الگوریتم مورچه‌ای برای طراحی مسیر حرکت باربران خودکار در سیستم تک حلقه

کورش عشقی* و مرتضی کاظمی**
دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۸۱/۲/۷ – دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۸/۲۱)

چکیده – در این مقاله الگوریتمی ابتکاری برای مسئلهٔ طراحی مسیر حرکت باربران خودکار در سیستم تک حلقه معرفی می‌شود. در این مسئله هدف تعیین کوتاهترین حلقه برای یک باربر خودکار در چیدمان کارخانه به نحوی است که با هر دپارتمان لااقل یک ضلع مشترک داشته باشد. برای این منظور در ابتدا با استفاده از خواص مسئله آن را به مسئله‌ای معادل در نظریهٔ گراف تبدیل کرده و سپس با به‌کارگیری الگوریتم فرا ابتکاری مورچه‌ای مسئله را حل خواهیم کرد. نتایج آزمایشات کارایی مطلوب الگوریتم پیشنهادی را در مقایسه با سایر روشها در حل مسائل مسیریابی سیستم تک حلقه نشان می‌دهد.
.

واژگان کلیدی: طراحی مسیر حرکت باربران خودکار، الگوریتم مورچه‌ای، الگوریتمهای فرا ابتکاری

Ant Colony Algorithm for the Single Loop Routing Problem

K. Eshgee and M. Kazemi
Associate Professor and PhD Student, respectively, Department of Industrial Engineering,
Sharif University of Technology

Abstract: *In this paper, a new algorithm for solving the single loop routing problem is presented. The purpose of the single loop routing problem(SLRP) is to find the shortest loop for an automated guided vehicle covering at least one edge of each department of a block layout. First it shown that this problem can be represented as a graph model. Then a meta-heuristic algorithm based on and colony system is developed for ALRP by using the properties of the graph model. Computational results show the efficiency of the proposed algorithm in comparison with other techniques for solving SLRP.*

Keywords: *Single loop routing problem, Ant colony optimizaion algorithm, Meta-heuristic algorithms*

---

*ـ دانشیار **ـ دانشجوی دکترا

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

۱- مقدمه

در سیستم حمل و نقل خودکار استفاده از باربران خودکار[۱] (AGV) از جمله سیستمهای جابه‌جایی محسوب می‌شود که استفاده از آن در سالهای اخیر روز به روز افزایش می‌یابد. دلیل این امر نیز انعطاف پذیری بالای این تجهیزات در سیستم جابه‌حایی مواد است. باربران خودکار خوروهایی بدون سرنشین‌اند که توسط رایانه کنترل شده و برای انتقال مواد از نقطه‌ای به نقطه دیگر در چیدمان کارخانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از مهمترین عوامل در طراحی مسیر حرکت AGV آن است که کل فاصلهٔ طی شده توسط این وسایل کمینه شود. سیستمهای مختلفی برای مسیریابی AGV وجود دارد که می‌توان به سیستمهای سنتی، کوتاهترین مسیر دوطرفه و سیستم تک حلقه اشاره کرد[۲]. در این مقاله مسیریابی سیستم تک حلقه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در سیستم تک حلقه، هدف طراحی یک حلقهٔ بسته و غیر متقاطع در کارخانه به نحوی است که همهٔ دپارتمانهای کارخانه حداقل به یکی از اضلاع این حلقه دسترسی داشته باشند. نام این مسئله را طراحی سیستم مسیریابی تک حلقه می‌نامیم و از این پس آن را با علامت اختصاری SLRP نشان خواهیم داد.

مسئلهٔ مسیریابی باربران خودکار در سیستم تک حلقه نخستین بار در سال ۱۹۹۰ توسط سینریچ[۸] معرفی شد. هدف وی معرفی سیستمی بود که علاوه بر داشتن کارایی سیستمهای مسیریابی که در آن زمان وجود داشت از نظر محاسباتی برای یافتن جواب به محاسبات کمتری نیاز داشته باشد. در سال ۱۹۹۲ تانچوکو و سینریچ[۹] به تعیین کوتاهترین حلقه و همچنین تعیین مکان ایستگاههای بارگیری و تخلیه در یک چیدمان پرداختند. در این مدل ابعاد مسئله قابل حل مشخص نشده است. این دو محقق یک سال بعد در سال ۱۹۹۳ [۱۰] مدل خود را بهبود داده و از روش شاخه و کران برای پیدا کردن جواب بهینه استفاده کردند. در سال ۱۹۹۶ لاپورته و سایرین، مسئلهٔ SLRP را به صورت یک مسئلهٔ فروشندهٔ دوره گرد تعمیم یافته مدل کردند[۷]. پیچیدگی محاسباتی مسئلهٔ مسیریابی توسط دازمن و دیگران[۳] بررسی شد. آنها نشان دادند که این مسئله به ردهٔ مسائل NP-hard تعلق دارد. در سال ۲۰۰۰ آصف وزیری و دیگران[۱] با استفاده از برنامه‌ریزی خطی این مسئله را مدل کرده و با استفاده از خواص هندسی مسئله به کاهش تعداد محدودیتهای مدل پرداختند و موفق شدند که مسئله را برای نمودهای با ابعاد متوسط در زمان مناسبی حل کنند.

در این مقاله، الگوریتمی ابتکاری برای حل مسئلهٔ SLRP با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی بر مبنای رفتار مورچگان[۳] (ACO) که آن را الگوریتم مورچه‌ای می‌نامیم، ارائه خواهد شد. برای این منظور ابتدا مسئلهٔ SLRP را با استفاده از خواص آن به یک مسئلهٔ معادل در نظریهٔ گراف تبدیل کرده و سپس با استفاده از خواص این گراف، الگوریتم حل مسئله را طراحی خواهیم کرد.

