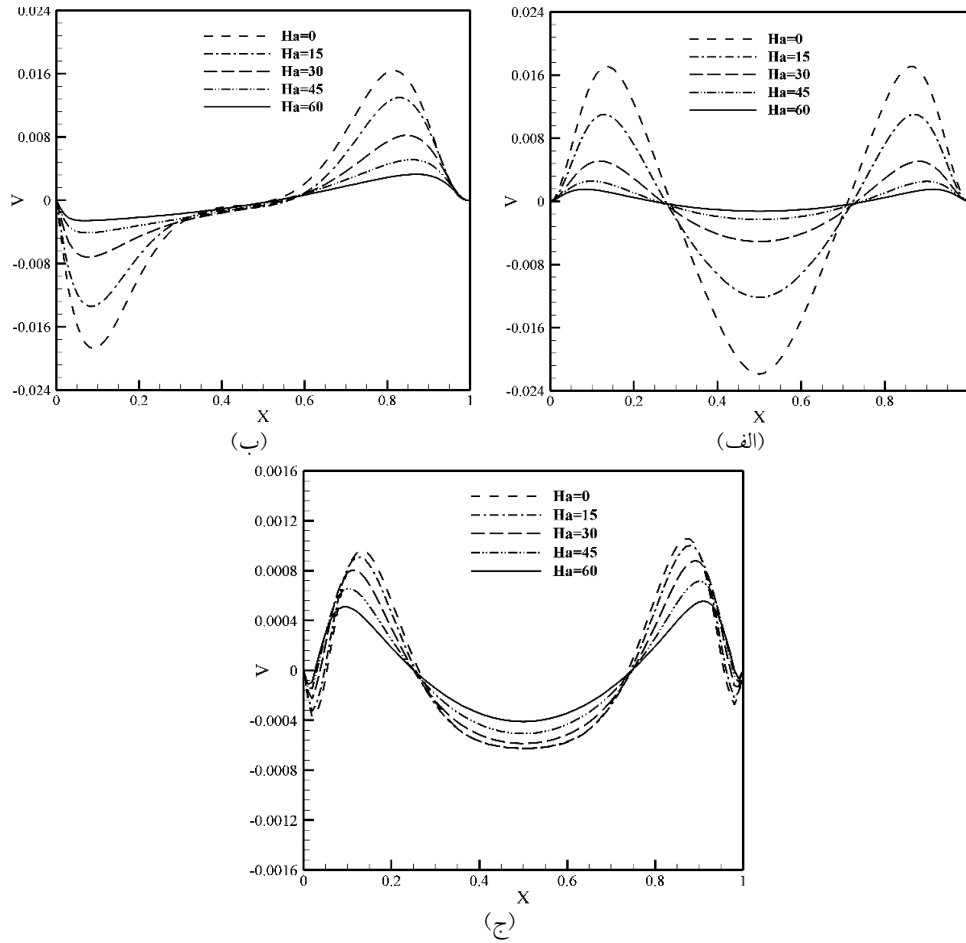
مشاهده می‌شود بیشترین مقدار خطوط جریان مربوط به زاویه تمایل  $135$  درجه است که نشان‌دهنده بیشترین قدرت جابجایی درون محفظه است. به‌عنوان نمونه در عدد هارتمن صفر، مقدار بیشینه خطوط جریان در زاویه  $135$  درجه به ترتیب حدود  $50$  و  $200$  درصد بیشتر از زوایای  $45$  و  $225$  درجه است. افزایش عدد هارتمن سبب کم شدن بیشینه خطوط جریان می‌شود. به این معنا که افزایش قدرت میدان مغناطیسی منجر به افزایش نیروی مقاوم لورنتز در برابر حرکت سیال می‌شود که قدرت جابجایی را کم می‌کند [۲۶]. مثلاً در زاویه  $135$  درجه، افزایش عدد هارتمن از صفر به  $60$  سبب کاهش  $80$  درصدی مقدار بیشینه خطوط جریان می‌شود. برای زاویه  $45$ ، هر یک از گردابه‌ها شکسته می‌شوند که قدرت گردابه شکسته شده در بالای محفظه به مراتب خیلی کمتر از گردابه‌های اصلی است.



