نگرشی برحل عددی معادلات جریان مغشوش با استفاده از روش ادیهای بزرگ[1]

ابراهیم شیرانی

دانشگاه صنعتی اصفهان ـ دانشکده مکانیک

۱ ـ مقدمه

جریان های مغشوش دریک صدسال گذشته موردتوجه بسیار زیاد محققین ودانشمندان قرارگرفته وتحقیقات تئوری وتجربی زیادی در این موردانجام شده است .علی‌رغم کوشش های زیادی که تاکنون صورت گرفته ،به‌علت پیچیدگی، جریانهای مغشوش هنوزازمسائل حل نشده وپیچیده علوم‌فیزیک باقی مانده‌است وانتظارمیرودجهت بدست‌آوردن راه حل های کلی جریانهای مغشوش راه‌طولانی ویا بی‌انتهائی درپیش باشد .

اغتشاش درجریان دراثرناپایداری جریانهای آرام ایجاد میشود .درحالت‌کلی وجودناپایداری درجریان سبب ایجادساختمان موجی‌شکل درجریان شده‌که‌میتواندانرژی جریان متوسط راجذب نماید .باوجوداثرات‌غیرخطی جریان،انرژی جذب شده‌به‌مودهای دیگر انتقال یافته‌ودرنهایت جریان مغشوش ایجادمیگردد .ادیهای بزرگ، انرژی اخذشده‌ازجریان متوسط رابه‌تدریج به‌ادیهای کوچک منتقل نموده وسپس این انرژی به‌گرما تبدیل می‌شود .

به‌علت‌پیچیدگی جریان های مغشوش ،حتی مشکل‌است تعریف دقیقی برای چنین جریانهائی بدست‌آورد . بطورکلی میتوان خصوصیات جریان مغشوش رابه‌صورت زیرخلاصه کرد :

جریان مغشوش نامنظم وتاحدودی تصادفی[2] است .اغتشاش در جریان سبب مخلوط شدن‌سریع‌ذرات وافزایش نرخ انتقال حرارت، ممنتم وجرم میشود .همچنین باعث به‌تعویق افتادن جدائی[3] جریان میگردد .جریان مغشوش یک شکل یا خاصیت سیال نبوده بلکه خصوصیت

1.Large eddy simulation,2.Random,3.Separation,

جریان است . جریان هرسیالی که عدد رینولدز آن ازمقدار مشخصی بیشتر شود مغشوش میگردد .چنین جریانی همیشه در اعداد رینولدز بالا ایجاد شده و معمولا" از ناپایداری جریان آرام بوجود می‌آید .جریان مغشوش همیشه سه بعدی،غیردائم[1] وکاملا" چرخشی است.نوسانات شدید ورتیسیته در این جریانها دیده میشود .جریان مغشوش یک پدیده پیوسته است.حتی کوچکترین ذرات (ادیها)در این جریان بسیار بزرگتر از ابعاد مولکولهای سیال است وبالاخره این جریان همیشه باعث افت زیاد شده و انرژی جریان متوسط سیال را به سرعت به گرما تبدیل مینماید .البته عامل ایجاد افت همان ویسکوزیته سیال است .

جریان مغشوش شامل ساختمانی[2] با محدوده ابعاد بسیار وسیع است .مجموعه مولکولها که تشکیل ذرات با عملکرد مشابهی را در جریان میدهند "ادی"[3] گویند .ابعاد ادیهای موجود در جریان مغشوش بسیار متنوع میباشند .ساختمان ادیهای بزرگ که ابعادشان تا ابعاد هندسی میرسد ،از یک جریان تا جریان دیگر کاملا" متفاوت بوده درحالیکه ادیهای کوچک بستگی به نوع جریان نداشته وساختمان آنها شکل کلی (یونیورسال)دارند .

اغتشاشات موجود در جریان مغشوش را نمی‌توان از طریق تجربی ویا تئوریک بطور دقیق بدست آورد .درصورتیکه حل دقیق معادلات ناویراستوکز در دسترس بود میتوانستیم اغتشاشات را بدست آوریم*
ولی اشکال کار این است که با کامپیوترهای موجود فقط میتوان جریانهای ساده وبا عدد رینولدز کم که اندازه ادیهای داخل جریان چندان کوچک نیستند را محاسبه نمود .انتظار میرود حتی با استفاده از کامپیوترهای دونسل آینده هم نتوان جریان مغشوش را درحالت کلی حل نمود

درحال حاضر قسمت اعظم روشهای بررسی جریانهای مغشوش استفاده از ایده‌ٔ آسبرن رینولدز 1883[1] میباشد .بدین ترتیب که از

1.Unsteady, 2.Structure, 3.Eddy ,

*لازم به توضیح است که این موضوع درحالتی صادق است که رفتار نیوتنی سیال ونتیجه معادلات ناویراستوکز بتواند جریان مغشوش سیال را توجیه کند .

[DOR: 20.1001.1.22287698.1366.5.1.2.6]

طریق انتگرال گیری، از معادلات ناویر- استوکز نسبت به زمان یا مکان متوسط گرفته و این معادلات را برحسب سرعتهای متوسط جریان می‌نویسیم. از طرفی از آنجا که معادلات غیرخطی هستند، معادلات متوسط جریان شامل عبارات مربوط به اغتشاشات جریان بوده ولازم است این عبارات مدل شوندتا بتوان معادلات را حل نمود. مدل کردن اغتشاشات جریان در ربع قرن اخیر به شدت موردتوجه قرار گرفته است و انتظار می‌رود این روند با شدت بیشتری در سالهای آینده ادامه یابد. در این مورد خواننده میتواند به مراجع [۲] و [۳] مراجعه نماید. علی‌رغم تلاش زیاد در این رابطه، به علت اشکالات موجود در نحوهٔ برخورد به مسئله در روش استفاده از معادلات متوسط جریان، نمی‌توان نتایج دقیقی از این روش بدست آورد.

