

## مطالعه عددی تأثیر نانوسیال بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر با ایجاد موانع

پرویز گیلاوند<sup>۱</sup> و حمیدرضا حیدری<sup>۲\*</sup>

۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد دورود، لرستان

۲. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۵/۲۲ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۳/۳۰)

**چکیده** - در این مقاله، تأثیر نانوسیال آب-اکسید آهن ( $Fe_3O_4$ ) بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر عمود بر جریان، با ایجاد موانع به صورت محوری با استفاده از مدل تک‌فازی مخلوط مطالعه می‌شود. اثرات میدان مغناطیسی با نوشتن کدهایی به معادلات حاکم بر فروسیال اضافه شده و هندسه مسئله در نرم‌افزار Gambit 2.4 تولید و شبکه‌بندی می‌شود. شبکه حاصل به صورت سه‌بعدی تشکیل شده و معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر مسئله نیز براساس روش حجم محدود با کمک نرم‌افزار فلوئنت تحلیل می‌شود. همچنین اثر پارامترهایی نظیر اثر موانع در مسیر جریان، عدد بی‌بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی‌بعد رینولدز بر انتقال حرارت مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد، ایجاد موانع در مسیر جریان باعث اغتشاش در جریان سیال شده، که این اغتشاش باعث افزایش انتقال حرارت کلی می‌شود. همچنین اعمال میدان مغناطیسی بر نانوسیال مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمت‌های مرکزی کانال شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی نفوذ این لایه نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت و انتقال حرارت افزایش یافته که این بهبود انتقال حرارت و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال، کانال، عدد ناسلت، موانع، میدان مغناطیسی.

## Numerical Study of the Effect of Nanofluid on Heat Transfer of a Channel in the Presence of Variable Magnetic Field with Obstacles

P. Gilavand<sup>1</sup> and H. R. Heidari<sup>2,\*</sup>

1. Mechanical Engineering, Azad University Doroud Branch, Doroud, Iran.

2. Mechanical Engineering, Malayer University, Malayer, Iran.

**Abstract:** In this paper, the effect of water- iron oxide ( $Fe_3O_4$ ) nanofluid on a channel heat transfer in the presence of

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: hr.heidari@malayeru.ac.ir

perpendicular to the flow variable magnetic field with creating axial obstacles using a mixed single-phase model is investigated numerically. The effects of magnetic field are added to governing equations of ferrofluid by writing codes and the problem geometry is generated and networked in Gambit 2.4 software. The network used is constructed in a three-dimensional and the governing non-linear differential equations are solved according to the finite volume method by using the Fluent software. Also, the effect of parameters such as obstacles in the flow path, dimensionless number of magnetic field intensity and Reynolds dimensionless number on heat transfer have been studied. The results show that creating obstacles in the flow path causes turbulence in the fluid flow, which increases the overall heat transfer. Also, the application of a magnetic field on the magnetic nanofluid causes the penetration of the cool boundary layer in the central parts of the channel and with increasing the intensity of the magnetic field, the penetration of this layer increases. As a result, the amount of Nusselt number and heat transfer has increased, and this improvement in heat transfer and Nusselt number increases with increasing Reynolds number.

**Keywords:** Nanofluid, Channel, Nusselt number, Obstacles, Magnetic field.

## فهرست علائم

$\mu_0$	نفوذپذیری مغناطیسی خلاء $\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}\right)$	$\zeta$	پارامتر لانژون
$p$	ذرات مغناطیسی	$\rho$	چگالی $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
$f$	سیال پایه (آب)	$\phi$	درصد حجمی نانوسیال
$\theta$	شرایط مرجع	$\alpha_m$	ضریب پخش حرارتی $\left(\frac{m^2}{s}\right)$
$m$	مخلوط	$\chi$	ضریب مغناطیس پذیری
$avg$	میانگین	$\mu$	لزجت دینامیکی $\left(\frac{kg}{m.s}\right)$
		$\mu_B$	مگنتون بوهر $\left(9/27 \times 10^{-24} Am^2\right)$

## ۱- مقدمه

تبادل انرژی در یک سیستم مهیا می‌کنند و اثرات آنها بستگی به ویژگی‌های فیزیکی از قبیل هدایت حرارتی، لزجت و چگالی دارد. از محدودیت‌های سیالات انتقال‌دهنده، هدایت حرارتی پایین آنها است. از سیالات مناسب جهت افزایش انتقال حرارت می‌توان به نانوسیالات که در حقیقت سوسپانسیون پایدار از نانو فیبرها و نانوذرات جامداند اشاره کرد. پیشرفت‌های اخیر در مهندسی مواد و توسعه فناوری‌های جدید زمینه را برای تولید ذرات با اندازه بین ۱ تا ۱۰۰ نانومتر فراهم کرده است. این روش در واقع از همان روش اضافه کردن ذرات جامد به سیال گرفته شده است. نانومواد، خواص حرکتی و حرارتی سیال را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهند. نانوذرات در مقایسه با ذرات در اندازه میلی‌متر یا میکرومتر دارای سطح تماس بیشتری هستند که قابلیت انتقال انرژی را بین ذرات جامد و سیال افزایش می‌دهند. مزیت دیگر این نوع سیال کوچک بودن

افزایش انتقال حرارت موضوع بسیاری از تحقیقات در دهه‌های اخیر بوده است. برای افزایش انتقال حرارت و بازده حرارتی در یک هندسه مشخص راه‌های مختلفی وجود دارد، کارهایی نظیر به کارگیری جریان‌های آشفته استفاده از پره‌ها و بفل‌های مختلف، موج‌دار کردن لوله، حضور میدان مغناطیسی، استفاده از موانع در مسیر جریان و وجود موانع در مسیر جریان باعث اغتشاش در جریان سیال شده که افزایش انتقال حرارت کلی را به همراه دارد. بررسی‌ها نشان می‌دهد که وجود المان مغناطیسی سبب افزایش عدد ناسلت<sup>۱</sup> متوسط می‌شود و با بالا رفتن شدت میدان، این پارامتر نیز افزایش یافته که در نتیجه منجر به افزایش انتقال حرارت بیشتر می‌شود همچنین یکی از عوامل تأثیرگذار در افزایش انتقال حرارت، انتخاب سیال دارای خواص حرارتی مناسب است. سیالات انتقال‌دهنده حرارت، شرایط را برای

ذرات بیشتر می‌شود، نهایتاً رابطه انتقال حرارتی جدیدی برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نانو سیالات در رژیم جریان آشفته پیشنهاد کردند.

داس و همکاران [۳] در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، رسانش گرمایی نانو سیال آب- $Al_2O_3$  و آب- $CuO$  را در کسرهای حجمی مختلف اندازه‌گیری کردند و تغییرات نسبتاً قابل توجهی را با تغییر دما نتیجه گرفتند. به‌عنوان مثال در کسر حجمی ۴ درصد از ذرات اکسید آلومینیوم با تغییر ۳۰ درجه‌ای دمای نانو سیال، حدود ۱۵ درصد افزایش در هدایت حرارتی نانو سیال مشاهده کردند.