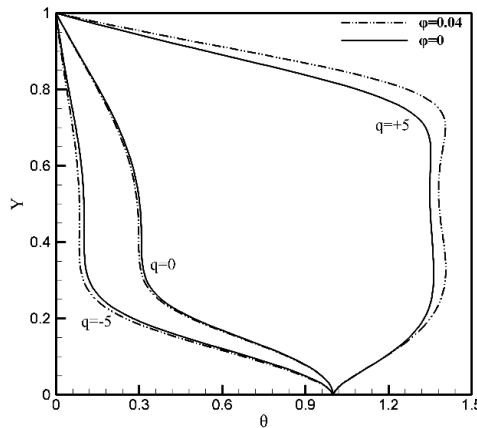
شکل ۸- خطوط هم‌دما به ازای مقادیر مختلف  $q$  و  $\lambda$  در  $Ha=15$  و  $\phi=0.04$

اطراف دیواره سرد می‌شود. برای زاویه  $225^\circ$  درجه، انحنای خطوط هم‌دما بسیار کمتر از دو حالت دیگر است و تقریباً به صورت افقی است. این امر بیان کننده این است که قدرت جابجایی کم و قدرت هدایت حرارتی زیاد است. همان‌طور که دیده می‌شود بیشترین دمای درون محفظه، در زاویه  $225^\circ$  درجه وجود دارد که در این حالت بیشترین مقدار انتقال حرارت از سیال به دیواره رخ می‌دهد. شکل (۹) سرعت عمودی را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و زاویه تمایل محفظه نشان می‌دهد. دیده می‌شود که در تمام زوایا، افزایش عدد هارتمن سبب کم شدن سرعت جریان شده که این تأثیر با افزایش زاویه کمتر می‌شود. به عنوان نمونه افزایش عدد هارتمن از  $0^\circ$  تا  $60^\circ$  سبب کاهش  $65$  و  $42$  درصدی بیشینه مقدار سرعت به ترتیب

برای زاویه  $225^\circ$  درجه، مشاهده می‌شود که افزایش عدد هارتمن تأثیر کمتری نسبت به زوایای دیگر دارد، زیرا در این حالت هدایت مکانیزم غالب انتقال حرارت است. شکل ۸ خطوط هم‌دما را به ازای مقادیر مختلف  $q$  و  $\lambda$  برای کسر حجمی  $0.04$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که برای تمامی مقادیر  $\lambda$ ، افزایش ضریب/تولید جذب حرارت از  $-5$  به  $+5$  سبب کم شدن گرادیان دمایی در اطراف دیواره‌های گرم می‌شود. این عامل سبب کم شدن عدد ناسلت متوسط می‌شود، زیرا  $q < 0$  نشان دهنده جذب حرارت و  $q > 0$  بیانگر تولید حرارت است. یعنی زمانی که تولید حرارت اتفاق می‌افتد، حرارت از سیال به دیوار منتقل می‌شود. بر طبق بقای انرژی، کم شدن گرادیان دمایی روی دیواره گرم، منجر به تراکم بیشتر خطوط هم‌دما



شکل ۹- سرعت عمودی در قسمت میانی محفظه برای  $\varphi=0.04$  و  $q=0$  (الف)  $\lambda=45^\circ$  (ب)  $\lambda=135^\circ$  و (ج)  $\lambda=225^\circ$



شکل ۱۰- دمای بی‌بعد در قسمت میانی محفظه برای  $\varphi=0.04$  و  $Ha=15$  و  $\lambda=45^\circ$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش ضریب تولید/ جذب حرارت، مجموع دمای داخل محفظه افزایش می‌یابد. همچنین افزودن نانوذرات در حالت جذب حرارت، منجر به کاهش و برای حالت تولید حرارت سبب افزایش دمای نانوسیال می‌شود. این

برای زاویه ۴۵ و ۲۲۵ می‌شود. همچنین دیده می‌شود که با افزایش زاویه تمایل محفظه، سرعت سیال کاهش می‌یابد. شکل (۱۰) دمای بی‌بعد را به‌ازای مقادیر مختلف ضریب تولید/ جذب حرارت و کسر حجمی نانوسیال برای عدد هارتمن ۱۵ نشان می‌دهد.