درمقاله حاضر یک روش جدیدتر برای بررسی جریانهای مغشوش معرفی می‌گردد. در این روش که معادلات جریان برای ادیهای بزرگ حل شده و ادیهای کوچک جریان مدل می‌شوند، از این خاصیت استفاده میشودکه ادیهای کوچک درکلیه جریانهای مغشوش شکل کلی ویونیورسال داشته ورفتاری مشابه دارندونیز این ادیها نقش کمی در رفتار جریان متوسط و ادیهای بزرگ ایفاء می‌نماید. درحالیکه ادیهای بزرگ قسمت اعظم انرژی اغتشاشات را دارا بوده و از یک جریان تا جریان دیگر متفاوت هستندونمی‌توان مدل یونیورسالی برای آنها بدست آورد. این گونه برخورد به مسئله درمقایسه با نحوهٔ بررسی معمول جریانهای مغشوش، که همان بررسی معادلات انتگرالی ویا معادلات دیفرانسیلی متوسط جریان است، مزایای عمده‌ای دارد. درروش معمول جریان متوسط ادیهای بزرگ وکوچک هردومدل می‌شوند واز آنجا که ادیهای بزرگ رفتاری کاملا" متفاوت از یک جریان تا جریان دیگر دارند، مدل کردن آنها مشکل ویا با خطای زیاد امکان پذیر است ویا اینکه لازم است برای هرجریان مشخصی مدل خاص خودرا بکار برد که این خودخالی از اشکال یافتن مدل مناسب نیست. از نتایج روش ادیهای بزرگ می‌توان درطراحی سیستمهای با تکنولوژی بالا استفاده نمود.

همچنین می‌توان مدل های مورداستفاده درروش جریان متوسط که معمولاً" برای حل مسائل مهندسی معمولی کافی است ، راتست نمود وبهبودبخشید . البته استفاده ازروش بررسی ادیهای بزرگ مستلزم داشتن کامپیوترهای بزرگ وصرف وقت وانرژی زیادی می‌باشد .

درمقاله حاضرابتدا به اختصارروشهای معمول برخوردبه مسئله (حل جریانهای مغشوش)را مرورکرده ، سپس به تاریخچه وکارهای انجام‌شده درزمینه‌روشهای ادیهای بزرگ پرداخته میشود . بالاخره روش ادیهای بزرگ باشرح بیشتری بررسی میگردد . درقسمت آخر نحوهٔ جداسازی ادیهای بزرگ ازادیهای کوچک ، روش حل عددی معادلات ونتایج حاصله به بحث گذاشته می‌شود .

۲ – روش بررسی جریانهای مغشوش

دراین قسمت به روشهای بررسی جریانهای‌مغشوش می‌پردازیم . ابتداانواع مختلف جریانهای مغشوش رابراساس نوع جریان به اختصار موردبررسی قرارمی‌دهیم . بطورکلی جریانهای مغشوش‌را می‌توان به سه‌دسته جریان همگن[1] ، جریان برشی آزاد[2] ، وجریان‌نزدیک دیواره[3] (لایه مرزی)[4] تقسیم کرد . درجریانهای همگن حالت سیال به مکان بستگی نداشته ودرهمه‌جای جریان یکسان است وفقط بازمان تغییرمی‌کند . جریانهای برشی بانرخ تغییرشکل زاویه‌ای ثابت نمونه‌ای ازجریانهای همگن است . جریانهای برشی‌آزادازقبیل جریان برخواسته[5] ویاجت[6] بسیارناپایداری میباشند . تمرکزورتیسیته دراین جریان ها سبب ایجاد حرکات ادیهای بزرگ درجریان‌شده واین خودسبب تشدیداغتشاش درجریان میگردد . بالاخره درلایه‌مرزی مغشوش به‌علت وجوددیواره ، ادیهای بزرگ وحرکت های ناپایدارآنها که در جریانهای برشی آزاددیده‌میشودوجودندارد ، ولایه مرزی وسایرخواص مغشوش جریان بانرخ کمتری توسعه یافته واغتشاشات کمتری درجریان دیده میشود . درعوض مکانیزم تولیداغتشاش درجریان نسبت به حالت

---

1. Homogeneous flows, 2. Free-Shear flows, 3. Wall-bounded flows, 4. Boundary layer flow, 5. Wake, 6. Jet flow,

جریانهای برشی آزادناشناخته تربوده وبه همین دلیل این نوع جریان راپیچیده ترمینماید.

درکلیه جریانهای فوق، روشهای بررسی جریانهای مغشوش بر اساس نحوهٔ مدل کردن اغتشاشات درجریان را میتوان بصورت زیر تقسیم بندی کرد.

الف ـ روابط تجربی[1]

روابط تجربی متعددی میتوان یافت که ضریب اصطکاک جریان مغشوش روی دیواره برحسب عددرینولدزویاعددنوسلت را برحسب عدد رینولدز وعددپراندتل نشان میدهد. این روابط بسیارمفیدبوده و مورداستفاده زیادی قرارمیگیرند. البته هریک ازاین روابط در محدودهٔ مشخصی صادق بوده وعمومیت ندارد. محدودیت استفاده از این روابط مخصوصا " درکاربردهای باتکنولوژی بالا که درآن هندسه مسئله رل مهمی راایفاء مینمایدنمایان میگردد. درچنین مسائلی (مثل جریان روی ایرفویل)باتغییرجزئی هندسه مسئله، روابط تجربی جداگانه ای بایدبدست آورد.

ب ـ روش های انتگرالی

درچنین روش هائی معادلات اصلی جریان سیال درامتداد لااقل یکی ازمحورهای مختصات انتگرال گیری میشود. به این ترتیب تعدادمتغیرهای مسئله کاهش یافته وروابط ریاضی مسئله راتاحدزیادی ساده مینماید. درروشهای انتگرالی ازنتایج تجربی وفیزیک مسئله میتوان استفاده نمود. نتایج حاصل ازچنین روشهائی بسیارمفید بوده ومورداستفاده زیادی قرارمیگیرد. اشکال عمده این روشها این است که برای هرنوع جریان مشخصی بایدروابط خاص خودرا نوشته وساده کرد. ضمنا "نتایج حاصل ازاین روشها، رفتارکلی جریان رابدست میدهد.

