

# توزیع دمای یک گاز غیر خاکستری واقع بین دو صفحه موازی با استفاده از مدل باند پهن نمایی

رضا حسینی\*، مهرزاد وزیری\*\*، مختاربییدی\*\*\*  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(دریافت مقاله: ۸۳/۳/۴ - دریافت نسخه نهایی: ۸۳/۱۰/۱۶)

چکیده - در این تحقیق، معادله انتقال حرارت تشعشعی برای یک گاز غیر خاکستری واقع بین دو صفحه بزرگ و موازی، حل شده است. با حل این معادله، ابتدا توزیع دمای گاز در فاصله بین دو صفحه به دست آمده و با استفاده از آن شار حرارتی تشعشعی گذرنده از این لایه گاز محاسبه شده است. چون گازهای  $H_2O$  و  $CO_2$  از مهمترین گازهای محصولات احتراق اند، با استفاده از برنامه رایانه‌ای نوشته شده، نتایج برای این دو گاز به دست آورده شده و سپس با نتایج دیگران مقایسه شده است. چون در اینجا از شبیه سازی تقریباً دقیق باندهای جذب گازهای غیر خاکستری استفاده شده است، می توان گفت که این حل تا حدودی نزدیک به حل دقیق است. براساس نتایج می توان گفت که در نظر گرفتن گازهای فوق الذکر به عنوان گاز خاکستری می تواند در محاسبات دمای گاز و نرخ حرارت تشعشعی خطای زیادی وارد کند. این خطا البته برای بخار آب بیشتر از گاز دی اکسید کربن است.

واژگان کلیدی: تشعشع گاز - محیط غیر خاکستری - دی اکسید کربن - معادله انتقال تشعشعی - توزیع دما - ضریب جذب و تشعشعی گازها

## Temperature Distribution of a Non gray Gas between Two Parallel Planes Using Exponential Wide Band Model

R. Hosseini, M. Vaziri, and M. Bidi

Department of Mechanical Engineering, AmirKabir University of Technology

**Abstract:** In this paper, the Radiation Transfer Equation (RTE) for a non-gray gas between two large parallel planes has been

\* - دانشیار

\*\* - کارشناسی ارشد

\*\*\* - دانشجوی دکترا

solved and the temperature distribution obtained. With the RTE, solution heat fluxes are also determined. Since  $CO_2$  and  $H_2O$  are two components of most combustion products, the problem has been solved for these two gases. The results were, whenever possible, compared with data reported elsewhere. Since the simulation of exact absorbing bands has been used, it can be claimed to be relatively close to exact solution. From the results obtained, it can be maintained that treating the above mentioned gases as a gray gas could cause considerable errors in the determination of temperature distribution and heat fluxes. The error would be more for water vapour than for carbon dioxide.

**Keywords:** Gas radiation, Non-gray gas, Carbon dioxide, RTE, Temperature distribution, Gas absorbtivity and emissivity

## فهرست علائم

|             |   |            |                            |
|-------------|---|------------|----------------------------|
| $a_\lambda$ | ضریب جذب طیفی                           | $P_a$      | فشار جزئی گاز فعال         |
| $A^*$       | ضریب جذب باند بدون بعد                  | $q$        | شار حرارتی تشعشعی          |
| $B$         | از ضرایب انیشتین مربوط به مکانیک کوانتم | $q_x$      | شار حرارتی تشعشعی در جهت x |
| CG          | Curtis-Godson                           | RMC        | مونت کارلوی معکوس          |
| CK          | Correlated k- distribution              | RTE        | معادله انتقال تشعشعی       |
| $d$         | فاصله بین خطوط طیفی                     | $s$        | جهت شعاع تشعشعی            |
| $D$         | فاصله بین دو صفحه                       | SNB        | باند باریک آماری           |
| EWB         | باند پهن نمایی                          | $T_1, T_2$ | دمای صفحات                 |
| $G$         | شدت تشعشع برخوردی                       | WSGG       | مجموع وزنی گازهای خاکستری  |
| $h$         | ثابت پلانک                              | $x$        | جهت عمود به سطح            |
| $I$         | شدت تشعشعی                              | $A$        | ضریب جاذبیت گاز            |
| $I_b$       | شدت تشعشعی جسم سیاه                     | $\beta$    | پارامتر همپوشانی خط        |
| $I_\lambda$ | شدت تشعشعی طیفی                         | $\phi$     | زاویه با محور z            |
| $I'$        | شدت تشعشعی جهتی                         | $\theta$   | زاویه قطبی                 |
| $k_\lambda$ | ضریب انهدام طیفی                        | $\kappa$   | ضخامت یا عمق اپتیکی        |
| $L$         | ضخامت لایه گاز                          | $\lambda$  | طول موج                    |
| $L_e$       | طول مؤثر اشعه                           | $\mu$      | متغیر جانشین               |
| LBL         | خط به خط                                | $\eta$     | عدد موج                    |
| $N$         | تعداد تقسیم بندیهای فاصله بین دو صفحه   | $\omega$   | زاویه فضایی یا حجمی        |
| $p$         | فشار                                    |            |                            |

## ۱- مقدمه

کردن دقیق نرخهای انتقال حرارت تشعشعی، در میان گازهای داغ درون این محیط نیاز دارد. عوامل متعددی در کاهش دقت محاسبات تشعشعی دخالت دارند، که از مهمترین آنها یکی کمبود اطلاعات دقیق خواص تشعشعی (ضرایب جذب طیفی گازهای احتراق، توزیع و ترکیب ذرات دوده) است و دیگری عدم وجود مدل‌های کارآمد و فراگیر، که با دقت خوب، شار حرارت تشعشعی در محیط کاملاً غیر خاکستری را برآورد کنند. به خاطر طبیعت تشعشع حرارتی، اصل بقای انرژی را نمی‌توان

انتقال حرارت تشعشعی یکی از موده‌های اصلی انتقال حرارت در سیستم‌های صنعتی احتراق و مشعلهاست. مقدار شارهای حرارتی تشعشعی اثرات زیادی در کارایی سیستم‌های احتراقی و محیط دارد. با وجود اهمیت زیاد آن، برآورد کردن شارهای حرارتی تشعشعی، به‌طور کاملاً دقیق امکانپذیر نیست. کنترل شعله و کنترل و بهینه سازی سایر سیستم‌های احتراق، به مدل

برای یک المان حجم بسیار کوچک نوشت بلکه باید کل محیط مورد مطالعه را در نظر گرفت. موضوع دیگری که به پیچیدگی مسایل انتقال حرارت تشعشعی می‌افزاید، محاسبه دقیق خواص تشعشعی است، به خاطر اینکه این خواص به متغیرهای زیادی وابسته‌اند و اندازه گیری آنها با دشواریهای متعددی روبرو است. در این تحقیق، معادله انتقال تشعشعی، حل شده و توزیع دمای گاز موجود بین دو صفحه موازی به‌دست آمده است. فرضیاتی که برای حل این مسئله در نظر گرفته شده، عبارت‌اند از: گاز غیر خاکستری، محیط غیر پخشی<sup>۱</sup>، ابعاد صفحات بزرگ، مخلوط گازی مورد بحث، شامل یک جزء فعال<sup>۲</sup> تشعشعی و یک گاز شفاف مانند نیتروژن است. برای حل این مسئله، خواص تشعشعی گاز مربوطه را در دماها و فشارهای مختلف نیاز داریم. روشهای تقریبی مختلفی برای به‌دست آوردن ضریب جذب طیفی وجود دارد، که تقریباً همه آنها از دو روش کلی باند باریک و باند پهن استفاده می‌کنند. به دلیل ناپیوسته بودن انرژی فوتونها، یک گاز فعال تشعشعی، در همه طول موجها جذب و تشعشع نمی‌کند و انتقال این فوتونها به ترازهای مختلف، باعث جذب و نشر انرژی تشعشعی می‌شود. بنابراین طیف جذب هر گاز فعال، شامل چند باند است که گاز فقط در آن باندها جذب و نشر می‌کند. در این تحقیق، با استفاده از روابط باند پهن، ضریب جذب طیفی در دماهای مختلف محاسبه شده است.

در صنعت موارد بسیاری وجود دارد که تشعشع حرارتی در آنها اهمیت زیادی دارد، مانند: انواع مختلف احتراق، آشکار سازی<sup>۳</sup> منابع گرمایی مادون قرمز و مبدل‌های حرارتی دما بالا و غیره. به منظور به‌دست آوردن توزیع شارهای تشعشعی و منابع گرمایی در این‌گونه مسائل، یک روش برای حل معادله انتقال تشعشعی و یک مدل برای محاسبه خواص تشعشعی گاز، لازم است. این روش حل و مدل مورد نیاز، مستقل از یکدیگر نیستند. زیرا در معادله انتقال تشعشعی<sup>۴</sup>، متغیر ضریب جذب وجود دارد، که باید از طریق مدل‌های خواص تشعشعی موجود محاسبه شود. یعنی باید ضریب جذب در دماها و فشار های