جدول ۷- بیشینه مقدار تابع جریان  $|\psi_{\max}|$  در  $\lambda=135^\circ$

$\varphi=0$						$\varphi=0.04$				
Ha	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰
q=-5	۰/۰۴۵	۰/۰۳۲	۰/۰۱۹	۰/۰۱۱	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۵	۰/۰۲۸	۰/۰۱۶	۰/۰۰۱
q=0	۰/۰۴۱	۰/۰۰۳	۰/۰۲۱	۰/۰۱۳	۰/۰۰۹	۰/۰۰۶۵	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳
q=+5	۰/۰۳۴	۰/۰۲۸	۰/۰۲۷	۰/۰۱۵	۰/۰۱۳	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۴۸	۰/۰۳۳	۰/۰۲۳	۰/۰۱۹

جدول ۸ (الف) - عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای  $\lambda=45^\circ$  در  $\varphi=0.04$

	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=45	Ha=60
q=-5	۱۳/۵۷۱	۱۲/۵۷۱	۱۱/۵۲۸	۱۰/۹۸۵	۱۰/۹۴۳
q=0	۸/۷۸۵	۷/۵۸۵	۶/۵۱۴	۵/۹۷۱	۵/۵۱۴
q=+5	۲/۴۷۱	۲/۴۲۸	۰/۳۲۸	-۲/۷۷۱	-۳/۷۵۷

جدول ۸ (ب) - عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای  $\lambda=135^\circ$  در  $\varphi=0.04$

	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=45	Ha=60
q=-5	۱۲/۲۸۵	۱۱/۷۱۲	۱۰/۸۵۷	۱۰/۳۰۲	۱۰/۰۴۳
q=0	۸/۰۲۸	۷/۴۲۸	۶/۴۷۱	۵/۴۱۴	۵/۲۱۲
q=+5	۰/۱۱۴	-۰/۳۴۳	-۱/۱۱۴	-۲/۳۱۴	-۳/۷۰۳

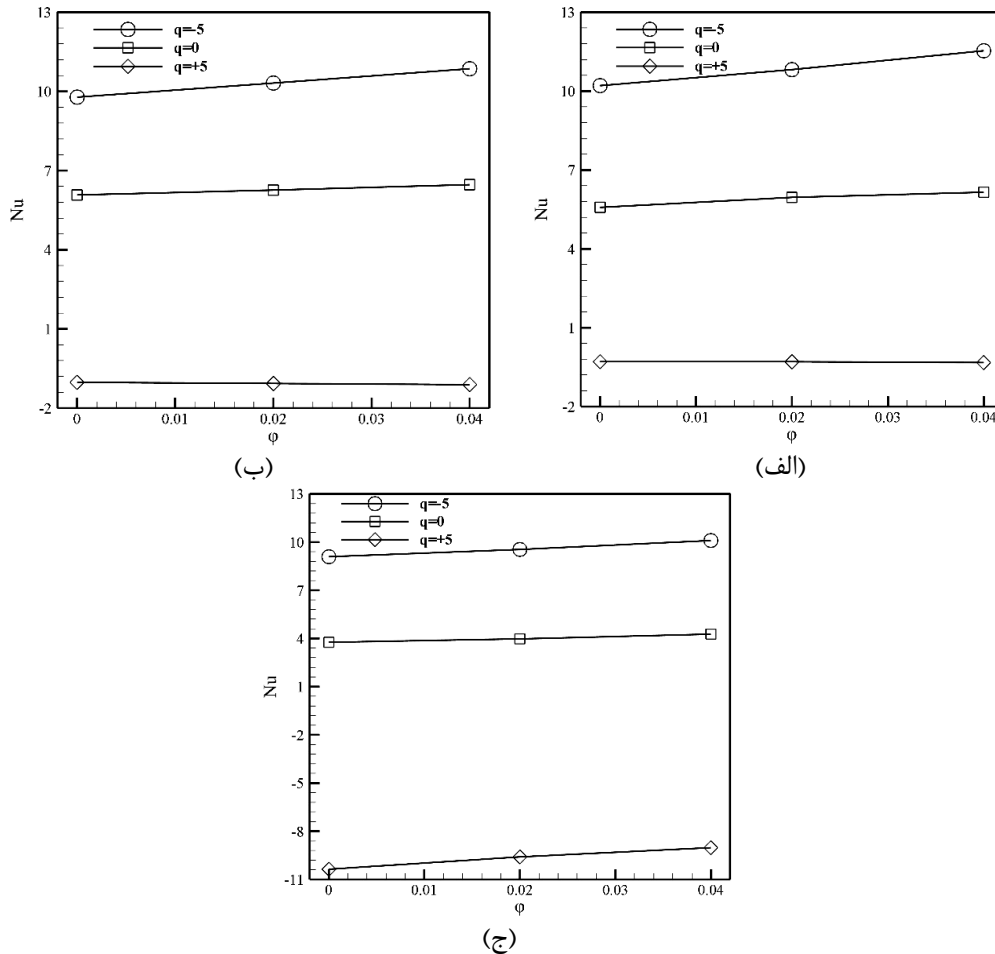
جدول ۸ (ج) - عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای  $\lambda=225^\circ$  در  $\varphi=0.04$

