

## بررسی فرایند نورد سرد ورق همراه با روانسازی هیدرودینامیک

محمود سلیمی\* و سعید اصغری\*\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۲/۴/۲ - دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۷/۱۸)

چکیده - در این مقاله یک مدل تحلیلی برای نورد سرد ورق توصیف شده است. این مدل بر اساس روش تحلیل قاچی و روانسازی هیدرودینامیک توسعه یافته است. مشخصات نورد به کمک معادلات تعادل، امکان ایجاد کرنش سختی و با فرض اینکه روانساز همانند یک سیال نیوتنی رفتار کند، استخراج شده است. تنش برشی اعمالی به ورق با محاسبه ضخامت لایه روانساز و به کارگیری رابطه‌ای برای ضریب لزجت-فشار - دما به دست آمده است. معادله دیفرانسیل حاکم با ترکیب این معادلات به دست آمده و حل شده است. از حل معادله نهایی، نیروی نورد، گشتاور و تنش برشی اعمالی به ورق به دست آمده است. برای اثبات صحت مدل پیشنهادی این مقادیر با مقادیر تجربی و تحلیلی سایر محققان مقایسه شده است. همچنین ملاحظه شد که با به کارگیری این مدل تحلیلی به میزان زیادی در محاسبات و زمان لازم صرفه جویی می‌شود.

واژگان کلیدی: نورد سرد ورق، روانسازی هیدرودینامیک، روش تحلیل قاچی، روانساز نیوتنی

## Investigations on Cold Rolling of Strip in Attendance of Hydrodynamic Lubrication

M. Salimi and S. Asghari

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

**Abstract:** In this paper an analytical model for cold rolling of strip has been described. This model is developed based on the slab method of analysis and the hydrodynamic lubrication. The characteristics of rolling are obtained from the equations of equilibrium and the plate was allowed to strain harden assuming that the lubricant behaves as a Newtonian fluid. The shear stress to the plate is obtained by calculating the thickness of the lubricant film by employing a viscosity-pressure-temperature relation. The governing equations are obtained by composing these relations and the final differential equations have been solved. From the solution of the final equation, the rolling force, torque and shear stress to the plate are calculated. To verify the validity of

\*\* - دانشجوی دکترا

\* - دانشیار

the proposed model, these values are compared with experimental and analytical results of other investigators. It was also noted that by employing the proposed analytical model, a large amount of computation time and costs are saved.

**Keywords:** Cold rolling of strip, Hydrodynamic lubrication, Slab method, Newtonian lubricant

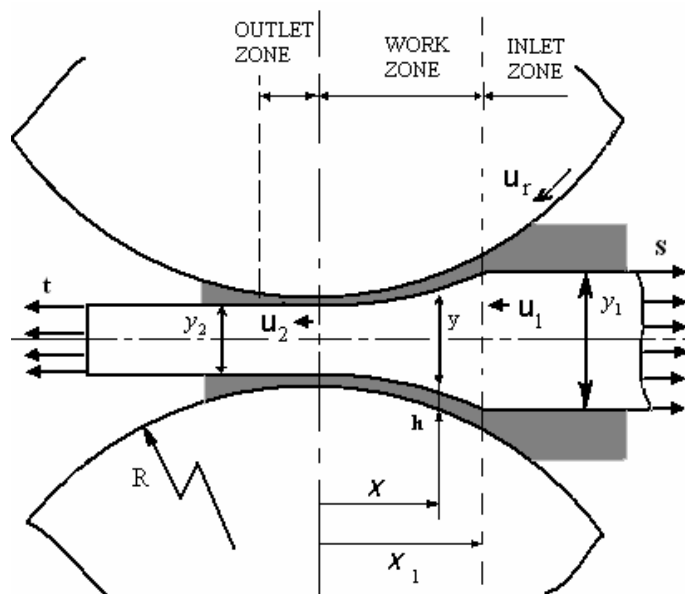
## فهرست علائم

$u_r$ سرعت محیطی غلتک	$A, n$ ضرایب مربوط به ماده ورق
$x_1$ طول سطح تماس ورق و غلتک	$c$ گرمای ویژه ورق
$y_1$ ضخامت ورق ورودی	$F$ نیروی نورد
$y$ ضخامت ورق	$G = \gamma\sigma_0$ ضریب فشار بدون بعد
$y_2$ ضخامت ورق خروجی	$p$ فشار
$\alpha$ ضریب دما	$R$ شعاع غلتک
$\gamma$ ضریب فشار	$R_H$ شعاع غلتک تغییر شکل یافته
$\mu$ ضریب لزجت	$r$ ضریب کاهش سطح مقطع
$\mu_0$ ضریب لزجت در فشار و دمای محیط	$s$ کشش از عقب
$\phi$ زاویه تماس	$T_s$ دمای ورق در هر نقطه از ناحیه تماس
$\sigma_x$ تنش افقی	$T_0$ دمای اولیه ورق، روانساز و غلتک
$\sigma_k$ تنش تسلیم در حالت کرنش صفحه‌ای	$\Delta T_s$ افزایش دمای ورق نسبت به دمای ورودی
$\sigma_0$ تنش تسلیم اولیه در حالت کرنش صفحه‌ای	$T_{mf}$ دمای متوسط لایه روانساز
$\sigma$ تنش تسلیم ورق در ناحیه پلاستیک	$\Delta T$ افزایش دمای روانساز
$\tau$ تنش برشی	$u$ سرعت ورق در هر نقطه از ناحیه پلاستیک
$\varepsilon$ کرنش	$\bar{u}_1$ سرعت متوسط روانساز ورودی به ناحیه پلاستیک
$\rho$ چگالی ورق	$\bar{u}$ سرعت متوسط روانساز در ناحیه پلاستیک
	$u_1, u_2$ به ترتیب سرعت ورق در ورود و خروج از ناحیه پلاستیک

### ۱- مقدمه

می‌کند، این فرایندها بسیار مورد توجه قرار دارد. دلیل آن افزایش کیفیت ورق خروجی در نورد سرد است. برای نیل به کیفیت مناسب ورق خروجی و همچنین کاهش نیرو و گشتاور در این فرایند، باید از روانساز مناسب استفاده کرد. قبل از ورود ورق به فضای بین دو غلتک، مقدار محاسبه شده‌ای روانساز بر روی آن پاشیده می‌شود. در اثر نیروی برشی اعمالی به روانساز، لایه نازکی از آن بین ورق و غلتکها تشکیل می‌شود، شکل (۱).

سالیانه میلیونها تن انواع ورقهای فولادی و آلومینیومی به عنوان ماده مصرفی صنایع مختلف تولید می‌شوند. قدمت و گستردگی صنعت نورد باعث شده تا از دیر باز تحقیقات وسیعی در مورد مسائل مختلف این صنعت صورت پذیرد. در این میان نورد سرد از اهمیت بسیار ویژه‌ای برخوردار است. به دلیل ارزش افزوده بالایی که نورد سرد بر روی ورق ایجاد



شکل ۱- شماتیک فرآیند نورد سرد

نامیده می‌شود. در این حالت معمولاً ضخامت لایه روانساز کمتر از سه برابر ارتفاع متوسط برجستگیهاست.

اگر چه در عمل مکانیزم هیدرودینامیک کمتر به وجود می‌آید اما از آنجا که بررسی دو مکانیزم دیگر نیاز به شناخت کافی از مکانیزم هیدرودینامیک دارد، مدل حاضر بر مبنای روانسازی هیدرودینامیک بنا شده است.

همان طور که از شکل (۱) مشاهده می‌شود ناحیه تماس ورق و غلتک را می‌توان به سه قسمت تقسیم کرد.

۱- ناحیه ورودی<sup>۴</sup>: به علت گوه‌ای شکل بودن سطوح تماس در این ناحیه، لایه روانساز شروع به تشکیل شدن کرده و فشار داخلی آن بالا می‌رود. ولی در ورق هیچ گونه تغییر شکل پلاستیک ایجاد نمی‌شود.