مختلف در دسترس باشد. مدل‌های مختلفی برای پیدا کردن ضریب جذب متوسط وجود دارند. مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری<sup>۵</sup>، که اولین بار توسط هاتل<sup>[۱]</sup> برای روش ناحیه ای<sup>۶</sup> ارائه شد، یک نمونه از این نوع است. سانگ<sup>[۲]</sup> یک اصلاحیه برای مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری با مشخص کردن دقیق ناحیه طیفی اشغال شده توسط هر گاز خاکستری، پیشنهاد کرده است. در کار سوفیانی<sup>[۳]</sup> و پیروت و همکاران<sup>[۴]</sup> نشان داده شده، که مدل مجموع وزنی گازهای خاکستری گر چه در مقایسه با مدل‌های دیگر به محاسبات کمتری نیاز دارد، اما کمترین دقت را داراست و در بعضی موارد رفتار غیر قابل پیش بینی دارد. گودی و همکاران<sup>[۵]</sup> و لاکیس<sup>[۶]</sup> روش توزیع  $k$  (CK) را ارائه کردند، که با تقسیم بندی بانندی طیف، ضریب جذب را به خوبی تخمین می‌زند. یک مدل دیگر که می‌توان آن را بین روشهای مجموع وزنی گازهای خاکستری و CK طبقه بندی کرد، مدل مجموع وزنی براساس خطوط طیفی گازهای خاکستری<sup>۷</sup> است که توسط دنیسون<sup>[۸و۷]</sup> ارائه شده است. محاسبه خط به خط<sup>۸</sup> یک روش دیگر برای محاسبه مستقیم ضریب جذب است، تاین<sup>[۹]</sup> و ریویر و همکاران<sup>[۱۰]</sup>. ماراکیس<sup>[۱۱]</sup> روشی را برای فرمولبندی کاربرد مدل‌های بانندی ارائه کرده است، به طوری که تعمیم آن به هندسه‌های چند بعدی ساده‌تر باشد. در این مقاله هدف به‌دست آوردن توزیع دما و نرخ انتقال حرارت تشعشعی درون یک لایه گاز غیر خاکستری واقع بین دو صفحه خیلی بزرگ بوده است. هنگامی که گاز غیر خاکستری است ضریب جذب و تشعشع علاوه بر وابستگی به طول مشخصه و فشار به طول موج و دما وابسته است، و چون دما متغیر است لذا حل معادله انتقال تشعشعی نسبتاً پیچیده و با محاسبات بسیار حجیم سعی و خطایی همراه است. تنها در سالهای اخیر و به‌کارگیری رایانه‌های پرسرعت و با ساده سازیهایی چنین محاسباتی امکانپذیر شده است.

## ۲- معادلات حاکم

کمیت اصلی مورد استفاده در مسایل انتقال انرژی تشعشعی،

$$I_{\lambda}(k_{\lambda}) = I_{\lambda}(0)e^{-k_{\lambda}} + \int_0^{k_{\lambda}} I'_{b\lambda}(k_{\lambda}^*) e^{-(k_{\lambda} - k_{\lambda}^*)} dk_{\lambda}^* \quad (6)$$

برای حل این معادله باید توزیع دما درون محیط و ضخامت اپتیکی ( $k_{\lambda}$ ) معلوم باشد. اما معمولاً دما از مجهولات مسایل انتقال تشعشعی است، و باید با حل همزمان این معادله و معادله موازنه انرژی، محاسبه شود. برای نوشتن معادله موازنه انرژی، انرژی جذب شده را توسط یک المان حجمی کوچک  $dV$  درون یک حجم بزرگ به صورت زیر می توان نوشت

$$d^4 Q'_{\lambda,a} = a_{\lambda}(dV) I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) dV d\lambda d\omega \quad (7)$$

از معادله (6) بدست می آید و به شکل زیر نوشته می شود:

$$I'_{\lambda}(\lambda, \omega, k_{\lambda}) = I'_{\lambda}(\lambda, \omega, 0) e^{-k_{\lambda}} + \int_0^{k_{\lambda}} I'_{b\lambda}(k_{\lambda}^*) e^{-(k_{\lambda} - k_{\lambda}^*)} dk_{\lambda}^* \quad (8)$$

که  $I'_{\lambda}(\lambda, \omega, 0)$  عبارت است از شدت تشعشع ورودی از مرزهای محدود کننده محیط که با زاویه  $d\omega$  به سمت  $dV$  تابیده می شود.

انرژی جذب شده توسط  $dV$  (جذب واقعی که تابش القایی از آن کم شده) از همه جهات، با انتگرال گیری از معادله (7) روی  $\omega$ ، به دست می آید.

$$d^3 Q_{\lambda,a} = \int_{\omega=0}^{4\pi} d^4 Q'_{\lambda,a} = \quad (9)$$

$$a_{\lambda}(dV) dV d\lambda \int_{\omega=0}^{4\pi} I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) d\omega$$

برای راحتی در نوشتن معادلات، یک شدت برخوردی متوسط  $\bar{I}_{\lambda,i}(\lambda)$  در محل  $dV$  می توان تعریف کرد:

$$4\pi \bar{I}_{\lambda,i}(\lambda) \equiv \int_0^{4\pi} I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) d\omega \quad (10)$$

در نتیجه معادله (9) به صورت زیر درمی آید:

$$d^3 Q_{\lambda,a} = 4\pi a_{\lambda}(dV) \bar{I}_{\lambda,i}(\lambda) dV d\lambda \quad (11)$$

با انتگرال گیری از معادله (11) روی همه طول موجها، کل انرژی جذب شده از میدان تشعشعی توسط  $dV$ ، به صورت زیر محاسبه می شود:

شدت طیفی  $I_{\lambda}$  است، که برابر است با انرژی تشعشعی بر واحد سطح عمود بر جهت انتشار، بر واحد زاویه حجمی، بر واحد فاصله طول موج و بر واحد زمان. شدت طیفی را از نظر ریاضی می توان به صورت زیر نوشت:

$$I_{\lambda} = I'_{\lambda}(\theta, \phi, \lambda) \quad (1)$$

شدت کلی را می توان با انتگرال گیری روی تمام طول موجها به دست آورد. شار خالص حرارتی، با انتگرال گیری از شدت، روی همه جهات به دست می آید. شار خالص طیفی  $q_{\lambda}$ ، نرخ تشعشع حرارتی در واحد زمان و واحد سطح و در یک طول موج معین است و شار خالص کل  $q$ ، انتگرال آن روی همه طول موجهاست. شارحرارتی کلی تشعشعی بصورت معادله (2) به شدت کلی مرتبط می شود:

$$q = \int_{4\pi} I' \cos \theta d\Omega \quad (2)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I'(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (3)$$

شارهای نیم کره  $q^+$ ،  $q^-$  از انتگرال گیری فضایی روی یک نیم کره به اندازه  $2\pi$  استرادیان به دست می آیند.

$$q^+ = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_+(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

$$q^- = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_-(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (4)$$

$$q = q^+ - q^-$$

معادله دیفرانسیلی شدت تشعشع طیفی درون یک محیط فعال دارای جذب و تشعشع و با صرف نظر کردن از پراکنش (پخش) به شکل زیر داده می شود، مادست [12] و زیگل و هاول [13]:

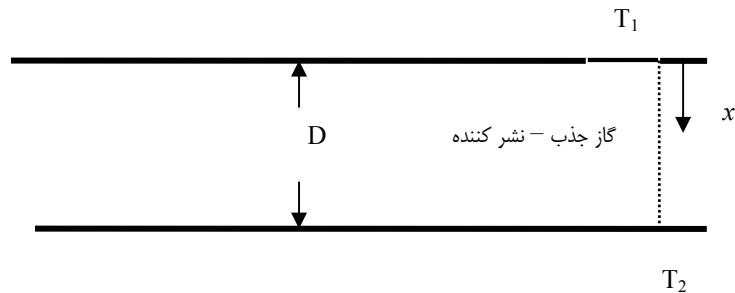
$$\frac{dI'_{\lambda}}{dk_{\lambda}} + I'_{\lambda}(k_{\lambda}) = I'_{b\lambda} \quad (5)$$

$k_{\lambda}$  عبارت است از ضخامت اپتیکی یا عمق اپتیکی و برای یک ضخامت  $s$  یا طول  $s$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$dk_{\lambda} = a_{\lambda}(s) ds$$

$$k_{\lambda}(s) = \int_0^s a_{\lambda}(s^*) ds^*$$

حل این معادله دیفرانسیل با به کارگیری فاکتور انتگرال به صورت عمومی زیر داده می شود:



شکل ۱- یک لایه گاز قرار گرفته بین دو صفحه موازی

$$\kappa(s) = \int_0^s a \, ds^* = \int_0^{x/\cos\beta} a \, d\left(\frac{x^*}{\cos\beta}\right) = \quad (16)$$

$$\frac{1}{\cos\beta} \int_0^x a \, dx^* = \frac{\kappa(x)}{\cos\beta}$$

معادله انتقال به ازای هر مسیر دلخواه  $s$  نوشته شده، بنابراین  $\kappa$  در آن معادله  $\kappa(s)$  است. با استفاده از معادله (۱۶)، معادله انتقال بر حسب  $\kappa(x)$  به شکل انتگرالی زیر نوشته می شود:

$$I'_\lambda(\kappa_\lambda, \beta) = I'_\lambda(0) \exp\left(-\frac{\kappa_\lambda}{\cos\beta}\right) + \int_0^{\kappa_\lambda} I_{b\lambda}(\kappa_\lambda^*) \exp\left[-\frac{-(\kappa_\lambda - \kappa_\lambda^*)}{\cos\beta}\right] \frac{d\kappa_\lambda^*}{\cos\beta} \quad (17)$$

همه  $\kappa_\lambda$  ها در این معادله  $\kappa_\lambda(x)$  هستند. با جایگزینی  $\mu = \cos\beta$  خواهیم داشت:

$$I'_\lambda(\kappa_\lambda, \mu) = I'_\lambda(0) \exp\left(-\frac{\kappa_\lambda}{\mu}\right) + \int_0^{\kappa_\lambda} I'_{b\lambda}(\kappa_\lambda^*) \exp\left[-\frac{-(\kappa_\lambda - \kappa_\lambda^*)}{\mu}\right] \frac{d\kappa_\lambda^*}{\mu} \quad (18)$$

### ۳- روش حل

چنانکه در شکل (۱) نشان داده شده، دو صفحه موازی به ابعاد بینهایت بزرگ را در نظر می گیریم که به فاصله  $D$  از یکدیگر قرار دارند. مبدأ محور مختصات  $x$  از صفحه بالایی است. برای حل معادلات، باید یک توزیع دمای اولیه برای گاز میان دو صفحه، حدس بزنیم و مسئله را به روش سعی و خطا حل کنیم. بنابراین فاصله بین دو صفحه را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم کرده و یک توزیع دمای اولیه برای نقاط در نظر می گیریم. با استفاده از این توزیع دما و توسط برنامه ای که برای به دست

$$d^2Q_a = \int_{\lambda=0}^{\infty} d^3Q_{\lambda,a} = \quad (12)$$

$$4\pi \, dV \int_0^{\infty} a_\lambda \, (dV) \bar{I}_{\lambda,i}(\lambda) \, d\lambda$$

