روشی جدید برای حل مسائل ارضای محدودیت

غلامرضا قاسم‌ثانی* و مجید نمازی**
دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شریف
دانشگاه آزاد اسلامی(واحد خوی)

(دریافت مقاله:۸۰/۱۱/۳ – دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۱۱/۲۵)

چکیده– **بسیاری از مسائل مطرح در زمینه هوش مصنوعی را می‌توان به صورت مسائل ارضای محدودیت[1] توصیف کرد. این مسائل با استفاده از مجموعه‌ای از متغیرها و تعدادی محدودیت بر روی مقادیری که این متغیرها می‌توانند اختیار کنند، تعریف می‌شوند (در این نوع از مسائل از واژهٔ "برچسب" نیز برای اشاره به "مقدار" یک متغیر استفاده می‌شود و لذا به آنها مسائل برچسب دهی سازگار[2] نیز اطلاق می‌شود). حل این مسائل مجموعه‌ای از مقادیر منحصر به فرد برای متغیرهاست، به‌طوری‌که تمامی محدودیتهای مورد نظر مسئله ارضا شده باشد. تا به حال تعدادی الگوریتم جستجو، ویژه حل این نوع از مسائل ارائه شده است که برخی از آنها با آینده‌نگری که در حین حل مسئله انجام می‌دهند، تعداد عقبگردهای[3] کمتری انجام داده و در تعداد قدمهای کمتری به راه حل دست می‌یابند. این الگوریتمها عبارت‌اند از "بررسی جلورو"، "آینده‌نگر جزیی" و "آینده‌نگر کامل". این الگوریتمها از نظر میزان تلاشی که در هر مرحله در قالب بررسیهای سازگاری[4]، صرف آینده‌نگری می‌کنند و تعداد عقبگردهایی که در حین حل مسئله انجام می‌دهند، با یکدیگر تفاوت دارند. در این مقاله، ضمن تشریح الگوریتمهای ذکر شده، روش جستجوی جدیدی که آن را "آینده‌نگر کامل بهبود یافته" نامیده‌ایم نیز معرفی می‌شود که از الگوریتم آینده‌نگر کامل کاراتر است.**

واژگان کلیدی: هوش مصنوعی، جستجو، مسائل ارضای محدودیت، مسائل برچسب دهی سازگار

A New Method for Solving Constraint Satisfaction Problems

G. Ghassem- Sani and M. Namazi
Assistant Professor Department of Computer Engineering, Shsrif University of Technology
Instructor, Islamic Azad University (Khoy Branch)

Abstract: ***Many important problems in Artificial Intelligence can be defined as Constraint Satisfaction Problems (CSP). These types of problems are defined by a limited set of variables, each having a limited domain and a number of Constraints on the values of those variables (these problems are also called Consistent Labeling Problems (CLP), in which "Labeling" means assigning a value to a variable.) Solution to these problems is a set of unique values for variables such that all the problem constraints are satisfied. Several search algorithms have been proposed for solving these problems, some of which reduce the need for backtracking by doing some sort of looking to future, and produce more efficient solutions. These are the so-called Forward Checking (FC), Partially Lookahead (PL), and Fully Lookahead (FL) algorithms. They are different in terms of the amount of looking to the future, number of backtracks that are performed, and the quality of the solution that they find. In this paper, we propose a new search algorithm we call Modified Fully Lookahead (MFL) which is Shown to be more efficient than the original Fully Lookahead algorithm***

Keywords: ***Artificial Intelligence, Search, Constraint Satisfaction Problems, consistent labeling problems***

---

*– استادیار **ـ مربی

۱- مقدمه

مسائل ارضای محدودیت بخش نسبتاً وسیعی از مسائل مطرح در زمینهٔ هوش مصنوعی را در برمی‌گیرند. معمای حروف[۵]، هشت وزیر[۶]، رنگ کردن نقشه[۷] و درک تصویر توسط الگوریتم برچسب‌دهی والتز[۸]، همگی مثالهایی از این نوع از مسائل‌اند [۱۴- ۱۶ و ۱۸].

مؤلفه‌های اصلی مسائل ارضای محدودیت، متغیرها و محدودیتها هستند. هدف نهایی در حل این‌گونه مسائل، مقداردهی به متغیرهاست، به‌گونه‌ای که مجموعهٔ محدودیتهای مسئله ارضا شوند. مقدار هر متغیر (در این نوع از مسائل از واژه "برچسب" نیز برای اشاره به "مقدار" یک متغیر استفاده می‌شود)، از دامنهٔ مقادیر مجاز آن انتخاب می‌شود. انتخاب مقدار متغیرها بایستی به‌گونه‌ای صورت گیرد که مقادیر متغیرهای مختلف طبق محدودیتهای تعریف شده، با یکدیگر سازگار[۹] باشند. دامنهٔ مقادیر متغیرها توسط محدودیتهای یکتایی[۱۰]، و شرایط سازگاری مقادیر متغیرهای مختلف نسبت به یکدیگر اغلب با استفاده از محدودیتهای چندتایی[۱۱] (اغلب به صورت دوتایی) توصیف می‌شوند.

در ادامه ابتدا مسائل ارضای محدودیت تعریف می‌گردد. سپس در بخش (۳)، در مورد روشهای جستجوی آینده‌نگر موجود ویژه حل این نوع از مسائل توضیح داده می‌شود. در بخش (٤)، الگوریتم جدید "آینده‌نگر کامل بهبود یافته" معرفی می‌شود. بخش (۵) به مقایسه الگوریتم جدید با الگوریتمهای موجود و ارائه نتایج تجربی به‌دست آمده اختصاص دارد. در انتها در بخش (٦)، نتیجه‌گیری کار انجام شده ارائه می‌شود.

۲- مسائل ارضای محدودیت

یک مسئلهٔ ارضای محدودیت، یکی از انواع مسائل هوش مصنوعی است که با کمک دو مؤلفهٔ اصلی زیر تعریف می‌شود [۱۷]:

۱) تعداد محدودی "متغیر" (که هر یک دارای یک دامنه محدود غیرتهی است) و

۲) تعداد محدودی "محدودیت" بر روی مقادیری که این متغیرها می‌توانند به خود بگیرند.

حل این دسته از مسائل هوش مصنوعی نیز با کمک عمل جستجو انجام می‌شود. فضای جستجوی[۱۲] این مسائل شامل وضعیتهایی است که در آنها مقدار تعدادی از متغیرهای مسئله تعیین شده است. وضعیت اولیه[۱۳] صرفاً شامل تعریف مسئله است و در آن مقدار هیچ‌یک از متغیرها مشخص نیست. در وضعیت هدف[۱٤] و یا وضعیتهای هدف (اگر مسئله بیشتر از یک جواب داشته باشد) مقدار کلیه متغیرها، با رعایت کلیه محدودیتهای مسئله تعیین شده است [۱۵]. معمای حروف، هشت وزیر و رنگ کردن نقشه نمونه‌های نوعی از این دسته از مسائل هوش مصنوعی‌اند.