از طرفی دیگر، کانال‌های موج‌دار در بسیاری از کاربردهای مهندسی دیده می‌شوند. تحقیقات آزمایشگاهی زیادی روی این گونه کانال‌ها انجام شده است. اولین بار گلدستین و اسپارو [۴] آزمایش‌هایی را روی مشخصه‌های انتقال حرارت در جریان داخل یک کانال موجی با سطح مقطع مستطیلی و ثابت انجام دادند. آزمایش‌های آنها بر مبنای روش تصعید نفتالین، برای به دست آوردن مقادیر محلی و متوسط مشخصه‌های حرارتی، انجام شد. آنها مشخصه‌های انتقال حرارت و جرم را در جریان‌های آرام و گذرا و همچنین رژیم آشفته در اعداد رینولدز پایین بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد در رژیم آرام این افزایش انتقال حرارت در کانال موجی، نسبت به کانال با دو صفحه موازی، تنها کمی بیشتر است. از سوی دیگر برای رژیم آشفته در اعداد رینولدز پایین، این افزایش قابل توجه است.

وانگ و چن [۵] در سال ۲۰۰۲ جابه‌جایی اجباری در یک کانال موجی را با استفاده از روش تبدیل مختصات ساده، مورد مطالعه قرار دادند. آنها تأثیر پارامترهایی مانند ضریب شکل، عدد رینولدز و عدد پرائتل<sup>۳</sup> را بر اصطکاک پوسته‌ای و عدد ناسلت، مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند در ضرایب شکل پایین، این افزایش انتقال حرارت نسبت به کانال با دو صفحه موازی، ناچیز است. اما در مقادیر بیشتر ضریب شکل این تأثیرات قابل توجه است. نتایج آنها نشان داد که حداکثر اصطکاک پوسته‌ای و حداکثر عدد ناسلت در قسمت همگرای

نانوذرات پخش شده در آن است که این ذرات دارای ممنتوم کمتری هستند که در نتیجه از خوردگی دیواره لوله و کانال‌ها جلوگیری می‌شود و امکان ته‌نشینی این ذرات به دلیل وزن کم آن کمتر است. تحقیقات اخیر روی نانو سیالات، افزایش قابل توجهی را در هدایت گرمای آنها نسبت به سیالات بدون نانو ذرات و یا همراه با ذرات بزرگ‌تر (ماکروذرات) نشان می‌دهد از دیگر تفاوت‌های این نوع سیالات تابعیت شدید هدایت گرمایی از دما و همچنین افزایش فوق‌العاده شار گرمایی بحرانی در انتقال گرمای آنها است.

با توجه به رشد روزافزون کاربرد نانو سیالات در سیستم‌های حرارتی، صنایع میکروالکترونیک، روغن موتورها، روان‌کننده‌ها و سایر فناوری‌ها، این دسته از سیالات امروزه به شدت در کانون توجه محققان قرار گرفته‌اند. با پیشرفت تکنولوژی، تولید ذرات جامد در اندازه‌های بسیار ریز در مقیاس نانو فراهم شد که با اضافه کردن این نانو ذرات به سیال پایه، سیال جدیدی حاصل می‌شود که چوی [۱] برای اولین بار آن را نانو سیال نامید. چوی و همکاران با اضافه کردن مقدار کم این ذرات به سیال پایه بهبود چشمگیر ضریب انتقال حرارت رسانایی این نوع سیال را نسبت به سیال پایه گزارش کردند. پس از معرفی نانو سیال کارهایی به منظور تعیین خواص ترموفیزیکی آن و بررسی عملکرد آن برای انتقال حرارت در رژیم‌های مختلف جریان و شرایط کاری مختلف انجام گرفت. پک و چو [۲] عملکرد انتقال حرارت نانو ذرات اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم پراکنده شده در آب و جاری در یک لوله مدور افقی را مورد بررسی قرار دادند. نانو ذرات اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم به ترتیب دارای قطرهای ۱۳ نانومتر و ۲۷ نانومتر بودند. آنها متوجه شدند که عدد ناسلت نانو سیالات با افزایش عدد رینولدز و غلظت حجمی نانو ذرات افزایش می‌یابد، اما در عدد رینولدز<sup>۲</sup> ثابت ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی نانو سیالات حاوی ۳٪ نانو ذرات، ۱۲٪ نسبت به سیال خالص کاهش نشان داده است. علت آن ممکن است این باشد که نانو سیالات لزجت بالاتری نسبت به سیالات خالص دارند و این لزجت با افزایش

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰

برای انتقال حرارت مناسب‌تر هستند. همچنین آنها نشان دادند که هر چه عدد رینولدز بیشتر باشد این افزایش بیشتر است. آنها نتیجه گرفتند کانال‌های موجی شکل گزینه مناسبی برای خنک کاری وسایل الکترونیکی هستند.

وانگ و همکاران [۸] بررسی انتقال حرارت به وسیله فلزات مایع در یک محفظه مستطیلی با یک مقطع مربعی تحت تأثیر میدان مغناطیسی افقی یکنواخت انجام شده است. دو دیواره مخالف عمودی در دماهای مختلف نگهداری می‌شود و دیوارهای دیگر عایق حرارتی هستند. میدان مغناطیسی اعمال شده عمود بر گرادیان درجه حرارت است. نافون و همکاران [۹] به بررسی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرما و افت فشار در لوله‌های مارپیچی پیچ‌خورده پرداختند نانوسیال‌ها به داخل لوله پیچ‌خورده وارد می‌شوند و در محدوده داخلی قرار می‌گیرند و در امتداد دمای دیواره لوله ثابت قرار می‌گیرند.

می‌توان نشان داد که اگر اندازه نانوذر از یک حد معینی تجاوز نکند و از بهم چسبیدن آنها در مایع حامل جلوگیری شود، حرکت براونی نانو ذرات که ناشی از انرژی جنبشی گرمایی در دمای اتاق است می‌تواند بر انرژی گرانشی و مغناطیسی ناشی از میدان گرانشی و مغناطیسی خارجی غلبه کند و بنابراین مانع ته‌نشین شدن نانو ذرات شود [۱۰].

ژان و همکاران [۱۱] با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای به مطالعه عددی انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال مغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی غیریکنواخت داخل یک میکروکانال پرداختند. نتایج آنها نشانگر امکان کنترل میزان انتقال حرارت با تغییر جهت گرادیان میدان مغناطیسی است. بیشترین میزان افزایش انتقال حرارت هنگامی است که گرادیان میدان هم‌جهت با جریان سیال باشد و هنگامی که گرادیان میدان برخلاف جهت جریان باشد، کاهش انتقال حرارت مشاهده شده است.

ثروتی و همکاران [۱۲] تأثیر میدان مغناطیسی روی جریان جابه‌جایی اجباری نانوسیالات در کانالی که تا اندازه‌ای با محیط متخلخل پر شده است، را با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای<sup>۵</sup>

کانال و درست قبل از قله موج سینوسی اتفاق می‌افتد. محل این افزایش مستقل از ضریب شکل است. حداقل مقادیر عدد ناسلت و اصطکاک پوسته‌ای کمی بعد از قله موج سینوسی و در قسمت واگرای کانال است. محل این کاهش، با افزایش ضریب شکل، افزایش می‌یابد و فاصله‌اش با قله موج سینوسی بیشتر می‌شود. آنها نتیجه گرفتند کانال‌های با صفحات موجی شکل در رینولدز بالا، می‌توانند نقش مؤثری در مبدل‌های حرارتی داشته باشند.