۲- ناحیه کاری<sup>۵</sup>: در ابتدای این ناحیه فشار لایه روانساز به حدی رسیده که تغییر شکل پلاستیک ورق آغاز شده است. همان طور که بعداً مشاهده خواهیم کرد فشار روانساز در طول این ناحیه ابتدا افزایش یافته و سپس تا حدی کاهش می‌یابد که دیگر تغییر شکل پلاستیک ورق امکانپذیر نیست. این نقطه انتهای ناحیه کاری است.

ضخامت این لایه بسیار حائز اهمیت است به گونه‌ای که بر اساس آن سه نوع مکانیزم روانسازی به وجود می‌آید. اگر لزجت و یا سرعت روانساز به اندازه کافی بزرگ باشد، لایه روانساز ایجاد شده بین ورق و غلتک باعث جدایی کامل آنها از یکدیگر خواهد شد که در این صورت به آن مکانیزم روانسازی هیدرودینامیک<sup>۱</sup> گفته می‌شود. در این حالت ضخامت لایه ده برابر بزرگتر از ترکیب ارتفاع برجستگیهای ورق و غلتک است. اگر لزجت و یا سرعت به اندازه کافی بزرگ نباشد، روانساز کمتری به داخل ناحیه نورد رانده شده و در نتیجه لایه روانساز نمی‌تواند سطوح را به طور کامل از یکدیگر جدا کند. در این صورت بعضی از برجستگیهای ورق و غلتک با یکدیگر تماس پیدا کرده و قسمتی از نیروی نورد را انتقال می‌دهد. این نوع مکانیزم روانسازی را، روانسازی مخلوط<sup>۲</sup> می‌نامند. در این حالت ضخامت لایه روانساز بین سه تا ده برابر ترکیب ارتفاع برجستگیهای ورق و غلتک است. هر قدر لزجت و یا سرعت سیال کمتر باشد ضخامت لایه کمتر و تداخل برجستگیها بیشتر می‌شود تا جایی که تمام نیروی نورد و تنش برشی بر روی برجستگیها اعمال شود. این حالت مکانیزم روانسازی مرزی<sup>۳</sup>

۳- ناحیه خروجی<sup>۶</sup>: در این ناحیه فشار لایه روانساز به اندازه‌ای کاهش می‌یابد که به فشار محیط برسد. در اینجا نیز همانند ناحیه ورودی، در ورق هیچ گونه تغییر شکل پلاستیک وجود ندارد.

اکثر مدل‌های ارائه شده تا به حال فقط ناحیه کاری را در نظر گرفته‌اند و از اثرات ناحیه ورودی و خروجی در نیروی مورد چشم پوشی کرده‌اند. مزیت در نظر گرفتن ناحیه ورودی این است که با حل معادله رینولدز در این ناحیه می‌توان به دقت ضخامت لایه روانساز ورودی به ناحیه پلاستیک ( $h_1$ ) را محاسبه کرد و از آنجا ضخامت لایه روانساز را در کل ناحیه پلاستیک به دست آورد. مدل‌هایی که این ناحیه را در نظر نگرفته‌اند، مقداری دلخواه برای ضخامت لایه روانساز ورودی فرض کرده‌اند، بدون توجه به این نکته که آیا واقعاً ضخامت لایه روانساز مورد استفاده در مدل می‌تواند در ناحیه ورودی ایجاد گردد یا نه؟ به همین دلیل نتایج این گونه مدل‌ها مورد شک و تردید قرار دارند.

نادای<sup>۷</sup> اولین محقق است که تأثیر روانساز را در اصطکاک بین ورق و غلتک در نظر گرفته است [۱]. در میان محققان مختلف اتکینز<sup>۸</sup> [۲]، ویلسون<sup>۹</sup> [۳] و لوگت<sup>۱۰</sup> [۴] به حل معادله رینولدز در ناحیه ورودی پرداخته‌اند. البته مرجع [۳] به علت صلب در نظر گرفتن غلتکها در بعضی از موارد نتایج نامعقولی به دست آورده است. مدل‌های ارائه شده در مراجع [۲ و ۴] زمان بسیاری را برای حل می‌طلبند و امکان کاربرد عملی آنها وجود ندارد. رابرتز<sup>۱۱</sup> [۵] و بدی<sup>۱۲</sup> [۶] هر کدام با فرض ثابت بودن ضریب لزجت روانساز و صلب بودن غلتک و رفتار الاستیک-کاملاً پلاستیک برای ورق، مدل‌هایی ارائه کرده‌اند. فرض‌های ساده کننده این محققان به طور نسبتاً زیادی از دقت مدل آنها کاسته است. همچنین چنگ<sup>۱۳</sup> [۷] یک مدل ریاضی با فرض وابسته بودن ضریب لزجت به فشار و دما، صلب بودن غلتکها و همچنین رفتار الاستیک-کاملاً پلاستیک برای ورق، ارائه داده است. ولی این مدل نیز به علت اختیار کردن یک مقدار دلخواه برای ضخامت لایه روانساز ورودی به

ناحیه پلاستیک، مدل کاملی نیست و خطای آن می‌تواند بسیار زیاد باشد. همچنین سا<sup>۱۴</sup> با استفاده از مدل ارائه شده توسط ویلسون، مدل جدیدتری ارائه کرد که به طور غیر مستقیم تأثیر ناحیه ورودی را نیز در نظر گرفته است اما از تغییر شکل غلتکها صرف‌نظر کرده است [۸]. این موضوع که صرف‌نظر کردن از تغییر شکل الاستیک نتایج نامعقولی ایجاد می‌کند توسط تاسائو و سار جنت [۹] مورد بررسی قرار گرفته است. آنها نشان داده‌اند که اولاً طول ناحیه تماس برای مواد سختی که تحت نورد قرار می‌گیرند تغییرات نسبتاً قابل توجهی نسبت به مواد نرم دارد و ثانیاً توزیع فشار از تغییر شکل الاستیک غلتکها متأثر است.

از جمله کارهای دیگر محققان در این رابطه می‌توان به کار سزری [۱۰] و ونگ و سزری [۱۱] اشاره کرد که با استفاده از معادلات توسعه یافته رینولدز توسط الشریف و همکاران او [۱۲] نورد ورق به همراه امولسیون روانساز در آب را مطالعه کردند ولی آنها نیز از اثر تغییر شکل غلتکها صرف‌نظر کرده بودند. در مقاله جدیدتری که این محققان [۱۳] منتشر کردند مدلی بر مبنای شرایط الاستیک - پلاستیک و روانسازی هیدرودینامیک ارائه کردند که اگر چه به نتایج معقولی دست یافتند اما به علت پیچیدگی معادلات حل آنها با مشکل مواجه شد.

در این مقاله سعی بر این است که ضمن در نظر گرفتن کلیه عوامل موثر در فرایند، مدلی ارائه شود که کاربرد آن در عمل ساده بوده و نتایج قابل قبولی را ارائه کند.

## ۲- مدلسازی مسئله

بر مبنای آنچه بیان شد مدل ریاضی ارائه شده دارای فرضیات و مشخصات زیر است:

### ۲-۱- فرضیات مدل حاضر

- ۱- مکانیزم روانسازی هیدرودینامیک فرض می‌شود.
- ۲- برای محاسبه ضخامت لایه روانساز ورودی به ناحیه

پلاستیک از فرمول ویلسون که فرمولی شناخته شده و معتبر است استفاده می‌شود. ویلسون این فرمول را از حل معادله رینولدز در ناحیه ورودی به دست آورده است [۳].

۳- با استفاده از معادله باروس، ضریب لزجت تابعی از فشار و دما در نظر گرفته می‌شود [۴].

۴- رفتار ماده ورق الاستیک- پلاستیک در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که کارسختی از رابطه لودویک<sup>۱۵</sup> پیروی کند.

۵- غلتکها الاستیک در نظر گرفته شده و برای محاسبه تغییر شکل آنها از معادله هیچکاک استفاده می‌شود.

۶- جریان روانساز بین ورق و غلتک از نوع برشی بوده و از اثر گرادیان فشار در جریان یافتن روانساز صرف نظر می‌شود. دلیل این فرض به طور مفصل در مرجع [۲] توضیح داده شده است.

۷- تنش برشی تنها ناشی از جریان برشی بوده و از اثر فشار صرف نظر می‌شود [۲].

۸- نسبت ضخامت ورق به قطر غلتک کار ناچیز است.