کل انرژی ساطع شده از  $dV$ ، با استفاده از  $a_\lambda$  و انتگرال گیری روی همه طول موجها به دست می آید:

$$d^2Q_e = \int_0^{\infty} d^3Q_{\lambda,e} = \quad (13)$$

$$4 \, dV \int_0^{\infty} a_\lambda \, (dV) e_{b\lambda}(\lambda, T) \, d\lambda$$

در مواردی که همه مکانیزمهای دیگر تبادل انرژی مانند هدایت و جابه جایی در مقایسه با تشعشع ناچیزند، و هیچ تغییری در دمای موضعی رخ نمی دهد، کل انرژی صادر شده از  $dV$  برابر با کل انرژی جذب شده است. این موضوع تعادل تشعشعی خوانده می شود. با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳)، تعادل تشعشعی به صورت معادله زیر بیان می شود:

$$d^2Q_a = d^2Q_e$$

یا:

$$\int_0^{\infty} a_\lambda(\lambda, T, P) e_{b\lambda}(\lambda, T) \, d\lambda = \quad (14)$$

$$\pi \int_0^{\infty} a_\lambda(\lambda, T, P) \bar{I}_{\lambda,i}(\lambda) \, d\lambda$$

اکنون معادله انتقال را برای یک لایه گاز می نویسیم، یک مسیر دلخواه  $s$  درون گاز را که با جهت  $x$  زاویه  $\beta$  می سازد در نظر می گیریم، عمق اپتیکی  $\kappa(x)$  در راستای  $x$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$\kappa(x) = \int_0^x a \, dx^* \quad (15)$$

رابطه بین موقعیتهای اپتیکی در طول جهت های  $s$  و  $x$ ، با این معادله به دست می آید:

با استفاده از دمای اولیه حدس زده شده، سمت چپ معادله بقای انرژی تشعشعی (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$4 \int_0^{\infty} a_{\lambda}(\lambda, T, P) e_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda \quad (24)$$

و اگر این کار را برای همه نقاط بین دو صفحه انجام دهیم، به یک دستگاه معادلات غیر خطی  $(n+1) \times (n+1)$  می‌رسیم ( $n$  تعداد تقسیمات فاصله میان دو صفحه است). اگر معادله بقای انرژی را به این صورت بنویسیم:

$$f(T) = 4 \int_0^{\infty} a_{\lambda} e_{b\lambda} d\lambda - \int_0^{\infty} a_{\lambda} \left[ \int_0^{4\pi} I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) d\omega \right] d\lambda = 0 \quad (25)$$

که  $T$  یک بردار با  $n+1$  مولفه است. حال باید برای  $n+1$  نقطه این معادله را بنویسیم:

$$\begin{cases} f_1(T_1, T_2, \dots, T_{n+1}) = 0 \\ f_2(T_1, T_2, \dots, T_{n+1}) = 0 \\ \vdots \\ f_{n+1}(T_1, T_2, \dots, T_{n+1}) = 0 \end{cases} \quad (26)$$

برای حل این دستگاه یک برنامه رایانه‌ای نوشته شده است. پس از حل معادله و بدست آوردن توزیع دمای بین دو صفحه، به راحتی می‌توان با استفاده از معادلات (۲۱) و (۲۲) شدت تشعشعی طیفی را محاسبه و با انتگرال گیری روی همه طول موجها، شدت تشعشعی کل را محاسبه کرد. در آخر برای به‌دست آوردن مقدار شار تشعشعی عبوری می‌توان از معادله (۴) استفاده کرد.

#### ۴ - نتایج

- ۱- معادله انتقال تشعشعی برای گاز غیر خاکستری (دی اکسید کربن و بخار آب) واقع بین دو صفحه بزرگ حل شده است.
- ۲- ضریب جذب طیفی گازی اکسید کربن برای ۸۳۳ کلوین و ۲۹۴ کلوین در فشار کلی ۱۰ اتمسفر و طول مشخصه

آوردن ضریب جذب طیفی بر حسب دما نوشته شده، (پیوست ۱)  $a_{\lambda}$  را برای نقاط بین دو صفحه به دست می‌آوریم و با استفاده از این  $a_{\lambda}$ ، می‌توان ضخامت‌های اپتیکی طیفی رابطه دست آورد: برای  $x=0$  تا  $D$

$$\kappa_{\lambda}(x) = \int_0^x a_{\lambda}(x) dx \quad (19)$$

یک نقطه دلخواه بین دو صفحه را در نظر می‌گیریم و معادله بقای انرژی معادله (۱۴) را با توجه به معادله (۱۰) برای آن می‌نویسیم:

$$4 \int_0^{\infty} a_{\lambda}(\lambda, T, P) e_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} a_{\lambda}(\lambda, T, P) \left[ \int_0^{4\pi} I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) d\omega \right] d\lambda \quad (20)$$

$I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda})$  شامل دو بخش است، یکی شدت رسیده به نقطه مورد نظر از صفحه شماره ۱ و دیگری شدت مربوط به صفحه شماره ۲:

$$I'_{+\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) = I'_{+\lambda}(0) \exp\left(-\frac{\kappa_{\lambda}}{\cos\beta}\right) + \int_0^{\kappa_{\lambda}} I'_{b\lambda}(\kappa'_{\lambda}) \exp\left[-\frac{(\kappa_{\lambda} - \kappa'_{\lambda})}{\cos\beta}\right] \frac{d\kappa'_{\lambda}}{\cos\beta} \quad (21)$$

$$I'_{-\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) = I'_{-\lambda}(D) \exp\left(-\frac{(\kappa_{\lambda D} - \kappa_{\lambda})}{\cos\beta}\right) - \int_{\kappa}^{\kappa_{\lambda D}} I'_{b\lambda}(\kappa'_{\lambda}) \exp\left[-\frac{(\kappa'_{\lambda} - \kappa_{\lambda})}{\cos\beta}\right] \frac{d\kappa'_{\lambda}}{\cos\beta} \quad (22)$$

که اگر این  $I'_{\lambda}$  را در رابطه شدت متوسط طیفی قرار دهیم خواهیم داشت:

$$4\pi \bar{I}_{\lambda, i}(\lambda) = \int_0^{4\pi} I'_{\lambda}(\lambda, \omega, \kappa_{\lambda}) d\omega = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\beta \left\{ \begin{aligned} & I'_{+\lambda}(0) \exp\left(-\frac{\kappa_{\lambda}}{\cos\beta}\right) \\ & + \frac{1}{\cos\beta} \int_0^{\kappa_{\lambda}} I'_{b\lambda}(\kappa'_{\lambda}^*) \exp\left[-\frac{(\kappa_{\lambda} - \kappa'_{\lambda}^*)}{\cos\beta}\right] d\kappa'_{\lambda}^* \\ & + I'_{-\lambda}(D) \exp\left(-\frac{(\kappa_{\lambda D} - \kappa_{\lambda})}{\cos\beta}\right) \\ & + \frac{1}{\cos\beta} \int_{\kappa_{\lambda}}^{\kappa_{\lambda}^*} I'_{b\lambda}(\kappa'_{\lambda}^*) \exp\left[-\frac{(\kappa'_{\lambda}^* - \kappa_{\lambda})}{\cos\beta}\right] d\kappa'_{\lambda}^* \end{aligned} \right\} d\beta \quad (23)$$

$$d\omega = 2\pi \sin\beta d\beta$$

۳۸/۸ سانتیمتر به دست آمده و با نتایج دیگران مقایسه شده است.

۳- تغییرات ضریب جذب طیفی گاز دی اکسید کربن برای دماهای مختلف به دست آمده است

۴- اثر طول مشخصه و فشار روی ضریب جذب طیفی گاز دی اکسید کربن به دست آمده است.

۵- ضریب تشعشع کلی متوسط گاز دی اکسید کربن برای دماهای مختلف و برای طول مشخصه و فشار جزئی به دست آمده است.

۶- توزیع دما و نرخ انتقال حرارت تشعشعی برای گاز دی اکسید کربن واقع بین دو صفحه بزرگ با به کارگیری تغییرات ضریب طیفی واز مدل باند پهن نمایی به دست آمده است.

۷- اثر تغییر دمای صفحات محدود کننده گاز روی توزیع دما و نرخ حرارت تشعشعی منتقل شده نشان داده شده است.

۸- توزیع دمای بی بعد و نرخ انتقال حرارت تشعشعی در شرایط یکسان برای گازهای دی اکسید کربن و بخار آب با هم مقایسه شده است.

۹- توزیع دما برای دی اکسید کربن و بخار آب واقع بین دو صفحه موازی بزرگ با شرایط گاز خاکستری مقایسه شده است.

۱۰- توزیع دمای درون گاز دی اکسید کربن با حل ارائه شده در شرایط مشابه توسط کامینسکی مقایسه شده است.

۱۱- اثر اندازه تقسیم بندی فاصله بین دو صفحه و فواصل عدد موج و هم چنین تقسیم بندی المانهای زاویه های تابش روی توزیع دما نشان داده شده است.

## ۵- بحث و نتیجه گیری

۱- در شکل (۲) منحنی مربوط به ضریب جذبیت<sup>۱۱</sup> گاز دی اکسید کربن در ۸۳۳ کلوین و در شکل (۳) همان منحنی در ۲۹۴ کلوین رسم شده و با نتایج به دست آمده، مادست [۱۲] مقایسه شده است. همچنان که در نمودارها مشخص است جوابهای

به دست آمده از این روش تطابق نسبتاً خوبی با جوابهای تجربی، به خصوص در باندهای با طول موج بلندتر دارد. تطابق مقادیر متوسط (نسبت سطح زیر منحنیها) بهتر از مقادیر محلی اند.