۲- معرفی الگوریتم مورچه‌ای (ACO)

الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی بر مبنای رفتار مورچگان (ACO) در اوایل دههٔ نود میلادی توسط دوریگو، مانیزو و کلرنی [٤ و ٦] معرفی شد. این الگوریتم از رفتار اجتماعی مورچه‌ها الهام گرفته شده است. مورچه‌ها با آنکه فاقد قدرت بینایی‌اند می‌توانند کوتاهترین مسیر از منبع تغذیه تا لانهٔ خویش را با استفاده از مواد شیمیایی که در هنگام حرکت از خود بر جای می‌گذارند، و به فرومون[۴] موسومند پیدا کنند[۶]. مورچه‌ها در هنگام حرکت با به جای گذاشتن فرومون، فرومونهای باقیمانده از بقیهٔ مورچه‌ها را (به صورت تصادفی) دنبال می‌نمایند. از نظر مورچه‌ها مسیری مطلوبتر است که مقدار فرومون بیشتری داشته باشد. طریقهٔ یافتن کوتاهترین مسیر با استفاده از فرومون در شکل (۱) نشان داده شده است.

حالت A را در شکل (۱) در نظر بگیرید. مورچه‌ها به یک دوراهی رسیده‌اند و مجبورند تصمیم بگیرند که به سمت بالا یا مستقیم حرکت کنند. در این لحظه هیچ پیش زمینه‌ای در مورد بهترین انتخاب وجود ندارد بنابراین مورچه‌ها مسیر حرکت خود را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنند. می‌توان انتظار

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

داشت تا به طور متوسط نیمی از مورچه‌ها مسیر بالا و نیمی دیگر مسیر مستقیم را برای ادامهٔ حرکت خود انتخاب نمایند که در حالت B نشان داده شده است. از آنجا که مسیر مستقیم پایینی کوتاهتر از مسیر بالایی بوده با فرض مساوی بودن سرعت حرکت مورچه‌ها تعداد بیشتری مورچه می‌توانند این مسیر را در واحد زمان طی کنند که این امر موجب انباشته شدن سریعتر فرومون در این مسیر می‌شود. به تدریج اختلاف فرومون دو مسیر زیاد می‌شود و پس از مدتی اختلاف فرومون در دو مسیر به اندازهٔ کافی بزرگ می‌شود تا بر تصمیم مورچه‌های جدید در انتخاب مسیر تأثیرگذار باشد. این مطلب در قسمت C شکل (۱) نشان داده شده است. از حالا به بعد مورچه‌ها به دلیل یافتن فرومون بیشتری در مسیر پایینی به طور احتمالی ترجیح می‌دهند تا این مسیر را انتخاب کنند. این فرایند با یک بازخور مثبت ادامه می‌یابد، یعنی اینکه افزایش انتخاب مسیر موجب افزایش فرومون در این مسیر و افزایش فرومون موجب افزایش انتخاب این مسیر می‌شود و هر مورچه برای مدتی مسیر ثابتی را انتخاب کرده به نحوی پس از مدتی تمام مورچه‌ها مسیر کوتاهتر را برای ادامه حرکت خود انتخاب می‌کنند.

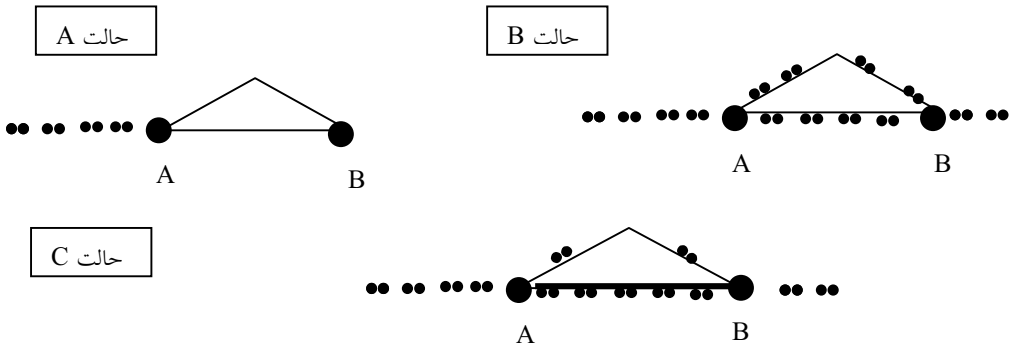
اولین الگوریتم بهینه‌سازی ACO براساس همین رفتار مورچه‌ها ابداع شد. الگوریتم ACO نخستین بار در حل مسئله فروشندهٔ دوره گرد استفاده شد و پس از آن در حل دیگر مسائل بهینه سازی ترکیبی به‌کار رفت که می‌توان به مسائل تخصیص مربع، مسیریابی خودروها، رنگ آمیزی‌گرافها و ... اشاره کرد. صورت کاملی از این مسائل به همراه مراجع مربوطه در [۵ و ۱۱] ذکر شده است. در روش ACO معمولا مسئله به یک مدل در نظریه گراف تبدیل شده و جواب مسئله نیز به‌صورت مسیری برروی آن تعریف خواهد شد [۴]. در این روش از تعدادی مورچهٔ مصنوعی برای حل مسئله استفاده می‌شود. این مورچه‌ها به جست‌وجو در گراف مسئله می‌پردازند و با مبادلهٔ اطلاعات، از طریق به جای گذاشتن فرومون در طول یالهای گراف در ساختن جواب به همکاری با یکدیگر می‌پردازند. هر چه که فرومون یک یال بیشتر باشد آن یال از مطلوبیت بالاتری برای انتخاب برخوردار است. در نهایت جوابی تولید می‌شود که از مطلوبترین یالها استفاده شده و احتمالا نزدیک به جواب بهینه مسئله خواهد بود. در اکثر مسائلی که توسط الگوریتم مورچه‌ای حل شده‌اند نتایج حاصل بیانگر برتری این روش بر سایر روشهای فراابتکاری مخصوصاً در مسایل مسیریابی است.