---

1. Correlations.

ج ـ معادلات متوسط جریان

در این روش معادلات ناویر ـ استوکز نسبت به زمان ویا مکان با فاصله زمانی نسبتا " کوچک انتگرال گیری میشود .نتایج اصل،معادلات متوسط جریان یا معادلات متوسط رینولدز[1] نامیده میشود .معادلات متوسط بدست آمده که جریان متوسط سیال را توصیف مینمایند ،شامل مقادیر متوسط حاصل ضرب موءلفه های نوسانی سرعت نیز میباشند که بصورت عبارات مجهول به تعداد مجهولات معادله افزوده میشوند . درحقیقت به این ترتیب هرگز نمیتوان ازطریق انتگرال گیری مجدد معادلات سرعت های نوسانی سیال،تعداد معادلات ومجهولات رایکسان کرد. معادلات جریان درهربار انتگرال گیری،شامل عبارات با مجهولات جدیدی میباشند که باید آنها را مدل کرد ولذا لازم است ازمدل هائی برای عبارات مجهول استفاده نمود .این مسئله درحال حاضر موردتوجه زیاد محققین بوده وسهم زیادی درتحقیقات روی جریانهای مغشوش را بخود اختصاص داده است .

د ـ روش ادیهای بزرگ

درروش ادیهای بزرگ معادلات نسبت به فواصل بسیار کوچک انتگرال گیری میشودودرنتیجه اغتشاشات (نوسانات)بسیارریزکه مربوط به ادیهای کوچک درجریان میباشد ازمعادلات حذف میگردند و معادلات بدست آمده معرف رفتار ادیهای بزرگ درجریان میباشند. اثرات ادیهای کوچک برروی ادیهای بزرگ ازطریق مدل کردن آنها در معادلات منظور میگردد .دراین گزارش به مقدارزیادی درارتباط با روش بررسی ادیهای بزرگ بحث خواهدشد .

هـ ـ روش حل کامل معادلات جریان

دربررسی حل کامل معادلات جریان ،حل عددی معادلات کامل ناویر ـ استوکزبدون مدل سازی موردبررسی قرار میگیرد .تنها خطای حاصل ازاین بررسی،دراثرخطاهای حل عددی مسئله میباشد ،دراین

1.Reynolds average equations,

روش میتوان کلیه ادیهای ازکوچک تا بزرگ را درجریان محاسبه و رفتار آنها را بدست آورد. برای این کار لازم است اندازه فاصله دو نقطه متوالی درحل عددی معادلات آنقدرکوچک باشدکه ازاندازه ادیهای کوچک درجریان کوچکتر باشدوتعدادنقاط درهربعدبایدبه اندازه ای باشدکه کلیه ادیهای بزرگ درجریان را شامل شود.

روشهای مذکوردربندهای "د"و"هـ" درفوق ،صرفا" ازطریق استفاده ازکامپیوترهای بزرگ وسریع امکان پذیرمیباشد. این روشها درحال حاضرمورداستفاده مهندسین طراح قرارنگرفته ولی ممکن است جای خودراباز کنند.

مسئله مهم این است که درتقسیم‌بندی فوق،محاسبات درهرسطحی میتواند اطلاعاتی را بدست دهدکه درسطوح پائین ترازآن مورداستفاده قرارگیرد. مثلا" نتایج حاصل ازروش بررسی کامل معادلات جریان میتواننددرتعیین مدلها درروش ادیهای بزرگ ومعادلات متوسط جریان مورداستفاده قرارگیرد. نتایج حاصل ازروش ادیهای بزرگ میتواند درمدل کردن عبارات درمعادلات متوسط جریان قرارگیرد. معمولا" مهندسین طراح ازروشهای مندرج دربندهای "ب" و"ج" استفاده نموده تا بتوانند "روابط تجربی" راتکمیل نموده ومورداستفاده قراردهند.

۳ ـ مروری برکارهای انجامشده

تاکنون هیچگونه جواب تحلیلی معادلات ناویراستوکزبرای جریان مغشوش بدست نیامده است وانتظارنمیرودکه بتوان به حلهای تحلیلی برای چنین جریانهائی دست یافت. ازطرفی به علت اهمیت تکنولوژیکی جریان مغشوش نیازبه بررسی چنین جریانهائی وتوسعه روشهای محاسباتی جهت پیش بینی آنها محسوس است. تاقبل ازسال 1960، به علت دردست نبودن کامپیوترهای باحافظه زیاد،تنها به حل معادلات دیفرانسیلی معمولی که ازطریق معادلات انتگرالی حاصل میشدندویاجریانهای ساده دوبعدی پتانسیل ازطریق کامپیوتر اکتفا میشد. پیشرفت دراین زمینه عمدتا" دراثرنبودن کامپیوترهای بزرگ

محدود می‌شد. در دهه 1960 با پیچیده‌تر شدن و بزرگتر شدن کامپیوترها روش‌های بررسی لایه مرزی از طریق انتگرالی و دیفرانسیلی آغاز گردید و در آن زمان محققین شروع به حل معادلات دیفرانسیلی متوسط جریان برای جریان‌های ساده نمودند. از سالهای 1970 تا کنون، مدلهای پیچیده‌تری برای جریان مغشوش توسعه یافته و همچنین جریانهای پیچیده‌تری مورد بررسی قرار گرفته است.

اولین قدمی که در رابطه با روش ادیهای بزرگ برداشته شد توسط سماکورینسکی (1963) [۴] بود که جریان سه بعدی هوای اطراف جو را بررسی نمود. وی با استفاده از مدلی که ارائه نمود، ادیهای بزرگ جریان را از ادیهای کوچک جدا نموده و ادیهای بزرگ را مطالعه کرد. البته در آن زمان به علت کمبود حافظه کامپیوتر وی توانست فقط برای حالتی که تعداد نقاط داخل جریان سیال نسبتاً "کم باشند، مسئله را حل کند.

دیردراف (1970) [۵] جریان در داخل کانال را با استفاده از روش ادی های بزرگ بررسی نمود و نتایج بسیار جالب و اساسی از جریان داخل کانال ارائه داد. سپس شومان (1973) [۶] و گرتربت (1978) [۷] روش وی را دنبال کرده و توسعه دادند. در سال (1972) در دانشگاه استانفورد گروهی تحت ریاست پروفسور ویلیام رینولدز کار روی محاسبات عددی جریان از طریق روش ادیهای بزرگ را شروع کردند. این گروه جریانهای ساده مغشوش را مطالعه و از طریق نتایج آن مبانی جریانهای مغشوش را مورد بررسی قرار دادند. کواک (1975) [۸] شانن (1975) [۹] جریان مغشوش همگن را بررسی و ادیهای کوچکتر از فواصل بین نقاط در محاسبات عددی را مدل نمودند. منصور (1978) [۱۰] جریان برشی آزاد از نوع اختلاط لایه‌ها [1]، الن کین (1978) [۱۱] جریان برشی آزاد در ناحیه گذرا و پرویز معین (1978) [۱۲] جریان در داخل کانال را بررسی نمود. کلارک (1978) [۱۳]، مکمیلان و فرزیگر (1979) [۱۴] و باردنیا (1980) [۱۵] معادلات دیفرانسیل را از طریق کامپیوتر بطور دقیق حل کرده و ادیهای کوچک را مدل نمودند. ابراهیم شیرانی (1981) [۱۶] حل دقیق معادلات