۲- برای بررسی اثرات تغییر دما، مقدار جاذبیت گاز دی اکسید کربن در دماهای مختلف محاسبه و در شکل (۴) نشان داده شده است. همان طور که انتظار می رود، با افزایش دما عرض باندها گسترش یافته و بیانگر اثر دما بر گسترش خطوط طیفی است. شکل منحنیها در عدد موج اطراف  $2000 \text{ cm}^{-1}$  از معادلات (۳، ۲، ۱) پیروی می کند. به همین دلیل است که در آن قسمت از منحنی، خطوط مربوط به دماهای مختلف بر هم منطبق شده و به شکل یک خط واحد دیده می شوند.

۳- در بررسی اثر فشار و فاصله مؤثر بین دو صفحه مشاهده شد که مقدار جاذبیت گاز دی اکسید کربن تابعی از حاصلضرب فشار جزئی گاز فعال در فاصله مؤثر بین دو صفحه است. در شکل (۵) این اثر نشان داده شده است. از روی منحنی تغییرات جاذبیت مشاهده می شود که با افزایش حاصلضرب فشار جزئی در فاصله مؤثر، هم پهنای و هم ارتفاع باند افزایش یافته است.

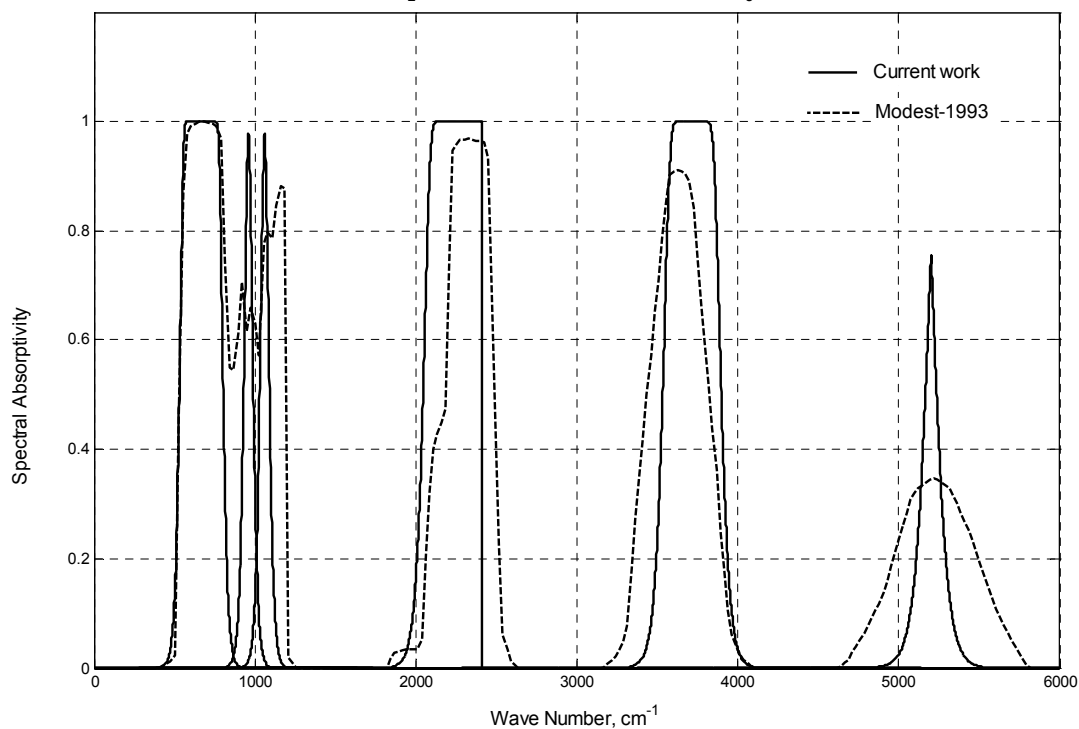
۴- ضریب تشعشع متوسط کلی  $\varepsilon$ ، برای دماها و فشارهای مختلف در شکل (۶) رسم شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که  $\varepsilon$  تابعی از دما، فشار و  $p_a L_e$  است.

$$\varepsilon = \varepsilon(p_a L_e, p, T_g) \quad (27)$$

برای اطمینان از دقت روش در محاسبه جاذبیت، نتایج به دست آمده از این تحقیق به همراه نتایج ساروفیم [۱۴] روی نمودار رسم شده است که تطابق خوبی مشاهده می شود.

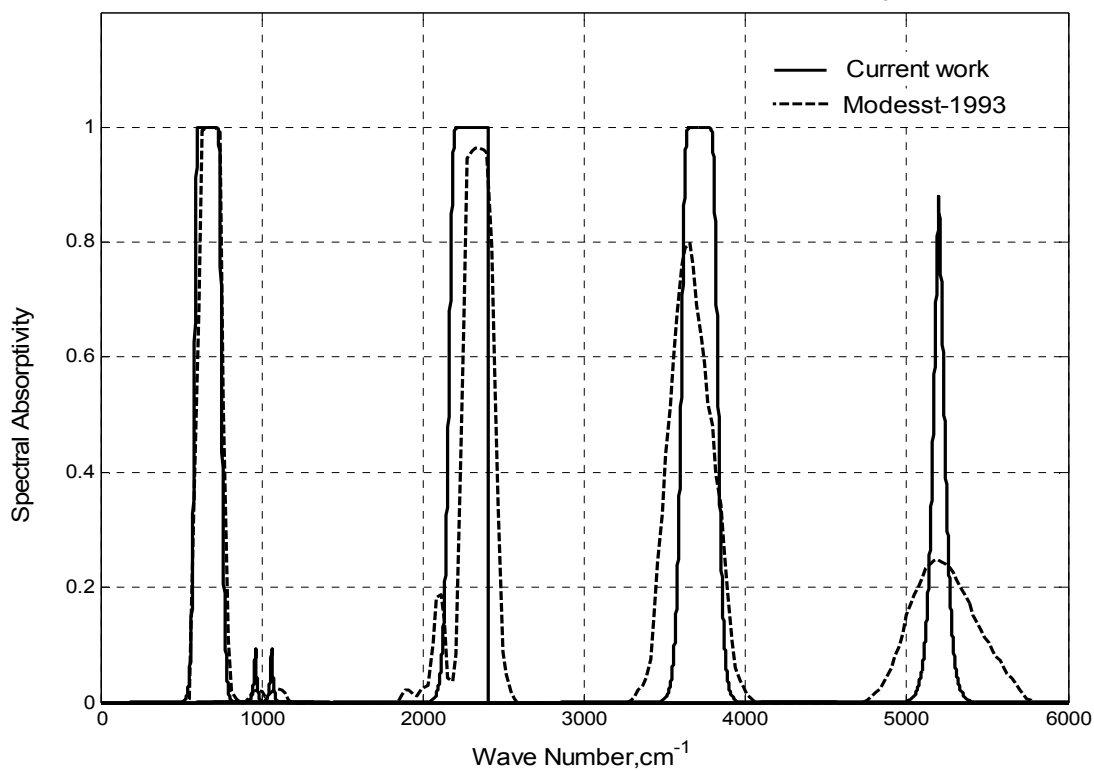
۶- در شکل (۸) اثر تغییر دمای صفحات بر روی توزیع دمای گاز و مقدار شار حرارتی تشعشعی، مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده می شود که افزایش دمای صفحات شکل منحنی را تغییر نداده اما در مقدار شار عبور مؤثر است. به این ترتیب که هرچه دمای صفحات افزایش یابد مقدار شار نیز افزایش پیدا می کند، که امری بدیهی است.

Absorptivity of CO<sub>2</sub> at T=833 K, Total pressure of 10 atm, L<sub>e</sub>=38.8 cm



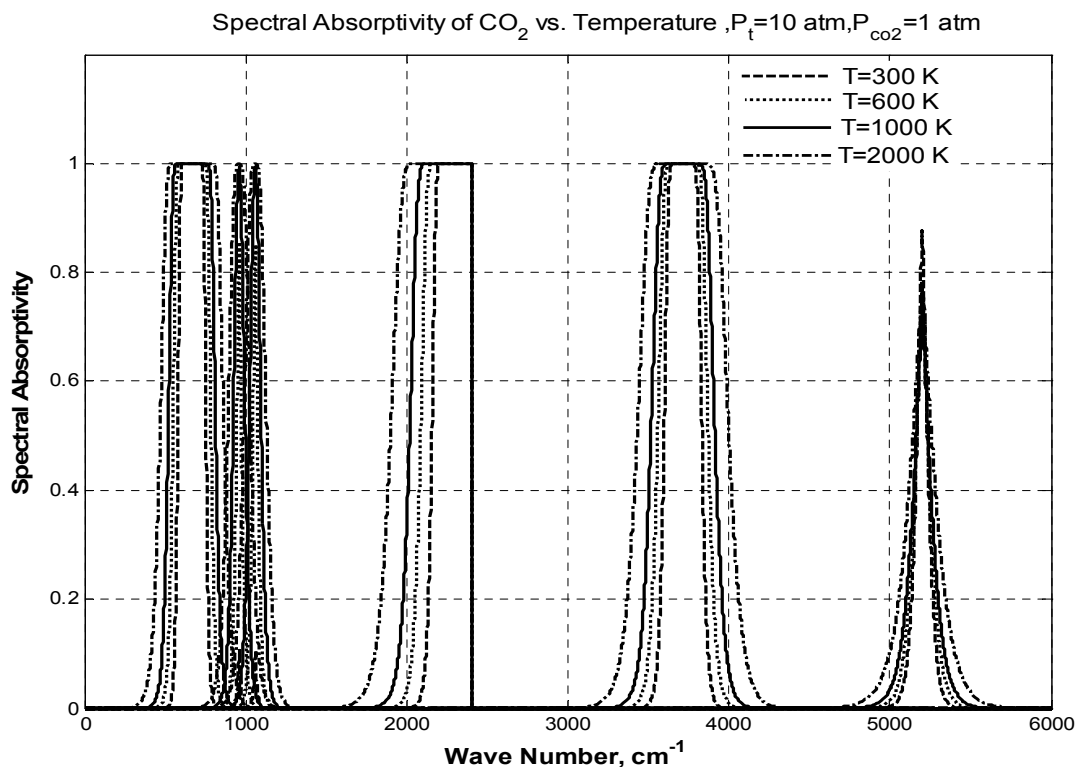
شکل ۲- ضریب جذب طیفی گاز دی اکسید کربن در T = 833 K فشار کلی ۱۰ اتمسفر و طول مشخصه ۳۸/۸ سانتیمتر