حیدری و کرمانی [۶] به صورت عددی به بررسی جریان نانوسیال در یک کانال سینوسی پرداختند. آنها با بررسی اعداد رینولدز بین ۵ تا ۱۵۰۰، درصد حجمی نانو ذرات تا ۲۰ درصد و ضریب شکل بین صفر تا ۰/۳، نتیجه گرفتند که به کمک ذرات نانو و موج‌دار کردن کانال، می‌توان انتقال حرارت را تا حد زیادی افزایش داد. آنها نشان دادند با اضافه کردن ۱۰ درصد ذرات مس به سیال آب، می‌توان انتقال حرارت را در عدد رینولدز ۲۵ تا ۱۰۰۰ درصد افزایش داد. همچنین نشان دادند که با افزایش ضریب شکل از صفر تا ۰/۳، انتقال حرارت تا ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. نتایج آنها نشان داد با افزایش عدد رینولدز، خطوط هم‌دما بیشتر به سمت دیواره حرکت می‌کنند و عدد ناسلت افزایش می‌یابد. همچنین مقادیر نسبت به تغییرات درصد حجمی نانو ذرات حساس نیستند.

لیانگ و همکاران [۷] به بررسی انتقال حرارت در میکروکانال با صفحات موجی شکل پرداختند. آنها در این بررسی از نرم‌افزار تجاری فلوئنت<sup>۴</sup> استفاده کردند و جریان سه بعدی و آرام را برای یک کانال در اندازه میکرو، به صورت پارامتری مورد مطالعه قرار دادند. آنها اعداد رینولدز بین ۵۰ تا ۱۵۰ را برای دو نوع کانال موجی شکل و در شار حرارتی ثابت بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که حداکثر ۵۵ درصد افزایش انتقال حرارت کلی در این کانال‌ها، نسبت به کانال با صفحات مسطح اتفاق می‌افتد. نتایج آنها نشان داد افت فشار در کانال‌های موجی شکل با اختلاف فاز ۱۸۰ درجه، نسبت به کانال‌های با اختلاف فاز صفر درجه، کمتر است. بنابراین کانال‌های نوع اول

با وجود موانع و یا در حضور میدان مغناطیسی متغیر بر افزایش انتقال حرارت از یک کانال انجام شده اما فقدان تحقیقی روی تأثیر همزمان استفاده از نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی متغیر در یک کانال با وجود موانع در مسیر جریان احساس می‌شود. در این مقاله تلاش شده است که ابتدا معادلات حاکم بر مسئله استخراج شوند. سپس نتایج به صورت عددی با استفاده از مدل تک‌فازی مخلوط برای کانال با موانع مورد بررسی قرار گرفته شده است.

## ۲- شرح مسئله

همان‌طور که شماتیک مسأله در شکل (۱) نمایش داده شده است. ۶ مانع در مسیر جریان در داخل کانال وجود دارد و میدان مغناطیسی عمود بر جریان وارد می‌شود. در این هندسه نیز همچنین آب به عنوان سیال پایه است و ۴٪ نانو ذره اکسید آهن ( $Fe_3O_4$ ) به آن افزوده می‌شود. جدار کانال در ابتدا و انتهای کانال به صورت ایزوله در نظر گرفته شده و بقیه جدار کانال شار حرارتی ثابت ( $q'' = 5000 \text{ W/m}^2$ ) وارد می‌شود. ارتفاع کانال  $H$ ، فاصله بین ورودی نانوسیال و اولین مانع  $L_a$ ، فاصله بین دو نقطه نظیر به نظیر موانع متوالی  $L_g$  و فاصله بین مانع آخر و خروجی نانوسیال  $L_b$  و قطر ذرات نیز برای هر دو هندسه برابر ۱۰ نانومتر در نظر گرفته شده است. همچنین فرض می‌شود ذرات نانو و ذرات سیال در تعادل حرارتی هستند و از ترم‌های اتلاف حرارتی نیز صرف‌نظر می‌شود.

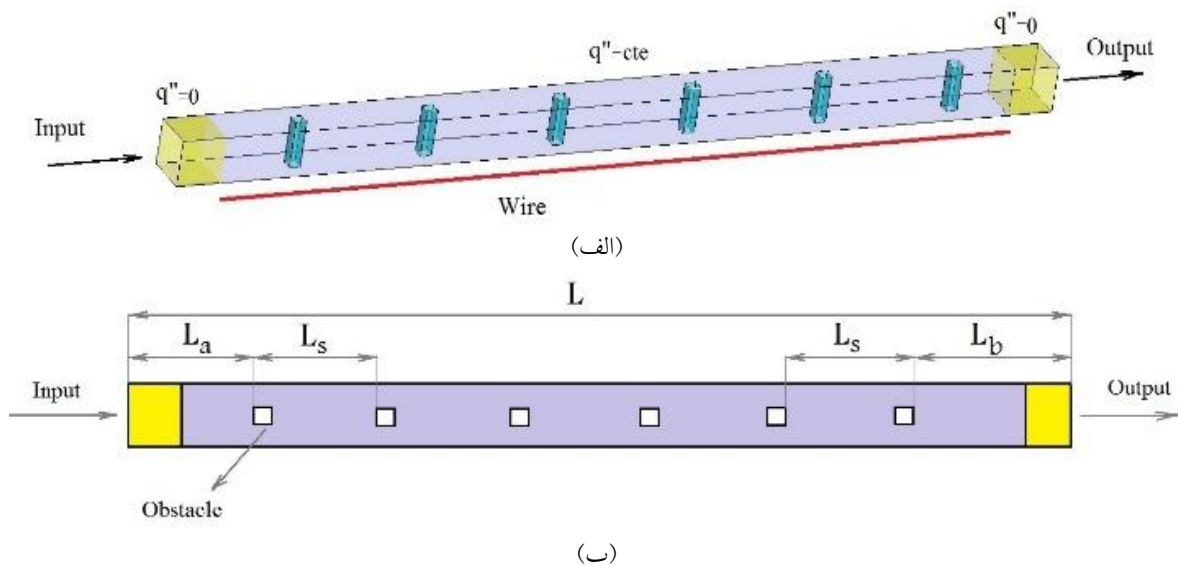
میدان مغناطیسی توسط یک سیم باریک حامل جریان الکتریکی، ایجاد می‌شود که به صورت موازی با محور طولی کانال و (محور  $Z$ )، در زیر کانال با فاصله‌ای مشخص و نزدیک به آن قرار گرفته است و جریان داخل سیم در جهت مثبت محور  $Z$ ها شارش می‌یابد. سیم حامل جریان الکتریکی، باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع در تمام طول کانال و عمود بر جریان فروسیال جاری در آن خواهد شد و با اعمال میدان‌های مغناطیسی مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین لازم به ذکر است که برای تأثیر میدان مغناطیسی بر

بررسی کرده‌اند. در این شبیه‌سازی اثر میدان مغناطیسی عمودی یکنواخت روی الگوی جریان و انتقال حرارت یک کانال که تا حدی با محیط متخلخل از نانوسیال آب-آلومینا که یک سیال با خواص حساس به دما است، بررسی شده است. در استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای، سه تابع توزیع برای جریان، گرما و میدان مغناطیسی در نظر گرفته شده است.