## ۲-۲- استخراج معادله دیفرانسیل تعادل

المانی از ورق در حال تغییر شکل و نیروهای وارد بر آن در شکل (۲) نشان داده شده است. در مورد سرد ورق پخش عرضی به علت ضخامت کم در مقابل عرض زیاد ناچیز بوده و بنابراین شرایط کرنش صفحه‌ای حاکم است. مبدا مختصات در وسط خط مرکزین دو غلتک (شکاف خروجی) قرار دارد. معادله تعادل مولفه های افقی به صورت زیر است.

$$(\sigma_x + d\sigma_x) \cdot (y + dy) - \sigma_x y - 2\tau \cos \phi \cdot Rd\phi + 2p \sin \phi Rd\phi = 0 \quad (1)$$

که  $p$  و  $\tau$  به ترتیب فشار و تنش برشی اعمالی از طرف غلتک به ورق،  $y$  ضخامت ورق،  $\phi$  زاویه تماس،  $R$  شعاع غلتک و  $\sigma_x$  تنش افقی اند. با صرف نظر کردن از پارامتر کوچک  $d\sigma_x \cdot dy$  و با توجه به روابط هندسی  $Rd\phi \cdot \cos \phi = dx$  و  $Rd\phi \cdot \sin \phi = \frac{dy}{2}$  به صورت زیر ساده می‌شود.

$$y d\sigma_x + \sigma_x dy - 2\tau dx + p dy = 0 \quad (2)$$

از طرف دیگر معادله تعادل نیروها در جهت قائم به صورت

زیر است.

$$-\sigma_z dx - (p \cos \phi + \tau \sin \phi) Rd\phi = 0 \quad (3)$$

که  $\sigma_z$  تنش عمودی است. با توجه به اینکه  $dx = R \cos \phi d\phi$  است، معادله ۳ به صورت زیر در می‌آید.

$$p + \tau \tan \phi = -\sigma_z \quad (4)$$

با تعریف ضریب اصطکاک به صورت  $\mu = \frac{\tau}{p}$  خواهیم داشت:

$$\sigma_z = p(1 + \mu \tan \phi) \quad (5)$$

در مورد سرد ضریب اصطکاک  $\mu$  و همچنین  $\tan \phi$  برای غلتکهای با قطر نسبتاً بزرگ، مقادیر کوچکی بوده و در نتیجه  $\mu \tan \phi \ll 1$  برقرار است. پس حاصل معادله تعادل نیروها در جهت قائم به صورت زیر است.

$$\sigma_z = -p \quad (6)$$

در این مسئله از اثر تنش برشی در تسلیم صرف نظر کرده و با توجه به قانون جریان پلاستیک و ثابت بودن حجم ماده در تغییر شکل پلاستیک و با استفاده از معیار فون میزز برای تسلیم ماده ورق می‌توان نوشت:

$$\sigma_x - \sigma_z = \sigma_k \quad (7)$$

که  $\sigma_k$  تنش تسلیم ماده ورق در حالت کرنش صفحه‌ای تعریف شده است. با جایگذاری معادله ۶ در معادله ۷:

$$\sigma_x + p = \sigma_k \quad (8)$$

و با استخراج  $\sigma_x$  از معادله ۸ و جایگذاری آن در معادله ۲، معادله دیفرانسیل تعادل به دست می‌آید.

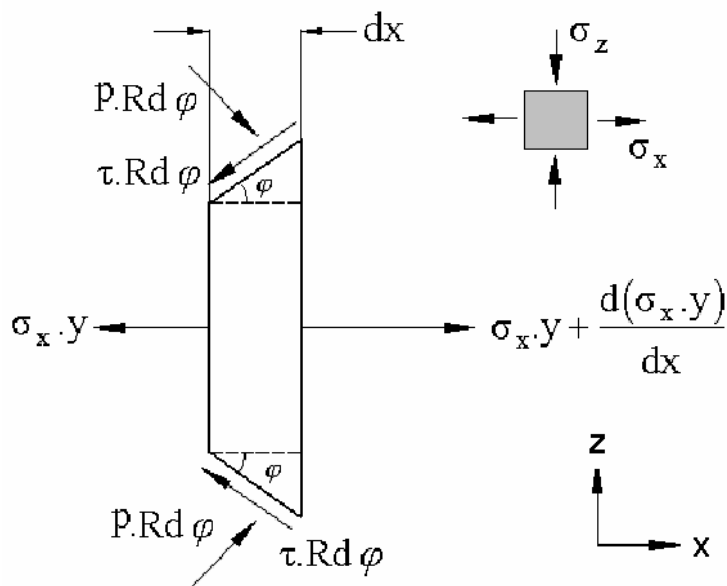
$$\sigma_k \cdot \frac{dy}{dx} + y \frac{d(\sigma_k - p)}{dx} - 2\tau = 0 \quad (9)$$

## ۲-۳- ارتباط ضریب لزجت با فشار و دما

در مدل حاضر از معادله باروس [۴] برای بیان ارتباط بین ضریب لزجت روانساز و فشار و دما استفاده شده است. این معادله معروف به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\mu = \mu_0 e^{(\gamma p - \alpha \Delta T)} \quad (10)$$

که  $\mu$  ضریب لزجت،  $\mu_0$  ضریب لزجت در فشار و دمای



شکل ۲- نیروبر واحد عرض المانی از ورق

صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r = \frac{y_1 - y_2}{y_1} = 1 - Y_2 \quad (13)$$

آن گاه معادله ۱۲ به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$Y = 1 - r + rX^2 \quad (14)$$

#### ۲-۶- کارسختی ورق ( $\sigma_k$ )

برای مدل کردن کار سختی از معادله لودویک استفاده شده

است. رابطه لودویک به صورت زیر بیان می‌شود [۸].

$$\sigma_k = \sigma_0(1 + A\varepsilon^n) \quad (15)$$

که  $\sigma_0$  تنش تسلیم اولیه درحالت کرنش صفحه‌ای،  $\varepsilon$  کرنش،  $n$  و  $A$  ضرایب مربوط به ماده ورق‌اند. کرنش از معادله زیر محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon = \ln \frac{y_1}{y} = \ln \frac{1}{Y} = -\ln Y \quad (16)$$

#### ۲-۷- سرعت ورق

سرعت ورق با کاهش ضخامت آن افزایش می‌یابد و با توجه به شرط تراکم ناپذیری داریم:

$$u_1 y_1 = u y \quad (17)$$

محیط،  $\Delta T$  افزایش دمای روانساز،  $\gamma$  ضریب فشار و  $\alpha$  ضریب دماست.

#### ۲-۴- ضخامت لایه روانساز ورودی به ناحیه پلاستیک

همان طور که قبلاً اشاره شد برای محاسبه این پارامتر از فرمول ویلسون به صورت زیر استفاده می‌شود [۳].

$$h_1 = \frac{3\mu_0 \gamma R (u_1 + u_r)}{x_1 (1 - e^{-\gamma(\sigma_k - s)})} \quad (11)$$

که  $u_1$  سرعت ورق ورودی به ناحیه نورد،  $u_r$  سرعت محیطی غلتک،  $x_1$  طول تماس غلتک و ورق و  $s$  کشش از عقب<sup>۱۶</sup> است.

#### ۲-۵- ضخامت ورق

اگر پروفیل سطح غلتک با یک سهمی تقریب زده شود، آن‌گاه ضخامت بدون بعد ورق ( $Y = \frac{y}{y_1}$ ) از طریق معادله زیر بر حسب فاصله بدون بعد ( $X = \frac{x}{x_1}$ ) بیان می‌شود.

$$Y = Y_2 + (1 - Y_2)X^2 \quad (12)$$

که  $y_1$  ضخامت ورق ورودی،  $x_1$  فاصله از مبدا تا ابتدای ناحیه کاری،  $Y_2$  ضخامت بدون بعد ورق خروجی و  $y_2$  ضخامت ورق خروجی است. ضریب کاهش سطح مقطع (ضخامت)  $r$  به

آوردن تنش برشی از قانون نیوتن به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\tau = \frac{\mu(u_r - u)}{h} \quad (22)$$

با استفاده از معادلات ۱۰، ۲۱، ۱۸، معادله ۲۲ به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\tau = \frac{u_1 \mu_0 e^{(\gamma p - \alpha \Delta T)} (U_r - \frac{1}{Y})(Y U_r + 1)}{h_1 Y (U_r + 1)} \quad (23)$$

#### ۲-۱۰- طول تماس ( $x_1$ )

طول تماس ورق و غلتک با استفاده از ضخامت ابتدایی و نهایی ورق و شعاع غلتکها به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$x_1 = \sqrt{R \Delta y - \frac{\Delta y^2}{4}} \quad (24)$$

که  $\Delta y$  برابر  $y_1 - y_2$  است.