Absorptivity for CO<sub>2</sub> at T=294 K, Total pressure of 10 atm, L<sub>e</sub>=38.8 cm

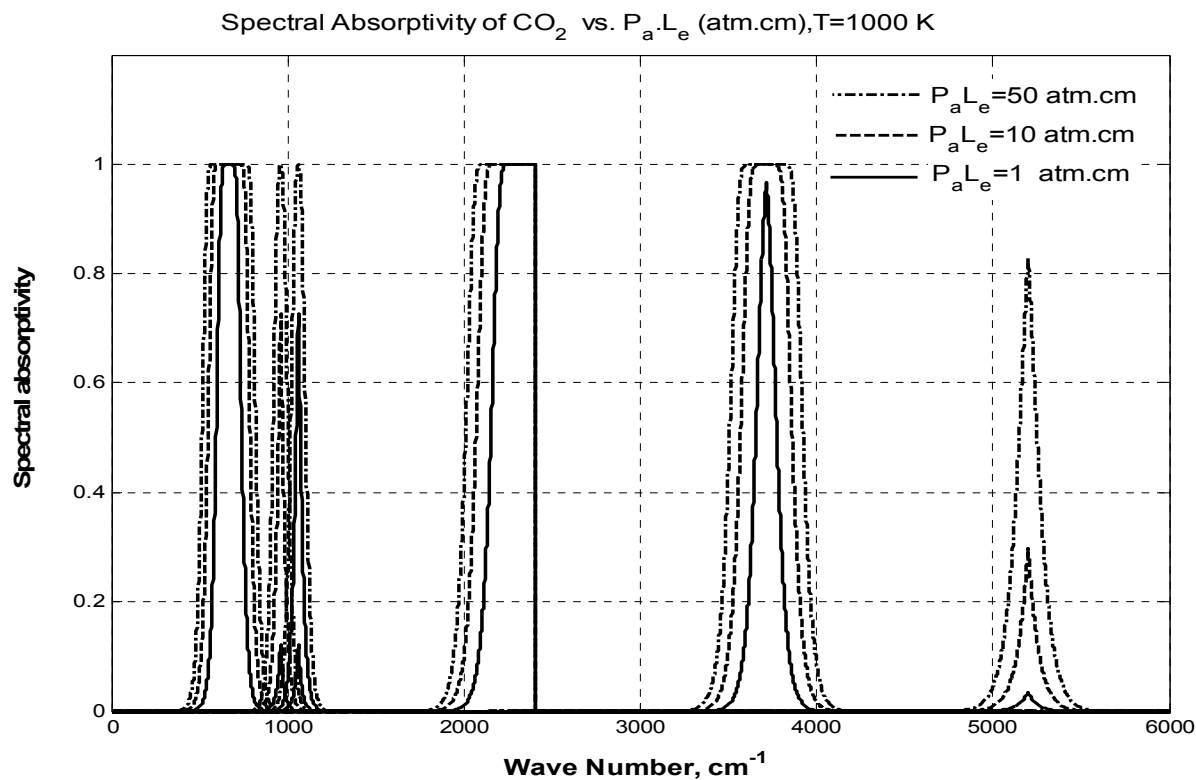


شکل ۳- ضریب جذب طیفی گاز دی اکسید کربن در T = 294 K فشار کلی ۱۰ اتمسفر و طول مشخصه ۳۸/۸ سانتیمتر



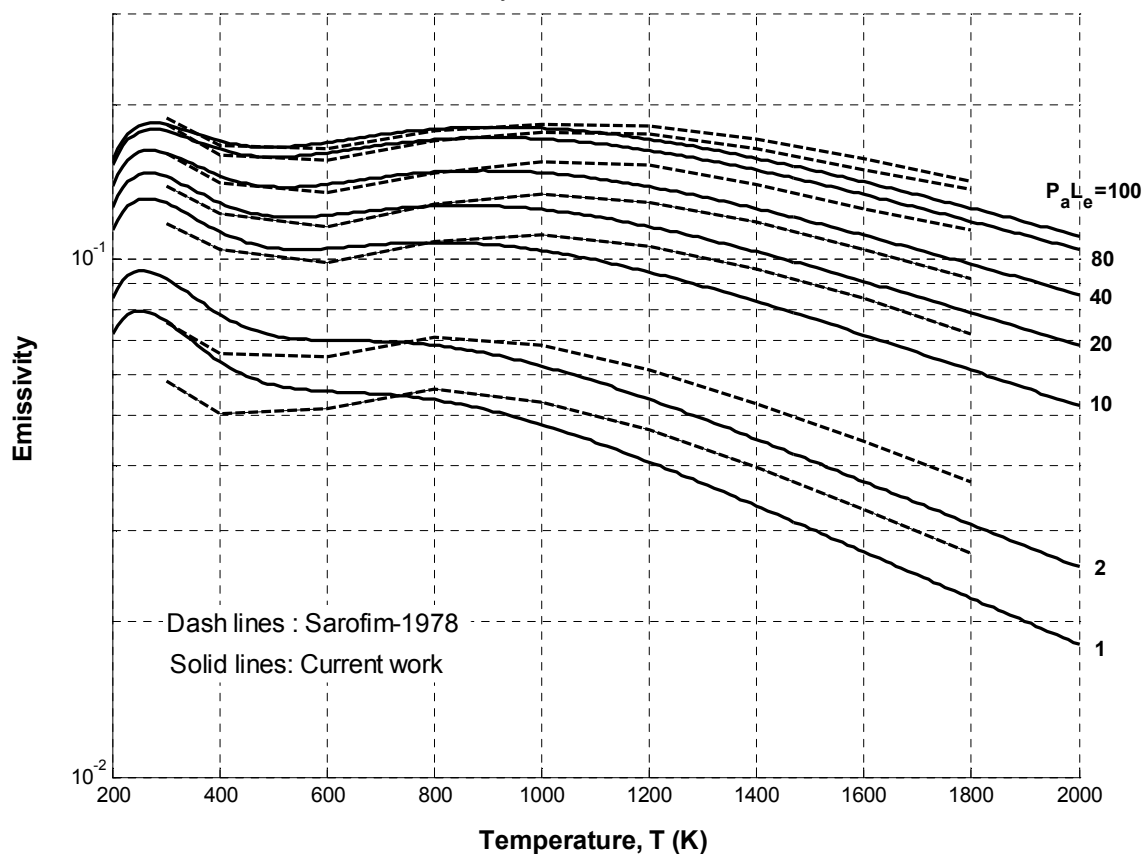


شکل ۴- تغییرات ضریب جذب طیفی دی اکسید کربن بر حسب دما (  $P_a L_e = 38.8 \text{ atm.cm}$  ) فشار کلی ۱۰ اتمسفر فشار جزئی گاز دی اکسید کربن ۱ اتمسفر

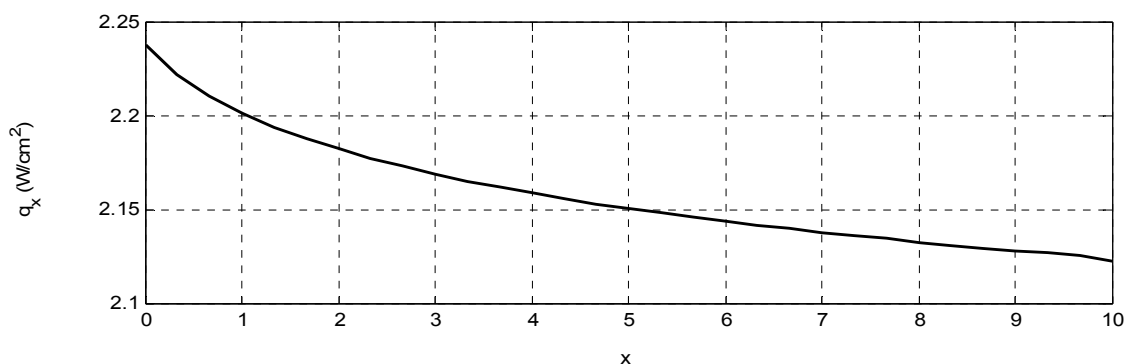
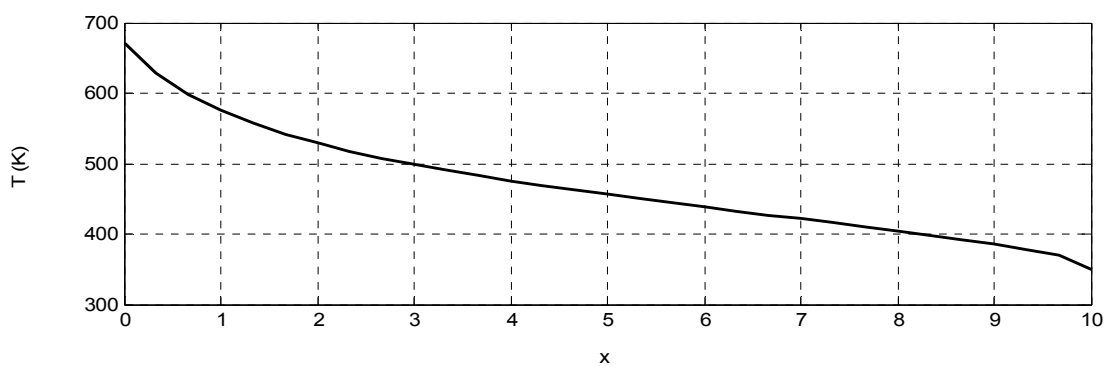