	Ha=0	Ha=15	Ha=30	Ha=45	Ha=60
q=-5	۱۰/۳۵۷	۱۰/۲۱۴	۱۰/۱۰۲	۱۰/۰۰۱	۹/۹۴۳
q=0	۴/۳۷۱	۴/۳۴۱	۴/۲۷۱	۴/۲۱۳	۴/۱۷۱
q=+5	-۷/۵۲۸	-۸/۱۲۸	-۹/۰۱۴	-۹/۵۵۱	-۹/۹۹۲

مقدار تابع جریان و اثرات جابجایی درون محفظه می‌شود. در جدول (۸) ملاحظه می‌شود که افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم محفظه می‌شود. زیرا افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب افزایش نیروی لورنتز، نیرویی مقاوم در برابر حرکت سیال، می‌شود و سرعت حرکت جریان سیال را کاهش داده و قدرت جابجایی را کم می‌کند و منجر به کاهش گرادیان دما در حوالی دیواره‌های محفظه می‌شود لازم به ذکر است که این اثر با افزایش q از -۵ به +۵ افزایش می‌یابد. زیرا افزایش هر دو پارامتر منجر به کاهش بیشتر عدد ناسلت متوسط می‌شود. به عنوان نمونه در زاویه ۴۵ درجه، افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۶۰، به ترتیب منجر به کاهش ۲۰ و ۲۴ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای q = -۵ و

بدان معنی است که در حالتی که تولید حرارت اتفاق می‌افتد، دمای نانوسیال بیشتر از حالتی خواهد بود که در آن جذب حرارت اتفاق می‌افتد و به تبع آن انتقال حرارت از دیواره کاهش می‌یابد [۲۷]. اثر افزودن نانوذرات در افزایش دما در حالتی که q = +۵ است، بیشتر است. در جدول (۷) بیشینه مقدار تابع جریان به ازای مقادیر مختلف Ha و q برای کسر حجمی ۰ و ۰/۰۴ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در تمامی حالات، افزایش کسر حجمی، سبب افزایش قدرت جریان و جابجایی درون محفظه می‌شود. همچنین دیده می‌شود که افزایش q به ترتیب برای  $Ha > 15$  و  $Ha \leq 15$ ، سبب افزایش و کاهش بیشینه مقدار تابع جریان می‌شود. شایان ذکر است که در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن منجر به کاهش بیشینه

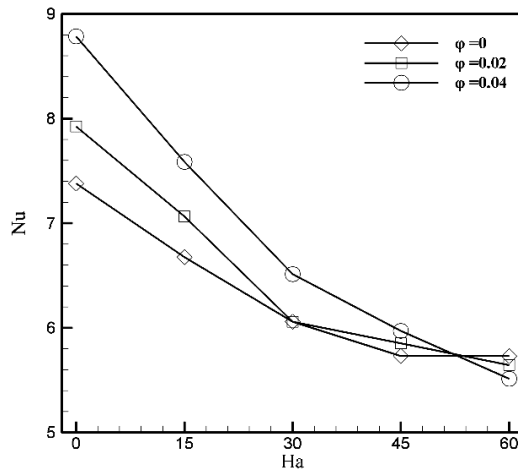
روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰



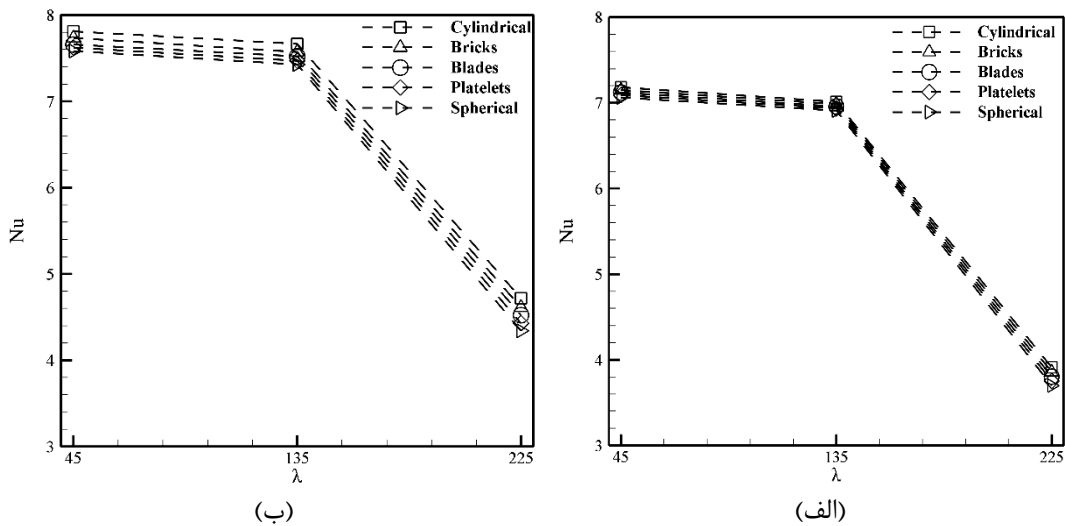
شکل ۱۱- عدد ناسلت متوسط برای  $\phi=0.04$  و  $Ha=30$  (الف)  $\lambda=45^\circ$  (ب)  $\lambda=135^\circ$  و (ج)  $\lambda=225^\circ$

بیان‌گر این مطلب است که حرارت نانوسیال بیشتر از دیواره بوده و حرارت به دیواره منتقل می‌شود. با توجه به شکل (۱۱)، که برای عدد هارتمن  $30$  ارائه شده، دیده می‌شود  $q$  پارامتر مهمی بر اثرگذاری نانوذره بر میزان انتقال حرارت است. همان‌طور که دیده می‌شود، برای زوایای  $45^\circ$  و  $135^\circ$  درجه، به‌زای  $q > 0$ ، افزودن نانوذره به سیال پایه از میزان انتقال حرارت کم می‌کند. این اثر به‌دلیل ذخیره انرژی در نانوذرات است. ولی در زاویه  $225^\circ$  درجه، افزایش کسر حجمی نانوذرات سبب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. در این زاویه، هدایت حرارتی پدیده غالب انتقال حرارت است و افزودن نانوذرات، به‌دلیل دارا بودن ضریب هدایت حرارتی بالاتر از سیال پایه، مقدار انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. شکل (۱۲) کنترل اثر افزودن نانوذرات توسط میدان مغناطیسی را برای  $q=0$  و زاویه  $45^\circ$  درجه نشان

$q=+5$  می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که در یک عدد هارتمن ثابت، افزایش  $q$  از  $-5$  به  $+5$  عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. در این حالت تولید حرارت وجود دارد که سبب می‌شود دمای سیال درون محفظه بیشتر شده و انتقال حرارت از دیواره به سیال کم می‌شود. به‌علاوه دیده می‌شود که با افزایش زاویه تمایل محفظه، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. افزایش زاویه باعث می‌شود که دیواره‌های گرم در بالا و دیواره سرد در پایین قرار بگیرد و این عامل خود سبب ضعیف شدن جابجایی و غالب شدن هدایت حرارتی می‌شود. همچنین افزایش زاویه تمایل سبب کم شدن اثر میدان مغناطیسی شود. به‌عنوان نمونه در  $q < 0$ ، افزایش عدد هارتمن از صفر تا  $60$  منجر به کاهش  $37$ ،  $31$  و  $5$  درصدی عدد ناسلت متوسط به‌ترتیب برای زوایای  $45^\circ$ ،  $135^\circ$  و  $225^\circ$  درجه می‌شود. لازم به‌ذکر عدد ناسلت منفی