1.Mixing layer,

را برای جریان برشی وهمگن هرماه با تغییر درجه حرارت به عنوان یک کمیت اسکالر غیرفعال مورد بررسی قرار داد و اصول روش ادیهای بزرگ را آزمایش نمود. لزلی (1979) وگوارینی ولزلی (1979) [۱۷] — مدل های ادیهای کوچک را بررسی نمودند.

۴ — روش ادیهای بزرگ

در این قسمت به تشریح روش ادیهای بزرگ پرداخته میشود. ابتدا به اصولی که برا ساس آن این روش استوار است پرداخته، بعد به نحوه جداسازی ادیهای بزرگ از ادیهای کوچک (فیلترکردن معادلات)، سپس مدل کردن ادیهای کوچک و در نهایت به روش حل معادلات پرداخته میشود.

الف — اصول روش ادیهای بزرگ

همانطوریکه درمقدمه آمد، ساختمان جریانهای مغشوش از طولهای مبنای متفاوتی تشکیل شده است که با توجه به اهمیت ونقش آنها درجریان، میتوان ساختمان جریان مغشوش را به دو قسمت ادیهای بزرگ و ادیهای کوچک تقسیم کرد. جدول (۱) تفاوت ونقش هریک از این دو را مشخص میکند.

با توجه به مطالب مذکور در این جدول که در آن مبانی روش ادیهای بزرگ آمده است، میتوان نتیجه گرفت که ادیهای بزرگ را میتوان به سختی مدل کرد، درصورتیکه ادیهای کوچک قابل مدل شدن هستند. مدلهای ادیهای بزرگ نمیتوانند یونیورسال باشند و از یک جریان تا جریان دیگر متفاوت میباشد، ولی انتظار میرود برای ادیهای کوچک، بتوان مدل یونیورسالی بدست آورد.

مباحث فوق منجر به طرح روش ادیهای بزرگ میشود که در آن ساختمان وشکل ادیهای بزرگ درجریان محاسبه میشود و ادیهای کوچک مدل میگردند. البته اصول مذکور درجدول (۱) درتمام جریانها صادق نمیباشد. این اصول درجریانهای برشی آزاد و جریانهای همگن صادق بوده ولی درلایه مرزی مخصوصا " درنزدیکی دیواره، به علت اینکه در این

جدول شماره ۱ وجه تمایز ادیهای بزرگ و کوچک درجریانهای مغشوش

ردیف	ادیهای بزرگ	ادیهای کوچک
۱	ادیهای بزرگ توسط جریان متوسط سیال بوجود آمده و با آن تبادل انرژی و ممنتم مینمایند.	ادیهای کوچک در اثر رفتار غیر خطی ادیهای بزرگ بوجود می‌آیند و انرژی و ممنتم خود را از ادیهای بزرگ دریافت می‌کنند.
۲	قسمت اعظم انتقال جرم، ممنتم، انرژی و ذرات[1] در جریان مغشوش توسط ادیهای بزرگ انجام میشود.	ادیهای کوچک، انرژی اخذ شده از ادیهای بزرگ را به گرما تبدیل می‌کنند و اثر زیادی روی جریان متوسط ندارد.
۳	شکل و ساختمان ادیهای بزرگ به مقادیر زیادی به هندسه مسئله و طبیعت جریان (نوع جریان) بستگی دارد.	شکل و ساختمان ادیهای کوچک معمولا" به هندسه و نوع جریان بستگی نداشته و در کلیه جریانهای مغشوش مشابه اند.
۴	ادیهای بزرگ معمولا" بسیار غیر ایزتروپیک هستند.	ادیهای کوچک معمولا" ایزتروپیک و در نتیجه دارای شکل کلی هستند.
۵	زمان مبنای[2] ادیهای بزرگ[3] تقریبا" برابر زمان مبنای جریان متوسط است، مثلا" در جریانی که از روی جسمی عبور میکند، زمان مبنای ادیهای بزرگ متناسب بانسبت طول جسم به سرعت جریان آزاد سیال است.	زمان مبنای ادیهای کوچک بسیار کوچکتر از ادیهای بزرگ است یعنی طول عمر آنها خیلی کمتر از ادیهای بزرگ است.

1.Concentration,2.Time-scale,3.Life-time of large scale stauctures.

جدول شماره ۲ مقایسه روشهای ادیهای بزرگ وجریان متوسط

ردیف	روش ادیهای بزرگ	روش جریان متوسط
۱	درروش ادیهای بزرگ قسمت اعظم انتقال جرم، ممنتم، انرژی وذرات توسط جریان مغشوش مستقیما" محاسبه میشود وفقط آن قسمت از خصوصیات جریان مدل میشود که نقش بسیار کمی در انتقال جرم، ممنتم وانرژی دارند.	انتقال جرم، ممنتم، انرژی و ذرات در جریان مغشوش در روش جریان متوسط کلا" مدل میشود
۲	نتایج کلی بدست آمده از روش ادیهای بزرگ نسبت به مدل انتخاب شده برای ادیهای کوچک غیرحساس بوده ومیتوان یک مدل با جامعیت بیشتر برای تمام جریانها بدست آورد.	مدل انتخابی برای اغتشاشات وجریان جامعیت نداشته ودر هرجریانی مدل مشخصی باید انتخاب نمود.
۳	معادلات جریان برای ادیهای بزرگ سه بعدی وغیردائم بوده ولذا نیاز به حل معادلات ازطریق عددی وبااستفاده ازکامپیوترهای بزرگ میباشد ومستلزم صرف وقت وهزینه زیاد است.	معادلات جریان متوسط عموما "به صورت معادلات دیفرانسیلی معمولی (ODE) بوده وبراحتی ازطریق حل عددی معادلات قابل حل میباشد.