۳- تعاریف

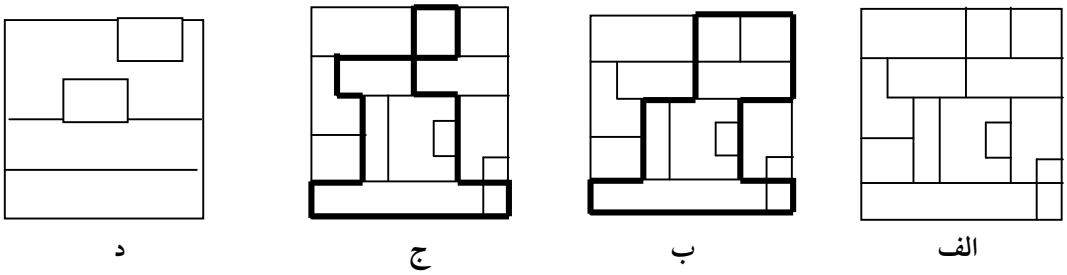
در این بخش به معرفی مسئلهٔ مسیریابی باربران خودکار در سیستم تک‌حلقه و مفاهیم مربوط به آن می‌پردازیم. یک چیدمان کارخانه را که از n دپارتمان با خطوط مستقیم تشکیل شده است، در نظر بگیرید شکل(۲- الف) [۱]. چیدمان کارخانه یکپارچه است و فرض می‌شود که هیچ دپارتمانی را نتوان یافت که محیط آن به‌طور کامل و بدون داشتن یال مشترک در درون دپارتمان دیگر قرار بگیرد. دپارتمان ها لزوماً مستطیل نبوده اما فرض می‌شود که تمامی زوایای متعلق به دپارتمانها 90°، 180° و 270° است. مسئلهٔ مسیریابی باربران خودکار در سیستم تک حلقه یا SLRP عبارت است از یافتن یک حلقهٔ بسته با حداقل طول در امتداد اضلاع دپارتمانها به نحوی که اولاً این حلقه غیر متقاطع بوده و ثانیاً هر یک از دپارتمانها یک ضلع مشترک با آن داشته باشد، شکل(۲- ب و ج). یک جواب موجه یا یک حلقهٔ موجه برای مسئله حلقه‌ای است که دارای شرایط اول و دوم باشد اما لزوماً با حداقل طول نباشد. البته هر مسئله SLRP لزوما دارای جواب موجه نیست و در حالات خاصی نظیر شکل (۲- د) مسئله دارای جواب موجه نیست. در این مقاله فرض می‌شود که روشهای ارائه شده در مسائلی به کار رود که حداقل یک جواب موجه دارند.

به ازای هر چیدمانی یک گراف نظیر G= (N,A) وجود دارد که آن را گراف چیدمان [۵] می‌نامیم. در این گراف، منظور از مجموعه N مجموعه گره‌ها و مجموعهA مجموعه یالهای این گراف است و به‌ازای هر دپارتمان موجود در چیدمان یک گره در نظر می‌گیریم. علاوه برآن محوطهٔ بیرونی کل چیدمان را نیز

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]



شکل ۱- طریقهٔ یافتن کوتاهترین مسیر بین دو نقطه توسط مورچه‌ها



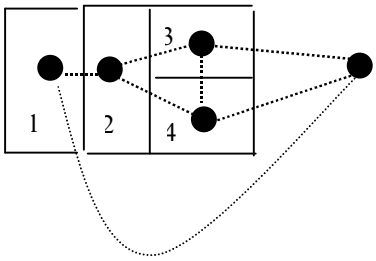
شکل ۲ – الف- نمایی از چیدمان یک کارخانه، ب- مثالی از یک حلقهٔ موجه در طراحی مسیر حرکت، ج- یک مثال از یک حلقهٔ غیرموجه، د- مثالی از یک مسئله فاقد جواب موجه

بـه عـنوان یک دپارتمان در نظر گرفته و گرهٔ متناظر با آن را در گـراف چـیدمان گرهٔ صفر می‌نامیم. در گراف چیدمان دو گره با یـک یـال به یکدیگر متصل‌اند ویا به عبارت دیگر مجاورند اگر وتـنها اگـر دپارتمانهـای نظیـر این دو گره دارای ضلع یا اضلاع مشترکی باشند. در نتیجه گرهٔ صفر و گره‌های نظیر دپارتمانهایی کـه در مـرز چیدمان قرار دارند نیزبا هم مجاور می‌شوند. گراف چـیدمان بـا فرضـیات ذکـر شـده یـک گـراف مسطح است. از خـواص یـک گـراف مسـطح[۶] بـا حداقل سه راس آن است که تعـداد یالهـای ایـن گـراف حد اکثر برابر با $3|N|-6$ است که $|N|$ تعـداد رئـوس ایـن گـراف است [۲]. در شکل (۳) گراف چـیدمان وابسـته بـه یـک چـیدمان متشکل از چهار دپارتمان با خطوط خط چین نشان داده شده است:

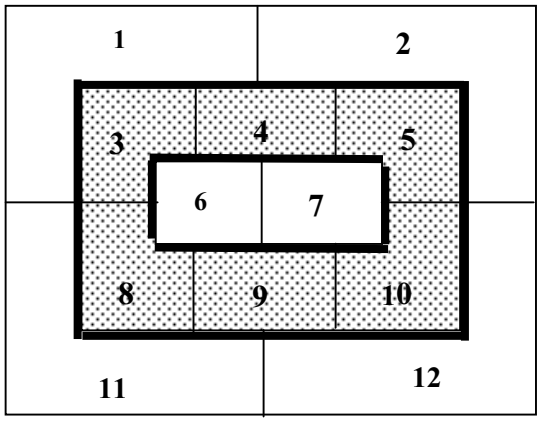
منظور از زیرگراف القایی[۷] نظیر مجموعه‌ای از دپارتمانها، یک زیرگراف از گراف چیدمان است که اولاً گره‌های آن وابسته به دپارتمانهای موجود در آن مجموعه باشند و ثانیاً یالهای آن مجموعه یالهایی باشد که در گراف چیدمان ما بین این گره‌ها موجود است. یک مجموعه از دپارتمانها را یکپارچه گوییم اگر زیرگراف القایی نظیر آن همبند باشد. برای مثال در شکل۳ زیرگراف القایی حاصل از دپارتمانهای ۲و۳و۴ تشکیل یک مثلث را داده و چون همبند است این دپارتمانها یکپارچه‌اند ولی زیرگراف القایی نظیر دپارتمانهای ۱و۳و۴ همبند نیست و در نتیجه این دپارتمانها یکپارچه نیستند.