شکل ۱۲- عدد ناسلت متوسط برای  $\lambda=45^\circ$  و  $q=0$



شکل ۱۳- عدد ناسلت متوسط برای  $q=0$  و  $Ha=15$  (الف)  $\phi=0.02$ ، (ب)  $\phi=0.04$

حالت افزایش زاویه تمایل سبب می‌شود که دیواره‌های گرم در بالا قرار گیرند و این عامل سبب کاهش اثر بخشی فرآیند انتقال حرارت جابجایی طبیعی می‌شود. علت اختلاف کم عدد ناسلت متوسط بین زوایای  $45^\circ$  و  $135^\circ$  درجه این است که اثر عدد هارتمن در کاهش میزان انتقال حرارت برای زاویه  $45^\circ$  درجه بیشتر از زاویه  $135^\circ$  درجه است. همانطور که ملاحظه می‌شود، در کسر حجمی  $0.02$  اختلاف کمی بین عدد ناسلت متوسط دیده می‌شود ولی با افزایش کسر حجمی، این اختلاف مشهودتر است. همان‌طور که دیده می‌شود، نانوذره به شکل استوانه‌ای عموماً بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط را موجب می‌شود.

می‌دهد. مشاهده می‌شود که تا عدد هارتمن  $45$ ، افزودن نانوذرات، انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. در حالی که به‌ازای عدد هارتمن بزرگ‌تر از  $45$ ، کاهش عدد ناسلت متوسط را شاهد خواهیم بود. زمانی که عدد هارتمن کم است، افزودن نانوذرات برای افزایش انتقال حرارت ضروری است. در حالی که برای اعداد هارتمن بالاتر، نیاز به اضافه کردن نانوذرات نیست زیرا از میزان انتقال حرارت کاسته می‌شود.

در شکل (۱۳) تأثیر شکل نانوذرات بر روی میزان انتقال حرارت نشان داده شده است. دیده می‌شود که عدد ناسلت متوسط با افزایش زاویه تمایل محفظه، کاهش می‌یابد. در این

سرعت سیال درون محفظه، سبب کاهش قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط می‌شود که این تأثیر با افزایش ضریب تولید/ جذب حرارت بیشتر می‌شود.

● به‌ازای عدد هارتمن کوچک‌تر از ۴۵، افزودن نانوذره موجب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود و به‌ازای اعداد هارتمن بیشتر، نتیجه عکس خواهد بود.

● کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط در زاویه ۲۲۵ درجه رخ می‌دهد و تأثیر افزودن نانوسیال در این زاویه بیشترین است.

● با ثابت ماندن تمامی پارامترها، افزایش ضریب تولید/ جذب حرارت به‌دلیل افزایش دمای نانوسیال، سبب کاهش عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم محفظه می‌شود و تغییرات این پارامتر اثر بخشی افزودن نانوذرات را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

● در تمامی مقادیر عدد هارتمن، با افزایش ضریب تولید/ جذب حرارت، اثر کاهش عدد ناسلت متوسط، ناشی از افزایش زاویه تمایل محفظه، بیشتر می‌شود.

● نانوذره استوانه‌ای شکل در مقایسه با سایر شکل‌های نانوذرات، بالاترین مقدار عدد ناسلت متوسط را ایجاد می‌کند و این تأثیر با افزایش کسر حجمی مشهودتر است.

همچنین در حالتی که زاویه ۲۲۵ درجه است، اختلاف شکل نانوذرات بر میزان انتقال حرارت مشهودتر است. در این حالت اثر جابجایی کم و هدایت حرارتی غالب است و به‌دلیل اینکه ذرات استوانه‌ای ضریب هدایت حرارتی بالاتری را موجب می‌شود، بیشترین تأثیر را بر افزایش میزان انتقال حرارت دارد.