فریدونی مهر و همکاران [۱۳] به بررسی تحلیلی جریان سیال و انتقال حرارت و جرم در جریان سیال سه‌بعدی آرام پایا هیدرودینامیک مغناطیسی روی یک صفحه گسترش یافته با شرط مرزی همرفت سطحی به کمک روش آنالیز هموتوپی بهینه پرداختند. در این مسئله، تأثیرات نانوسیال به صورت تأثیرات همزمان حرکت براونی و انتشار حرارتی در نظر گرفته شده است. تأثیر پارامترهای فیزیکی مختلف جریان روی مؤلفه‌های سرعت سیال، توزیع دمایی و غلظت و همچنین ضرایب اصطکاک پوسته‌ای در جهات  $X$  و  $Y$ ، عدد ناسلت محلی و عدد شروود<sup>۶</sup> محلی مورد بررسی قرار گرفته شده است. این مطالعه نشان می‌دهد که نانوذرات در سیال پایه پتانسیل خوبی را در راستای افزایش عملکرد انتقال حرارت همرفتی سیالات مختلفی از خود نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد که گرادیان دمای دیواره با افزایش پارامتر انتشار حرارتی و یا کاهش پارامتر حرکت براونی کاهش می‌یابد. اکبرزاده و همکاران [۱۴] جریان هیدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال در یک کانال منحنی در محیط متخلخل با دیواره موج‌دار متحرک به همراه چشمه حرارتی مورد بررسی قرار داده‌اند. با فرض جریان تراکم‌ناپذیر؛ معادلات حاکم برای جریان، انتقال حرارت و انتقال جرم برای طول موج بلند به دست آمده‌اند. برای حل عددی معادلات، از روش تقریب تفاضل مرکزی و روش ضمنی جعبه‌ای کلر استفاده شده است. افزایش تخلخل در محیط، سبب افزایش انتقال حرارت شده است.

بررسی‌های انجام شده روی تحقیقات گذشته مؤید این مطلب است که اگرچه مطالعات متعددی پیرامون تأثیر نانوسیال،

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰



شکل ۱ - کانال با وجود موانع در مسیر جریان در حضور میدان مغناطیسی (الف) نمای سه بعدی (ب) نمای بالا

$$M = M_s L(\xi)$$

$$M_s = \alpha_p M_d = N_p m_p$$

$$N_p = \frac{1}{V_p} = \frac{6}{\pi d_p^3} \quad (1)$$

$$L(\xi) = \cot(\xi) - \frac{1}{\xi}$$

$$\xi = \frac{\mu_p m_p H}{k_B T}$$

با ترکیب روابط (۱)، در نهایت رابطه (۲) برای مغناطیس پذیری نانوسیال مغناطیسی به دست می آید.

$$M = \frac{6m_p}{\pi d_p^3} L(\xi) \quad (2)$$

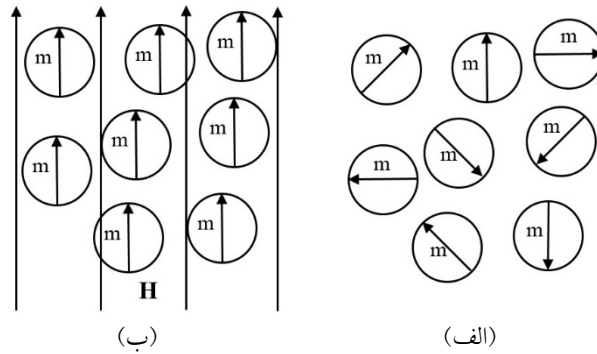
تعداد مغناطیسی یک پارامتر کلیدی در مباحث مربوط به فروهیدرودینامیک است. منظور از تعادل مغناطیسی این است که گشتاور مغناطیسی اولیه ذره در راستای میدان اعمالی قرار گیرد. اگر مقدار متوسط مغناطیس پذیری در مقایسه با مقیاس زمانی فرایندهای ماکروسکوپی، بسیار سریع حاصل شود و یا به عبارت دیگر، بردار مغناطیس پذیری  $M$  به سرعت با بردار میدان مغناطیسی  $H$  همسو شود، می توان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد.

با اعمال میدان مغناطیسی به یک نانوسیال در حالت حرکت، عبارت (۳) به معادله ممتوم آن اضافه می شود [۱۶]:

نانوسیال، نیازمند استفاده از نانوذراتی نظیر اکسید آهن، نیکل و یا کبالت است که خاصیت مغناطیسی داشته و با اعمال میدان، دوقطبی های مغناطیسی آنها با میدان اعمالی همسو شود.

### ۳- اصول فروهیدرودینامیک

زمینه مطالعه در مورد نانوسیال های مغناطیسی امروزه با عنوان فروهیدرودینامیک شناخته می شود. نانوسیال های مغناطیسی معمول، عمدتاً از نانوذرات مغناطیسی تک دامنه با قطر ۳ تا ۱۵ نانومتر تشکیل یافته اند. نتایج تحقیقات نشان می دهند که اگر قطر ذرات کوچک تر از ۲ نانومتر باشد خاصیت مغناطیسی آنها از بین خواهد رفت. یک ماده فرومغناطیسی برای کاهش سطح انرژی خود به دامنه های زیادی تقسیم می شود. زیرا که اگر این اتفاق نمی افتاد تمام گشتاورهای مغناطیسی در یک جهت قرار گرفته و در نتیجه سطح انرژی بسیار بالا می رفت. نانوذرات مغناطیسی در داخل سیال پایه شبیه مولکول های یک گاز پارامغناطیس هستند. در این مقاله از همین روابط برای فروسیال ها استفاده می شود. قانون مغناطیس پذیری برای یک گاز پارامغناطیس به وسیله تابع لانژوئن  $L(\xi)$  به صورت رابطه (۱) توصیف می شود [۱۵]:



شکل ۲- جهت گیری نانو ذرات الف) قبل و ب) بعد از اعمال یک میدان مغناطیسی یکنواخت

حجم ذره به حجم مولکول محاسبه می شود:

$$N_M = \frac{V_p}{V_M} \quad (7)$$

و در نهایت گشتاور مغناطیسی هر ذره از اکسید آهن به صورت رابطه (۸) به دست می آید:

$$m_p = N_M m_M = \frac{4\mu_B \pi d_p^3}{6 \times 91 / 25 \times 10^{-30}} \quad (8)$$

#### ۴- معادلات حاکم بر مسئله و شرایط مرزی

##### ۴-۱- روابط میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل

##### جریان الکتریسته

مؤلفه های میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان الکتریسته با شدت جریان  $I$ ،  $H_x$  و  $H_y$  هستند که به صورت رابطه (۹) هستند [۱۷]:

$$H_x(x,y) = \frac{I}{2\pi} \frac{(x-a)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} \quad (9)$$

$$H_y(x,y) = \frac{I}{2\pi} \frac{(y-b)}{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

اندازه شدت میدان مغناطیسی طبق رابطه (۱۰) به دست می آید:

$$H(x,y,z) \equiv H(x,y) = \frac{I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}} \quad (10)$$

##### ۴-۲- معادلات حاکم بر رفتار هیدرودینامیکی

در مقاله حاضر از مدل تک فاز برای حل جریان نانوسیال استفاده می شود. معادلات حاکم شامل معادله بقای جرم، معادله

$$\mu_0 (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} + \frac{1}{4} \nabla \times (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (3)$$

که در آن جمله اول معروف به نیروی کلویین بوده و از تنش یک میدان الکترومغناطیس مشتق شده و جمله دوم نیز با در نظر گرفتن یک ممتوم زاویه ای داخلی در تانسور تنش لزجت بدست آمده است. با توجه به این که در کار حاضر معادلات در حالت پایه حل می شوند، می توان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد. بنابراین با توجه به شکل (۲)  $\vec{M} \times \vec{H}$  صفر بوده و رابطه (۳) به  $\mu_0 M \nabla H$  کاهش می یابد. در نهایت رابطه (۴) به عنوان یک جمله چشمه به معادله ممتوم اضافه خواهد شد.

$$F_{ferromag} = \mu_0 M \nabla H \quad (4)$$

که در آن  $M$  از رابطه (۲) محاسبه می شود.