اجـتماع مـرزی چـند دپارتمـان یکـپارچه عـبارت اسـت از اجـتماع یالهـای ایـن دپارتمانها با این شرط که یالهایی را که در مـرز مشـترک ایـن دپارتمانهـا واقـع شـده‌اند را حذف کنیم. در شـکل (٤) اجـتماع مـرزی دپارتمانهای۳ و ۴و۵ و ۸و ۹و۱۰ که بـه‌صـورت خطـو ط هاشـور نمایش داده شده است تشکیل دو حلقـه جدا از هم را می‌دهد. به عبارت دیگر اجتماع مرزی چند دپارتمـان مجمـوعه یالهایی است که بروی مرز حاصل از ادغام این دپارتمانها در یکدیگر به‌وجود می‌آید.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]



شکل ۳- گراف چیدمان



شکل ۴- اجتماع مرزی دپارتمانها

۴- یافتن جواب موجه مسئلهSLRP از روی گراف چیدمان

همان‌گونه که قبلاً دیدیم هر جواب موجه از یک مسئلهٔ SLRP را می‌توان به‌صورت یک حلقهٔ بسته در چیدمان نشان داد که آن را حلقهٔ موجه می‌نامیم.این حلقه در حقیقت از اجتماع مرزی دپارتمانهایی تشکیل می‌شود که در درون حلقه‌اند. زیرگراف القایی متناظر با دپارتمانهایی را که در درون این حلقه قرار می‌گیرند را نیز زیرگراف موجه نامیده و گره‌های موجود در آن را با برچسب مشخص می‌سازیم. در این‌صورت پس از یافتن حلقهٔ موجه هر گرهٔ موجود در گراف چیدمان با دارای برچسب خواهد بود و یا با یکی از گره‌های برچسب دار مجاور می‌شود. علاوه بر آن مشاهده می‌شود که در گراف چیدمان:

۱- زیر گراف القایی نظیر گره‌های برچسب دار همبند است.

۲- حداقل یکی از گره‌های مجاور یک گرهٔ برچسب دار است. زیرا در غیر این‌صورت گره برچسب داری نظیرv خواهیم داشت. که تمام گره‌های مجاورش نیز برچسب دار بوده و این بدین معنی است حلقهٔ ناشی از اجتماع مرزی دپارتمانv و دپارتمانهای مجاورش دارای ضلع مشترکی با دپارتمان نظیرv نخواهد داشت که این امر با فرض موجه بودن حلقه در تناقض است. برای مثال در شکل(٤) زیر گراف القایی ناشی از دپارتمانهای ۳، ٤، ٥، ٦، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ زیر گراف موجه نیست چرا که در آن تمامی گره‌های مجاور گره‌های برچسب دار ٦ یا ۷ خود برچسب دارند. و یا به عبارت دیگر حقله ناشی از اجتماع مرزی این دپارتمانها دارای ضلع مشترکی با دپارتمانهای ٦ یا ۷ نیست بنابراین نمی‌تواند موجه باشد.

۳- حداقل یکی از گره‌های مجاور یک گرهٔ غیر برچسب دار (غیر از گره صفر) برچسب دار خواهد بود چرا که در غیر این صورت اصولاً حلقه موجه نخواهد شد. به‌عبارت دیگر هر یک از دپارتمانهای خارج از حلقه می‌بایستی یال و یا یالهایی مشترک با حلقه بسته تشکیل شده داشته باشند. برای مثال در شکل(۴) اجتماع مرزی دپارتمانهای ۶ و۷ نمی‌تواند تشکیل یک

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

حلقـه موجه را بدهد زیرا که در زیر گراف القایی وابسته به این دپارتمانهـا گـره هـای وابسـته به دپارتمانهای ۱و۲و۱۱و۱۲ غیر برچسـب دار بـوده و گـره‌های مجاور آنها نیز غیر برچسب دار خواهد شد.

٤- اگـر از گراف چیدمان کلیه گره‌های با برچسب دار و یالهای متصل به آن را حذف کنیم زیرگراف حاصل باید همچنان همبند باقـی بمانـد چـرا کـه در غیـر ایـن صـورت اجـتماع مـرزی دپارتمانهـای وابسته به این گره‌ها تشکیل دو حلقه جدا از هم را مـی‌دهـند. بـرای مـثال در شـکل (۴) زیر گراف القایی ناشی از دپارتمانهـای ۳و۴و۵و ۸و۹ و۱۰ زیر گراف موجه نیست چرا که در آن زیر گراف حاصل از حذف گره‌های ۳و۴و۵ و ۸ و۹ و۱۰ از گراف چیدمان غیر همبند می‌شود.

در شرایط فوق در حقیقت وجود شرایط ۱و۳ بدین خاطر است که حلقه ناشی از اجتماع مرزی دپارتمانها یکپارچه بوده و با هر یک از دپارتمانهای موجود در چیدمان ضلع مشترک داشته باشد. واضح است که این مجموعه بایست یکپارچه باشد چرا که در غیر این صورت اصولاً حلقه‌ای تعریف نمی‌شود. اگر زیرگراف القایی ناشی از دپارتمانها دارای شرایط ۱و ۳ باشد اما یکی از شروط ۲و یا ۴ را نقض کند اصطلاحا گفته می شود که دپارتمانهای وابسته به این زیر گراف دارای حفره‌اند.

حلقه ناشی از اجتماع مرزی دپارتمانها در صورتی جواب مسئله است که دپارتمانهای وابسته به آن غیرحفره‌دار نیز باشد زیرا اگر مجموعهٔ دپارتمانها حفره‌دار باشد آن‌گاه مرز این مجموعه یا تشکیل دو حلقهٔ جدا از هم را می‌دهد نظیر هنگامی که در شکل (۴) اجتماع مرزی شامل دپارتمانهای ۳،٤،۵،۸،۹ و ۱۰ باشد و یا این‌که دپارتمانی از مجموعهٔ دپارتمانهای حفره‌دار وجود دارد که تمام دپارتمانهای مجاور با آن متعلق به جواب‌اند و لذا نمی‌تواند یال مشترکی با حلقه داشته باشد مثلا در شکل (۴) وقتی که مجموعهٔ ما شامل دپارتمانهای ۳،٤،۵،٦،۷،۸،۹ و ۱۰ باشد، در این حالت دپارتمان ٦ یا ۷ یال مشترکی با حلقهٔ ایجاد شده ندارد.