ناحیه عامل انتقال ممنتم وسایرخواص جریان می‌توانداد یهای کوچک جریان باشند ،لزوما " صادق نمی‌باشندوبایددربررسی چنین حالتی با دقت بیشتری به مسئله برخوردکرد .
برای روشن ترشدن مطلب دراینجا به مقایسه روش ادیهای بزرگ با روش معمولی بررسی متوسط جریان می‌پردازیم .جدول(۲)این دو روش را با هم مقایسه می‌کند .

ب ـ معادلات جریان برای ادیهای بزرگ

بطورکلی معادلات جریان برای جریان غیرقابل تراکم‌شامل معادلات بقای جرم وممنتم (به‌فرم تنسوری)بصورت زیرمی‌باشد :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (۲)$$

که‌در آن u_i مولفه‌ٔ سرعت ،pفشار، ρدانسیته ،νویسکوزیته سینماتیکی، tزمان،xطول درامتداعمحورهای دستگاه مختصات کارتزین وزیرنویس iو j می‌توانداز یک تا سه تغییرکند .

جهت بدست آوردن معادلات جریان برای ادیهای بزرگ لازم‌است درمعادلات جریان سیال ،ادیهای بزرگ راازادیهای کوچک جداکرده و سپس ادیهای کوچک رامدل کنیم .این کارمشابه روش رینولدز برای بدست آوردن جریان متوسط سیال است .روش‌های ریاضی متعددی‌وجود داردکه‌توسط آن می‌توان ادیهای بزرگ راازادیهای کوچک جداکرد . درکلیه این روشها سعی می‌شوداز‌طریق انتگرال گیری معادلات جریان برحسب ابعادهندسی کوچک (ویا فیلترکردن معادلات جریان در فرکانسهای بالادرفضای فوریه)ادیهای کوچک جریان را حذف ویا جدا نمود .برای جریان ممکن ادیهای بزرگ ازطریق فیلترکانولوشن بصورت زیربدست می‌آید .

$$\bar{u}(\underline{r})= G(|\underline{r}-\underline{r}'|)\,\underline{u}(\underline{r}')\,dr' \qquad (۳)$$

یا درفضای فوریه :

$$\hat{\bar{u}}(\underline{k})=\hat{G}(\underline{k})\,\hat{u}(\underline{k}) \qquad (۴)$$

که درآن بالانویس "^" معرف تابع درفضای فوریه ،زیرنویس"-"معرف بردار وبالانویس "-" معرف تابع فیلترشده است .
فیلتر G میتواند به فرم توابع مختلفی باشد .معمولا" توابعی که بکاررفته است عبارتند از : تابع پله ای،تابعی که درفضای فوریه پله ای باشد ، ویا تابع گوس .دوتابع اول علیرغم اینکه مورد استفاده زیادی قرارگرفته اندوفرم ساده ای دارند ،به علت اینکه سری فوریه آنها دارای مقادیرمنفی بوده ونیزمشتق گیری ازآنها مشکل است ،مشکلاتی راایجادمی نماید . لذا تابع گوس برای این کار پیشنهادمیگردد .این تابع ابتدا توسط لئونارد (1973)[۱۸]پیشنهاد شده است . مزیت چنین تابعی این است که تبدیل فوریه آن نیزبه فرم تابع گوس است .بنابراین تابع G رابصورت زیرتعریف میکنیم :

$$G(\underline{r})=Ae^{-6r^2/\Delta^2} \qquad (۵)$$

و

$$\hat{G}(\underline{k})=e^{-k^2\Delta^2/24} \qquad (۶)$$

ضریب عددی درتوان رابطه فوق طوری انتخاب شده است که ممان دوم رابطه فوق باتابع پله ای به عرض Δ یکی شود .معمولا" Δ برابرفاصله دونقطه متوالی درحل عددی معادلات دیفرانسیل است واین فاصله طوری انتخاب میشودکه برابرکوچکترین اندازه ادیهای بزرگ بوده ولی ادیهای کوچک راشامل نشود .به همین علت ادیهای کوچک را SGS[1] گویند.
ضریب A دررابطه فوق طوری انتخاب میشودکه اصل بقای جرم ،ممنتم و انرژی درمیدان جریان همچنان صادق باشد.

1.Subgrid scale,

با استفاده از رابطهٔ (۳)، روابط (۱) و (۲) را فیلتر کرده و داریم :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۷)$$

و

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_i u_j}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (۸)$$

از طرفی خواص ادیهای کوچک SGS را می‌توان از تفاضل خواص جریان کلی وجریان فیلترشده بدست آورد ویا :

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \qquad (۹)$$

و

$$p = \bar{p} + p' \qquad (۱۰)$$

که درآن بالانویس "ʼ" معرف خواص ادیهای کوچک است ولذا داریم :

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\bar{u}_i + u_i')(\bar{u}_j + u_j')} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{u_i' \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'} \qquad (۱۱)$$

در رابطه فوق اولین عبارت سمت راست تساوی معرف خواص ادیهای بزرگ بوده وسه عبارت دیگر سمت راست تساوی شامل خواص ادیهای کوچک یا SGS است. این سه عبارت در معادلات جریان ادیهای بزرگ ظاهر می‌شود ولازم است برحسب خواص ادیهای بزرگ مدل شوند تا بتوان معادلات را حل کرد. به این سه عبارت "تنش برشی رینولدز SGS" گویند و آنها را با R_{ij} نمایش می‌دهند.

$$R_{ij} = \overline{u_i' \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u_j'} + \overline{u_i' u_j'} \qquad (۱۲)$$

از طرفی ماتریس R_{ij} را میتوان به دو قسمت زیر تقسیم کرد :

$$R_{ij} = \zeta_{ij} + \frac{1}{3}\,\delta_{ij} R_{kk} \qquad (۱۳)$$

که درآن ζ_{ij} ماتریس بدون قطر[1] می‌باشد. بالاخره عبارت R_{kk} را با رابطه فشار p، درمعادله جریان جمع می‌کنیم:

$$\bar{P} = \frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{1}{3} R_{kk} \qquad (۱۴)$$

ولذا معادلات ادیهای بزرگ بصورت زیردرمی‌آید:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \qquad (۱۵)$$