در مطالعه حاضر برای نانوسیال مغناطیسی از ذرات اکسید آهن  $Fe_3O_4$  استفاده شده است. گشتاور مغناطیسی هر مولکول از اکسید آهن از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\mu_B = 9 / 27 \times 10^{-24} \text{ Am}^{-2} \quad (5)$$

$$M_m = 4\mu_B$$

که در آن  $\mu_B$  مگنتون بوهر است. حجم هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن نیز برابر با مقدار  $V_{cell} = 730 \times 10^{-30} \text{ m}^3$  است. با توجه به این که هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن شامل هشت مولکول است، حجم هر مولکول از آن برابر با مقدار زیر خواهد بود:

$$V_M = \frac{V_{cell}}{8} = 91 / 25 \times 10^{-30} \text{ m}^3 \quad (6)$$

بنابراین تعداد مولکول اکسید آهن در هر ذره از آن، از نسبت

روش های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰

گرفته شده است.

#### ۳-۴- خواص ترموفیزیکی مخلوط

دیگر خواص مهم غیر از هدایت حرارتی که بر ضریب انتقال حرارت اثر می‌گذارد، عبارتند از: چگالی، گرمای ویژه و لزجت نانوسیال. با فرض پراکندگی یکنواخت نانوذرات داخل سیال پایه، خواص حرارتی و فیزیکی نانوسیال در ادامه آورده شده است. نانوسیال مغناطیسی استفاده شده در این مقاله، شامل آب دریا و ۴٪ حجمی  $Fe_3O_4$  است که در کانال جریان دارد. که خواص ترموفیزیکی آنها در جدول (۱) نشان داده شده است. پیک و چو [۱۸] رابطه زیر را برای محاسبه‌ی چگالی و لزجت مخلوطها معرفی کرده‌اند:

$$\rho_m = \phi \rho_p + (1 - \phi) \rho_f \quad (15)$$

$$\mu_m = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{1/5}}$$

برای محاسبه دانسیته نانوسیال آزمایش‌های گوناگون بر روی نانوسیالات مختلف نشان داده است که این مدل دقت خوبی در محاسبه دانسیته نانو سیال دارد. رابطه (۱۶) اولین بار توسط همیلتون و کراسر [۱۹] برای رسانش گرمایی و گرمای ویژه بیان شده است.

$$k_m = \left[ \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)} \right] k_f \quad (16)$$

$$cp_m = \frac{\phi(\rho c_p)_p + (1 - \phi)(\rho c_p)_f}{\rho_m}$$

#### ۵- استقلال شبکه و نتایج شبیه‌سازی

برای آزمون استقلال از شبکه برای مسئله، چهار مش با تعداد مش‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۳) نمونه‌ای از شبکه تولید شده در کانال را نشان می‌دهد. شبکه مورد استفاده همان طور که در شکل (۳- الف) نشان داده شده، به صورت سه‌بعدی تشکیل شده است.

در سیم حامل جریان الکتریسیته، در جهت X و Y میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت تولید می‌کند که این میدان

ممتوم و معادله انرژی است. نیروی کلویین، نیروی ناشی از میدان مغناطیسی است که به معادله ممتوم در دو راستای X و Y اضافه می‌شود.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

معادله ممتوم در جهات X، Y و Z:

$$\rho_m \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_m \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_{xK}$$

$$\rho_m \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu_m \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_{yK}$$

$$\rho_m \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_m \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

معادله انرژی:

$$(\rho_m c_p)_m \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_m \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (13)$$

$F_{yK}$  و  $F_{xK}$  مربوط به نیروی کلویین است که در صورت نبودن گرادیان میدان مغناطیسی برابر صفر خواهد بود و در صورت وجود گرادیان مغناطیسی طبق رابطه (۱۴) بیان می‌شود.

$$F_{xK} = \mu_m M \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$F_{yK} = \mu_m M \frac{\partial H}{\partial y} \quad (14)$$

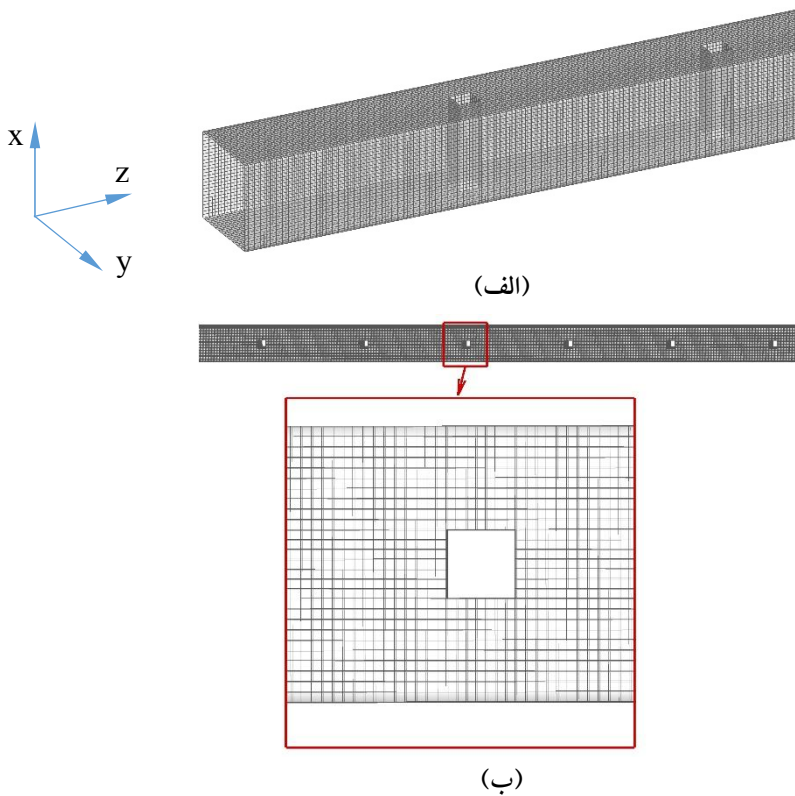
در این روابط M مغناطیس‌پذیری نانوسیال مغناطیسی است که طبق رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

در این مقاله اثرات میدان مغناطیسی ذکر شده بر رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی فروسیال با استفاده از مدل تک‌فازی مورد بررسی قرار گرفته است. ورودی و خروجی کانال شرایط مرزی  $q'' = 0$  (شار صفر) در نظر گرفته شده و در بقیه قسمت‌های کانال شار ثابت  $q'' = 5000 \text{ W/m}^2$  قرار داده شده است و کل سطوح را در نظر می‌گیرد. همچنین ابعاد هندسه کانال  $L_a = 40 \text{ mm}$ ،  $L_b = 60 \text{ mm}$  و  $L_s = 60 \text{ mm}$  در نظر