شـرایط فـوق در حقـیقت شـرایط لازم بـرای وجود زیر گراف مـوجه بودند. اکنون به قضیه زیر که شرط کافی برای وجود یک زیر گراف موجه را بیان می کند توجه کنید:

قضیه: فرض کنید که یک زیر گراف القایی نظیر $G_U = (V_U, E_U)$ از یک گراف چیدمان داده شده است. اگر گراف G_U در شرایط زیر صدق کند آن‌گاه G_U یک زیر گراف موجه است:

۱. G_U همبند باشد.

۲. حداقل یکی ازگره های مجاور به یک گره V_U عضوی از مجموعه $V - V_U$ باشد

۳. هر گره از مجموعه $V - V_U$ (غیر از گره صفر) دارای حداقل یک گره مجاوراز V_U باشد.

۴. گراف $G - G_U$ همبند باشد.

اثـبات: حلقـه ناشـی از اجـتماع مـرزی دپارتمانهـای متناظـر با گـره‌هـای V_U را در نظر بگیرید. شرط ۱ بیانگر آن ست که اولا دپارتمانهـا یکـپارچه‌انـد و تشکیل یک حلقه پیوسته را می‌دهند. شـرط ۳ تضـمین می‌کند که حلقه مذکور با هر دپارتمان حداقل دارای یـک ضـلع مشـترک اسـت و شرایط ۲و ۴ از وقوع حفره جلوگیری می‌کنند.

۵- الگوریتم یافتن "زیر گراف موجه"

بـا تـوجه بـه قضـیه بخـش قبل می‌توان نتیجه گرفت که مسئله تعیـین یـک حلقه موجه در SLRP (در صورتی‌که جواب موجه بـرای آن موجود باشد) با یافتن یک زیرگراف از گراف چیدمان مسـئله که واجد چهار شرط ذکر شده باشد معادل است. حال به ارائـهٔ الگوریتمی خواهیم پرداخت که قادر است یک زیر گراف مـوجه از گـراف چیدمان را بیابد بنحوی که با توجه به آن بتوان یک جواب موجه را برای مسئله SLRP به دست آورد:

۱- یـک گـره غیـر از گـرهٔ صـفر را به دلخواه از گراف چیدمان برگـزینید و آن را برچسـب دار کنـید. اگـر ایـن گـره بـه تمـام گـره‌هـای دیگـر گـراف (غیر از گره صفر) متصل باشد متوقف شوید. در این حالت حلقه موجه بر روی مرز این دپارتمان قرار دارد.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

۲- از میان گره‌های غیر برچسب‌دار (به‌جز گره صفر) متصل به گره‌های برچسب‌دار، گر ه‌ای را انتخاب کنید که در شرایط زیر برای زیر گراف القایی حاصل از گره‌های برچسب دار و این گره صدق کند:

الف: هر گره از این زیر گراف حداقل با یک گره برچسب نخورده مجاور باشد.

ب: اگر از گراف چیدمان این زیر گراف القایی را حذف کنیم همچنان همبند باقی بماند.

اگر چنین گره‌ای پیدا نشد مجددا از گام ۱ شروع کنید.

۳. گره را به مجموعه گره‌های برچسب‌دار اضافه کنید و زیر گراف القایی حاصل از گره‌های برچسب دار را با توجه به این گره تعمیم دهید. اگر هر گره غیر برچسب‌دار مجاور یکی از گره‌های این زیر گراف باشد متوقف شوید. در این‌صورت زیر گراف موجه به‌دست آمده است. در غیر این‌صورت به گام ۲ برگردید.

زیرگراف به‌دست آمده از این الگوریتم از آنجا که در گام۲ گرهٔ جدید را از میان گره‌های مجاور با یکی از گره‌های زیرگراف ساخته شده برمی‌گزیند، در نهایت همبند خواهد بود و به‌دلیل بندهای الف و ب گام ۲ شرایط ۲ و۴ موجود در یک جواب موجه مسئله را ارضا کرد و با توجه به این‌که شرط توقف الگوریتم ارضای شرط ۳ موجه بودن یک جواب است در نهایت منجر به یک زیرگراف موجه خواهد شد.

۶- حل مسئلهٔ SLRP به کمک الگوریتم ACO

در بخش(۴) جواب موجه برای یک مسئلهٔ SLRP را به‌صورت یک زیرگراف از گراف چیدمان بیان کردیم و در بخش (۵) الگوریتمی بر این پایه طراحی نمودیم. اینک می‌توان از ایده موجود در الگوریتمهای ACO در الگوریتم بخش ۵ به شرح زیر استفاده کرد:

در ابتدا m مورچه را به‌صورت تصادفی در m گرهٔ گراف چیدمان قرار می‌دهیم. سپس هر یک از مورچه‌های مصنوعی، طبق الگوریتم ارائه شده در بخش(۵)، شروع به ساختن یک جواب موجه برای مسئله می‌کنند. مورچه‌ها ساختن جواب خود را زمانی آغاز می‌کنند که مورچهٔ قبلی جواب خود را تکمیل کرده باشد. در این مسئله جواب نهایی با یک زیرگراف از گراف چیدمان مشخص می‌شود. از آنجا که چنین زیرگرافی در حقیقت یک زیر گراف القایی از گراف چیدمان است پس با مشخص شدن مجموعه گره‌هایش می‌توان آن را به صورت منحصر به فردی مشخص ساخت. در هر مرحله از ساختن یک جواب مسئله توسط هر یک از مورچه‌ها نظیر مورچه k توسط گام ۲ الگوریتم "یافتن زیر گراف موجه"، گرهٔ جدید i با احتمال S_i^k که از معادلهٔ زیر به‌دست می‌آید برای انتخاب استفاده می‌شود:

$$S_i^k = \begin{cases} \dfrac{\tau_i.[\eta_i]^\alpha}{\sum_{j\in J_k} \tau_j.[\eta_j]^\alpha} & \text{if } i \in J_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (۱)$$

در این معادله η_i تابعی است که به هر گره تخصیص داده می‌شود و مقدار آن برابر است با W_i / P_i که P_i بیانگر محیط دپارتمان نظیرگرهٔ i و W_i نیز درجهٔ این گره در گراف است. در حقیقت این نسبت بیانگر این نکته است که هر چقدر گره جدید با گره‌های بیشتری مجاور باشد بهتر بوده و هر چقدر محیط بیشتری داشته باشد به‌دلیل آن‌که می‌تواند بر طول حلقه حاصل بیفزاید از مطلوبیت کمتری برخوردار خواهد بود.