۳- الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر ویژهٔ حل مسائل ارضای محدودیت

مسائل ارضای محدودیت را می‌توان توسط روشهای جستجوی عمومی سیستماتیک نظیر روشهای "عمق اول[۱۵]"، "سطح اول[۱٦]"، "عمق اول با تعمیق مکرر[۱۷]" حل کرد[٤ و ۸-۱۱]. لیکن تعدادی الگوریتم جستجو ویژهٔ حل این دسته از مسائل هوش مصنوعی نیز ابداع شده است که کارایی بیشتری نسبت به روشهای مذکور دارند. تعدادی از این روشها که به آنها روشهای آینده‌نگر می‌گوییم، با بررسیهای بیشتری (نسبت به روشهای عمومی) که در هنگام تعیین مقدار هر متغیر انجام می‌دهند، از عقبگردهای آتی جلوگیری کرده و در تعداد قدمهای کمتری به راه حل مسئله دست می‌یابند. حتی تحت شرایط خاصی می‌توان برخی از مسائل ارضای محدودیت را حتی بدون عقبگرد حل کرد[٦ و ۱۳].

الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگری که تا به حال برای حل مسائل ارضای محدودیت ابداع شده‌اند، شامل: بررسی جلورو[۱۸]، آینده‌نگر جزیی[۱۹] و آینده‌نگر کامل[۲۰] است [۷]. الگوریتم جدیدی نیز در این مقاله معرفی می‌شود که آن را "آینده‌نگر کامل بهبود یافته[۲۱]" نامیده‌ایم. از این پس برای سادگی "بررسی

جلورو" را با FC، "آینده نگر جزیی" را با PL، "آینده نگر کامل" را با FL، و "آینده نگر کامل بهبود یافته" را با MFL نشان می‌دهیم. در هر مرحله از حل مسئله مقدار یکی از متغیرها تعیین می‌شود که به آن "متغیر جاری" می‌گوییم؛ به متغیرهایی که در مراحل قبلی مقدارشان تعیین شده، متغیرهای گذشته و به آنهایی که در ادامهٔ جستجو و پس از متغیر جاری مقدار خواهند گرفت، "متغیرهای آتی" می‌گوییم. ضمناً الگوریتمهای آینده‌نگر برای آن دسته از مسائل ارضای محدودیت قابل استفاده‌اند که دارای شرایط زیر باشند:

۱) دامنه هر متغیر، محدود و شامل مقادیر گسسته باشد،

۲) محدودیتهای مسئله تنها شامل محدودیتهای دودویی[۲۲] باشد،

۳) محدودیتهای دودویی تعریف شده بین دو متغیر نسبت به هم قرینه باشد؛ بدین معنا که سازگاری مقادیر موجود در دامنه دو متغیر مختلف، مستقل از ترتیب مقدار دهی به هر یک از آنها باشد[۵] .

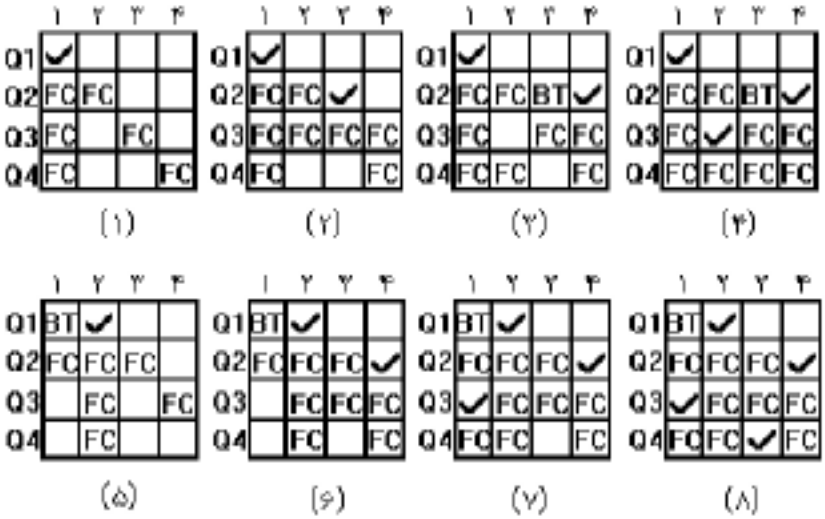
به‌طور کلی الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر در ابتدای هر مرحله، مقداری برای متغیر جاری انتخاب می‌کنند. اگر این امر را به عنوان اضافه کردن محدودیتی جدید به مسئله در نظر بگیریم، الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر با کمک انتشار این محدودیت و با توجه به مقدار انتخاب شده برای متغیر جاری، دامنهٔ متغیرهای آتی (آنهایی که هنوز مقداری برایشان تعیین نشده است) را با حذف برخی از مقادیر موجود در آنها، هرس[۲۳] می‌کنند. میزان هرس در الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر مختلف، متفاوت است. اگر در اثر این عمل حذف رو به آینده، دامنهٔ یکی از متغیرهای آتی تهی شود، عمل عقبگرد صورت گرفته و برای متغیر جاری و یا متغیرهای گذشته مقدار دیگری انتخاب می‌شود. در صورت عقبگرد دامنهٔ متغیرها به وضعیت پیش از انتخاب نامناسب مقدار برای متغیرها اعاده می‌شود. در غیر این‌صورت جستجو با انتخاب مقداری برای متغیر بعدی ادامه پیدا می‌کند. در ادامه توضیح مختصری دربارهٔ هریک از این الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر ارائه می‌شود.

۳-۱- الگوریتم بررسی جلورو

در الگوریتم بررسی جلورو، مقادیری از دامنهٔ متغیرهای آتی که با مقدار انتخاب شده برای متغیر جاری ناسازگارند، حذف می‌شوند؛ زیرا واضح است که این مقادیر در آینده نمی‌توانند برای آن متغیرهای آتی انتخاب شوند. در صورتی که دامنهٔ یکی از متغیرهای آتی تهی شود، بایستی عقبگرد صورت گرفته و برای متغیر جاری و یا متغیرهای گذشته، مقدار دیگری انتخاب شود؛ در غیر این صورت جستجو با تعیین مقدار متغیر بعدی ادامه پیدا می‌کند. برای مثال، شکل (۱) مراحل اجرای الگوریتم بررسی جلورو را برای حل مسئله چهار وزیر نشان می‌دهد. (به منظور سادگی در توضیح الگوریتمها، از مسئلهٔ چهار وزیر که فضای جستجوی کوچکتری نسبت به مسئلهٔ هشت وزیر دارد، استفاده می‌شود.) همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، در مرحلهٔ هشتم، اولین جواب مسئله به دست می‌آید. در این شکل مقادیری از دامنهٔ متغیرها که توسط الگوریتم بررسی جلورو حذف شده‌اند، با علامت FC و مواردی که در اثر عقبگرد حذف گردیده‌اند، با علامت BT مشخص شده است. علامت √ نیز در شکل، مشخص کنندهٔ مقدار انتخاب شده برای هر متغیر است. الگوریتم FC به‌صورت شبه کد در بخش پیوست این مقاله آورده شده است.