#### ۲-۱۱- افزایش دما ( $\Delta T$ )

افزایش دمای لایه روانساز ناشی از دو عامل است: ۱- افزایش دما به خاطر برش روانساز ۲- افزایش دما به خاطر تغییر شکل پلاستیک ورق.

در نظر گرفتن عامل اول مستلزم حل معادلات سیالات و انتقال حرارت توأم با معادله تغییر شکل است که بر پیچیدگی فرایند حل افزوده و همچنین زمان حل را بسیار طولانی خواهد کرد و از طرف دیگر در نورد سرد معمولاً کل افزایش دمای روانساز حداکثر ۵۰ درجه سانتیگراد است. بنابراین با توجه به نتایج مراجع [۴] و [۱۶] از عامل اول صرف نظر می‌شود. در صورتی که برای خنک کردن غلتک از مایعات خنک کننده استفاده شود، دمای سطح غلتک تغییر زیادی نداشته و اگر چه اندکی از دمای سطح ورق بیشتر است ولی برای سادگی، این دما برابر با دمای ورق ورودی به ناحیه نورد ( $T_0$ ) در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که دمای روانساز در عرض ضخامت لایه ثابت بوده و برابر متوسط دمای ورق و غلتک باشد.

گرمای تولید شده در ورق ناشی از تغییر شکل ورق بوده و با

که  $u_1$  سرعت ورق در هنگام ورود به ناحیه کاری (پلاستیک) و  $u$  سرعت ورق در هر نقطه از این ناحیه است یا:

$$\frac{u}{u_1} = \frac{y_1}{y} \quad \text{یا} \quad U = \frac{1}{Y} \quad (18)$$

که  $U$  سرعت بدون بعد ورق است.

#### ۲-۸- ضخامت لایه روانساز در ناحیه پلاستیک ( $h$ )

طبق فرضیات مدل از جریان فشاری روانساز صرف نظر شده و در نتیجه هیچ‌گونه جریان برگشتی روانساز از داخل ناحیه پلاستیک به طرف ابتدای آن (انتهای ناحیه ورودی) وجود نخواهد داشت [۱۴]. بنابراین دبی روانساز در ناحیه پلاستیک ثابت بوده و در نتیجه

$$\bar{u}_1 h_1 = \bar{u} h \quad (19)$$

که  $\bar{u}_1, \bar{u}$  به ترتیب سرعت متوسط روانساز در هنگام ورود به ناحیه پلاستیک و در هر نقطه از این ناحیه است. به دلیل نازک بودن لایه روانساز، جریان آن را می‌توان یکنواخت فرض کرد. با توجه به این فرض متوسط سرعت روانساز در یک نقطه برابر میانگین سرعت سطحی غلتک و سرعت ورق در آن نقطه است یا:

$$\begin{cases} \bar{u} = \frac{u_r + u}{2} \\ \bar{u}_1 = \frac{u_r + u_1}{2} \end{cases} \quad (20)$$

که  $u_r$  سرعت محیطی غلتک است. با استفاده از معادلات ۱۹ و ۲۰ تابع ضخامت بدون بعد  $H = \left(\frac{h}{h_1}\right)$  بر حسب سرعت بدون بعد  $U$  و سرعت بدون بعد غلتک ( $U_r = \frac{u_r}{u_1}$ ) به دست می‌آید.

$$H = \frac{U_r + 1}{U_r + U} \quad (21)$$

#### ۲-۹- تنش برشی

پس از معرفی پارامترهای ضخامت لایه، ضریب لزجت، سرعت ورق و غیره، به محاسبه تنش برشی می‌پردازیم. برای به دست

کار انجام شده بر روی آن برابرست [۱۴] و بنابراین:

$$\rho c \Delta T_s = \bar{\sigma} \varepsilon = -\frac{\sigma + \sigma_0}{2} \ln Y \quad (25)$$

که  $\rho$  چگالی،  $c$  گرمای ویژه ورق،  $\sigma$  تنش تسلیم ورق در هر نقطه و  $\Delta T_s$  افزایش دمای ورق در یک نقطه نسبت به دمای ورق ورودی است. از طرف دیگر طبق فرضیات، دمای روانساز برابر متوسط دمای ورق و غلتک در نظر گرفته می‌شود پس:

$$\Delta T = T_{mf} - T_0 = \frac{T_s + T_0}{2} - T_0 = \frac{\Delta T_s}{2} \quad (26)$$

که  $T_{mf}$  دمای متوسط لایه روانساز و  $T_s$  دمای ورق در هر نقطه از ناحیه تماس است.  $T_0$  نیز دمای اولیه ورق، روانساز و غلتک است. از دو معادله فوق افزایش دمای روانساز در هر نقطه نسبت به دمای اولیه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta T = -\frac{\sigma_0 (2 + A(-\ln Y)^n)}{4pc} \ln Y \quad (27)$$

## ۲-۱۲- معادله دیفرانسیل نهایی

با جایگذاری معادله تنش برشی در معادله ۹ و انجام برخی عملیتهای بدون بعدسازی، معادله دیفرانسیل نهایی بر حسب فشار بدون بعد ( $\frac{p}{\sigma_0}$ ) به دست می‌آید.

$$\frac{d\left(\frac{1+A(-\ln Y)^n - \frac{p}{\sigma_0}}{Y}\right)}{dX} - \frac{2x_1 u_1 \mu_0 e^{\left(\sigma_0 \gamma \frac{p}{\sigma_0} - \alpha \Delta T\right)} \left(U_T - \frac{1}{Y}\right) (Y U_T + 1)}{y_1 \sigma_0 h_1 Y (U_T + 1)} + (1 + A(-\ln Y)^n) \frac{dY}{dX} = 0 \quad (28)$$

## ۲-۱۳- تغییر شکل الاستیک غلتک

برای محاسبه تغییر شکل الاستیک غلتک کاری (متوسط شعاع غلتک بارگذاری) از فرمول هیچکاک استفاده می‌شود [۱۵]. معادله ساده شده با توجه به ماده تشکیل دهنده جنس غلتکهای فولادی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$R_H = R \left(1 + \frac{2.207 \times 10^{-11} F}{ry_1}\right) \quad (29)$$

که  $R$  شعاع اولیه غلتک کار،  $R_H$  شعاع غلتک تغییر شکل یافته و  $F$  نیروی نورد است.