τ_i نیز مقدار فرومون گرهٔ i است. α پارامتری است مثبت که بیانگر اهمیت η_i در مقابل فرومون گره می‌باشد. J_k مجموعه گره‌هایی است که حداقل با یکی از گره‌های زیرگراف ساخته شده مورچهٔ k ام مجاور است و طبق بندهای الف و ب گام ۲ الگوریتم انتخاب آنها برای اضافه کردنشان به زیرگراف مجاز است. با توجه به این معادلهٔ می‌توان گفت گره‌هایی برای انتخاب مناسبترند که مقدار فرومون بیشتری داشته، با تعداد گرهٔ بیشتری مجاور باشند و در عین حال محیط کمتری نیز داشته باشد. همان‌گونه که دیدیم طبق گام ۲ اگر گره‌ای برای انتخاب وجود نداشت فرایند ساختن جواب توسط این مورچه مجدداً از نو آغاز می‌شود.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

زمانی که تمامی مورچه‌ها جواب خود را تکمیل کردند مطلوبیت آن توسط استفاده از قاعدهٔ به هنگام کردن نهایی[8] اندکی کاهش می‌یابد. این قاعده باعث می‌شود که مطلوبیت گره‌ها به‌صورتی پویا در حال تغییر باشد و از همگرا شدن جوابها در اطراف یک بهینه محلی جلوگیری شود. این قاعده از این اصل طبیعی ناشی می‌شود که همواره مقداری از فرومونی که مورچه‌ها بروی یک مسیر باقی می‌گذارند به‌دلیل تبخیر از بین می‌رود. برای به هنگام کردن فرومون گره‌های موجود در گراف چیدمان از معادلهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\tau_i \leftarrow (1-\rho).\tau_i + \rho.\Delta\tau_i \qquad (۲)$$

در این معادله $\Delta\tau_i = \begin{cases} (L_{gb})^{-1} & \text{if } i \in \text{global best Loop} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

است که منظور از L_{gb} طول بهترین حلقه به‌دست آمده تا تکرار کنونی الگوریتم است و ρ نیز به نام پارامتر تبخیر است. هدف از معادلهٔ فوق آن است که اگر گره‌هایی متعلق به بهترین حلقه موجه تا تکرار کنونی نباشد مقدار فرومونش کمترخواهد شد و اگر گره‌هایی متعلق به بهترین حلقه موجه بود اگر چه به دلیل تبخیر مقدار از فرومون آن کم می‌شود اما این مقدار به اندازه سایر گره‌ها نخواهد بود.

از ترکیب الگوریتم یافتن "زیر گراف موجه" با قواعد ذکر شده در بالا الگوریتم مورچه‌ای برای حل مسئله SLRP به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

گام ۰: شمارندهٔ تکرار الگوریتم یعنی I و شمارنده تعداد مورچه‌ها یعنی k را برابر ۱ قرار دهید. حداکثر مقدار هریک از آنها را نیز به ترتیب I_{max} و m فرض کنید.

گام ۱: یک گره غیر از گرهٔ صفر را به‌صورت تصادفی از گراف چیدمان برگزینید و آن را برچسب دار کنیدو مورچه k ام را بروی آن قرار دهید. اگر این گره به تمام گره‌های دیگر گراف (غیر از گره صفر) متصل باشد حلقه موجه بروی مرز این دپارتمان قرار دارد و به گام ۴ بروید..

گام ۲: از میان گره‌های غیر برچسب دارنظیر i، گره‌ای را برای حرکت بعدی مورچه k ام انتخاب کنید که در شرایط زیر برای زیر گراف القایی حاصل از گره‌های برچسب دار و این گره صدق کند:

الف : هر گره از این زیر گراف حداقل با یک گره برچسب نخورده مجاور باشد.

ب: اگر از گراف چیدمان این زیر گراف القایی را حذف کنیم همچنان همبند باقی بماند

اگر چنین گره‌ای پیدا نشد مجددا از گام ۱ شروع کنید.

ج: دارای احتمال انتخاب S_i^k با توجه به معادلهٔ ۱ باشد.

گام ۳: گره را به مجموعه گره‌های برچسب دار اضافه کنید و مورچه k ام را بر روی آن قرار دهید و زیر گراف القایی حاصل از گره‌های برچسب دار را با توجه به این گره تعمیم دهید. اگر هر گره غیر برچسب دار مجاور یکی از گره‌های این زیر گراف باشد زیر گراف موجه به‌دست آمده است و در نتیجه حلقه موجه توسط مورچه k ام تکمیل شده است در این‌حالت به گام بعدی بروید. در غیر این‌صورت به گام ۲ برگردید.

گام ۴ :k= k+1 و اگر $k \le m$ شد به گام۱ برگردید. در غیر این‌صورت به گام ۵ بروید.

گام ۵: طول حلقه موجه حاصل در این تکرار را با بهترین حلقه به‌دست آمد تا این تکرار مقایسه کرده و مقدار بهتر را در L_{gb} قرار دهید. فرومون هر گره را با توجه به معادله ۲ بهنگام کرده و شمارنده تعداد تکرارها یعنی i را یک واحد افزایش دهید در صورتی که این مقدار کمتریا مساوی I_{max} بود k =1 قرار داده به گام۱ برگردید. در غیر این‌صورت متوقف شوید بهترین جواب را در بین حلقه‌های موجه تعیین کنید.