توجه شود که در الگوریتم FC به محض آن‌که دامنه یکی از متغیرهای آتی تهی شود، بررسی جلورو متوقف شده و عقبگرد آغاز می‌شود. به عنوان مثال در مرحله‌ی دوم به دلیل آن‌که دامنه Q3 تهی می‌شود، بررسی جلورو متوقف شده و عقبگرد آغاز می‌گردد. لذا مقادیر دامنه Q4 در این مرحله دیگر مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. به همین خاطر، همان گونه که در شکل ۱ نشان داده شده، مقدار ۳ از دامنه‌ی این متغیر، علیرغم ناسازگار بودن با مقدار متغیر جاری Q2، حذف نشده است. اما اگر فرضاً دامنه متغیر Q3 تهی نشده بود و پروسه عقبگرد آغاز نمی‌شد، بررسی جلورو ادامه می‌یافت و مقدار ۳ از دامنه Q4 نیز حذف می‌گردید.

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.1.7]



شکل ۱- مراحل اجرای الگوریتم بررسی جلورو (FC) در حل مسئلهٔ چهار وزیر

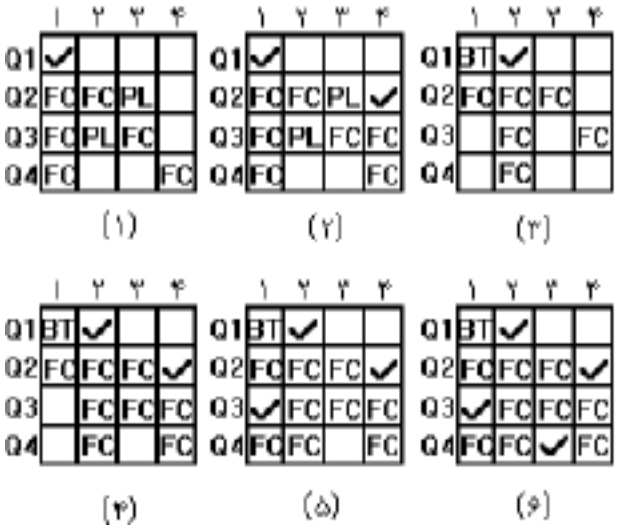
۳-۲- الگوریتم آینده‌نگر جزیی

در الگوریتم جستجوی آینده‌نگر جزیی، در هر مرحله ابتدا (همانند روش بررسی جلورو) سازگاری مقدار متغیر جاری با مقادیر موجود در دامنهٔ متغیرهای آتی بررسی شده و مقادیر ناسازگار با آن از دامنهٔ متغیرهای آتی حذف می‌شود. سپس دامنهٔ متغیرهای آتی نیز با یکدیگر بررسی می‌شوند و اگر مقداری از دامنهٔ یک متغیر آتی، مثلاً V، با تمامی مقادیر باقیمانده در دامنهٔ یکی از متغیرهای آتی پس از آن ناسازگار باشد، آن مقدار نیز از دامنهٔV حذف می‌شود. در صورتی که دامنهٔ یکی از متغیرهای آتی تهی شود، عمل عقبگرد صورت گرفته و برای متغیر جاری و یا متغیرهای گذشته، مقدار دیگری انتخاب می‌شود. شکل (۲) مراحل اجرای الگوریتم آینده نگر جزیی را در حل مسئله چهار وزیر نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در مرحله ششم اولین جواب مسئله به دست می‌آید. در این شکل، مقادیری که در بررسی مقدار متغیر جاری با متغیرهای آتی حذف شده است با علامت FC، و مقادیری که در بررسی مقادیر متغیرهای آتی با یکدیگر حذف شده‌اند با علامت PL مشخص شده است.

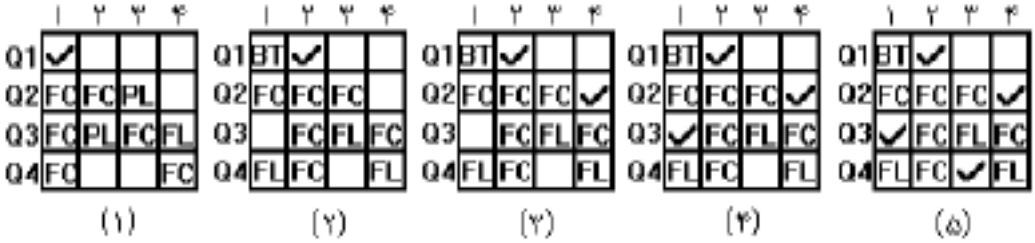
با مقایسهٔ مراحل مربوط به الگوریتم بررسی جلورو، شکل(۱) و مراحل مربوط به الگوریتم آینده‌نگر جزیی شکل(۲) مشاهده می‌شود که الگوریتم آینده‌نگر جزیی در طی مراحل کمتری (نسبت به الگوریتم بررسی جلورو) به حل مسئله رسیده است. علت این امر آن است که در الگوریتم آینده‌نگر جزیی، با کمک آینده‌نگری بیشتر، محدودیت بیشتری بر روی انتخابهای موجود برای متغیرهای آتی اعمال شده است. الگوریتم PL به صورت شبه کد در مرجع [۷] ارائه شده است.

۳-۳- الگوریتم آینده‌نگر کامل

الگوریتم آینده‌نگر کامل می‌تواند برای اعمال محدودیت بیشتری نسبت به الگوریتم آینده‌نگر جزیی مورد استفاده قرار گیرد. اختلاف الگوریتم آینده‌نگر کامل با الگوریتم آینده‌نگر جزیی در این است که در هر مرحله از الگوریتم آینده‌نگر جزیی، مقادیر موجود در دامنهٔ هر یک از متغیرهای آتی تنها با دامنهٔ متغیرهای آتی پس از آن بررسی می‌شود؛ درحالی‌که در هر مرحله از الگوریتم آینده‌نگر کامل، مقادیر هریک از متغیرهای آتی با دامنهٔ کلیه متغیرهای آتی دیگر (قبل و بعد از خود) بررسی می‌شود. شکل (۳) مراحل اجرای الگوریتم آینده‌نگر کامل را در حل مسئلهٔ چهار وزیر نشان می‌دهد. در این روش در مرحلهٔ پنجم، اولین جواب مسئله به‌دست می‌آید. در شکل، برای مشخص کردن مقادیری که به خاطر بررسی بیشتر (نسبت



شکل ۲- مراحل اجرای الگوریتم آینده‌نگر جزیی (PL) در حل مسئله چهار وزیر



شکل ۳- مراحل اجرای الگوریتم آینده‌نگر کامل (FL) در حل مسئلهٔ چهار وزیر

به روشهای قبلی) این روش حذف شده‌اند، از علامت FL استفاده شده است. همان‌گونه در شکل (۳) دیده می‌شود، الگوریتم آینده‌نگر کامل در طی مراحل کمتری (نسبت به الگوریتم آینده‌نگر جزیی) به اولین حل مسئله دست یافته است و این به علت اعمال محدودیت بیشتر بر روی انتخاب‌های متغیرهای آتی است. برای دیدن الگوریتم FL به صورت شبه کد به مرجع [۷] رجوع شود.