و

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial x_j} \qquad (۱۶)$$

ازآنجاکه انتقال انرژی ازجریان متوسط عمدتا "به ادیهای بزرگ منتقل می‌گرددونیزادیهای کوچک کارافت انرژی مکانیکی و تبدیل آن به گرما راانجام می‌دهند، مرزبین ادیهای کوچک وبزرگ در ناحیه‌ای است که افت انرژی‌مکانیکی به‌گرما[2] ونیزانتقال انرژی از جریان متوسط به اغتشاشات[3] مینیمم باشد. برهمین اساس عرض فیلتر یافاصله‌بین دونقطه متوالی درمحاسبات عددی جریان سیال، Δ باید طوری انتخاب گرددکه‌پس ازفیلترشدن خواص جریان ، کلیه ادیهای بزرگ راشامل شده ولی‌ادیهای کوچک راحذف نماید. ازطرفی ابعاد هندسی مسئله بایدآنقدربزرگ انتخاب شوندتاتمام ادیهای بزرگ مسئله راشامل گرددوبراین اساس تعدادنقاط درمحاسبه‌عددی مشخص میگردد (برای اطلاعات بیشتررجوع کنیدبه[۱۶]).

درمعادله (۱۶) عبارت آخرسمت راست شامل خصوصیات ادیهای کوچک است وبایستی مدل شود. مدل های متعددی برای این عبارت پیشنهادشده است. این مدل ها عمدتا "مشابه مدل های موجودبرای عبارات تنش های رینولدزازمعادلات متوسط جریان می‌باشد. رابطه زیربرهمین اساس بدست آمده است:

$$\zeta_{ij} = 2\nu_T \overline{S_{ij}} \qquad (۱۷)$$

1.Traceless matrix,2.Viscous dissipation,3.Turbulent energy production,

که درآن ν_T ادی ویسکوزیته و S_{ij} نرخ تغییرشکل زاویه‌ای بوده و ـ بصورت زیرتعریف می‌شود :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \qquad (۱۸)$$

بسیاری ازمحققین ν_T را بصورت زیرمشخص کرده‌اند :

$$\nu_T = (C\Delta)^2 |\bar{S}| \qquad (۱۹)$$

که درآن Δ طول مبنا درمسئله بوده وبرابرفاصله دونقطه متوالی درحل عددی معادلات می‌باشدو :

$$|\bar{S}| = |\bar{S}_{ij}\ \bar{S}_{ij}|^{\frac{1}{2}} \qquad (۲۰)$$

می‌باشد .مدل ادی ویسکوزیته به‌فرم فوق درروش جریان متوسط رینولدز بسیارموفق بوده وانتظارمی‌رودددرروش ادیهای بزرگ نیز موفق باشد .نتایج حاصل ازبکاربردن مدل فوق درروش ادیهای بزرگ برای جریانهای همگن ونیزجریانهای برشی نشان می‌دهدکه این مدل بسیارمناسب می‌باشد[۱۶]وحتی‌استفاده ازروش های پیچیده ترمعمول مثل روش یک پارامتری یادوپارامتری که درحل معادلات انتگرالی جریان متوسط درلایه مرزی ازآن استفاده می‌شود ،نتایج بهتری ارائه نمی‌دهد .

ج ــ روش حل عددی معادلات ادیهای بزرگ

روابط (۱۵)و (۱۶) ،معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای غیرخطی معرف جریان ادیهای بزرگ می‌باشد .طبیعی است این معادلات حل تحلیلی نداشته ولازم است ازطریق عددی حل شوند .ازطرفی برای حل این معادلات لازم است شرایط مرزی وشرایط اولیه مسئله مشخص گردند . دراینجاضمن تعیین روش بدست‌آوردن شرایط اولیه ومرزی مسئله ،به روش حل معادلات ازطریق عددی پرداخته می‌شود .

تعیین شرایط اولیه کارساده‌ای نیست زیرابرای این کار لازم است جزئیات جریان سیال راداشته باشیم وچنین جزئیاتی نه‌از طریق تجربی(آزمایش)ونه‌تئوری قابل تعیین است .یک روش تعیین شرائط اولیه مسئله‌ازطریق مصنوعی وساختگی‌است.به‌این صورت که

میدان جریانی بدست آوریم که اولاً اصل بقای جرم در آن صادق بوده وثانیاً انرژی اغتشاش لازم را دارا باشد هرچندکه جزئیات ساختمان ادیهای آن دقیقاً با واقعیت یکی نباشد. برای این کار قدمهای زیر برداشته می‌شود [۱۶].

- برای هر مولفه سرعت در هر نقطه[1] یک عدد رندم (مثلاً بین صفر تا یک) انتخاب می‌کنیم.
- کرل اعداد انتخابی فوق را بدست می‌آوریم. نتیجه حاصل دارای دیورجانس صفر بوده ولذا میتواند بصورت یک میدان سرعت غیرقابل تراکم مورد استفاده قرار گیرد.
- تبدیل فوریه میدان سرعت بدست آمده را محاسبه کرده و با داشتن اسپکترم انرژی[2] جنبشی مورد نیاز، مقادیر مورد نیاز میدان سرعت درفضای فوریه انتخاب می‌شوند. سپس با تبدیل معکوس فوریه میدان سرعت مناسب که همگن بوده و دارای دیورجانس صفر است بدست می‌آید. نتیجه حاصل را میتوان بعنوان شرط اولیه مورد استفاده قرار داد.

ازآنجا که معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای (۱۵) و (۱۶) غیرخطی بوده، همیشه نمی‌توان دانست چه شرایط مرزی برای حل مسئله لازم است و آیا مسئله خوش ارائه[3] هست یا نه.

درحل عددی معادلات باید علاوه براینکه دقت شود که پاسخهای بدست آمده از دقت لازم برخوردار بوده وروش عددی دارای جواب پایدار باشد، لازم است نتایج حاصل، اصول بقای جرم، ممنتم و انرژی را نیز دربرداشته باشد. درغیراینصورت نتایج فاقد ارزش فیزیکی است. روش حل عددی پیشنهادی زیر بر چنین اساسی ارائه می‌گردد.