## ۲-۱۴- مقاومت برشی روانساز

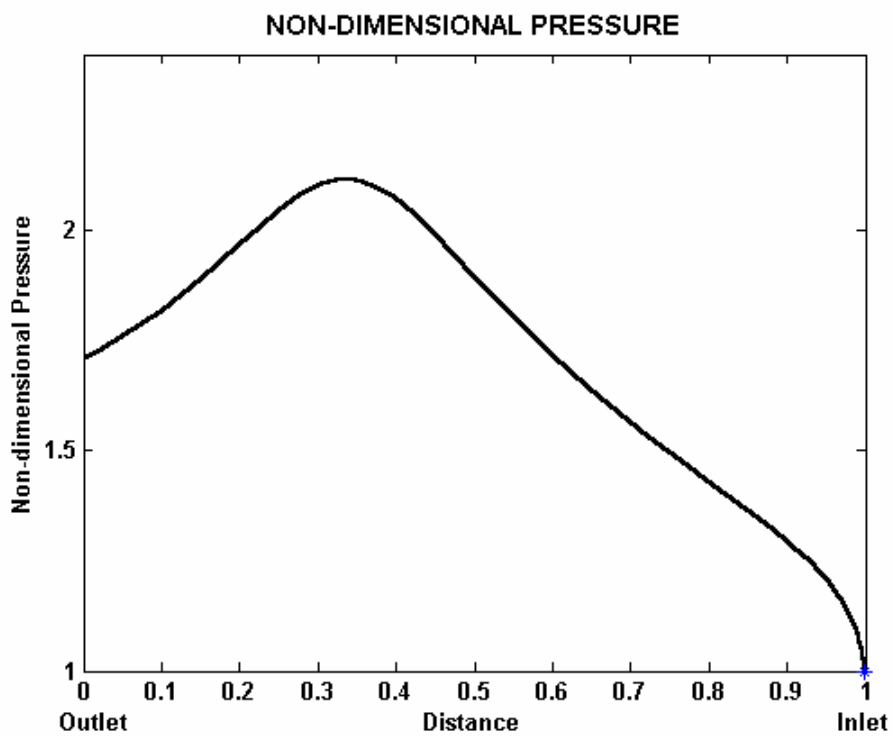
مقاومت برشی روانساز در نورد سرد دارای اهمیت ویژه‌ای است. دسته‌ای از روانسازهای نورد تنش اصطکاکی بیشتری نسبت به دسته‌های دیگر ایجاد می‌کنند. برای مثال تنش اصطکاکی ناشی از روانساز پلی فنیل اتر<sup>۱۷</sup> خیلی بیشتر از روانساز معدنی<sup>۱۸</sup> است. عموماً نظریه‌های روانسازی هیدرودینامیک ارائه شده، اصطکاک زیادی را برای روانسازهایی که دارای ضریب فشار بدون بعد ( $G = \gamma \sigma_0$ ) بالایی‌اند، پیش‌بینی کرده‌اند. برای مثال نظریه ویلسون برای کاهش سطح مقطع ( $r$ ) بزرگتر از ۰/۰۹ در حالتی که ضریب فشار بدون بعد ( $G$ ) برابر ۷ باشد، مقدار بینهایت برای نیروی نورد و گشتاور پیش‌بینی می‌کند [۸]. بنابراین برای پیشگیری از مواجه شدن با چنین مشکلاتی، رفتار روانساز به صورت ویسکوپلاستیک<sup>۱۹</sup> در نظر گرفته شده است. طبق اندازه‌گیریهای بر و وینر<sup>۲۰</sup> مقاومت برشی روانساز پلی فنیل اتر، 24MPa برآورد شده است [۱۷]. عموماً مقاومت برشی روانسازها تابعی از دما و فشار است اما اثرات فشار و دما برای روانساز پلی فنیل اتر در فشارهای کم قابل اغماض است [۸]. بنابراین تابع تنش برشی هنگام استفاده از پلی فنیل اتر به عنوان روانساز به صورت زیر تعریف می‌شود که بیانگر رفتار ویسکوپلاستیک است.

$$\begin{cases} \tau & \tau < 24 \text{ MPa} \\ 24 \text{ MPa} & \tau > 24 \text{ MPa} \end{cases} \quad (30)$$

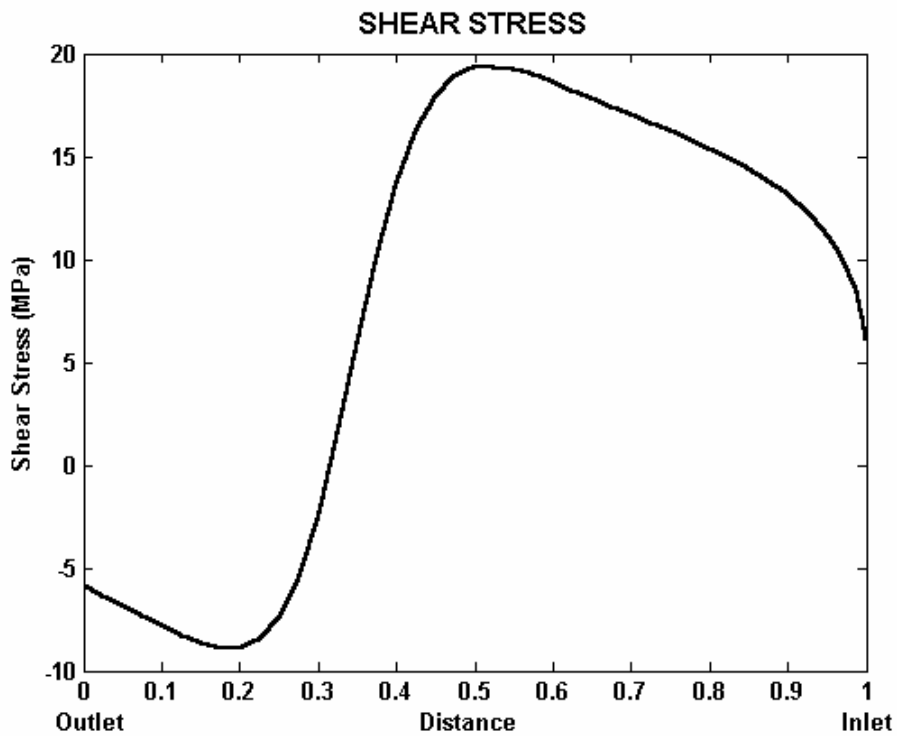
## ۲-۱۵- شرایط مرزی

در این مدل دو مجهول وجود دارد. یکی سرعت ورودی  $u_1$  به گونه‌ای که لایه روانساز بتواند تشکیل شود و دیگری پروفیل فشار بدون بعد ( $\frac{p}{\sigma_0}$ ) است. بنابراین نیاز به دو شرط مرزی