همان‌گونه که توضیح داده شد، الگوریتم آینده‌نگر کامل به نسبت از دو الگوریتم آینده‌نگر جزیی و بررسی جلورو، تعداد بررسیهای سازگاری بیشتری انجام داده و مسائل را در طی مراحل کمتری حل می‌کند. از طرفی تعداد عقبگردهای انجام شده نیز در این روش کمتر است. البته بایستی توجه شود که زمان کل حل مسئله در الگوریتم آینده‌نگر کامل به علت بررسیهای سازگاری بیشتری که انجام می‌دهد، لزوماً کمتر از دو الگوریتم دیگر نیست. به عبارت دیگر مزیت اصلی آن تعداد مراحل و عقبگرد کمتر است.

٤- الگوریتم آینده‌نگر کامل بهبود یافته

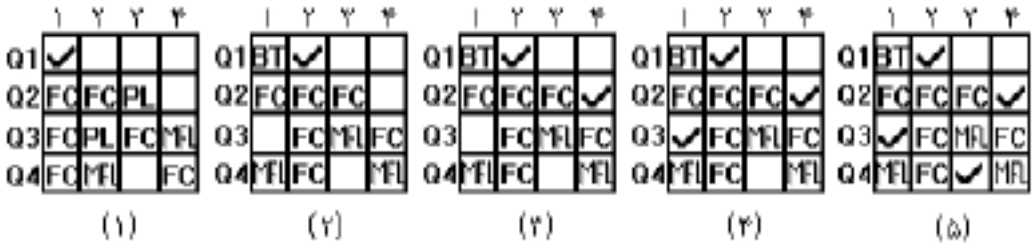
الگوریتم MFL با هدف اصلی افزایش کارایی الگوریتم آینده‌نگر کامل، از طریق کاهش تعداد بررسیهای سازگاری انجام شده در الگوریتم FL (و نه کاهش تعداد مراحل حل مسئله)، طراحی شده است [۱و ۲]. به عبارت دیگر، همان‌گونه که در ادامه خواهیم دید، الگوریتم MFL می‌تواند مسائل ارضای محدودیت را با صرف انرژی کمتری از نظر تعداد بررسی سازگاری انجام شده (در مقایسه با روش FL)، و در عین حال با کیفیتی حداقل به خوبی روش FL (از نظر تعداد مراحل) حل کند. در این الگوریتم، همانند روش آینده‌نگر جزیی، مقادیر دامنهٔ هریک از متغیرهای آتی تنها با دامنهٔ متغیرهای آتی پس از

آن بررسی می‌شود. البته همان‌گونه که در بخش (۵) تشریح خواهد شد، در مقایسه با روش آینده نگر جزیی، روش MFL آینده‌نگری (بررسی روبه جلوی) بیشتری انجام می‌دهد. به عبارت دیگر از نظر تعداد بررسیهای انجام شده در هر مرحله، روش MFL مابین دو روش PL و FL قرار دارد؛ درحالی‌که از نظر تعداد مراحل حل حداقل به خوبی FL عمل می‌کند.

در الگوریتم MFL، در شروع بررسی دامنهٔ یک متغیر آتی مثل Ui، مقادیری از دامنهٔ Ui و متغیرهای آتی پس از آن که با کلیهٔ مقادیر باقیمانده در دامنهٔ متغیر Ui-1، ناسازگارند، شناسایی شده و بدون انجام بررسیهای سازگاری اضافی، از دامنهٔ آنها حذف می‌شوند. (همان‌گونه که در بخش بعد خواهیم دید، این عمل با به خاطر سپاری بررسیهای سازگاری انجام شده در مراحل قبلی میسر می‌شود.) به علاوه، بررسی سازگاری مقدار Li موجود در دامنهٔ Ui با مقادیر موجود در دامنهٔ هر یک از متغیرهای آتی بعد از آن، تا جایی صورت می‌گیرد که مقدار سازگاری با Li پیدا شود. در صورتی‌که چنین مقداری پیدا نشود، مقدار Li نیز از دامنهٔ Ui حذف می‌شود. اما در صورتی‌که در دامنهٔ هر یک از متغیرهای آتی بعد از Ui، حداقل یک مقدار وجود داشته باشد که با مقدار Li سازگار باشد، مقدار Li در دامنهٔ Ui باقی ماند. الگوریتم PL در این چنین شرایطی بررسی متغیر Li+1 از دامنهٔ Ui را شروع می کند. لیکن در الگوریتم MFL بررسی سازگاری Li با مقادیری از دامنهٔ متغیرهای آتی بعد از Ui که سازگاری آنها قبلاً با مقدار Li بررسی نشده است، ادامه می‌یابد. (در واقع این آینده‌نگری بیشتری است که الگوریتم MFL نسبت به الگوریتم PL انجام می‌دهد.) در صورتی‌که Li آخرین مقدار حذف نشدهٔ موجود در دامنهٔ مقادیر متغیر آتی Ui باشد، از میان مقادیر فوق، آنهایی که با Li نیز ناسازگار باشند، مقادیری‌اند که با تمام مقادیر باقیمانده در دامنه مقادیر متغیر آتی Ui ناسازگارند. در اصل نقطه‌ی قوت الگوریتم آینده‌نگر کامل بهبود یافته، تشخیص این مقادیر است؛ زیرا چنین مقادیری در طی بررسی مقادیر موجود در دامنهٔ مقادیر متغیر آتی Ui+1، شناسایی شده و بدون انجام بررسیهای سازگاری اضافی که الگوریتم FL انجام می‌دهد، حذف می‌شوند. به عنوان مثال، شکل (٤) مراحل اجرای الگوریتم MFL را در حل مسئله چهار وزیر نشان می‌دهد. (الگوریتم MFL در بخش پیوست به‌صورت شبه کد آورده شده است.)

در مرحلهٔ اول از شکل (٤)، پس از انتخاب مقدار ۱ برای وزیر اول (متغیر Q1)، ابتدا مقادیری از دامنهٔ متغیرهای آتی که با این مقدار ناسازگارند، از دامنهٔ وزیرهای بعدی حذف می‌شود (یعنی خانه‌هایی که با علامت FC مشخص شده‌اند). سپس مقدار ۳ از دامنهٔ وزیر دوم (Q2) نیز به علت ناسازگاری با مقادیر باقیمانده در دامنهٔ وزیر سوم حذف می‌شود (این امر با علامت PL در خانه مربوطه نشان داده شده است). پس از اتمام بررسیهای سازگاری دامنهٔ وزیر دوم با دامنهٔ وزیرهای بعدی، تنها مقدار باقیمانده در دامنهٔ وزیر دوم، مقدار ٤ است. با توجه به اینکه مقدار ٤ از دامنهٔ وزیر سوم و مقدار ۲ از دامنهٔ وزیر چهارم، با تنها مقدار باقیمانده برای وزیر دوم ناسازگارند، الگوریتم MFL در همین مرحله این مقادیر را نیز از دامنهٔ وزیرهای سوم و چهارم حذف می‌کند. این امر با علامت MFL در خانه‌های مربوطه نشان داده شده است.