شکل ۵- تغییرات ضریب جذب طیفی دی اکسید کربن، بر حسب حاصلضرب فشار جزئی در طول مؤثر، T=1000 K

Total Emissivity of Co2 at Total Pressure of 1 atm



شکل ۶- تغییرات ضریب تشعشع کلی دی اکسیدکربن بر حسب دما، فشار و طول مؤثر فشارکلی ۱ اتمسفر



شکل ۷- جوابهای به دست آمده برای گاز دی اکسیدکربن بین دو صفحه برای حالت  $T_1 = 700K, T_2 = 300K$

جدول ۱- مقایسه شار حرارتی تشعشعی برای دو صفحه موازی (۷۰۰ و ۳۰۰ کلوین) در حالت وجود گازهای

دی اکسیدکربن و یا بخار آب در فشارهای جزئی مختلف

| شار تشعشعی<br>در حالت $p \rightarrow 0$<br>$w/cm^2$ | شار تشعشعی<br>$p=0.1$ atm<br>$w/cm^2$ | شار تشعشعی<br>$p=0.2$ atm<br>$w/cm^2$ | گاز خاکستری<br>$K_D=0.1$ | گاز خاکستری<br>$K_D=0.2$ |
|---|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ۲/۲۸  | ۲/۱۵                                  | ۲/۰۸                                  | ۲/۰۸                     | ۱/۹۴                     |
| ۲/۲۸  | ۲/۱۰                                  | ۱/۹۷                                  | ---                      | ---                      |

۷- در شکل (۹) مقادیرهای بدون بعد دما و شار حرارتی تشعشعی رسم شده است، همچنانکه مشاهده می‌شود، با افزایش دمای صفحات تغییر چندانی در دمای بدون بعد دیده نمی‌شود، اما با افزایش دما شار حرارتی بدون بعد کاهش یافته که دلیل آن افزایش مقدار جذب انرژی تشعشعی دردهماهای بالاتر می‌باشد.

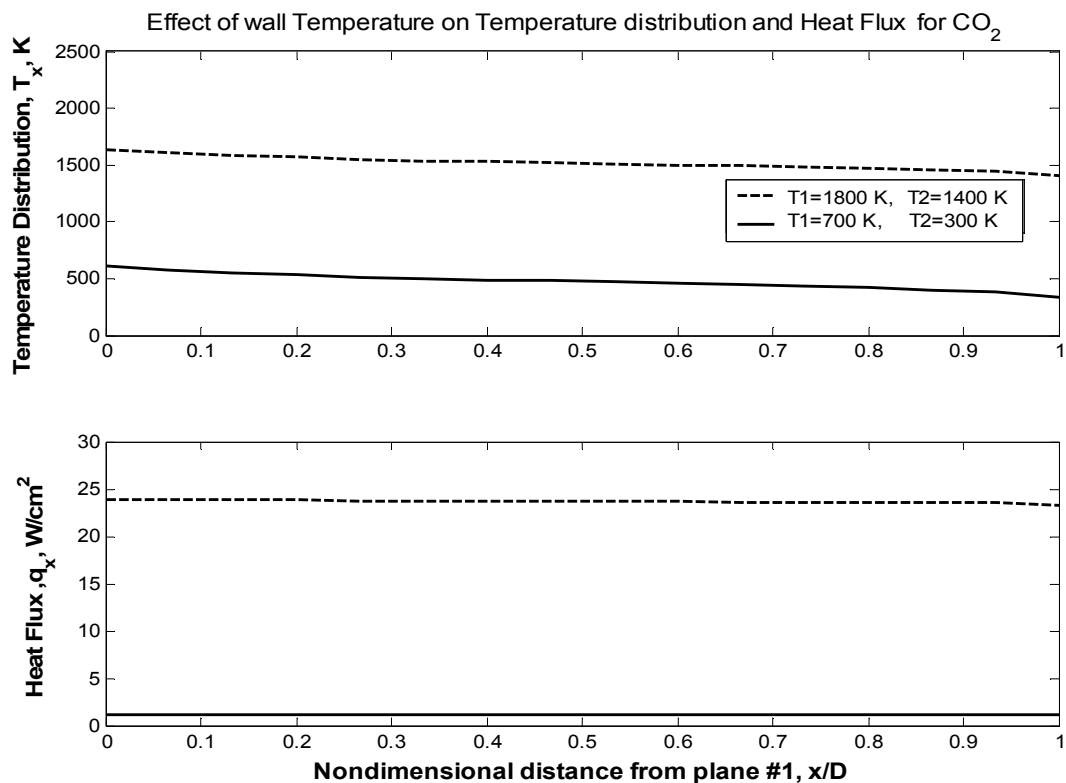
۸- برنامه نوشته شده برای حل این مسأله، قادر به انجام محاسبات برای بخار آب نیز هست. در شکل (۱۰) برای نمونه، توزیع دمای بین دو صفحه، در هر دو حالت وجود گاز دی اکسید کربن یا بخار آب، با هم مقایسه شده است. به دلیل در دسترس نبودن و یا انجام نشدن چنین محاسباتی برای بخار آب در مراجع، امکان مقایسه نتایج مربوط به بخار آب با نتایج کارهای دیگران فراهم نشده است.

۹- نتایج به دست آمده از این تحقیق در چند فشار جزئی مختلف، هم برای بخار آب و هم دی اکسید کربن رسم شده (شکل ۱۱) و با جوابهای به دست آمده از حل هیزلت برای گاز خاکستری در شرایط تقریباً مشابه، مقایسه گردیده است. با ملاحظه منحنی‌های مربوطه دیده می‌شود که جوابهای حل حاضر با جوابهای مربوط به فرض گاز خاکستری، بسته به نوع گاز، تفاوت فراوانی می‌تواند داشته باشد. در نتیجه هنگام محاسبه توزیع دما درون گاز و همچنین نرخ حرارت تشعشعی فرض گاز خاکستری برای بخار آب و دی اکسید کربن می‌تواند خطای زیادی داشته باشد. این خطا برای بخار آب بیشتر است.

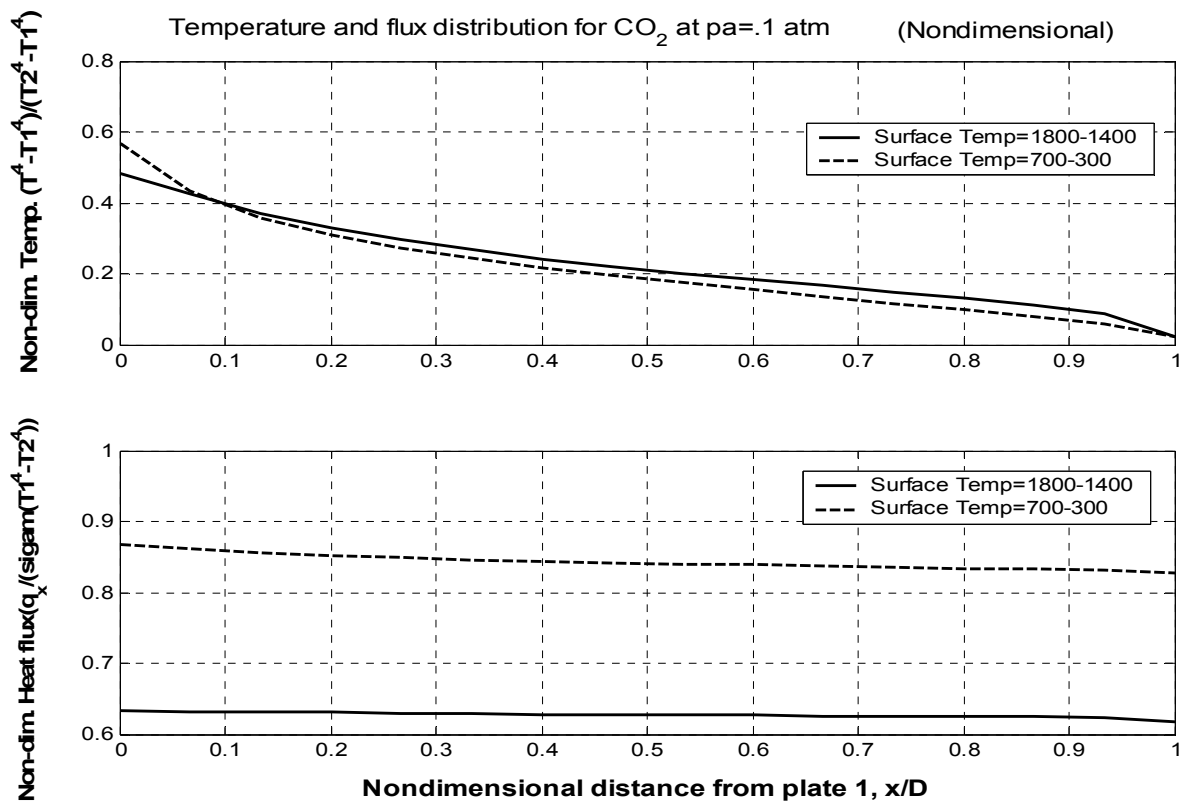
۱۰- برای بررسی دقت جوابها به مقالات متعددی رجوع شد، که در اکثر آنها توزیع دما جزئی از معلومات مسئله بوده است، بنابراین امکان مقایسه وجود نداشته است. اما در یک مورد نتایج با کار کامینسکی و مودر [۱۵] مقایسه شده که در کار ایشان نیز همانند این تحقیق فرض تعادل تشعشعی وجود دارد و توزیع دمای بدون بعد بدست آمده در هر دو در شکل (۱۲) با هم مقایسه شده است، که تفاوت چندانی مشاهده نمی‌شود. کامینسکی و مودر با استفاده از تقریب  $p=1$  و  $p=3$  با فرض تعادل تشعشعی مساله را حل کرده اند.

