ارائه روشی جهت رتبه‌بندی اهمیت و تأثیر متغیرهای تصادفی بر احتمال خرابی سازه‌ها

محسن راشکی، محمود میری* و مهدی اژدری‌مقدم
دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده مهندسی، گروه عمران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۵/۲۸– دریافت نسخه نهایی:۱۳۹۲/۱۰/۱۱)

چکیده – در مقاله حاضر با استفاده از خصوصیات آماری متغیرها در نقطه طراحی و مود، روش جدیدی جهت رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی در فضای اصلی ارائه شده است. در این روش نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی برطرف شده و روش تنها نیازمند در اختیار داشتن مختصات نقطه طراحی است. همچنین به‌منظور تعیین نقطه طراحی در فضای اصلی، الگوریتمی با استفاده از یک روش وزنی و روش اجتماع ذرات ارائه شده است که امکان تعیین نقطه طراحی را بدون استفاده از نگاشت و با دقت بالا فراهم می‌سازد. توانایی و دقت روش با حل چندین مسأله عددی و مهندسی مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه نتایج با جواب دقیق هر مسأله بیانگر کارایی روش ارائه شده در حل مسائل مختلف مهندسی است.

واژگان کلیدی: قابلیت اطمینان، متغیر تصادفی، رتبه‌بندی، نقطه طراحی.

A Method to Rank and Measure the Importance of Random Variables on Failure Probability of Structures

M. Rashki, M. Miri* and M. Azhdary Moghaddam

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan

Abstract: ***In the present study, by employing the statistical properties of random variables at design point and mode a new method is presented to rank random variables in original space. This method obviates the need for derivation from limit state function and just needs to know the coordinate of design point. Also, in order to determine design point in the original space, an algorithm based on a weighted method and particle swarm optimization method is presented providing the possibility of determining design point accurately without mapping. Robustness and accuracy of the proposed methods is evaluated by solving some numerical and engineering problems. The obtained results compared with exact solutions confirm the efficiency of the proposed methods for solving various engineering problems.***

Keywords: ***Reliability, random variable, ranking, design point.***

---

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی:mmiri@eng.usb.ac.ir

فهرست علائم

U	متغیر تصادفی در فضای نرمال استاندارد	V	سرعت ذره در روش اجتماع ذرات
G	تابع شرایط حدی	Φ	تابع توزیع احتمال نرمال استاندارد
X	متغیر تصادفی در فضای اصلی	β	شاخص قابلیت اطمینان
f	تابع چگالی احتمال	α	فاکتور حساسیت
F	تابع توزیع احتمال	μ	میانگین متغیر تصادفی
w	وزن نمونه ها	σ	انحراف معیار متغیر تصادفی
x	موقعیت ذره در روش اجتماع ذرات	ξ	نسبت وزن چگالی