اگر به‌جای الگوریتم MFL از الگوریتم PL استفاده شود، خانه‌هایی که با علامت MFL نشان داده شده‌اند، اصلاً حذف نمی‌شوند و به همین خاطر یک مرحله‌ی اضافی (مرحله ۲ از شکل ۲) نسبت به MFL لازم است تا الگوریتم PL متوجه نامناسب بودن مقادیر انتخابی در مراحل قبلی شده و عمل عقبگرد را شروع کند. توجه کنید که هرچه تعداد وزیرهای مسئله زیادتر شود، تعداد مراحل اضافی که PL نسبت MFL انجام می‌دهد، به مراتب بیشتر از مثال فوق خواهد شد. از طرف دیگر، اگر از الگوریتم FL استفاده شود، مقادیر مزبور بالاخره حذف می‌شوند شکل (۳)، ولی این حذف زمانی صورت می‌گیرد که سازگاری دامنهٔ وزیرهای سوم و چهارم نیز با دامنهٔ وزیر دوم بررسی شود، در حالی‌که این بررسی اضافی در MFL اصلاً انجام نمی‌شود. به عبارت دیگر، MFL در زمان بررسی دامنهٔ وزیر دوم با وزیرهای سوم و چهارم متوجه نامناسب بودن



شکل ٤- مراحل اجرای الگوریتم آینده‌نگر کامل بهبود یافته (MFL) در حل مسئلهٔ چهار وزیر

مقادیر مزبور شده و نیازی به بررسی مجدد دامنهٔ وزیرهای سوم و چهارم با وزیر دوم (یعنی کاری که روش FL به‌طور عادی انجام می‌دهد) ندارد. جزییات بیشتر در خصوص الگوریتم آینده‌نگر کامل بهبود یافته (MFL) در مرجع [۲] ارائه شده است.

۵- مقایسهٔ الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر

همان‌گونه که در بخش قبل توضیح داده شد، کلیهٔ الگوریتمهای جستجوی آینده‌نگر با حذف مقادیری از دامنهٔ متغیرهای آتی که امکان انتخاب آنها در آینده وجود ندارد، انتخاب مقدار برای متغیر جاری را به صورت یک محدودیت انتشار می‌دهند. با این حال، میزان حذف و تلاشی که در قالب انجام بررسیهای سازگاری صورت می‌گیرد، در الگوریتمهای مختلف آینده‌نگر متفاوت است. هر چه میزان حذف مقادیر نامناسب از دامنهٔ متغیرهای آتی بیشتر باشد، انتخابهای کمتری در هنگام تعیین مقدار متغیرهای آتی باقی خواهد ماند و در نتیجه، با تعداد عقبگرد و مراحل کمتری به حل مسئله (البته در صورتی که مسئله حل داشته باشد)، دست می‌یابیم. اما حذف مقادیر بیشتر از دامنهٔ متغیرهای آتی نیاز به انجام بررسیهای سازگاری بیشتری دارد.

همان‌گونه که در بخش (۳-۱) توضیح داده شد، در الگوریتم FC، بررسیهای سازگاری تنها بین مقدار انتخاب شده برای متغیر جاری و مقادیر موجود در دامنهٔ مقادیر متغیرهای آتی صورت می‌گیرد و دامنهٔ برخی متغیرهای آتی به علت وجود ناسازگاری با مقدار متغیر جاری هرس می‌شود. در الگوریتمهای PL و FL سازگاری مقادیر موجود در دامنهٔ مقادیر متغیرهای آتی نیز با یکدیگر بررسی می‌شود. لیکن از آنجایی که حاصل هیچ‌یک از بررسیهای انجام شده در یک مرحله به خاطر سپرده نمی‌شود، برخی از آنها در مراحل بعدی تکرار می‌شوند. به عنوان مثال، فرض کنید که در یک مرحله از یکی از الگوریتمهای آینده‌نگر، U متغیر جاری باشد و مقدار Li از دامنهٔ متغیر آتی Ui، پس از انجام بررسی سازگاری با مقدار متغیر U، حذف نشود. تا رسیدن به مرحله‌ای که نوبت به تعیین مقدار Ui فرا نرسیده است، در هر مرحله، سازگاری مقدار Li (در صورت عدم حذف) با مقادیر موجود در دامنه مقادیر متغیرهای آتی دیگر مجدداً بررسی خواهد شد. در نهایت، زمانی که نوبت به تعیین مقدار Ui می‌رسد، سازگاری مقدار Li (در صورت عدم حذف) باز هم با مقادیر موجود در دامنهٔ مقادیر متغیرهای آتی بعد از Ui بررسی خواهد شد. برتری الگوریتم MFL نسبت به FL در این است که با به خاطر سپاری بررسیهای سازگاری انجام شده قبلی، از تکرار مجدد آنها در ادامهٔ جستجو پرهیز می‌کند.

اگرچه هر دو الگوریتم FL و MFL در کل تعداد بررسیهای سازگاری بیشتری نسبت به الگوریتمهای FC و PL انجام می‌دهند، و تعدادی از این بررسیهای سازگاری تکراری است، لیکن الگوریتم FL، در طی هر مرحله نیز بسیاری از بررسیهای سازگاری تکراری انجام می‌دهد. به عنوان مثال، سازگاری مقدار L1 از دامنهٔ متغیر آتی U1 و L2 از دامنهٔ U2، یک بار در حین بررسی دامنهٔ U1 و (در صورت عدم حذف مقدار L1) بار دیگر در حین بررسی دامنهٔ U2 بررسی می‌شود. اما در الگوریتم MFL، با به خاطر سپاری بررسیهای سازگاری انجام شده در هنگام بررسی دامنهٔ متغیر آتی U1 با دامنهٔ متغیرهای آتی پس از

آن، از تکـرار این بررسیها در ادامهٔ جستجو پرهیز می‌شود. بدین صـورت کـه قـبل از شـروع بـه بررسی مقادیر موجود در دامنه متغیـر U1، از قـبل مشـخص شـده است که کدام یک از مقادیر موجـود در دامنهٔ آن و متغیرهای آتی بعد از آن، با تمامی مقادیر باقیمانده در دامنهٔ متغیر آتی قبل از آن، ناسازگار است و بایستی حـذف شـوند. سـایر مقادیـر موجـود در دامـنهٔ U1 نیـز همانند الگوریـتم PL، تنها با مقادیر موجود در دامنهٔ متغیرهای آتی بعد از U1 بررسی می‌شوند.

بنابـراین جایگـاه الگوریـتم MFL از نظـر میـزان بررسیهای سـازگاری یا آینده‌نگری که انجام می‌دهد مابین PL و FL است. در واقـع میزان بررسیهای سازگاری که MFL انجام می‌دهد، تنها اندکـی بیشـتر از PL و بـه مـراتب کمتر از FL است. این نتیجه بـه‌صورت تجربی نیز با استفاده از یک سامانهٔ کمک آموزشی که بـه مـنظور تسـهیل آمـوزش روشـهای حـل مسـائل ارضـای محـدودیت در دانشـکدهٔ مهندسـی کامپیوتـر دانشـگاه صـنعتی شـریف پـیاده‌سـازی شـده است، بر روی چندین مسئله ارضای محـدودیت بـا انـدازه‌های مختلف تأیید شده است [۲]. نمودار شـکل (۵) بـه عنوان یک نمونه، نتیجهٔ مقایسهٔ این الگوریتمها را از نظـر تعداد بررسیهای سازگاری انجام شده در طی یافتن کلیهٔ پاسـخ‌هـای دو مسئلهٔ هشت و شانزده وزیر نشان می‌دهد (تعداد کـل پاسخ‌های این دو مسئله به ترتیب برابر با ۹۲ و ۱۴۷۷۷۵۱۲ اسـت). همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، الگوریتم MFL از نظـر تعداد بررسیهای سازگاری که انجام می‌دهد (و در نتیجه از نظـر کارایـی) در بـین دو الگوریـتم آیـنده‌نگـر PL و FL، به الگوریتم PL نزدیکتر است.