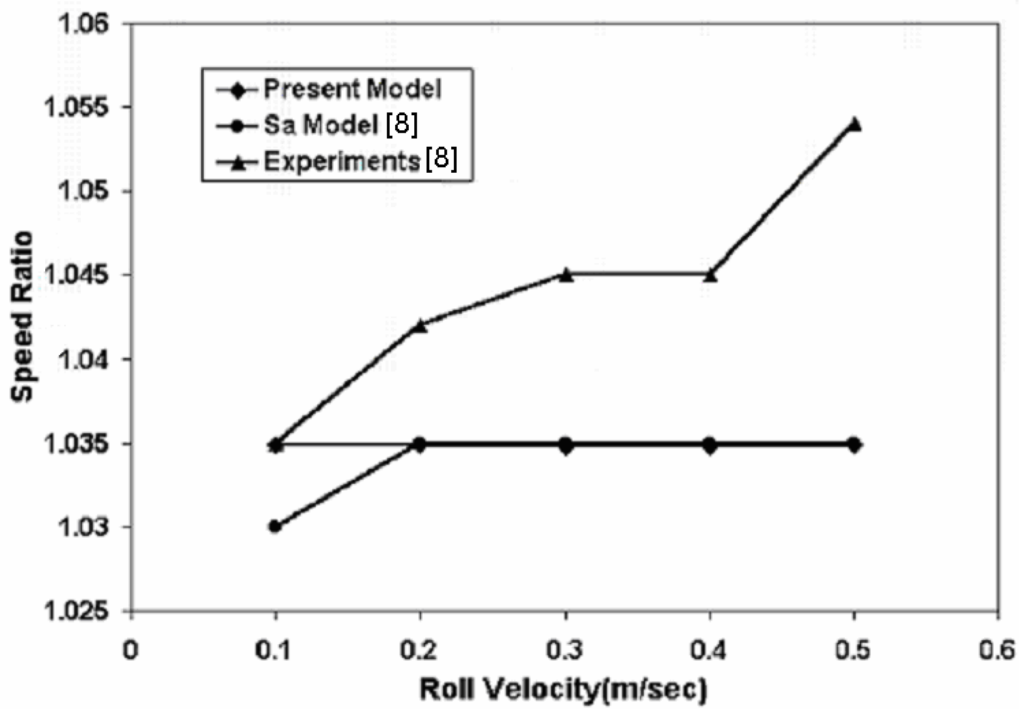




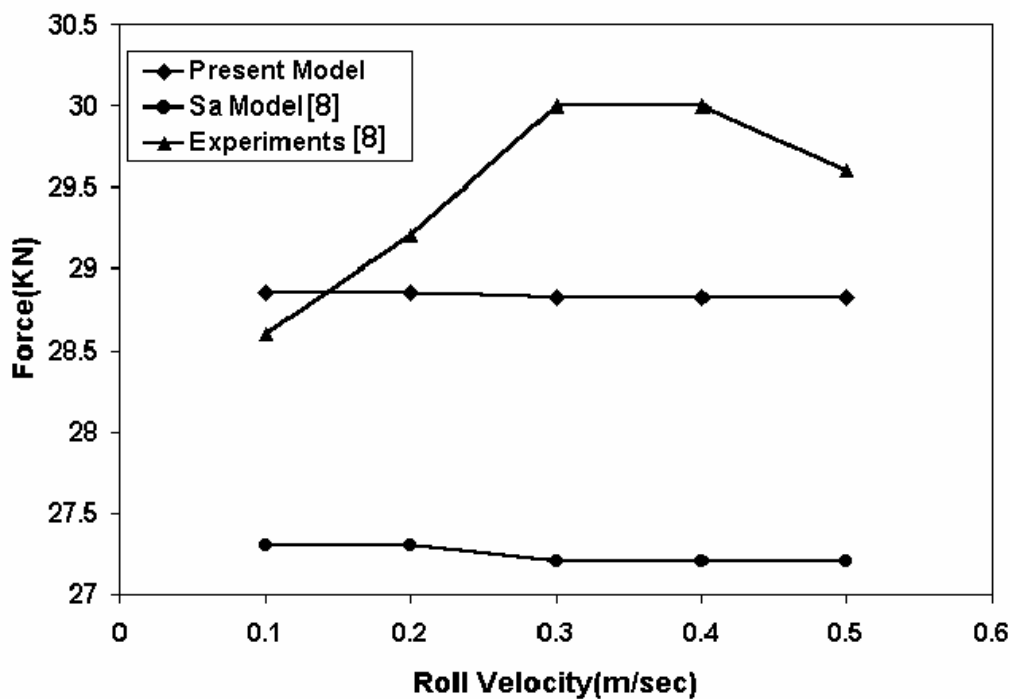
شکل ۳- پروفیل فشار بدون بعد



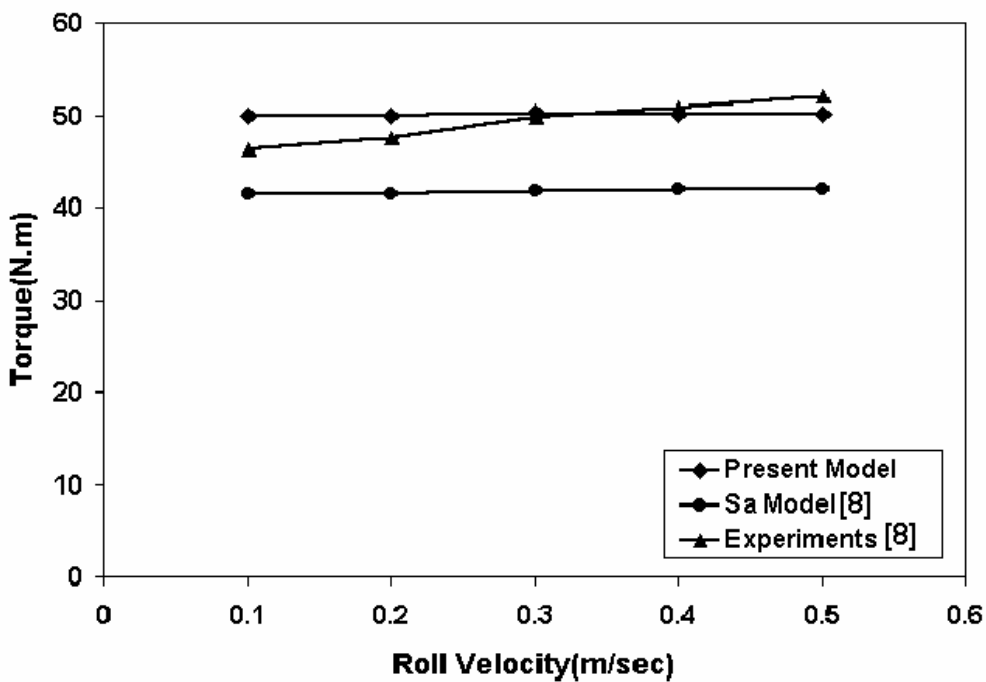
شکل ۴- پروفیل تنش برشی



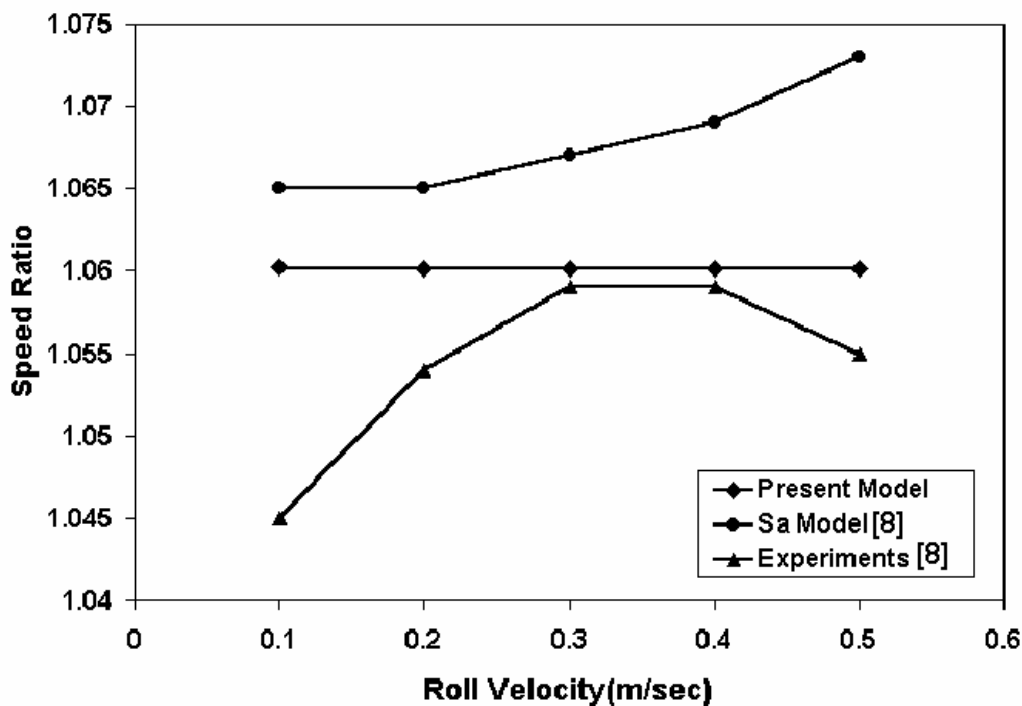
شکل ۵- مقایسه روند تغییرات نسبت سرعت برای  $r=0.2$



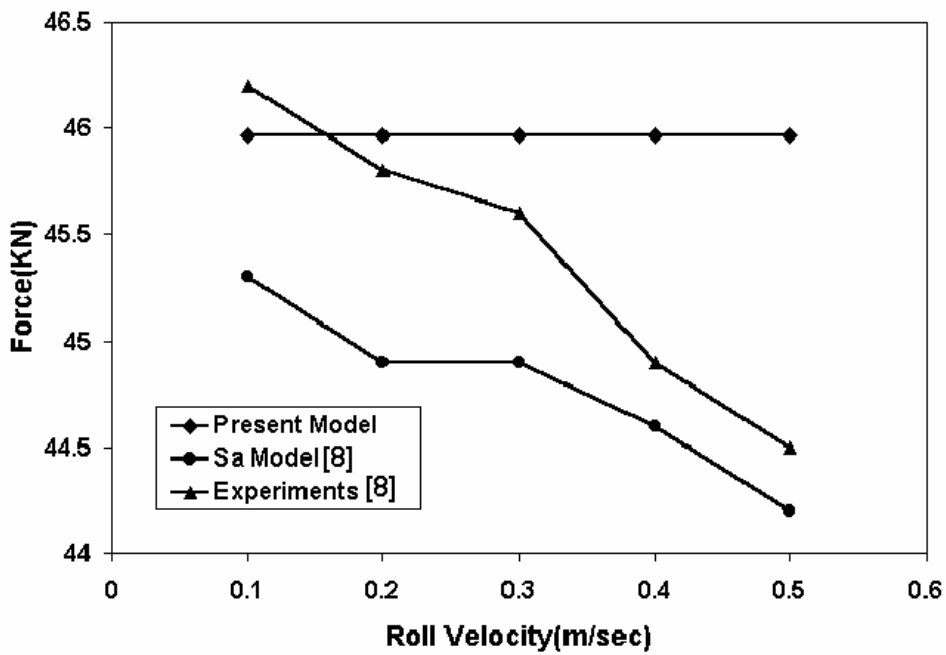
شکل ۶- مقایسه روند تغییرات نیرو برای  $r=0.2$