۱۱- در جدول (۱) اثر تغییر فشار جزئی گاز فعال موجود بین دو صفحه در مقدار شار حرارتی تشعشعی عبوری، مورد بررسی قرار گرفته است.

۱۲- برنامه نوشته شده برای حل معادله انتقال در این تحقیق، دارای سه پارامتر است که اهمیت زیادی در دقت جوابها دارد و در واقع مشکل اصلی برای به دست آوردن جوابهای دقیق بوده است. این پارامترها عبارتند از: تعداد تقسیمات فاصله میان دو صفحه مورد نظر، اندازه المان عدد موج ( $\Delta\eta$ ) و تعداد تقسیم بندی زاویه ای. اندازه این سه پارامتر باید به گونه ای انتخاب شود که هم دقت جوابها مطلوب باشد و هم زمان محاسبه رایانه‌ای بیش از اندازه افزایش نیابد. در شکل (۱۳) برای نمونه اثر این سه پارامتر مورد بررسی قرار گرفته است.

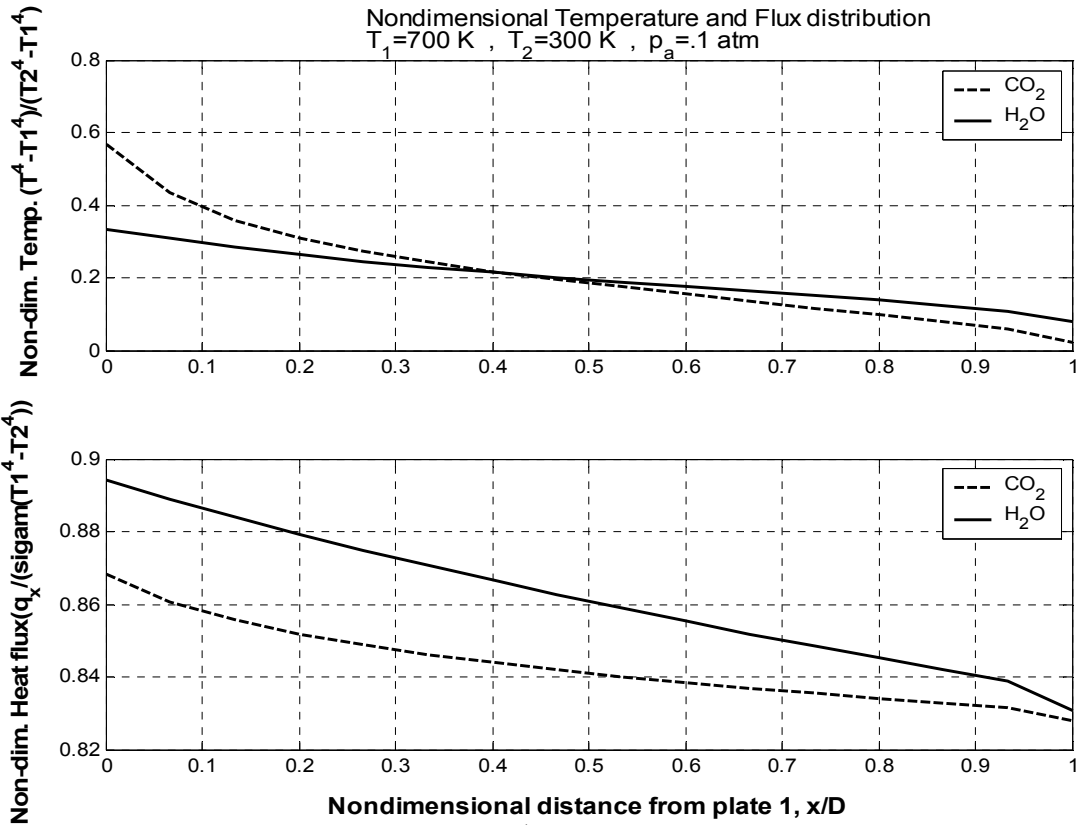


شکل ۸- اثر تغییر دمای صفحات: مقایسه بین نتایج به دست آمده برای گاز دی اکسید کربن، با دمای صفحات مختلف

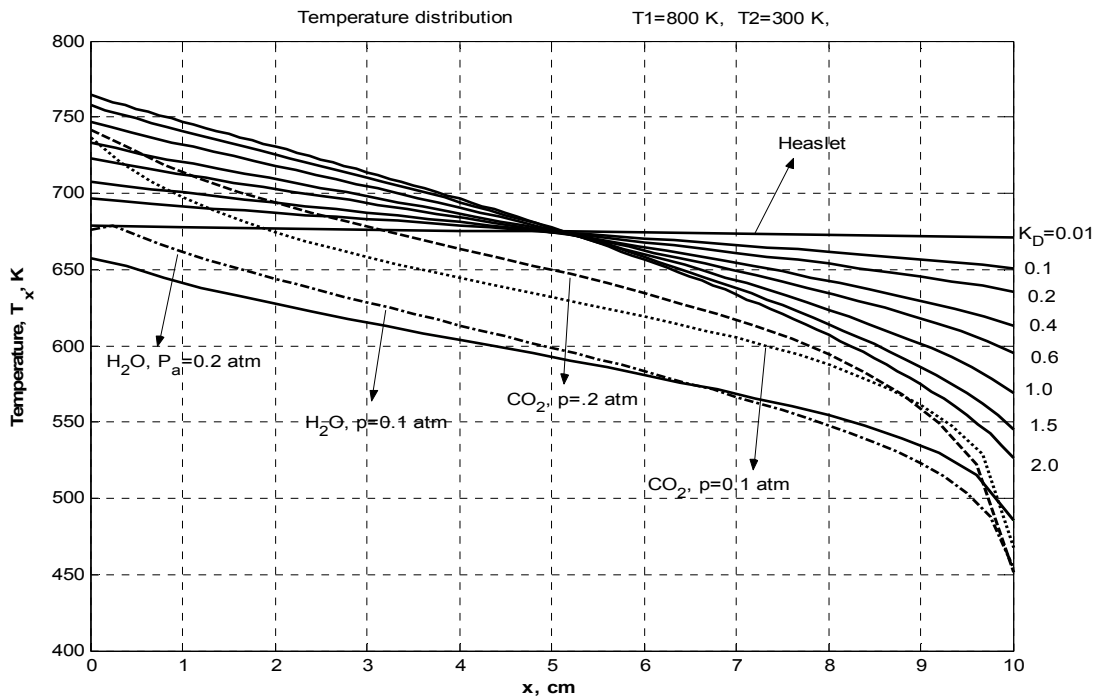


شکل ۹- مقایسه بین نتایج به دست آمده برای گاز دی اکسید کربن، با دمای صفحات مختلف (دما و شار بدون بعد)،  $p_a=0.1$  atm

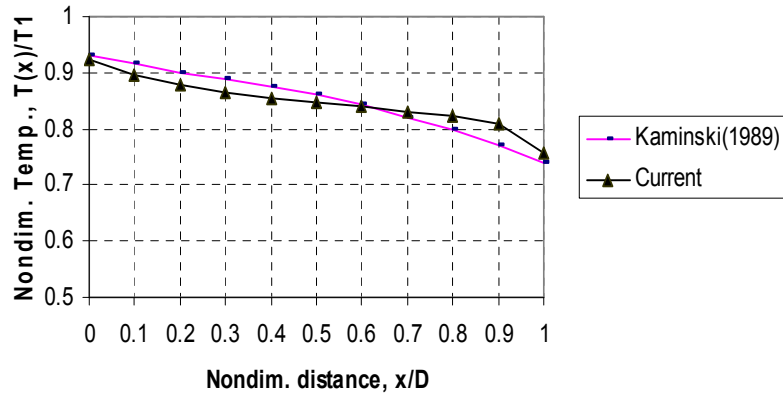
(دمای بدون بعد،  $(T^4 - T_2^4)/(T_1^4 - T_2^4)$  و شار بدون بعد  $(q_x / \sigma(T_1^4 - T_2^4))$ )



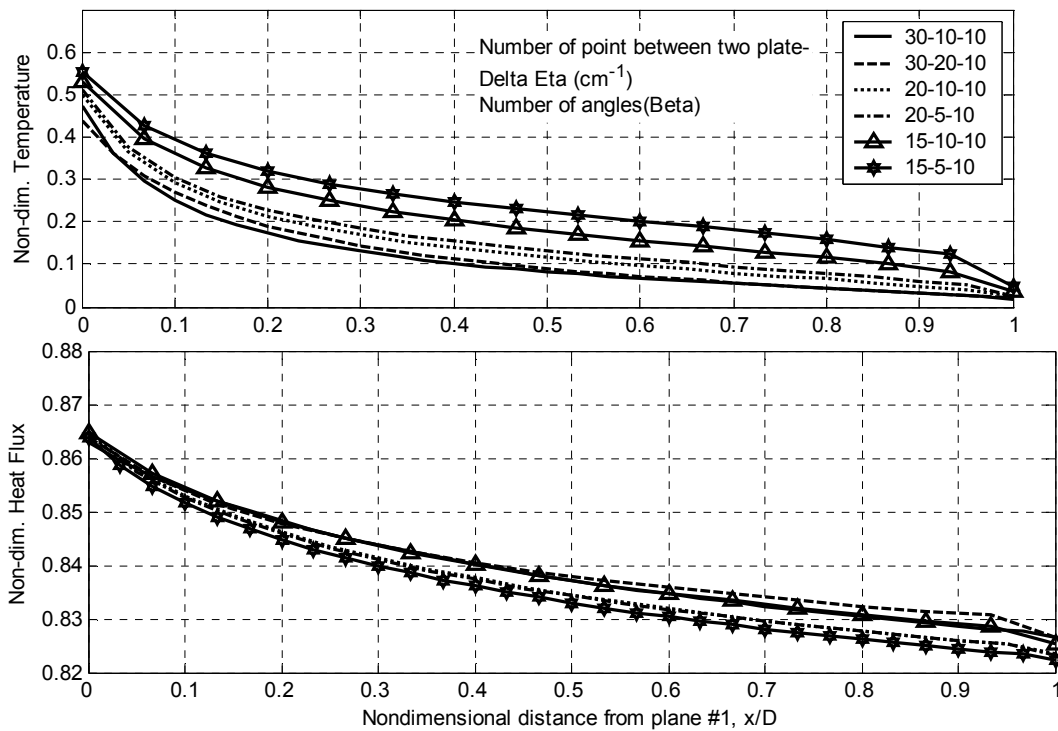
شکل ۱۰- مقایسه جوابها برای دی اکسید کربن و بخار آب  $T_1 = 700\text{ K}$  ,  $T_2 = 300\text{ K}$  ,  $p_a = 0.1\text{ atm}$   
 (دمای بدون بعد،  $(T^4 - T_2^4)/(T_1^4 - T_2^4)$ ، و شار بدون بعد  $q_x/\sigma(T_1^4 - T_2^4)$ )