۱- مقدمه

بررسی حساسیت احتمال خرابی به متغیرهای تصادفی در یک سیستم سازه‌ای از نکات کلیدی و مهم در طراحی بهینه و همچنین ساده‌سازی مسائل با تعداد متغیرهای تصادفی زیاد است. عموماً در مباحث طراحی بر اساس قابلیت اطمینان، طراح علاوه بر برآورد احتمال خرابی، در پی یافتن اهمیت هر یک ازمتغیرها در مسأله و تأثیر آن بر احتمال خرابی سازه است. چنانچه تأثیر متغیر تصادفی بر احتمال خرابی جزء سازه‌ای ناچیز باشد، می‌توان به منظور ساده سازی و کاهش ابعاد مسأله آن متغیر را به‌صورت قطعی در نظر گرفت و چنانچه میزان اثر زیاد باشد، باید آن را در مسأله حفظ نموده و در روند طراحی سازه از اثر آن متغیر استفاده کرد [۱]. روش‌هایی که به‌منظور آنالیز حساسیت و رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی مورد استفاده قرار می‌گیرند اکثراً بر پایه روش‌های قابلیت اطمینان متناظر استوار بوده و به دو گروه کلی تقسیم‌بندی می‌شوند: ۱) آنالیز حساسیت بر مبنای روش‌های تخمینی (نظیر روش‌های قابلیت اطمینان مرتبه اول[۱] و ۲) آنالیز حساسیت بر مبنای روش‌های شبیه‌سازی (نظیر شبیه‌سازی مونت کارلو[۲]) [۲ و۳]. در روش‌های تخمینی قابلیت اطمینان، موضوع کلیدی جهت حل مسأله، استفاده از یک تخمین خطی از تابع شرایط حدی حول نقطه طراحی[۳] و انتقال آن به فضای نرمال استاندارد است. مطابق تعریف ارائه شده توسط هاسوفد و لیند، نقطه طراحی نقطه‌ای روی تابع شرایط حدی است که کمترین فاصله را از مبدأ در فضای نرمال استاندارد داشته باشد، این نقطه همچنین با عنوان نقطه با بیشترین احتمال وقوع خرابی[۴] نیز شناخته می‌شود. این نقطه (و ناحیه اطراف آن) دربردارنده اطلاعات مهمی در مورد احتمال خرابی سازه است [۴و۵]. در روش‌های مرتبه اول، فاصله این نقطه تا مبدأ به‌عنوان شاخص قابلیت اطمینان[۵]مسأله (β) در نظر گرفته می‌شود که توسط رابطه $P_f = \Phi(-\beta)$ امکان تخمین احتمال خرابی سازه را فراهم می‌سازد. یک ویژگی مهم و اساسی این روش‌ها، فراهم آوردن اطلاعاتی در مورد اهمیت متغیرهای تصادفی در مسأله قابلیت اطمینان، بدون نیاز به‌انجام محاسبات اضافی است. این اطلاعات در اغلب این روش‌ها (که اکثراً از روش‌های جستجوی گرادیانی برای یافتن نقطه طراحی بهره می‌برند) قابل حصول بوده و شامل برداری است که در حین روند جستجو برای یافتن نقطه طراحی به‌دست می‌آید (به‌عنوان مثال در روش معادلات همزمان مرتبه اول از آن با عنوان بردار آلفا و فاکتورهای اهمیت[۶] یاد می‌شود) [۶]. با استفاده از مقادیر این بردار، متغیرهای تصادفی به‌لحاظ اهمیت در مسأله قابلیت اطمینان رتبه‌بندی شده و در روند طراحی و نیز ساده سازی مسأله به‌کار گرفته می‌شوند. برای یک تابع شرایط حدی خطی سازی شده، روش‌های تخمینی مرتبه اول فاکتور اهمیت (α_i) را به‌صورت تابعی از مشتق تابع شرایط حدی ارائه می‌دهند. این فاکتورهای اهمیت در واقع همان بردار کسینوس‌های هادی در فرایند جستجو هستند که باید

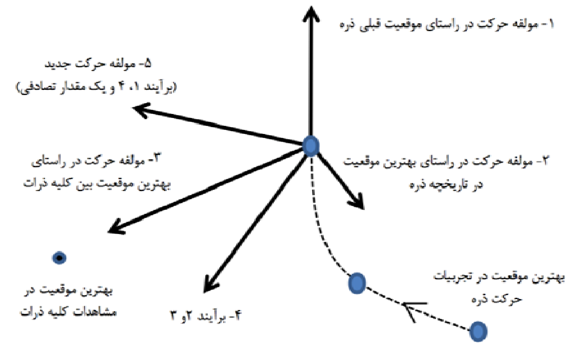
رابطه $\alpha_1^2+\alpha_2^2+...+\alpha_n^2=1$ را ارضاء کنند [۷]. بدین‌ترتیب در رابطه مزبور متغیر با بزرگترین فاکتور اهمیت، بیشترین اثر را در تعیین شاخص قابلیت اطمینان مسأله (و متعاقباً احتمال خرابی) به‌همراه خواهد داشت و برعکس.