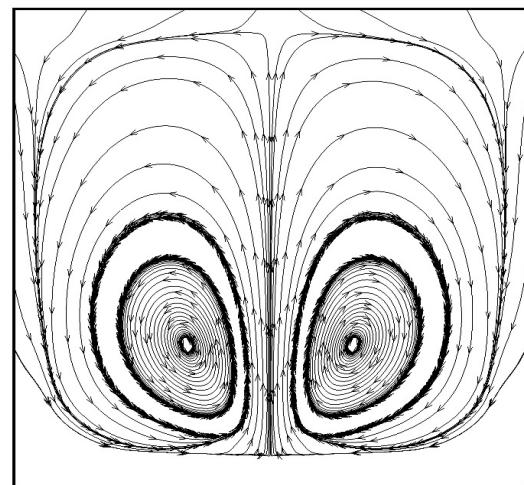
جدول ۱- خواص ترموفیزیکی مواد [۱۷]

ماده (اندیس)	$\rho \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	$c_p \left( \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \right)$	$k \left( \frac{\text{w}}{\text{m.K}} \right)$	$\mu \left( \frac{\text{kg}}{\text{m.s}} \right)$
$\text{Fe}_3\text{O}_4$	۵۲۰۰	۶۷۰	۶	-
آب	۹۹۸/۲	۴۱۸۲	۰/۶	۰/۰۰۱۰۰۰۳

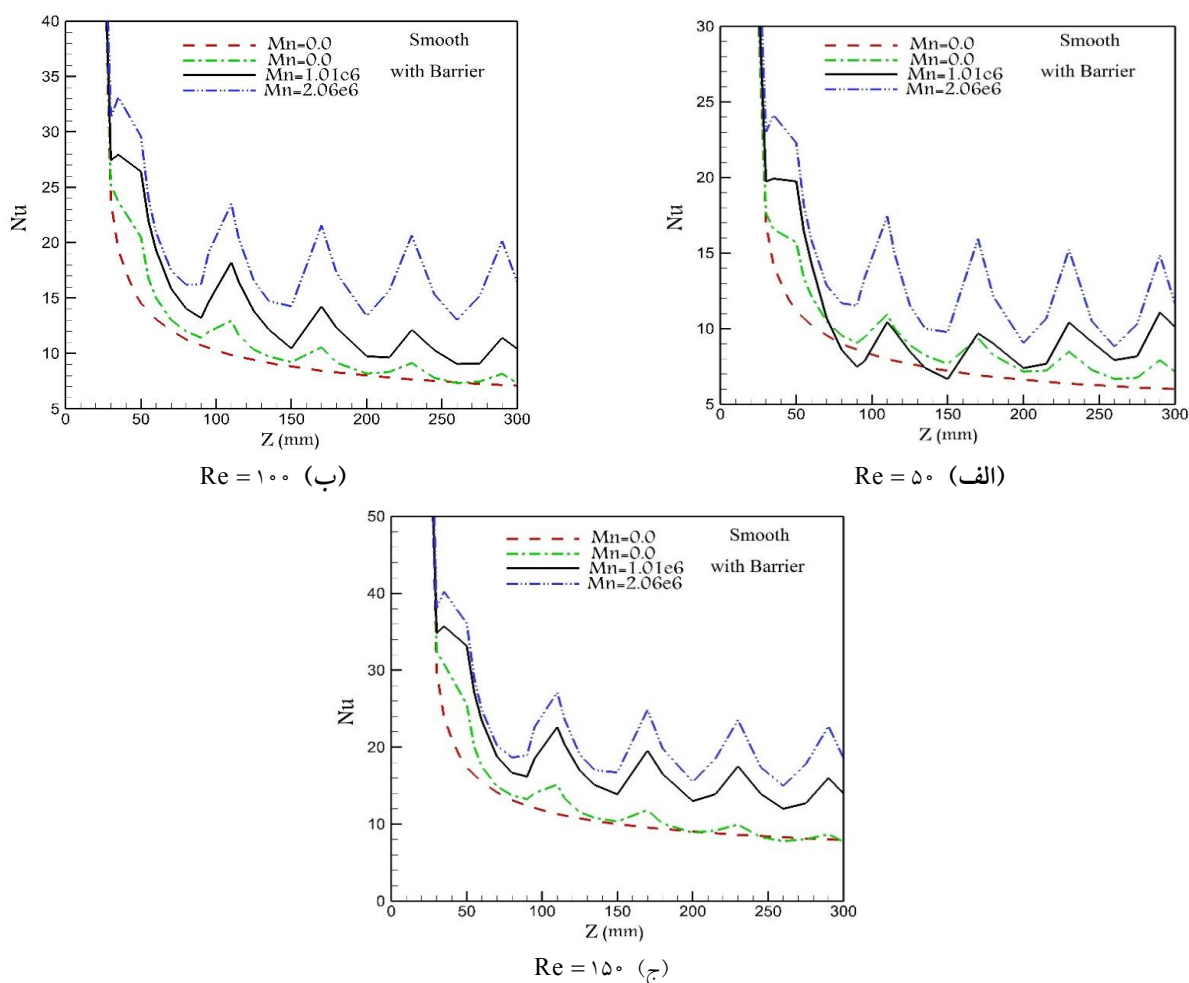


شکل ۳- شبکه‌بندی استفاده شده در کانال در حضور موانع در مسیر جریان (الف) نمای سه‌بعدی (ب) شبکه‌بندی در مقطع کانال روی محور  $y$  و  $z$

عمود بر جهت جریان فروسیال است. با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نیروی به‌وجود آمده در صفحه متقاطع افزایش پیدا کرده و سبب ایجاد جریان‌های ثانویه شده که به‌واسطه آن دو گردابه به‌وجود خواهد آمد. با توجه به این که نیروی مغناطیسی همواره در جهت افزایش گرادیان مغناطیسی است در نتیجه به واسطه وجود این نیرو؛ پروفیل سرعت محوری حاصل تغییر خواهد کرد (شکل ۴) و خطوط جریان برای کانال را در حضور میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به سبب اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت، دو گردابه تشکیل می‌شود. که این



شکل ۴- خطوط جریان برای کانال



شکل ۵- نمودار عدد ناسلت در کانال برای مقادیر مختلف عدد مغناطیسی

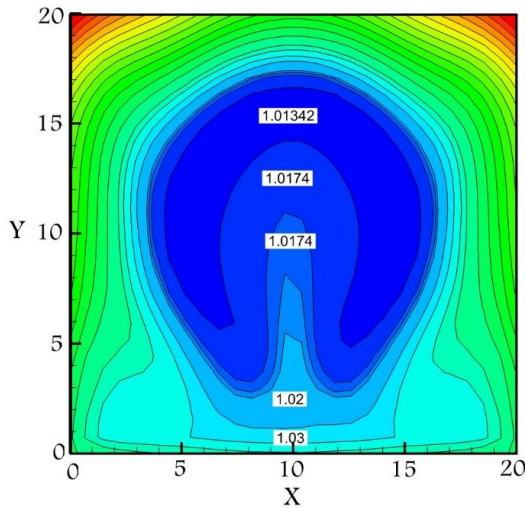
شدت میدان مغناطیسی نفوذ این لایه نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت و انتقال حرارت افزایش یافته که این بهبود انتقال حرارت و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شود.