شکل ۱۱- مقایسه جوابهای به دست آمده از حل حاضر برای دی اکسید کربن و بخار آب در فشارهای مختلف با حل هیزلت  
 [ ۱۹ ]  $(\text{Heaslet}) T_1 = 800\text{ K}, T_2 = 300\text{ K}$



شکل ۱۲- مقایسه نتایج با کامینسکی [۱۵] برای گاز دی اکسید کربن



شکل ۱۳- حل معادله انتقال با استفاده از پارامترهای ورودی مختلف (به ترتیب از سمت چپ اولین عدد تعداد تقسیم بندی فاصله  $(\Delta x)$ ، دومین عدد اندازه المان عدد موج  $(\Delta \eta)$  و سومین عدد تعداد تقسیمات زاویه ای  $(\Delta \beta)$  است).

## واژه نامه

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. non scattering                                | 8. line By line calculation(LBL) |
| 2. participating                                 | 9. spectral intensity            |
| 3. detection of infrared heat sources            | 10. solid angle                  |
| 4. radiative transfer equation(RTE)              | 11. absorptivity                 |
| 5. Weighted Sum of Gray Gas(WSGG)                | 12. band strength parameter      |
| 6. zone method                                   | 13. band width parameter         |
| 7. spectral line weighted sum of gray gases(SLW) |                                  |

1. Hottel, H.C. and. Sarofim, A.F Radiative Transfer, Mcgray-Hill, New York, 1967.
2. Song, T.H. "Comparison of Engineering Models of NonGray Behavior of Combustion Products", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, PP. 3975-3982, 1993.
3. Soufiani, A. Djavdan, E. "A Comparison Between Weighted Sum of Gray Gases and Statistical Narrow-Band Radiation Models for Combustion Applications, " *Combustion and Flame*, Vol. 97, PP 240-250, 1994.
4. L. Pierrot, A. Soufiani, J. Taine, "Accuracy of the Various Gas IR Radiative Property Models Applied to Radiative Transfer in Planar Media, " in *M.P. Menguc (ED.), Proceeding of the First International Symposium on Radiative Transfer*, Begell House Inc., Kusadaci, Turkey, pp. 207-209, 1995.
5. Goody, R. West, R. Chen, L. and Crisp, D. "The Correlated-k Method for Radiation Calculation in Non Homogeneous Atmospheres, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 42, PP. 539-550, 1989.
6. Lacis, A. Oinas, V. "A Description of the Correlated-k Distribution Method for Modeling Nongray Gaseous Absorption, Thermal Emission and Multiple Scattering in Vertically Inhomogeneous Atmospheres, *J. Geophys. Res.* Vol. 96, PP. 9027-9063, 1991.
7. Denison, M.K and Webb, B.W. "A Spectral Line-Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers," *J. Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 1004-1012, 1993.
8. Denison, M.K. Webb, B.W. "The Spectral Line-Based Weighted -Sum-of-Gray-Gases Model in Nonisothermal Nonhomogeneous Media," *J. Heat Transfer*, Vol. 117, PP. 359-365, 1995.
9. Taine, J. "A Line-by-Line Calculation of Low-Resolution Radiative Properties of CO<sub>2</sub>-CO-Transparent Nonisothermal Gases Mixture up to 3000 K," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Tarnsfer*, Vol. 30, PP. 221-234, 1983.
10. Riviere, Ph. Langlois, S. Soufiani, A. Taine, J. "An Approximate Database of H<sub>2</sub>O Infrared Lines for High Temperature Applications at Low Resolution Statistical Narrow-Band Parameters," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 53, PP. 221-234, 1995.
11. Marakis, J.G. "Application of Narrow and Wide Band Models for Radiative Transfer in Planar Media," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 44, PP. 131-142, 2001.
12. M. F. Modest, Radiative Heat Transfer, McGraw-Hill, New York, 1993.
13. Seigel, R. Howell. J. Thermal Radiation Heat Transfer, McGraw Hill, 2002
14. Sarofim, A.F. Farag, I.H. Hottel, H.C. "Radiative Heat Transmission from Non-Luminous Gases, Computational Study of the Emissivities of Carbon Dioxide," *ASME Publication for presentation at the AIAA-ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference*, Palo Alto, Calif., May 24-26, 1978.
15. Kaminski, D.A. Modar, J.P. "A Nongray P-N Approximation For Radiative Transfer," HTD-Vol. 106, *Heat Transfer Phenomena in Radiation Combustion and Fires, National Heat Transfer Conference*, PP. 27-34, 1989.
16. Edwards, D.K. Menard, W.A. "Comparison of Models for Correlation of Total Band Absorption", *Applied Optics*, Vol. 3, PP.. 621-625, 1964.
17. Edwards, D.K. "Molecular Gas Band Radiation", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 12, Academic Press New York, PP.115-193, 1976.
18. Modest, M.F. "The Monte Carlo Method Applied to Gases with Spectral Line Structure", *Heat Transfer*, Part B , Vol. 32 (3), PP. 273-284, 1992.
19. Heaslet, Max A. Warming, Robert F. "Radiative Transport and Wall Temperature Slip in an Absorbing Planar Medium, " *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.8 PP. 979-994, 1965.

حل هم زمان معادلات (۸) و (۱۶) به شرط معلوم بودن تغییرات  $a_{\lambda}(\lambda, T, P)$  اطلاعات مورد نظر را برای شار حرارتی و توزیع دما می‌دهد اما ملاحظه می‌شود که  $a_{\lambda}(\lambda, T, P)$  خود تابعی از شرایط محیط مانند دما، فشار و طول موج است. برای حل مسئله، قدم بعدی انتخاب راهی برای به دست آوردن ضرایب جذب طیفی و ترکیب آن با معادله انتقال تشعشعی و بقای انرژی است. مدل مورد استفاده برای محاسبه ضریب جذب، مدل باند پهن نمایی است. این مدل اولین بار توسط ادواردز و منارد [۱۶] ارائه شد. در اینجا فرض شده که ضریب جذب هموار شده،  $\frac{S}{d}$  به یکی از سه شکل زیر باشد [۱۷]:

$$\frac{S}{d} = \frac{\alpha}{\omega} e^{-(\eta_u - \eta)/\omega} \quad (1)$$

$$\frac{S}{d} = \frac{\alpha}{\omega} e^{-2|\eta_c - \eta|/\omega} \quad (2)$$

$$\frac{S}{d} = \frac{\alpha}{\omega} e^{-(\eta - \eta_l)/\omega} \quad (3)$$

که:

$$\alpha = \int_0^{\infty} k_{\eta} d\eta = \int_0^{\infty} \left( \frac{S}{d} \right)_{\eta} d\eta$$

$\alpha$  ضریب جذب انتگرال گیری شده یا پارامتر توان باند  $^{12}$  و  $\omega$  پارامتر نشان دهنده عرض باند  $^{13}$  است، که بیانگر عرض باند در  $\frac{1}{e}$  ماکزیمم شدت باند است.  $\alpha$  و  $\omega$  تابعی از دما هستند و از طریق آزمایش به دست می‌آیند. مقدار آنها برای گازهای  $\text{CO}$ ،  $\text{H}_2\text{O}$ ،  $\text{CO}_2$ ،  $\text{CH}_4$ ،  $\text{NO}$  و  $\text{SO}_2$ ، که مهمترین گازهای فرایند احتراق هستند، با استفاده از مادست [۱۲ و ۱۸] و معادلات زیر قابل محاسبه‌اند:

$$\alpha(T) = \alpha_o \frac{\left\{ 1 - \exp\left(-\sum_{k=1}^m u_k \delta_k\right) \right\} \psi(T)}{\left\{ 1 - \exp\left(-\sum_{k=1}^m u_{ok} \delta_k\right) \right\} \psi(T_o)} \quad (4)$$

$$\omega(T) = \omega_o \sqrt{\frac{T}{T_o}} \quad (5)$$

$$\psi(T) = \frac{\prod_{k=1}^m \sum_{v_k=v_{ok}}^{\infty} \frac{(v_k + g_k + \delta_k - 1)!}{(g_k - 1)! v_k!} e^{-u_k v_k}}{\prod_{k=1}^m \sum_{v_k=0}^{\infty} \frac{(v_k + g_k - 1)!}{(g_k - 1)! v_k!} e^{-u_k v_k}} \quad (6)$$

$$u_k = hc \eta_k / KT = c_1 \eta_k / T, \quad u_{ok} = \frac{C_1 \eta_k}{T_o}, \quad T_o = 100 \text{ K} \quad (7)$$

$$v_{ok} = \begin{cases} 0 & \text{for } \delta_k \geq 0 \\ |\delta_k| & \text{for } \delta_k < 0 \end{cases}$$

مقادیر با اندیس صفراز مادست [۱۲] گرفته شده است. با به دست آوردن  $\alpha$  و  $\omega$  برای دما و فشارهای مختلف و جایگذاری آنها در معادلات (۱ تا ۳) مقدار ضریب جذب در باندهای مختلف برحسب طول موج در هر دمای دلخواه، قابل دستیابی است.