الگوریتم فوق را می‌توان در قالب زیر خلاصه کرد:

Initialize
For t=1 to number of cycles do
For k=1 to ant-no. do
Repeat until ant k make feasible solution
Select item i from J_k *with probability* P_i^k *given by Eq.(1)*
if item i is not feasible then $J_k \leftarrow J_k - \{i\}$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

End.
Calculate the objective function of the generated solution
End.
Find the best solution.
Make local – optimum.
Update the pheromone for each node by Eq. (2)
End.

۷- نتایج محاسباتی

برای بررسی کارایی الگوریتم نرم افزاری به زبان برنامه‌نویسی دلفی تهیه شد و بر روی ۳۲ مسئله نمونه آزمایش شد. مسائل نمونه برای انجام این آزمایش مسائلی بودند که در مرجع [۱] نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند به این دلیل که بتوان کارایی الگوریتم را با الگوریتم دیگر حل SLRP سنجید. در جداول زیر نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بروی مسائل نمونه و با استفاده از رایانه شخصی Pentium 3 با پردازنده 800 MHZ و 128 مگابایت حافظه اصلی آورده شده است.

قبل از اجرای الگوریتم ضروری بود که مقادیر پارامترهای موجود در الگوریتم تخمین زده شود. برای این منظور برای هریک از پارامترهای موجود در الگوریتم دامنه تغییرات به‌صورت ρ=[0.05,2.5], m=[5,5],α = [1.0, 3.0 , I_{max}=10 در نظر گرفته شد و الگوریتم بر روی مسایل نمونه به ازای ترکیبهای مختلفی از مقادیر برای پارامترهای مذکور اجرا شد که در نتیجه بهترین نتایج با توجه به تجزیه و تحلیل حساسیت بروی پارامترهای فوق در هنگام اجرای الگوریتم به‌صورت زیر $\rho = 0.1$ m =10,, $\alpha = 2.0$, $I_{max} = 10$ به‌دست آمد و الگوریتم برای هر نمونه مسئله ۳۰ بار اجرا شده است. در ستونهای این جدول به ترتیب از سمت چپ شماره مسئله (.NO) نام مسئله در مرجع [۱] (Name) تعداد دپارتمان موجود در مسئله (.#Dept) زمان اجرای الگوریتم بروی هر مسئله نمونه برحسب ثانیه(Time) بهترین جواب به‌دست آمده در ۳۰ بار اجرا (Best Solution) بدترین جواب به‌دست آمده در ۳۰ بار اجرا (Worst Solution) متوسط جواب به‌دست آمده در ۳۰ بار اجرا (Average Solution) و تعداد اجراهایی که در آن جواب به‌دست آمده بهینه است (BI) درج شده است.

با توجه به این نتایج در می‌یابیم که در تمام ۳۲ مسئله نمونه، بهترین جواب حاصل از الگوریتم مورچه‌ای در واقع همان جواب بهینه مسئله است. نکته جالب آن است که به‌طور متوسط در ۲۱ اجرا از ۳۰ اجرای الگوریتم برای هر مسئله نمونه جواب بهینه به‌دست آمده است و این بدان معنی است که می‌توان انتظار داشت که جواب حاصل از یک‌بار اجرای الگوریتم به احتمال ۷۰٪ جواب بهینه را تولید می‌کند. از طرف دیگر در ۱۳ مسئله در تمامی ۳۰ بار اجرای الگوریتم جواب به‌دست آمده بهینه بوده است .با توجه به این نکته که در مورد مسائل با ۱۰ و ۲۰ دپارتمان در ۹۴٪ مواردر بیش از ۸۰٪ اجراها جواب بهینه حاصل شده است می‌توان نتیجه گرفت که در این نوع از مسائل می‌توان از تعداد اجراهای الگوریتم کاست. بیشترین میزان خطا در جواب حاصل از یک تکرار الگوریتم در مسئله ۳۱ که دارای ۱۸٪ خطا است اتفاق افتاده است. اما با توجه به این نکته که میانگین انحراف بدترین جواب مربوط به هر مسئله نسبت به جواب بهینه از ۴،۷٪ بیشتر نیست می‌توان نتیجه گرفت که حتی بدترین جوابهای حاصل از الگوریتم نیز نزدیک به جواب بهینه است. همچنین متوسط جواب حاصل از اجرای الگوریتم بروی تمام مسائل نمونه در بازه [۸٪، ۰٪] نسبت به جواب بهینه مسائل قرار دارد. متوسط زمان اجرای الگوریتم بر روی تمام مسائل نمونه برابر ۰،۶۷۲ ثانیه و به تفکیک هر گروه از مسائل برحسب دپارتمان در جدول ۲ داده شده است. بدترین زمان اجرای الگوریتم در کل ۹۶۰ اجرای متعلق به۳۲ مسئله در مسئله شماره ۳۱ با ۴۰ دپارتمان اتفاق افتاده است که ۱،۸۳ ثانیه بوده است که با توجه به ابعاد مسئله زمان بسیار سریعی محسوب می‌شود. برای مقایسهٔ کارایی الگوریتم با سایر روشهای موجود برای حل مسئله، الگوریتم مرجع [۱] که حل بهینه مسئله را با استفاده از روشهای بهینه‌سازی انجام می‌دهد انتخاب شد. در جدول (۲) مقایسه ایی مابین نتایج حاصل از این الگوریتم و الگوریتم موجود در مرجع [۱] داده شده است. لازم به ذکر است که زمان ارائه شده در این جدول برای الگوریتم مرجع [۱] مستقیما از روی نتایج گزارش شده در این مرجع ذکر