علیرغم سادگی، این روش‌های تخمینی در محاسبه نقطه طراحی دارای معایبی از جمله وابستگی پاسخ به نقطه شروع جستجو، لزوم خطی‌سازی تابع شرایط حدی، لزوم انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد و نیز همگرا شدن به پاسخ موضعی برای مسائل با چندین نقطه طراحی هستند [۸]. به‌منظور غلبه بر برخی از مشکلات مطرح شده، محققان کارایی روش‌های حساسیت را طی سه دهه گذشته بهبود بخشیده و روش‌های نوینی جهت آنالیز حساسیت مبتنی بر روش‌های تخمینی ارائه نموده اند. هوهنبیچلر و رکویتز [۹]، مادسن و همکاران [۱۰]، جراگر وکرنک [۱۱] و کرمچندانی و کرنل [۱۲] روش‌های آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان را بر اساس روش‌های مرتبه اول و دوم گسترش دادند. همچنین روش مؤثری جهت بهبود روش‌های حساسیت مرتبه اول برای توابع غیرنرمال توسط ژانگ و یانگارائه شده است [۱۳]. ملچر و احمد نیز یک روش سریع با استفاده از ترکیب روش مرتبه اول و مونت کارلو جهت برآورد نتایج حساسیت قابلیت اطمینان ارائه نموده‌اند که قادر به حل مسائل با توابع چگالی احتمال متفاوت، با دقتی بالا است [۱۴]. با استفاده از روش‌های مرتبه دوم نیز تا حدودی مشکل خطی‌سازی تابع شرایط حدی و تخمین احتمال خرابی در روش‌های تخمینی برطرف شده و محققان مختلف تحقیقاتی جهت استخراج نتایج حساسیت با استفاده از این روش‌ها انجام داده‌اند. لیکن در این روش‌ها، پیچیدگی محاسبات اغلب بر دقت آنها غالب بوده و نیز این روش‌ها نسبت به‌روش‌های شبیه‌سازی از دقت پایین‌تری برخوردار هستند [۸]. باید توجه داشت که با وجود پیشرفت‌های مناسب، اغلب روش‌های ارائه شده فوق از الگوریتم‌های کلاسیک بهینه‌ساز جهت یافتن نقطه طراحی استفاده می‌کنند. با توجه به این موضوع، تضمینی برای همگرایی الگوریتم به‌کار رفته جهت تعیین نقطه طراحی صحیح برای توابع شرایط حدی پیچیده وجود ندارد. در سال ۲۰۰۵، الگبده روشی برای یافتن نقطه طراحی با استفاده از مفهوم موجود در روش‌های مرتبه اول و نیز روش جستجوی اجتماع ذرات ارائه نمود [۱۵]. این روش تا حد زیادی مشکل موجود در همگرایی به پاسخ در روش‌های کلاسیک مرتبه اول موجود را بهبود بخشید، لیکن لزوم استفاده از نگاشت و خطاهای احتمالی حاصل از آن هنوز هم در این روش وجود دارد. همچنین، روش ارائه شده توسط الگبده توانایی ارائه فاکتورهای اهمیت و رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی مسأله قابلیت اطمینان را ندارد.

در مقاله حاضر، نقطه طراحی به شکلی متفاوت از مفهوم ارائه شده توسط روش‌های تخمینی مورد جستجو قرار گرفته است. برای این منظور، از ترکیب روش وزنی ارائه شده در مرجع [۱۶] و روش جستجوی اجتماع ذرات برای تعیین این نقطه در فضای اصلی استفاده شده است. بدین ترتیب مشکل استفاده متوالی از نگاشت‌ها برای متغیرهای تصادفی و انتقال تابع شرایط حدی به فضای نرمال استاندارد برطرف شده است. این ویژگی سبب می‌شود خطاهای احتمالی جهت تعیین نقطه طراحی تا حد زیادی کاهش یابد. علاوه بر آن، یک روش مؤثر جهت ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی و رتبه‌بندی آنها بدون نیاز به فراخوانی تابع شرایط حدی و مشتقات آن ارائه شده، که در آن تنها از خصوصیات آماری متغیرها در نقطه طراحی و مود استفاده شده است. روش رتبه بندی پیشنهادی پس از معرفی الگوریتم ترکیبی (جهت تعیین نقطه طراحی) ارائه شده است.

۲- الگوریتم ترکیبی پیشنهادی جهت تعیین نقطه طراحی

روش معمول برآورد نقطه طراحی در روش‌های مرتبه اول، یافتن نقطه‌ای برروی تابع شرایط حدی است، به‌گونه‌ای که این



شکل ۱- حرکت یک ذره در روش بهینه سازی اجتماع ذرات

نقطه کمترین فاصله را نسبت به مبدأ در فضای نرمال استاندارد دارا باشد. برای این منظور از یک الگوریتم بهینه‌ساز[۷] به‌صورت زیر در مسأله قابلیت اطمینان استفاده می‌شود:

$$\text{Min}\ \ \beta = \sqrt{\sum_{i=1}^{d} {U_i}^2} \qquad (۱)$$
$$\text{Subject to}\quad g(X) = 0$$