## ۷- جمع‌بندی

در کار حاضر، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال برای ذرات با شکل‌های مختلف، درون محفظه ربع دایره‌ای شکل متمایل با وجود تولید/ جذب حرارت تحت اثر میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شد. کار حاضر با مطالعات معتبر قبلی اعتبارسنجی شد و از صحت نتایج به‌دست آمده اطمینان حاصل شد. در این شبیه‌سازی عددی، تأثیر عدد هارتمن، زاویه تمایل محفظه، ضریب تولید/ جذب حرارت و شکل و کسر حجمی نانوذرات بررسی شد. این مطالعه می‌تواند در طراحی تجهیزات با بازده بهینه راه‌گشا باشد. خلاصه نتایج بدست آمده را می‌توان در چند مورد زیر ارائه کرد:

● در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن، به‌دلیل کاستن از

## واژه‌نامه

- |                         |                             |                      |
|-------------------------|-----------------------------|----------------------|
| 1. solar collectors     | 3. Lattice Boltzmann method | 5. BGK approximation |
| 2. magnetohydrodynamics | 4. Hartmann number          |                      |

## مراجع

- Nemati, M., Sefid, M., and Rahmati, A. R. "The Effect of Changing the Position of the Hot Wall and Increasing the Amplitude and Number of Oscillations of Wavy Wall on the Flow and Heat Transfer of Nanofluid Inside the Channel in the Presence of Magnetic Field", *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 219-236, 2020 (in persian).
- Patel, H. E., Das, S. K., Sundararajan, T., Sreekumaran Nair, A., George, B., and Pradeep, T., "Thermal Conductivities of Naked and Monolayer Protected Metal Nanoparticle Based Nanofluids: Manifestation of Anomalous Enhancement and Chemical Effects", *Applied Physics Letters*, Vol. 83, pp. 2931-2933, 2003.
- Sheikhzadeh, G. A., Aghaei, A., and Soleimani, S., "Effect of Nanoparticle Shape on Natural Convection Heat Transfer in a Square Cavity with Partitions Using Water-Sio2 Nanofluid", *Transport Phenomena in Nano and Micro Scales*, Vol. 6, pp. 27-38, 2018.
- Gireesh, B., and Sindhu, S., "MHD Natural Convection Flow of Casson Fluid in an Annular Microchannel Containing Porous Medium with Heat Generation/Absorption", *Nonlinear Engineering*, Vol. 9, pp. 223-232, 2020.
- Ajay, C., and Srinivasa, A., "Unsteady MHD Natural Convective Boundary Layer Flow and Heat Transfer Over a Truncated Cone in the Presence of Pressure Work", *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, Vol. 19, pp. 5-16, 2020.