معادلات دیفرانسیل (۱۵) و (۱۶) ازنوع مختلط بوده و شامل هر دو نوع معادلات پارابولیک والیپتیک می‌باشد. لذا لازم است روش حل معادلات هر دو روش پارابولیک و الیپتیک را شامل باشد. معادلات مذکور را برای سادگی به فرم زیر می‌نویسیم:

---

1. Grid point, 2. Energy spectrum, 3. Well-posed problem,

استقلالاً.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{H}_i \qquad (۲۱)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۲۲)$$

که در آن H_i شامل عبارات جابجائی ممنتم وتنش برش SGS است. مشکل اصلی این است که معادلات (۲۱) شامل مشتق نسبت به زمان می‌باشد، در حالیکه معادله (۲۲) چنین نیست ولذا حل همزمان آنها با اشکال روبرو میشود. یک روش این است که از دو معادله زیر بجای آنها استفاده شود:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial \bar{H}_i}{\partial x_i} \qquad (۲۳)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{H}_i \qquad (۲۴)$$

رابطه (۲۳) از مشتق گیری رابطه (۲۱) وبا استفاده از رابطه (۲۲) بدست آمده است. در روابط فوق $\bar{H}_i$ فقط تابعی از مشتقات سرعت نسبت به مکان است. با داشتن میدان سرعت درهرلحظه میتوان $\bar{H}_i$ را محاسبه نموده و با استفاده از رابطه الیپتیک وغیرهمگن (۲۳)، $\bar{p}$ را محاسبه نمود وسپس با داشتن میدان سرعت و $\bar{p}$ در یک لحظه، میدان سرعت در لحظه بعدی را با استفاده از رابطه پارابولتیک (۲۴) حساب کرد.

روش های متعددی برای حل معادلات (۲۳) و (۲۴) وجود دارد. خواننده میتواند به مراجع [۵]، [۶]، [۱۶]، [۱۹] مراجعه نماید. یک روش موفق ونسبتاً ساده که نویسنده مورد استفاده قرار داده است، استفاده از سری فوریه منقطع میباشد. این روش برای مسائلی که در آن جریان همگن بوده ودرنتیجه بتوان از شرایط مرزی پریودیک استفاده نمود، مورد استفاده قرار میگیرد. درچنین روشی که مؤلف در مرجع [۱۶] بکار گرفته است، از رابطه:

$$f(x_j) = \sum_{m=1}^{N} e^{ik_m x_j} \hat{f}(K_m) \;, \; K_m = \frac{2\pi m}{N\Delta X} \;, \; i = \sqrt{-1} \qquad (۲۵)$$

وتابع معکوس فوریه آن:

$$\hat{f}(k_m) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} e^{-ik_m x_j} f(x_j) \qquad (۲۶)$$

استفاده میشود. دراین صورت مشتق تابع f برابر خواهد بود :

$$\frac{\partial f(x_j)}{\partial x_j} = \sum_{m=1}^{N} ik_m \hat{f}(k_m) e^{ik_m x_j} \qquad (۲۷)$$

لذا با این روش مشتقات تابع براحتی قابل محاسبه است وکافی است تابع را در فضای فوریه در ik_m ضرب نموده و معکوس سری فوریه آنرا بدست آورد. لازم به توضیح است که جهت بدست آوردن سری فوریه تابع میتوان ازالگوریتم FFT که روش سریع محاسبه سری فوریه را میدهد استفاده نمود. به این ترتیب مشتقات تابع نسبت به مکان بدست میآید. جهت محاسبه میدان جریان درزمان بعدی ($t+\Delta t$) باید از روش حل عددی استفاده شود که خطای حاصل بیشتراز خطای حاصل ازحل عددی مشتقات نسبت به مکان نباشد. ضمناً "جوابهای حاصل پایدار باشند. تجربه نشان میدهد که برای بدست آوردن دقت لازم درمحاسبات، فاصله زمانی Δt درمحدوده ای قرارمیگیرد که میتوان بااستفاده از روشهای صریح جوابهای پایداری نیزبدست آورد. لذا روشهای صریح برای حل مسئله در زمانهای بعدی کافی است. روشهای باخطاهای متناسب با Δt^2 مثل روش لیپفراگ ویا آدامس بشفورس ویا روشهای با خطای متناسب با Δt^4 مثل روش رانگاکاتا برای این کارتوصیه میشود.

۵ ـ بحث و نتیجه گیری

نویسنده امیدوار است این مقاله بتواند ضمن ارائه مروری مقدماتی وکلی برروشهای حل عددی معادلات جریانهای مغشوش و معرفی روش پرقدرت ادیهای بزرگ، قدمی هرچندکوچک دربوجود آوردن زمینه های تحقیقاتی جریانهای مغشوش در ایران با استفاده از روشهای پیشرفته برداشته باشد. با توجه به مطالب ذکرشده دربخشهای قبلی، بطور کلی میتوان نتایج کلی زیررا درمورد روش ادیهای بزرگ بیان نمود :

الف : ایده اساسی روش ادیهای بزرگ بسیارموفق بوده ومخصوصاً" میتواندبخوبی درارابطه باجریانهای همگن وبرشی آزاد مورداستفاده قرارگیرد. درموردجریان نزدیک دیواره، وجود ادیهای ریزومهم درنزدیکی دیواره سبب میشودکه نتوان روش ادیهای

[DOR: 20.1001.1.22287698.1366.5.1.2.6]

بزرگ را براحتی اعمال کرد. علی‌رغم این مسئله پیشرفت خوبی در این زمینه انجام شده وهمچنان ادامه دارد.

ب : درحال حاضر روش ادیهای بزرگ جای خود را درزمره روشهای اساسی دربررسی جریانهای مغشوش باز نموده وتوانسته است نتایج واطلاعات نسبتا "دقیقی درمورد پارامترهائی که اندازه‌گیری آنها از طریق آزمایش مشکل ویا غیرممکن است بدست دهد. لذا این روش قادر است مدلهای موجود اغتشاشات در معادلات جریان را ارزیابی نماید.

ج : با استفاده از روش ادیهای بزرگ ، جریانهائی که ایجاد آن از نظر آزمایشگاهی مشکل است ازقبیل ،جریان مغشوش با دوران ویا جریان قابل تراکم مغشوش ، را می‌توان ایجاد و مورد بررسی قرار داد.

د : با استفاده از نتایج حاصل از روش ادیهای بزرگ برای یک میدان جریان مشخص ،می‌توان ساختمان جریان مغشوش را به تصویرکشید و از آن فیلم تهیه نمود. فیلمهای تهیه شده در این موردکه جریان مغشوش سیال را با استفاده از روش ادیهای بزرگ نشان می‌دهد ،با نتایج حاصل از طریق آزمایش مشابه‌اند.