شکل (۵) نمودار عدد ناسلت در سه عدد رینولدز  $Re=50$ ،  $Re=100$  و  $Re=150$  را برای مقادیر مختلف عدد مغناطیسی در داخل کانال در حضور موانع در مسیر جریان نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در مرحله اول در حالت بدون حضور میدان مغناطیسی، با ایجاد موانع در مسیر جریان کانال باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود و در مرحله دوم با اعمال میدان مغناطیسی به کانال در حضور موانع باعث

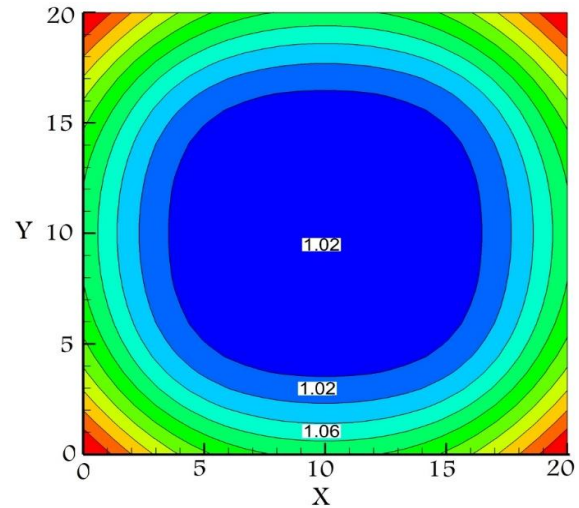
گردابه‌ها فروسیال را از دو طرف مقطع (در صفحه  $x-y$ ) به سمت دیواره‌ها انتقال می‌دهند. این دو گردابه دقیقاً نسبت به محور  $X$ ها با هم متقارن هستند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به سبب وارد شدن نیروی کلویین خطوط جریان از پایین (نزدیک سیم حامل جریان) دور می‌شوند.

لازم به ذکر است که میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت همانند میدان مغناطیسی محوری غیریکنواخت تأثیر خیلی کمی در  $MHD^*$  (هیدرودینامیک مغناطیسی) دارد. لذا از ترم مربوط به  $MHD$  در معادلات ممتوم صرف‌نظر شده است.

اعمال میدان مغناطیسی بر نانو سیال مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمت‌های مرکزی کانال شده و با افزایش



شکل (ب)  $Mn = 8/26 \times 10^{-6}$



شکل (الف)

شکل ۶- کانتور دمای بی بعد در کانال الف) و  $Mn = 0$  و ب)  $Mn = 8/26 \times 10^{-6}$

مقدار عدد ناسلت افزایش می یابد.

شکل (۸) توزیع سرعت محوری بی بعد فروسیال به صورت سه بعدی در کانال را برای شدت های مختلف میدان مغناطیسی نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فروسیال به سمت دیواره کانال هدایت می شود.

اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی بر روی میانگین عدد ناسلت متوسط در داخل کانال برای دو حالت، بدون حضور مانع و در حالت حضور موانع در مسیر جریان در شکل (۹) نشان داده شده است. مشاهده می شود که با ایجاد موانع در مسیر جریان باعث افزایش میانگین عدد ناسلت شده و همچنین با افزایش شدت میدان مغناطیسی، میانگین عدد ناسلت به طور کلی افزایش می یابد.

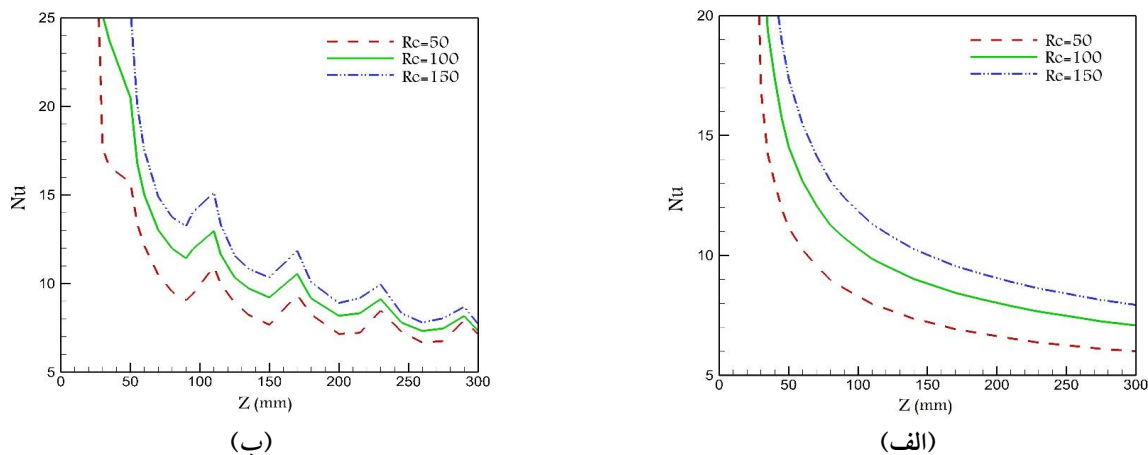
### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، تأثیر نانوسیال آب-اکسید آهن ( $Fe_3O_4$ ) بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر عمود بر جریان، با ایجاد موانع به صورت محوری با استفاده از مدل

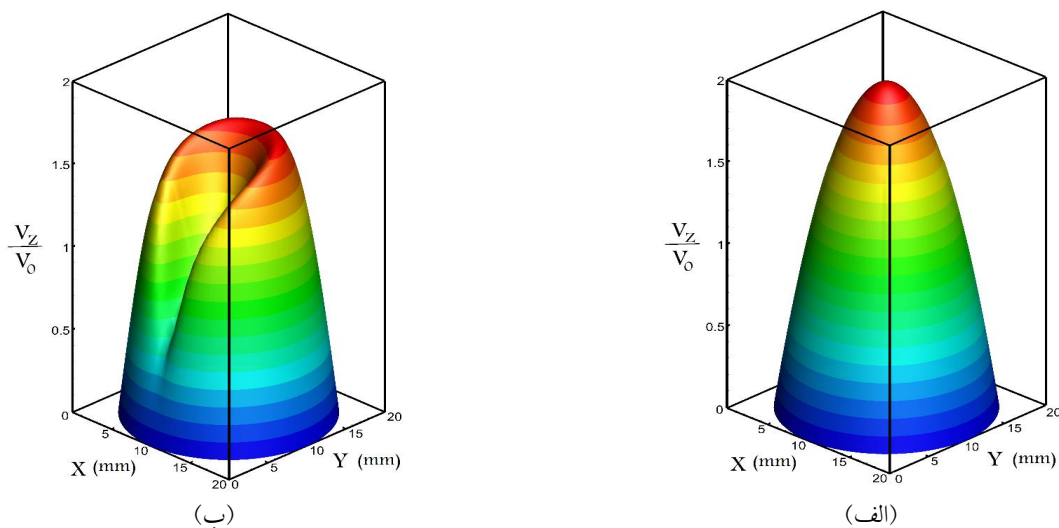
افزایش مجدد عدد ناسلت می شود و با افزایش عدد مغناطیسی مقدار ناسلت افزایش می یابد. در واقع اعمال میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع سبب افزایش گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره ها شده و در نهایت منجر به بهبود عدد ناسلت می شود.