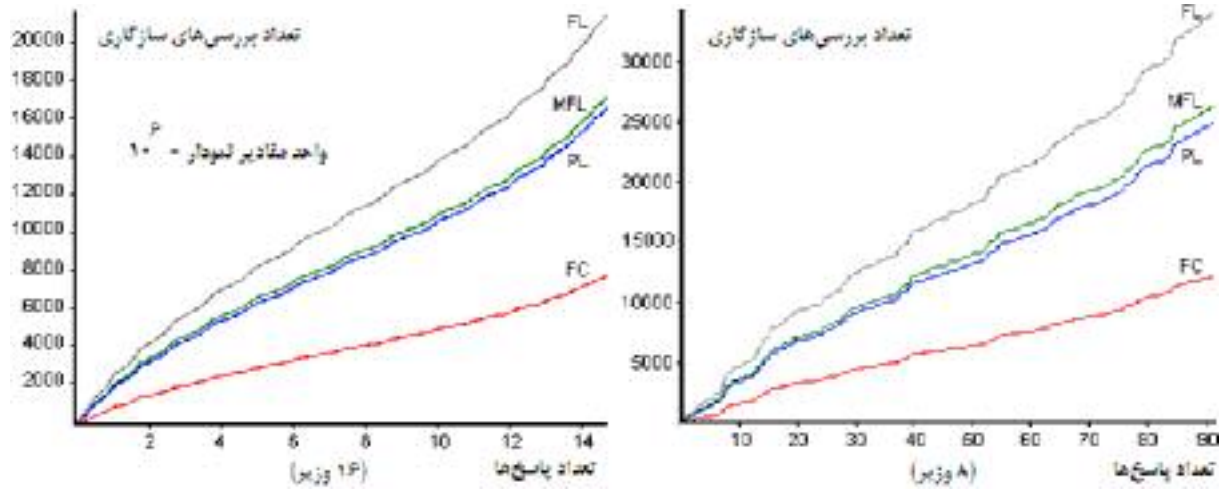
زمـان لازم بـرای انجـام یـک بررسی سازگاری تنها در یک مسـأله ارضاء محدودیت مشخص، مقدار ثابتی است که بستگی بـه سـرعت کامپیوتـر اسـتفاده شـده دارد و به هر حال در همه الگوریـتم‌هـای فوق یکسان است. لذا کل زمان لازم برای یافتن کلـیه پاسـخ‌هـای یـک مسـأله رابطـه مسـتقیمی بـا کـل تعداد بررسـی‌هـای سـازگاری انجـام شـده در حل آن مسأله دارد. در نتـیجه نمـودارهای ارائه شده در شکل ۵ در واقع به‌طور ضمنی مـنعکس کننده‌ی رابطه‌ی نسبی الگوریتم‌های مورد بحث از نظر کـل زمـان لازم بـرای یافـتن همـه‌ی پاسخ‌های مسائل هشت و شانزده وزیر نیز است.

از آنجـا کـه مسـائل ارضای محدودیت در حالت کلی جزو مسـائل NP-Complete محسـوب می‌شوند[۳]، میزان پیچیدگی الگوریـتم‌هـای آیـنده‌نگـر بـا تـوجه بـه ماهـیت غیـرمطلع[۲۴] و سیسـتماتیک[۲۵] بـودن آنها برای حل این نوع از مسائل به‌صورت نمایـی است [۱۳]. یعنی با بزرگ شدن اندازه مسئله، زمان مورد نـیاز برای حل مسأله به صورت نمایی افزایش می‌یابد. الگوریتم MFL نیـز از ایـن قاعـده مسـتثنی نیسـت و در حل مسائل کلی ارضـای محدودیت دارای پیچیدگی نمایی است. نمودار شکل ۵ کـاملاً مبـین ایـن نکته است. همان‌گونه که در این نمودار نشان داده شـده است، در حالی‌که اندازه‌ی مسئله شانزده وزیر تنها دو برابـر مسأله هشت وزیر است، تعداد بررسی‌های سازگاری لازم بـرای یافـتن کلـیه پاسـخ‌هـای این مسأله بیش از ۶۰۰۰۰۰ برابر تعـداد بررسـی‌هـای سازگاری لازم برای حل مسأله هشت وزیر است.

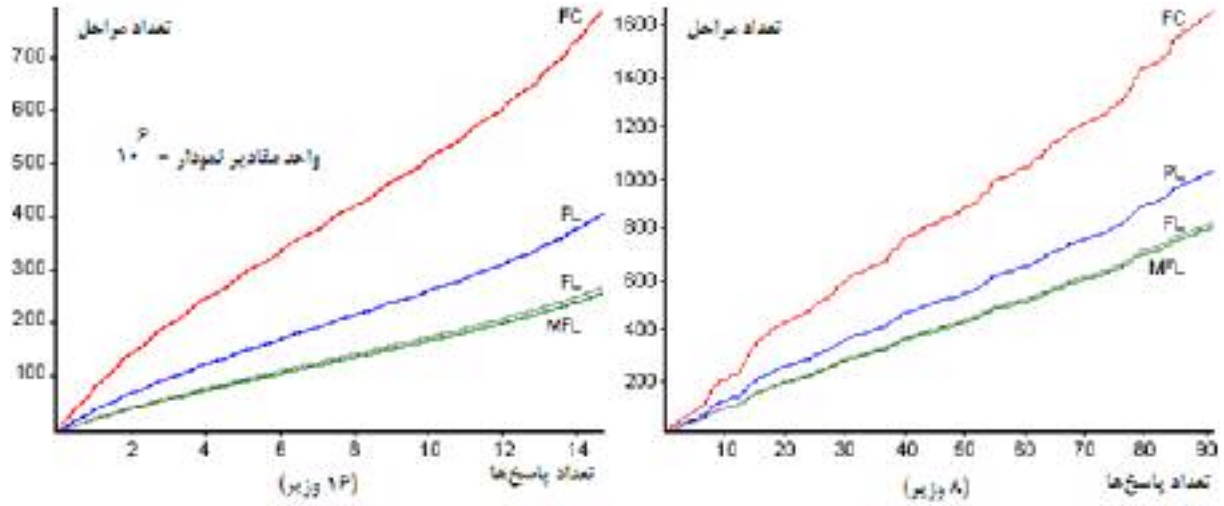
مقایسـه تجربـی الگوریـتمهای آینده‌نگر موجود با الگوریتم MFL نشـان مـی‌دهـد کـه از نظر تعداد قدمهای لازم برای حل مسـئله، نیـز عملکـرد ایـن الگوریـتم حـداقل به خوبی FL و به مـراتب بهتـر از دو الگوریتم دیگر است. به عنوان نمونه، نمودار شـکل (۶) ایـن نکـته را بـرای یافـتن کلـیهٔ پاسخ‌های دو مسئلهٔ هشـت و شـانزده وزیـر نشان می‌دهد. بنابراین، روش MFL در مقایسـه بـا FL، علاوه بر انجام بررسی سازگاری به مراتب کمتر شـکل (۵)، در طـی مـراحل کمتـری نیـز به راه حل مسئله (در صـورت وجـود) دسـت مـی‌یابد شکل (۶). البته توجه شود که برتـری اصـلی الگوریـتم MFL در کـاهش تعـداد بررسـیهای سـازگاری اضـافی اسـت کـه الگوریـتم FL انجام می‌دهد، و نه کـاهش تعـداد مراحل حل مسئله؛ هرچند که تعداد مراحل لازم برای رسیدن به حل نیز با استفاده از MFL کاهش می‌یابد.