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

جدول ۱- نتایج محاسباتی حاصل از اجرای الگوریتم بر روی ۳۲ مسئله نمونه

BI	Average	Worst Solution	Best	Time (sec)	#Dept.	Name	NO.
30	180	180	180	0.073	10	A1	1
30	320	320	320	0.113	10	A2	2
30	150	150	150	0.047	10	T1	3
30	234	234	234	0.065	10	T2	4
30	340	240	240	0.056	10	F1	5
30	224	224	224	0.075	10	F2	6
30	224	224	224	0.062	10	F3	7
30	188	188	188	0.085	10	F4	8
20	425.5	452	422	0.325	20	A10T20	9
30	490	490	490	0.401	20	A20T10	10
30	373	373	373	0.267	20	F10F20	11
25	396.5	404	396	0.295	20	F30F40	12
3	416.8	426	402	0.326	20	A10F20	13
30	504	504	504	0.433	20	A20F40	14
30	430	430	430	0.274	20	T10F10	15
29	400.6	434	398	0.329	20	T20F30	16
26	600.7	658	592	0.850	30	A10T20F30	17
30	580	580	580	0.871	30	F40A20T10	18
12	592.8	612	580	0.727	30	F10A10T20	19
4	598.3	610	580	0.895	30	F20A20T10	20
27	530	554	526	0.717	30	F30A10T20	21
29	602	752	598	0.649	30	F40T10A20	22
26	588	598	584	0.875	30	F10F20F30	23
7	536	538	534	0.700	30	F20F30F41	24
24	675.4	750	664	1.451	40	A10F20T10T20	25
3	747	784	710	1.445	40	F10F20 F30F40	26
1	701	725	680	1.379	40	F20F31 F42F13	27
17	698	732	680	1.549	40	F30F41 F12F23	28
2	757	786	728	1.435	40	F40F11 F22F33	29
15	655.6	684	642	1.470	40	A10T10 F10F30	30
10	694.3	756	640	1.682	40	T20A10 F20F40	31
4	833.4	892	770	1.626	40	A10F10A20F20	32

جدول ۲- مقایسهٔ نتایج الگوریتم مورچه‌ای و الگوریتم مرجع [۱]

تعداد دپارتمانهای موجود در مسئله	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
متوسط زمان حل در الگوریتم مرجع [۱] (ثانیه)	۱	۳	۱۲	۳۳
متوسط زمان حل توسط الگوریتم مورچه‌ای (ثانیه)	۰،۰۷	۰،۳۳۱	۰،۷۸۵	۱،۵۰۴

جدول ۳- نتایج حاصل از اجرای الگوریتم مورچه‌ای بر روی مسائل بزرگ

تعداد دپارتمانهای موجود در مسئله	۸۰	۱۲۰	۱۶۰	۲۰۰
تعداد مسئله نمونه حل شده	۴	۳	۲	۱
متوسط زمان حل توسط الگوریتم مورچه‌ای (ثانیه)	۵۰	۳۱۴	۹۳۴	۱۴۲۰

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]

شـده اسـت و حاصـل از اجرای الگوریتم مذکور بر روی شبکه پیشـرفتهSUN SPARC STATION 20, 150 MHz, 64 MB است که همان‌گونه که مشخص است با افزایش تعداد دپارتمانها هـم بـر زمـان اجـرای الگوریتم مرجع [۱] افزوده می‌شود و هم بـرای مسائل با بیش از ۴۰ دپارتمان به‌دلیل افزایش ابعاد مسئله، الگوریـتم مذکـور قـادر نیسـت جـواب بهیـنه را تعیین کند. اما اشـکال زمـان حـل در الگوریـتم مورچه‌ای بسیار کمتر به چشم مـی‌خـورد و علیـرغم اجـرای الگوریتم بر روی رایانه شخصی، زمـان اجـرای آن سـریعتر از الگوریـتم مرجع است. همچنین با تـوجه بـه بررسیهای به‌عمل آمده الگوریتم مورچه‌ای قادر است بـرای مسـائل بـزرگ نیز در زمان قابل قبول حل تقریبی را ارائه کـند کـه این موضوع با اجرای الگوریتم بروی ۱۰ مسئله بزرگ بـا ابعـاد مخـتلف که به‌صورت تصادفی تولید شدند بررسی شد که نتایج آن در جدول (۳) آمده است.

لازم به ذکر است که برای مسائل عملی حداکثر دپارتمان مورد بررسی معمولا کمتر از ۱۰۰ دپارتمان است که با توجه به آن می‌توان گفت که الگوریتم مورچه‌ای قادر است جواب نزدیک به بهینه را برای چنین مسائلی در زمان کوتاهی تولید کند.

واژه‌نامه

1. automated guided vehicles
2. single loop routing problem
3. ant colony optimization
4. pheromone
5. layout graph
6. planar graph
7. induced subgraph
8. global updating rule

مراجع

1. Asef-Vaziri, A., Laporte, G., and Sriskandarajah, C., "The Block Layout Shortest Loop Design Problem," *IIE Transactions on Computers and Intractability.*, Vol. 32, pp. 727-734, 2000.
2. Askin, R. G., and Standridge, C. R., *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems,* pp. 232-235, Wiley, 1993.
3. De Duzman, M. C., Prabhu, N., and Tanchoco, J. M. A., "Complexity of the AGV Shortest Path and Single Loop Guide Path Layout Problem," *International Journal of Production Research* , Vol. 8, pp. 2083-2091,1997.
4. Dorigo, M., and Di Caro, G., "Ant Colony Optimization: A New Meta-Heuristic," *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation,* 1999.
5. Dorigo, M., and Gambardella, L. M., "Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* Vol. 1, pp. 53-66, 1997.
6. Dorigo, M., Maniezzo, V., and Colorni, A., "Positive Feedback as a Search Strategy," Technical Report 91-016, University of Milan, Italy,1991.
7. Laporte, G., Asef-Vaziri, A., and Sriskandarajah, C., "Some Applications of the Generalized Traveling Salesman Problem," *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 47, pp. 1461-1467, 1996.
8. Sinrich, D., "Design and Evaluation of Optimal Single Loop Guide Paths for Automated Guided Vehicle Systems," M.S.I.E Thesis, Purdue University, Indiana, 1990.
9. Sinriech, D., and Tanchoco, J.M.A., "Impact of Empty Vehicle Flow on Performance of Single-Loop AGV Systems," *International Journal of Production Research* , Vol. 30, pp. 2237-2252, 1992.
10. Sinriech, D., and Tanchoco, J.M.A., "Solution Methods for the Mathematical Models of Single-Loop AGV Systems," *International Journal of Production Research* , Vol. 31, pp.705-723, 1993.
11. Stützle, T., and Hoos, H. H., "Max-Min Ant System," *Future Generation Computer Systems*, Vol. 16, pp. 889-914, 2000.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-06]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1383.23.1.5.1]