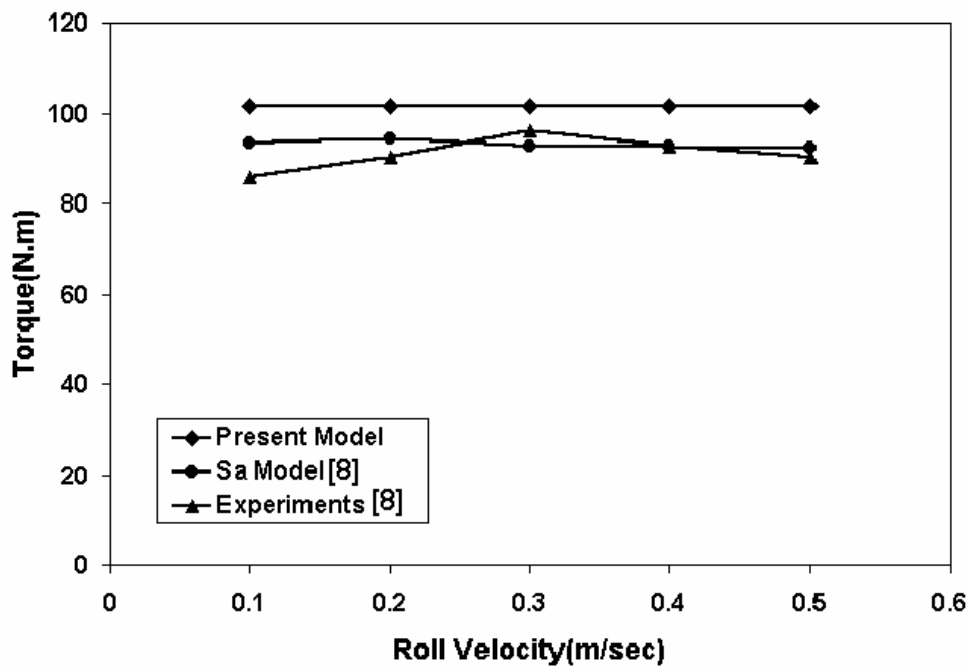
شکل ۷- مقایسه روند تغییرات گشتاور برای  $r=0.2$



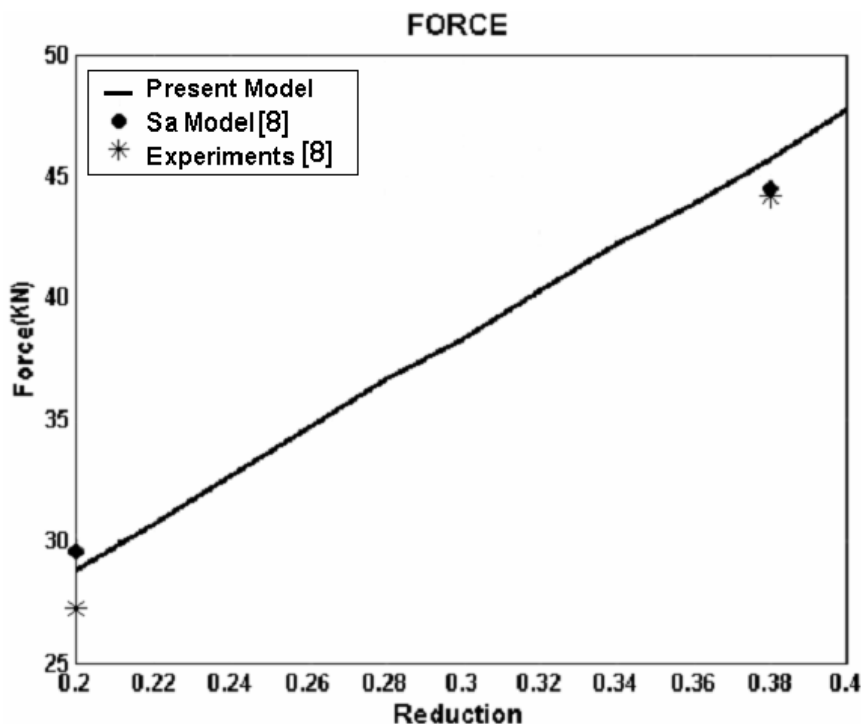
شکل ۸- مقایسه روند تغییرات نسبت سرعت برای  $r=0.4$



شکل ۹- مقایسه روند تغییرات نیرو برای  $r=0.4$



شکل ۱۰- مقایسه روند تغییرات گشتاور برای  $r=0.4$



شکل ۱۱- مقایسه روند تغییرات نیرو نسبت به درصد کاهش ضخامت

مقدار دیگری برای  $u_1$  حدس زده شده و فرایند بالا تکرار می‌شود. پس از حل موفقیت آمیز مسئله، نیروی نورد محاسبه شده و از روی آن تغییر شکل الاستیک غلتکها به دست می‌آید. در صورتی که اختلاف شعاع جدید و شعاع اولیه غلتکها بیشتر از یک تیرانس مشخص باشد، شعاع غلتک برابر شعاع جدید قرار داده شده و دوباره برنامه از ابتدا به حل مسئله می‌پردازد. این کار تا حصول یک نتیجه قابل قبول تکرار می‌شود. پس از آن پارامترهایی نظیر نیرو و گشتاور محاسبه شده و نمودارهای لازم استخراج می‌شوند.

#### ۴- نتایج

در شکل‌های (۳) و (۴) توزیع فشار و تنش برشی برای روانساز معدنی با مشخصات  $\alpha = 1.107 K^{-1}$ ،  $\mu_0 = 11.38 Pa \cdot s$  و  $\gamma = 35.2 (G.Pa)^{-1}$  و ورق آلومینیوم H14-1100 با ضخامت اولیه  $y_1 = 1.02 mm$  و پهنای  $w = 50.4 mm$  با ثابت‌های  $\sigma_0 = 100 MPa$ ،  $A = 0.9$ ،  $n = 0.355$  و همچنین غلتکی با

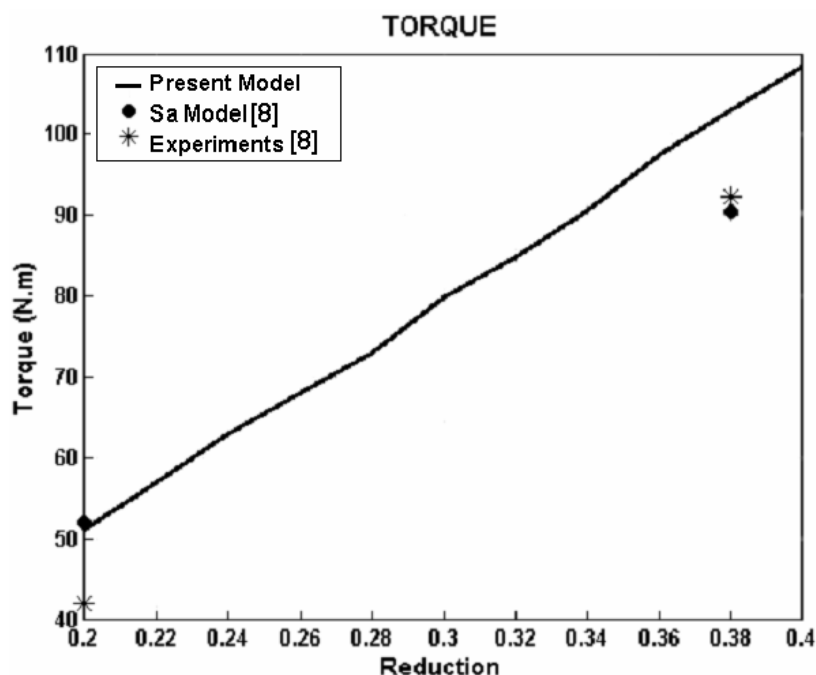
است که این دو شرط از ارضای شرط تسلیم در ابتدا و انتهای ناحیه کاری به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} X=0 & \Rightarrow p_2 = \sigma_{k2} - t \\ X=1 & \Rightarrow p_1 = \sigma_{k1} - s \end{cases} \quad (31)$$

$p_1$  و  $p_2$  فشار در ابتدا و انتهای ناحیه کاری،  $\sigma_{k1}$  و  $\sigma_{k2}$  تنش تسلیم کرنش صفحه‌ای در ابتدا و انتهای ناحیه کاری و  $t$  کشش از جلو و  $s$  کشش از عقب اعمالی به ورق است.