بـا تـوجه به اینکه در دو الگوریتم FC و PL، مقادیر کمتری از دامنهٔ مقادیر متغیرهای آتی حذف می‌شود، واضح است که به

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.1.7]



شکل ۵ - تعداد بررسیهای سازگاری انجام شده برای یافتن کلیهٔ پاسخهای مسائل هشت و شانزده وزیر



شکل ٦ - تعداد مراحل طی شده برای یافتن کلیهٔ پاسخهای مسائل هشت و شانزده وزیر

تعداد قدمهای بیشتری برای رسیدن به کلیهٔ پاسخ‌های مسئلهٔ مزبور نیاز خواهند داشت. اما همان‌گونه که نمودار شکل (٦) نشان می‌دهد، تعداد مراحل الگوریتم FL از الگوریتم MFL اندکی بیشتر است. این امر بدین معنی است که در الگوریتم MFL، مقادیر بیشتری از دامنه مقادیر متغیرهای آتی حذف می‌شوند؛ زیرا در این الگوریتم، قبل از شروع بررسی مقادیر موجود در دامنهٔ یک متغیر آتی مانند U1، با به خاطر سپاری بررسیهای انجام شدهٔ قبلی، مشخص است که کدام یک از مقادیر موجود در دامنهٔ U1 و متغیرهای آتی بعد از U1، با تمامی مقادیر باقیمانده در دامنهٔ متغیر آتی ماقبل آن، ناسازگارند و بایستی حذف شوند. حذف این مقادیر باعث می‌شود که در طی بررسی سازگاری دامنهٔ U1 و دامنهٔ متغیرهای آتی بعد از آن، نه تنها بررسیهای سازگاری کمتری با مقادیر موجود در دامنهٔ متغیرهای آتی بعد از آنها صورت گیرد، بلکه احتمال حذف

مقادیـر موجـود در دامـنهٔ U1 و متغیـرهای آتـی بعـد از آن نیز افـزایش یابد. به عنوان مثال، اگر در دامنهٔ یکی از متغیرهای آتی بعد از U1 مثلاً U2، دو مقدار L21 و L22 وجود داشته باشند و پـس از پایـان بررسـیهای سازگاری مقادیر موجود در دامنهٔ U1، مقـدار L21 بـه دلـیل عدم سازگاری با مقادیر باقیمانده در دامنهٔ U1 حـذف گـردد، سـازگاری مقادیر موجود در دامنهٔ متغیرهای آتـی بـین U1 و U2، تـنها با مقدار L22 بررسی می‌شود. اما در الگوریتم FL، پس از پایان بررسیهای سازگاری دامنهٔ U1، مقدار L21 از دامـنه مقادیر متغیر آتی U2 حذف نمی‌شود و در نتیجه، مقادیـری از دامنهٔ متغیرهای آتی بین U1 و U2 که با مقدار L21 سـازگار ولـی با مقدار L22 ناسازگار باشند، نیز حذف نخواهند شـد. بـرای توضیحات بیشتر و جزییات کلیه الگوریتمهای مورد بحث این بخش به مرجع [۲] مراجعه شود.

٦- نتیجه‌گیری

مسـائل ارضـای محـدودیت، بخـش نسبتاً وسیعی از مسائل مطرح در زمینهٔ هوش مصنوعی را در بر می‌گیرند. این مسائل با اسـتفاده از مجموعه‌ای از متغیرها و تعدادی محدودیت بر روی مقادیری که این متغیرها می‌توانند اختیار کنند، تعریف می‌شوند. پاسـخ ایـن مسـائل مجمـوعه‌ای از مقادیـر منحصر به فرد برای متغیرهاسـت، بـه‌طـوری‌که تمامی محدودیتهای مورد نظر مسئله ارضا شده باشد.

الگوریـتمهای جستجوی آینده‌نگری که ویژهٔ حل این نوع از مسـائل ابـداع شده است، در ابتدای هر مرحله، مقداری را برای متغیـر جـاری انتخاب می‌کنند و با در نظر گرفتن این انتخاب به عنوان یک محدودیت جدید و انتشار آن، دامنهٔ متغیرهای آتی را هـرس مـی‌کنـند. میـزان حـذف و تلاشـی کـه در قالـب انجام بررسـیهای سـازگاری صورت می‌گیرد، در الگوریتمهای مختلف آیـنده‌نگـر متفاوت است. هر چقدر میزان حذف مقادیر از دامنهٔ متغیـرهای آتـی بیشـتر باشـد، تعـداد انـتخاب‌های ممکن برای مقداردهـی بـه متغیرهای آتی در ادامه‌ی جستجو کاهش یافته و در نتیجه، تعداد مراحل طی شده و تعداد عقبگردهای انجام شده در راه رسـیدن بـه پاسخ مسئله کاهش می‌یابد. اما حذف مقادیر بیشـتر از دامنهٔ متغیرهای آتی، نیاز به انجام بررسیهای سازگاری بیشـتری دارد. در بـین الگوریـتمهای آیـنده‌نگـر موجـود، روش آیـنده‌نگـر کامـل بـه نسـبت از دو الگوریـتم آینده‌نگر جزیی و بررسـی جلورو تعداد بررسیهای سازگاری بیشتری انجام داده و مسـائل را در طـی مـراحل و انجـام عقبگـردهای کمتـری حـل می‌کنند.

در ایـن مقالـه الگوریـتم جسـتجوی آینده‌نگر جدیدی با نام "آیـنده‌نگـر کامـل بهبود یافته" معرفی شد که از الگوریتم اصلی "آیـنده‌نگـر کامـل" کاراتـر اسـت؛ بـدین معنـی کـه بررسـیهای سـازگاری کمتـری انجـام داده و در عـین حال، مقادیر ناسازگار بیشـتری را از دامـنه متغیـرهای آتـی حـذف مـی‌کـند. در ایـن الگوریـتم تعـداد مراحل طی شده و همچنین تعداد عقبگردهای انجـام شـده تـا رسـیدن بـه پاسـخ مسـئله نیز کمتر از الگوریتم آینده‌نگر کامل است.