که در آن U_i مقدار متغیر تصادفی iام در فضای نرمال استاندارد، d تعداد متغیرهای تصادفی و g مقدار حاصله برای تابع شرایط حدی مسأله است[۶ و۱۷]. برای این منظور چنانچه متغیری دارای تابع توزیع غیر نرمال باشد، روش مذبور با استفاده از نگاشت‌های مختلف متغیر را به فضای نرمال استاندارد انتقال می‌دهد که سبب افزایش قابل توجه درجه غیرخطی تابع شرایط حدی شده و متعاقبا کاهش دقت محاسبات را در پی خواهد داشت. اخیراً یک روش مؤثر شبیه‌سازی وزنی جهت تخمین احتمال خرابی و نیز نقطه با بیشترین احتمال خرابی در مرجع [۱۶] ارائه شده است که علاوه بر توانمندی در حل مسائل با توابع شرایط حدی پیچیده، مشکل نیاز به استفاده از نمونه‌های زیاد در روش مونت کارلو را نیز مرتفع نموده است. در مقاله حاضر از روش ارائه شده در مرجع مذکور جهت برآورد نقطه با بیشترین احتمال خرابی در فضای اصلی به‌صورت زیر بهره گرفته شده است:

$$\text{Max}\ \ W = \prod_{i=1}^{s} \text{PDF}_i(\mu_i, \sigma_i), \qquad (۲)$$
$$\text{Subject to}\quad g(X) = 0$$

در رابطه فوق s تعداد متغیرهای تصادفی مسأله قابلیت اطمینان و $\text{PDF}(\mu_i, \sigma_i)$ مقدار تابع چگالی احتمال متغیر iام با میانگین μ_i و انحراف معیار σ است. بدین ترتیب هدف مسأله بهینه‌سازی فوق، یافتن بیشترین مقدار حاصل‌ضرب تابع چگالی احتمال بر روی تابع شرایط حدی است. در این تحقیق، از الگوریتم اجتماع ذرات[۸] به‌عنوان موتور جستجوگر مسأله قابلیت اطمینان استفاده شده است. سادگی روش، همگرایی سریع و توانمندی بالا در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی از جمله خصوصیات روش اجتماع ذرات است که آن را به‌عنوان یک جایگزین مناسب برای روش های کلاسیک بهینه‌سازی تبدیل نموده است [۱۸]. بر اساس ویژگی‌های ذکر شده، این روش بهینه‌سازی به‌عنوان جایگزین روش‌های گرادیانی جهت یافتن نقطه طراحی به‌کار گرفته شده است. این الگوریتم از رفتار اجتماعی پرندگان در حین جستجوی غذا برای هدایت مجموعه پرندگان به منطقه امید بخش در فضای جستجو استفاده کرده و با به هنگام کردن موقعیت پرندگان با توجه به‌میزان شایستگی آنها، مجموعه را به‌سمت جواب بهینه هدایت می‌کند. برای این منظور، الگوریتم با یک گروه از جواب‌های تصادفی شروع به‌کار می‌کند. فرآیندجستجو در این روش شامل یک روند مبتنی بر تکرار است که در آن هر ذره موقعیت خود را بر اساس تجربیات خود، مشاهدات سایر ذرات و نیز یک حرکت تصادفی بهبود می‌بخشد. این روند برای مجموعه ذرات با به‌هنگام کردن موقعیت x توسط رابطه (۳) و سرعت v توسط رابطه (۴)، تا همگرایی مجموعه ذرات به یک پاسخ واحد ادامه می‌یابد:

$$x_{i,g}^{(t+1)} = x_{i,g}^{(t)} + v_{i,g}^{(t+1)} \qquad (۳)$$

$$v_{i,g}^{(t+1)} = wv_{i,g} + c_1\text{Rand}()\left(\text{pbest}_{i,g} - x_{i,g}^{(t)}\right) + c_2\text{Rand}()\left(\text{gbest}_{i,g} - x_{i,g}^{(t)}\right) \qquad (۴)$$

در رابطه فوق t موقعیت زمانی ذرات، pbest بهترین موقعیتی است که ذره iام در طول اجرای الگوریتم می‌تواند کسب کند و gbest بهترین موقعیتی را که ذرات در طول اجرای الگوریتم کسب کرده‌اند نشان می‌دهد. در این رابطه ضرایب c_1، c_2، w به‌ترتیب پارامترهای شناخت فردی، شناخت اجتماعی، ضریب لختی بوده و Rand () عددی تصادفی در بازه [۰-۱] است.