#### ۳- روش حل

برای حل این مسئله، برنامه‌ای به زبان MATLAB نوشته شد. در ابتدا مقداری برای سرعت ورودی  $u_1$  حدس زده می‌شود. با استفاده از این پارامتر و دیگر مقادیر ورودی کلیه پارامترهای وابسته مانند  $h_1$  محاسبه می‌شوند. سپس با شرط مرزی در نقطه  $X=0$  معادله دیفرانسیل (۲۸) حل می‌شود. خروجی فرایند حل، فشار در یک سری نقاط در فاصله بین  $X=0$  و  $X=1$  است. اگر فشار محاسبه شده در نقطه  $X=1$  شرط مرزی را در آن نقطه ارضا کند برنامه ادامه می‌یابد و در غیر این صورت



شکل ۱۲- مقایسه روند تغییرات گشتاور نسبت به درصد کاهش ضخامت

با توجه به این شکلها مشاهده می شود که این مدل دارای خطای بسیار کمی نسبت به داده های تجربی و مدل سا است. همچنین مشاهده می شود که سه پارامتر نسبت سرعت، نیرو و گشتاور در یک درصد کاهش سطح مقطع ثابت، وابستگی چندانی به سرعت غلتک نخواهند داشت.

در شکل های (۱۱) و (۱۲) روند تغییرات نیرو و گشتاور نسبت به درصد کاهش سطح مقطع بین مدل حاضر و مدل سا مقایسه شده است. این نمودارها برای روانساز پلی فنیل اتر و ورق و غلتک با مشخصات بالا استخراج شده اند و به همین ترتیب می توان کلیه پارامترهای مورد نیاز را استخراج کرد.

علاوه بر دقت از مزایای دیگر این مدل، کوتاه بودن زمان حل است که این خود امکان کاربرد مدل حاضر را در عمل امکانپذیر می سازد. زیرا عملاً در فرایند نورد، پارامترهای روانساز و ورق و همچنین برنامه کاری واحد به طور مداوم تغییر یافته و لزوم استفاده از یک مدل سریع اجتناب ناپذیر است.

قطر  $D = 102 \text{ mm}$  و سرعت محیطی  $0.25 \text{ m/sec}$  برای درصد کاهش سطح مقطع  $\gamma = 0.4$  رسم شده اند. همان طور که مشاهده می شود روند تغییرات فشار و تنش برشی مانند نمودارهای حاصل از نظریه های معمولی است با این تفاوت که نمودارها هموارترند.

در مرجع [۸] مقدار نظری و تجربی نیرو و گشتاور برای روانساز پلی فنیل اتر با مشخصات  $\mu_0 = 2.1 \text{ Pa.s}$ ،  $\alpha = 0.1 \text{ K}^{-1}$  و  $\gamma = 70 \text{ (GPa)}^{-1}$  و ورق و غلتک با مشخصات بالا برای درصد کاهش سطح مقطعیهای  $0.2$  و  $0.4$  و سرعت های غلتک متفاوت داده شده است و بنابراین مرجع بسیار مناسبی برای مقایسه نتایج این مدل با مدل ارائه شده در آن است. شکل های (۵) تا (۷) نمایانگر مقایسه روند تغییرات پارامترهای نسبت سرعت  $\left(\frac{u_2}{u_1}\right)$ ، نیرو و گشتاور نورد نسبت به سرعت غلتک بین داده های تجربی، مدل سا و مدل حاضر برای کاهش سطح مقطع  $r = 0.2$  است. شکل های (۸) تا (۱۰) نیز همانند شکل های قبلی بوده با این تفاوت که داده ها برای کاهش سطح مقطع  $r = 0.4$  هستند.

- |                             |                  |                      |
|-----------------------------|------------------|----------------------|
| 1. hydrodynamic lubrication | 8. A.G. Atkins   | 15. Ludwik           |
| 2. mixed lubrication        | 9. Wilson        | 16. back tension     |
| 3. boundary lubrication     | 10. Lugt         | 17. Polyphenyl ether |
| 4. inlet zone               | 11. Roberts      | 18. mineral oil      |
| 5. work zone                | 12. Bedi         | 19. visco plastic    |
| 6. outlet zone              | 13. Cheng        | 20. Bair and Winer   |
| 7. Nadai                    | 14. Chung-Yeh-Sa |                      |

## مراجع

- Nadai, A., "The Forces Required for Rolling Steel Strip Under Tension," *J. Appl. Mech.* 61, A54-A62, 1939.
- Atkins, A. G., "Hydrodynamic Lubrication in Cold Rolling," *Journal of Mechanical Science*, Vol. 16, pp. 1-19, 1974.
- Wilson, W. R. D. and Walowit, J. A., "An Isothermal Hydrodynamic Lubrication Theory for Strip Rolling with Front and Back Tension," in *Tribology Convention I. Mech. E.*, C86/71, pp. 164-172, 1971.
- Lugt, P.M., "Lubrication in Cold Rolling: Elasto-Plasto-Hydrodynamic Lubrication of Smooth Surfaces," *Wear*, Vol. 166, pp. 203-214, 1993.
- Roberts, W.L., U.S. Steel Corp. ARL Restricted Report, 1967.
- Bedi, D. S. R, and Hillier, M. J., "Forces Required For Rolling Steel Strip Under Tension," *Journal of Applied Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 182(1), 153, 1967-8.
- Cheng, H.S., "Friction and Lubrication in Metal Processing," *ASME*, New York, 1966.
- Sa, Chung-Yeh., and Wilson, W. R. D., "Full Film Lubrication of Strip Rolling," *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 569-575, July 1994.
- Tsao, Y. H., and Sargent, L. B., "Mixed Lubrication Model for Cold Rolling of Metals," *ASLE Transactions*, Vol. 20, pp: 55-62, 1975.
- Szeri, A. Z., *Fluid Film Lubrication* Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- Wang, S. H., Szeri, A. Z., and Rajagopal, K. R., "Lubrication with emulsions in Cold Rolling," *Journal of Tribology*, Vol. 115, pp:523-31, 1993.
- Al-Sharif, A., Chamniprasart, K., Rajagopal, K.R., and Szeri, A. Z., "Lubrication with Binary Mixtures: Liquid-Liquid emulsion," *Journal of Tribology* Vol. 115, pp:46-55, 1993.
- Szeri, A. Z., and Wang, S. H., "An Elasto-Plasto-Hydrodynamic Model of Strip Rolling With Oil/water emulsion lubricant," *Journal of Tribology*, Article in Press, 2003.
- Saxena, S., Dixit, P. M., and Lal, G. K., "Analysis of Cold Strip Rolling Under Hydrodynamic Lubrication," *Journal of Material Processing Technology*, 58, PP:256-266, 1996.
- Hitchcock, J. H., "Elastic Deformation of Rolls During Cold Rolling," ASME Report of Special Research Committee on Roll Neck Bearings, PP. 33-41, 1935.
- Roberts, W. L., *Cold Rolling of Steel*, Marcel Dekker Inc., New York and Basel, 1978.
- Bair, S., and Winner, W. O., "Shear Strength Measurement of Lubricants at High Pressure" *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 251-257, 1979.