واژه‌نامه

1. Constraint Satisfaction Problems
2. Consistent Labeling Problems
3. Backtracking
4. Consistency Checking
5. Crypt Arithmetic
6. Eight Queen
7. Map Coloring
8. Waltz
9. Consistent
10. Unary Constraints
11. n-ary constraints
12. search space
13. Initial State
14. Goal State
15. Depth First Search
16. Breadth First Search
17. Iterative Deepening DFS
18. Forward Checking
19. Partially Lookahead
20. Fully Lookahead
21. Modified Fully Lookahead
22. Binary Constraints
23. Prune
24. Uninformed
25. Systematic

مراجع

۱. قاسم ثانی، غ.، و نمازی، م.، "روشی برای حل مسائل برچسب دهی سازگار،" مجموعه مقالات پنجمین سمینار سالانهٔ انجمن کامپیوتر ایران، دانشگاه شهید بهشتی، ص. ۲۲۶-۲۱۶، ۱۳۷۸.

۲. نمازی، م.، "طراحی و پیاده‌سازی کمک آموزشگر الگوریتمهای جستجوی ویژهٔ حل مسائل ارضای محدودیت،" پایان‌نامه کارشناسی، دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۸.

3. Bacchus, F., and Grove, A., "On the Forward Checking Algorithm," *In Proceedings of the First International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, PP. 292-309, 1995.
4. Dechter, R., and Pearl, J., "Generalized Best-First Search Strategies and the Optimality of A*," *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 32, PP. 505-536, 1985.
5. Dechter, R., and Pearl, J., "Network-Based Heuristics for Constraint Satisfaction Problems," *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 34, PP. 1-38, 1988.
6. Freuder, E., "A Sufficient Condition for Backtrack-Free Search," *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 29, PP. 24-32, 1982.
7. Haralick, R., and Elliot, G., "Increasing Ttree Search Efficiency for Constraint-Satisfaction Problems," *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 14, PP. 263-313, 1980.
8. Kanal, L., and Kumar, V., *Search in Artificial Intelligence*, Springer Verlag, 1988.
9. Korf, R., "Depth First Iterative-Deepening: an Optimal Admissible Tree Search," *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 27, PP. 97-109, 1985.
10. Korf, R., "Optimal Path Finding Algorithms," in L. Kanal and V. Kumar ed., *Search in Artificial Intelligence*, chapter 7, PP. 223-263, Springer-Verlag, 1988.
11. Korf, R., "Linear-Space Best-First Search," *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 62, PP. 41-78, 1993.
12. Kumar, V., "Algorithms for Constraint Satisfaction Problems: A Survey," *Artificial Intelligence Magazine*, Vol. 13, No. 1, PP. 32-44, 1992.
13. Mackworth, A., "Consistency in Network of Relations," *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 8, PP. 99-118, 1977.
14. Nilsson, N., Artificial Intelligence: A new Synthesis, Morgan Kaufmann, 1998.
15. Rich, E., and Knight, K., *Artificial Intelligence*, 2nd Ed., McGraw Hill, 1991.
16. Russel, S., and Norvig, P., *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Prentice Hall, 1995.
17. Tsang, E., "Notes on Consistency in Consistent Labeling Problems," Technical Report CSCM-29, University of Essex, Department of Computer Science, U.K., 1987.
18. Waltz, D., *Understanding line Drawings of Scenes with Shadow*, in P. Winston ed., The Psychology of Computer Vision, McGraw Hill, 1975.

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.1.7]

پیوست

در ایـن بخـش الگوریـتمهای بررسـی جلـورو (FC)، آیـنده‌نگر کامل بهبودیافته، و رویه‌ای به نام Forwardsearch که به عنوان برنامهٔ اصـلی(شـکل پ۱)، زیـر رویه‌های مربوط به دو الگوریتم مزبور(شکلهای پ۲ و ۳) را فراخوانی می‌کند، به صورت شبه کد ارائه مـی‌شـود. یاداوری می‌شود که کلیهٔ الگوریتمهای آینده‌نگر PL، FL و MFL در ابتدای هر مرحله الگوریتم بررسی جلورو (FC) را اجـرا مـی‌کنند. لذا در اینجا نیز برای تکمیل الگوریتم MFL، الگوریتم FC نیز آورده شده است. برای اطلاعات بیشتر در خصوص این الگوریتمها به [۱ و ۷] رجوع شود.

```
Recursive Procedure Forwardsearch (U, F, D);
   For F(U)=each element  of D(U) Begin
      if U < Number_Of_Variables then Begin
         New_D = Forward_Check (U, F(U), D);
         if Not Empty_Domain_Flag then Call Modified_FL (U, New_D);
         end if;
         if Not Empty_Domain_Flag then Begin
            Call  Forwardsearch(U+1, F, New_D);
      end if;
      else
          Output the Labeling F;
  end for;
end Forwardsearch ;
```

شکل پ ۱ - رویهٔ جستجوی جلورو (رویهٔ اصلی)

```
Function Forward_Check(U, L, D) : New Domain Table ;
     New_D : Empty Domain Table ;
     For U2=U+1 to Number_Of_Variables Begin
          For L2=each element of D(U2)
               if  relation(U, L, U2, L2) then Begin
                   Enter L2 into New_D(U2);
                   Dellevel(U2, L2) = U+1;
                end if
          if New_D(U2) is Empty then Begin
               Empty_Domain_Flag = True ;
               return(New_D);
            end if;
     end for U2
     return(New_D);
end Forward_Check ;
```

شکل پ ۲ - زیر رویهٔ مربوط به الگوریتم بررسی جلورو (FC)

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.1.7]

```
Procedure Modified_FL(U, New_D);
    For U1=U+1 to Number_Of_Variables Begin
        For L1=each element of New_D(U1) Begin
            if Dellevel(U1, L1) = U1-1 then Begin
                Delete L1 from List New_D(U1)
            else Begin
                For U2=U1+1 to Number_Of_Variables Begin
                    Consistent_Label_Found_Flag = False;
                    For L2=each element of New_D(U2) Begin
                        if Dellevel(U2, L2) = U1-1 then
                            Delete L2 from List New_D(U2) ;
                        else  if  relation(U1, L1, U2, L2) then begin
                                Consistent_Label_Found_Flag = True;
                                Lastchecked(U2) = L2 ;
                                Break For L2 Loop;
                            end if;
                    end For L2 Loop;
                    if Not Consistent_Label_Found_Flag  then begin
                        Delet L1 from list New_D(U1);
                        Break For U2 Loop;
                    end if ;
                end For U2 Loop;
                if Consistent_Label_Found_Flag  then begin
                    For U2=U1+1 to Number_Of_Variables Begin
                        Dellevel(U2,LastChecked(U2)) = U1+1 ;
                        For L2 = each remained element of D(U2) that not checked Begin
                            if Dellevel(U2,L2) = U1-1 then
                                Delete L1 from List New_D(U2) ;
                            else if Dellevel(U2, L2)=U1 then
                                    if  relation(U1, L1, U2, L2) then
                                        Dellevel(U2, L2) = U1+1 ;
                        end For L2 Loop
                    end For U2 Loop;
                end if ;
            end of else ;
        end For L1 Loop;
        if New_D(U1) is empty then begin
            Empty_Domain_Flag=True ;
            return;
        end if ;
    end For U1 Loop ;
    return;
end Modified_FL;
```

شکل پ۳ - زیر رویهٔ مربوط به الگوریتم آینده‌نگر کامل بهبود یافته (MFL)

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.1.7]