6. Aly, A. M., and Raizah, Z., "Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Natural Convection in a Nanofluid-Filled Complex Wavy Porous Cavity with Inner Solid Particles", *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, Vol. 537, pp. 122-132, 2020.
7. Dogonchi, A., Tayebi, T., Chamkha, A. J., and Ganji, D., "Natural Convection Analysis in a Square Enclosure with a Wavy Circular Heater Under Magnetic Field and Nanoparticles", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139, pp. 661-671, 2020.
8. Ma, Y., Mohebbi, R., Rashidi, M., Yang, Z., and Sheremet, M. A., "Numerical Study of MHD Nanofluid Natural Convection in a Baffled U-Shaped Enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 130, pp. 123-134, 2019.
9. Jami, M., Mezhab, A., Bouzidi, M. H., and Lallemand, P., "Lattice Boltzmann Method Applied to the Laminar Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generating Cylinder Conducting Body", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, pp. 38-47, 2007.
10. Mliki, B., Abbassi, M. A., Omri, A., and Zeghmami, B., "Effects of Nanoparticles Brownian Motion in a Linearly/Sinusoidally Heated Cavity with MHD Natural Convection in the Presence of Uniform Heat Generation/Absorption", *Powder Technology*, Vol. 295, pp. 69-83, 2016.
11. Mahmoudi, A., Mejri, I., Abbassi, M. A., and Omri, A., "Analysis of MHD Natural Convection In A Nanofluid-Filled Open Cavity with Non Uniform Boundary Condition in the Presence of Uniform Heat Generation/Absorption", *Powder Technology*, Vol. 269, pp. 275-289, 2015.
12. Mliki, B., Abbassi, M. A., Omri, A., and Zeghmami, B., "Augmentation of Natural Convective Heat Transfer in Linearly Heated Cavity by Utilizing Nanofluids in the Presence of Magnetic Field and Uniform Heat Generation/Absorption", *Powder Technology*, Vol. 284, pp. 312-325, 2015.
13. Nemati, M., Sefid, M., and Rahmati, A. R., "Analysis of the Effect of Periodic Magnetic Field, Heat Absorption/Generation and Aspect Ratio of the Enclosure on Non-Newtonian Natural Convection", *Journal of Heat and Mass Transfer Research*, Vol. 8, pp. 187-203, 2021.
14. Abu-Nada, E., and Oztop, H. F., "Effects of Inclination Angle on Natural Convection in Enclosures Filled with Cu-Water Nanofluid", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, pp. 669-678, 2009.
15. Nemati, M., Mohamadzade, H., and Chamkha, A. J., "Optimal Wall Natural Convection for a Non-Newtonian Fluid with Heat Generation/Absorption and Magnetic Field in a Quarter-Oval Inclined Cavity", *Physica Scripta*. Vol. 96, pp. 1252-1269, 2021.
16. Nemati, M., and Sefid, M., "Using Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method to Simulate Power-Law Fluids MHD Natural Convection in Cavity with Lozenge Barrier", *Journal of Fluid Mechanics and Aerodynamics*. Vol. 10, pp. 17-35, 2021.
17. Rahmati, A. R., and Hajzaman, R., "Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer of Nanofluid in a Square Shaped Porous Media using Lattice Boltzmann Method", *Journal of Computational Methods in Engineering*, Vol. 35, pp. 47-64, 2017.
18. Qi, C., Tang, J., and Wang, G., "Natural Convection of Composite Nanofluids Based on a Two-Phase Lattice Boltzmann Model", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, pp. 1-11, 2020.
19. Mohamad, A. A., *Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Springer Science & Business Media, 2011.
20. Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., and Krook, M., "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems", *Physical Review*, Vol 94, pp. 511-525, 1954.
21. Fu, C., Rahmani, A., Suksatan, W., Alizadeh, S. M., Zarringhalam, M., Chupradit, S., Toghraie, D., "Comprehensive Investigations of Mixed Convection of Fe-ethylene-glycol Nanofluid Inside an Enclosure with Different Obstacles Using Lattice Boltzmann Method", *Scientific Reports*. Vol. 11, pp. 1-16, 2021.
22. Nemati, M., Mohamadzade, H. and Sefid, M., "Investigation the Effect of Direction of Wall Movement on Mixed Convection in Porous Enclosure with Heat Absorption/Generation and Magnetic Field", *Fluid Mechanics & Aerodynamics Journal*, Vol. 9, No. 1, pp. 99-115, 2020.
23. Sathiyamoorthy, M., and Chamkha, A., "Effect of Magnetic Field on Natural Convection Flow in a Liquid Gallium Filled Square Cavity for Linearly Heated Side Wall (S)", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 1856-1865, 2010.
24. Sayehvand, H., Habibzadeh, A., and Mekanik, A., "CFD Analysis of Natural Convection Heat Transfer in a Square Cavity with Partitions Utilizing Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanofluid", *Powder Technology*, Vol. 259, pp. 275-289, 2012.
25. Shahriari, A., and Ashorynejad, H. R., "Numerical Study of Heat Transfer and Entropy Generation of Rayleigh-Bénard Convection Nanofluid in Wavy Cavity with Magnetic Field", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, pp. 385-396, 2017.
26. Vo, D. D., Hedayat, M., Ambreen, T., Shehzad, S. A., Sheikholeslami, M., Shafee, A., and Nguyen, T. K., "Effectiveness of Various Shapes of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Nanoparticles on The MHD Convective Heat Transportation in Porous Medium”, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139, pp. 1345-1353, 2020.

27. Chamkha, A. J., and Aly, A., “MHD Free Convection Flow of a Nanofluid Past a Vertical Plate in the Presence of Heat Generation or Absorption Effects”, *Chemical Engineering Communications*, Vol. 198, pp. 425-441, 2010.