شکل (۶) تغییرات دمای بی بعد نسبت به دمای ورودی سیال در اثر اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت را در کانال نشان می دهد. اعمال میدان مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمت های مرکزی کانال شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نفوذ این لایه نیز افزایش خواهد یافت.

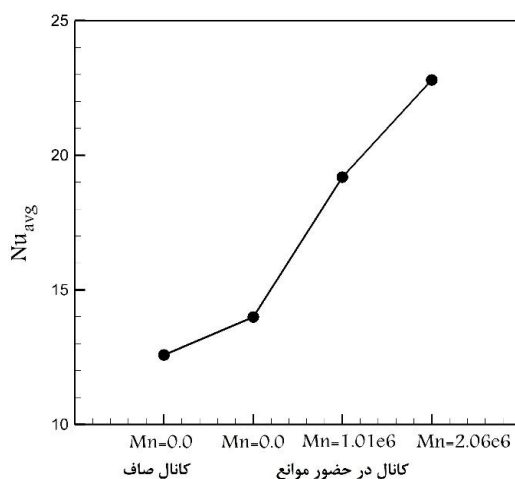
در شکل (۷) مقایسه ای بین عدد ناسلت در اعداد رینولدز مختلف در داخل کانال در دو حالت بدون مانع و در حالت وجود موانع در مسیر جریان نشان داده شده است. مقدار عدد مغناطیسی برای هر دو حالت  $Mn = 0$  است. همان طور که ملاحظه می شود با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت برای هر دو حالت به طور کلی افزایش می یابد. دلیل این امر این است که با افزایش عدد رینولدز، لایه مرزی کمتر رشد می کند و سرعت متوسط در نزدیکی دیواره ها افزایش می یابد. در نتیجه



شکل ۷- نمودار عدد ناسلت برای رینولدز مختلف در داخل کانال الف) بدون حضور موانع ب) در حضور موانع در مسیر جریان



شکل ۸- تأثیر میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت بر توزیع سرعت محوری در کانال الف)  $Mn = 0$  و ب)  $Mn = 8/26 \times 10^6$



شکل ۹- بررسی میانگین عدد ناسلت متوسط فروسیال در شدت میدان مغناطیسی مختلف در داخل کانال در دو حالت، بدون حضور مانع و در حالت حضور موانع در مسیر جریان

این امر این است که با افزایش عدد رینولدز، لایه مرزی کمتر رشد می‌کند و سرعت متوسط در نزدیکی دیواره‌ها افزایش می‌یابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت افزایش می‌یابد. در نهایت اعمال میدان مغناطیسی متغیر باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود. این افزایش عدد ناسلت با وجود موانع در مسیر جریان و در حضور میدان مغناطیسی، نسبت به کانال بدون موانع و بدون میدان مغناطیسی ۴۴/۸ درصد است و با افزایش میدان مغناطیسی مقدار عدد ناسلت هم افزایش می‌یابد.

تک‌فازی مخلوط مطالعه شد. ابتدا معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر مسئله براساس روش حجم محدود حل می‌شود و سپس اثر پارامترهایی نظیر موانع در مسیر جریان، شدت میدان مغناطیسی و عدد رینولدز بر انتقال حرارت مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که ایجاد موانع در مسیر جریان کانال، باعث هدایت سیال به سمت جدار کانال می‌شود و این امر باعث افزایش انتقال حرارت در داخل کانال می‌شود. همچنین با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت به‌طور کلی افزایش می‌یابد. دلیل

## واژه‌نامه

- |             |                             |                         |
|-------------|-----------------------------|-------------------------|
| 1. Nusselt  | 4. fluent                   | 7. magnetohydrodynamics |
| 2. Reynolds | 5. Lattice Boltzmann method |                         |
| 3. Prandtl  | 6. Sherwood number          |                         |

## مراجع

- Choi, U. S. S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles", *International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, ASME, pp. 99-105, 1995.
- Pak, B. C. and Cho, Y. I., "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles", *Experimental Heat Transfer an International Journal*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
- Das, S. K., Putra, N., Thiesen, P. and Roetzel, W., "Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, No. 4, pp. 567-574, 2003.
- Goldstein, L. and Sparrow, E. M., "Heat/Mass Transfer Characteristics for Flow in a Corrugated Wall Channel", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, No. 2, pp. 187-195, 1977.
- Wang, C. C. and Chen, C. K., "Forced Convection in a Wavy-Wall Channel", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 12, pp. 2587-2595, 2002.
- Heidary, H. and Kermani, M. J., "Effect of Nano-Particles on Forced Convection in Sinusoidal-Wall Channel", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 1, pp. 1520-1527, 2010.
- Liang, G., Krishna, K., Wenquan, T. and Yogendra, J., "Parametric Numerical Study of Flow and Heat Transfer in Microchannels with Wavy Walls", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 133, No. 5, pp. 1-10, 2011.
- Wang, Z. H. and Meng, X., "Liquid Metal Buoyancy Driven Convection Heat Transfer in a Rectangular Enclosure in the Presence of a Transverse Magnetic Field", *International International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 113, No. 1, pp. 514-523, 2017.
- Naphon, P., Wiriyasarta, S. and Arisariyawonga, T., "Magnetic Field Effect on the Nanofluids Convective Heat Transfer and Pressure Drop in The Spirally Coiled Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 110, No. 1, pp. 739-745, 2017.
- Odenbach, S., "Ferrofluids—Magnetically Controlled Suspensions", *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 217, No. 1-3, pp. 171-178, 2003.
- Xuan, Y., Li, Q. and Ye, M., "Investigations of Convective Heat Transfer in Ferrofluid Microflows Using Lattice-Boltzmann Approach", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 2, pp. 105-111, 2007.
- Servati, A. A., Javaherdeh, K., and Ashorynejad, H. R., "Magnetic Field Effects on Force Convection Flow of a Nanofluid in a Channel Partially Filled with Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, No. 2, pp. 666-675, 2014.
- Freidoonimehr, N. and Rahimi, A. B., "Investigation of MHD Nano-Fluid Flow over Stretching Surface with Velocity Slip and Convective Surface Boundary Conditions", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 208-218, 2015 (in Persian).
- Akbarzadeh, P. and Panahdoost, H., "MHD Flow of a Nanofluid Inside a Peristaltic Curved Porous

- Channel with Internal Heat Source”, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 165-175, 2018. (in Persian)
15. Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, Courier Dover Publications, Dover Books on Physics, Cambridge University Press, 1997.
16. Kittel, C. and McEuen, P., *Introduction to solid state physics*, Wiley and Sons Eds., 8<sup>th</sup> Edition, New York, 1976.
17. Valiallah Mousavi, S., Sheikholeslami, M. and Barzegar Gerdroodbary, M., “The Influence of Magnetic Field on Heat Transfer of Magnetic Nanofluid in a Sinusoidal Double Pipe Heat Exchanger”, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 113, No. 1, pp. 112-124, 2016.
18. Pak, B. C., and Cho, Y. I., “Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluid with Submicron Metallic Oxide Partical”, *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
19. Hamilton, R. L. and Crosser, O. K., “Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component System”, *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 1, No. 3, pp. 187-191, 1962.