هـ : روش ادیهای بزرگ نیاز به کامپیوترهای بزرگ ودقت زیاد کامپیوتر دارد. هرچندبرای جریانهای ساده (مثل جریان ایزوتروپیک) درظرف چنددقیقه می‌توان به نتیجه رسید ،ولی برای جریانهای پیچیده‌تر نیاز به ساعتها وقت کامپیوتر دارد.

و : ساختمان ادیها درجریان سیال بستگی به عددرینولدز دارد. لذا نمی‌توان از اصل تشابه دربدست آوردن نتایج حاصل از جریان با یک عددرینولدز برای عددرینولدز دیگر استفاده نمود. از طرفی دراعداد رینولدز بالاتر ،بعلت وسیعترشدن محدوده اندازهٔ ادیها ،ابعاد مسئله بزرگترشده ونیاز به وقت کامپیوتر دارد. همچنین مدلهای موجود برای SGS درجریانهای با رینولدز پائین ترصادق است ولازم است مدلهای بهتری برای

جریان با اعداد رینولدز بالا بدست آورد.

درمورد کارهائی که در آینده در رابطه با روش ادیهای بزرگ بایستی انجام شود مسیرهای متعددی وجود دارد. درحال حاضر گروههای متعددی روی این موضوع کار می‌کنند و تعداد آنها روبه فزونی است. لذا انتظار می‌رود موضوع در آینده با رشد بیشتری دنبال گردد. البته پیش بینی آینده مشکل می‌باشد. ولی انتظار می‌رود در آینده نزدیک کارهای زیرانجام پذیرد:

الف: تاکنون روش ادیهای بزرگ برای برخی از جریانهای ساده نظیر جریان ایزوتروپیک، جریانهای همگن، جریان با دوران و جریان در کانال مستقیم، مورد بررسی قرار گرفته است. لازم است روش مذکور برای جریانهای پیچیده‌تر نیز مورد استفاده قرار گیرد. این جریانها عبارتند از: جریان جت آزاد، اختلاف دو جریان موازی، جریان با هندسه پیچیده‌تر و نیز اثر تراکم پذیری و انتقال حرارت و یا انتقال جرم (مخلوط شدن دو یا چند ماده) در جریانهای مطالعه شده قبلی.

ب: کار بیشتری روی جریان نزدیک دیواره با استفاده از شرائط مرزی مناسبتر.

ج: استفاده از نتایج حاصل از روش ادیهای بزرگ برای مشاهده جزئیات جریان، مدل کردن اغتشاشات در جریان و نیز تست و ارزیابی مدل های قدیمی.

د: مدلهای موجود برای SGS ضعیف بوده و لازم است کار وسیعی در این زمینه صورت گیرد.

هـ: با استفاده از روش ادیهای بزرگ میتوان برخی از پدیده‌های جریان را بررسی نمود. این پدیده‌ها عبارتند از بررسی صدا در جریان، احتراق وغیره.

مراجع

1. Reynolds, O., "An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the laws of resistance in parallel channels," Trans. Roy. Soc. London, Vol. 174, 1883.

2. White, F. M., Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, N. Y., 1974.

3. Kline, S. J., Morkovin M. V., Sovran, G., Cockrell D. J., "Computation of turbulent boundary layers" AFOSR-IFR-STANFORD CONFERENCE, VI 12, 1968.

4. Smagorinsky, J., "General circulation experiments with the primitive equations, I. The basic experiment," Mon. Wea. Rev., pp 91, 99, 1983.

5. Deardorff, J. W., "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number," J. Fluid Mech., 41, pp 425-480, 1970.

6. Schumann, U., "Results of a numerical simulation of turbulent channel flows," in Int'l. Meeting on Reactor Heat Transfer(M. Dalle-Donne, ed.), pp230-251, 1973.

7. Grotzbach, G., Direct Numerical Simulation of Secondary Currents in Turblent Channel Flows, Lect. Notes in phys ., 76, pp 308-319, Springer Verlag 1978.

[DOR: 20.1001.1.22287698.1366.5.1.2.6]

8. Kwak, D., "3-D time dependent computation of turbulent flows, " ph. D. Dissertation, M. W. Dept., Stanford Univ., 1975

9. Shaunan, S., "Numerical simulation of turbulence in the presence of shear, " Ph. D. Dissertation, M. E. Dept., Stanford Univ., 1975.

10. Mansour, N. N., Moin, p., Reynolds, W. C., Ferziger J. H., "Improved methods for large eddy simulation of turbulence, "proc. Symp. on Turbulent Shear Flows, Penn. State Univ., 1977.

11. Cain, A. B., Reynolds, W. C. Ferziger, J. H. "Simulation of the transition and early turbulence regions of a mixing layer," Report TF-14, M. E. Dept., Stanford Univ., Stanford, CA., 1981.

12. Moin, P., Reynolds, W. C. Ferziger, J. H. "Large eddy simulation of an incompressible turbulent channel flow, "Report TF-12, M. E. Dept Stanford, CA., 1978.

13. Clark, R. A. Ferziger J. H. Reynolds, W. C. "Evaluation of subgrid scale turbulence Models using a fully simulated turbulent flow," J. Fluid . 91, 92, 1979 .

14. Mcmillan, O. J., Ferziger J. H., "Direct testing of subgrid scale models, "AIAA Journal, 17, 1340, 1979.

15.Bardina, J., Ferziger, J. H. Reynolds, W. C. " Improved subgred scale models for large eddy simultion," AIAA paper 80-1357, 1980.

16.Shirani, E., "Mixing of a passive scalar in istropic and sheared homogeneous turbulence," Ph. D. Dissertation, M. E. Dept., Stanford Rniv., 1981.

17.Leslie, D. C., Quarini, G. L. "The Application of turbulence theory to the formulation of subgrid modeling procedures," J. Fluid Mech., 91, 65, 1970.

18.Leonard, A.,"Energy cascade in large eddy simulations of turbulent fluid flows," Adv. in geophysics, 18A, 237, 1974.

19.Antonopoulos-Domis, M., "Large eddy simulation of the decay of a passive scalar in isotropic turbulenc," J. Fluid Mech., 104, 55. 1981.

20.Brighan, E. O., The Fast Fourier Transform, prentice - Hall Inc., New Jersey, 1974.