انتخاب مقادیر برای سه پارامتر اول معمولا تجربی است. مرجع [۱۵] مقادیر ۱/۵، ۱/۲ و ۰/۷۵ را به‌ترتیب برای پارامترهای c_1، c_2 و w پیشنهاد نموده است. شکل (۱) روند به‌هنگام نمودن موقعیت ذره را به‌صورت شماتیک نمایش می‌دهد.

براساس توضیحات فوق، الگوریتم پیشنهادی جهت یافتن نقطه طراحی در فضای اصلی مسأله با استفاده از روش ذرات به‌صورت زیر خواهد بود:

۱) اختیار کردن $t = ۱$

۲) تولید بردار x_i^t به‌صورت تصادفی در محدوده جستجو

۳) تعیین مقدار وزن ذرات بر اساس رابطه (۲) و انتساب این مقدار متغیر به $pbest_i^t$ برای $i = 1,2,\ldots.n$

۴) تعیین مقدار $gbest^t$ به‌صورت gbest=max(w).

۵) محاسبه مقدار $v_{i,g}^{(t+1)}$ با استفاده از رابطه (۴)

۶) بررسی شرط بیشترین مقدار برای رابطه (۵)

$$v_{i,g}^{t+1} \geq v_{i,g}^{max} \ \text{then} \ v_{i,g}^{(t+1)} = v_{i,g}^{max} \tag{۵}$$

۷) محاسبه مقدار $x_{i,g}^{(t+1)}$ را با استفاده از رابطه (۳)

۸) تغییر pbest را براساس دستورات زیر:

$$\begin{aligned}&\text{for } i = 1:n\\&\text{if } w(pbest_i) < w(x_{i,g}^{(t+1)})\\&\text{then } pbest_{i,g} = x_{i,g}^{(t+1)}\end{aligned} \tag{۶}$$

۹) تغییر gbest را براساس دستورات زیر:

$$\begin{aligned}&\text{for } i = 1:n\\&\text{if } w\left(gbest_i\right) < \max\left(w\left(pbest_i\right)\right)\\&\text{then } gbest = pbest_i\end{aligned} \tag{۷}$$

۱۰) اختیار کردن مقدار $t= t+1$

۱۱) بررسی شرط پایان مراحل و تعیین نقطه طراحی ($x_{design\ point}$):

$$\begin{aligned}&\text{if } t \neq t_{max}\\&\text{go to step}\left(6\right)\\&\text{else } x_{design\ point} = gbest\end{aligned} \tag{۸}$$

الگوریتم ارائه شده فوق را می‌توان حالت اصلاح شده الگوریتم اجتماع ذرات در مرجع [۱۵] دانست. در حالی که در روش پیشنهادی جستجو در فضای اصلی مسأله انجام می‌گیرد، روش ارائه شده در مرجع [۱۵] در گام دوم موقعیت هر ذره را توسط نگاشت‌هایی به فضای نرمال استاندارد منتقل می‌کند. متداول‌ترین روش انتقال موقعیت یک متغیر غیرنرمال به متغیر نرمال استاندارد معادل در یک مسأله قابلیت اطمینان، استفاده از روش ارائه شده توسط رکویتز و فیسلر بوده که به‌صورت زیر ارائه شده است:

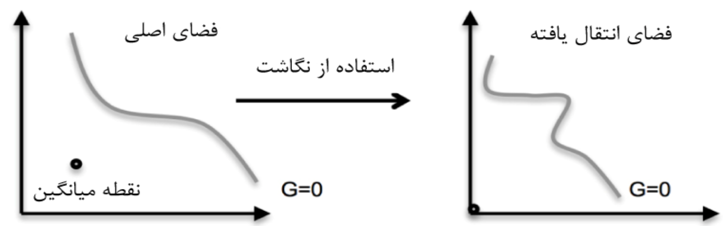
$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_x(x^*)}\varphi\left(\Phi^{-1}(F_x(x^*))\right) \tag{۹}$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e\left(\Phi^{-1}(F_x(x^*))\right) \tag{۱۰}$$

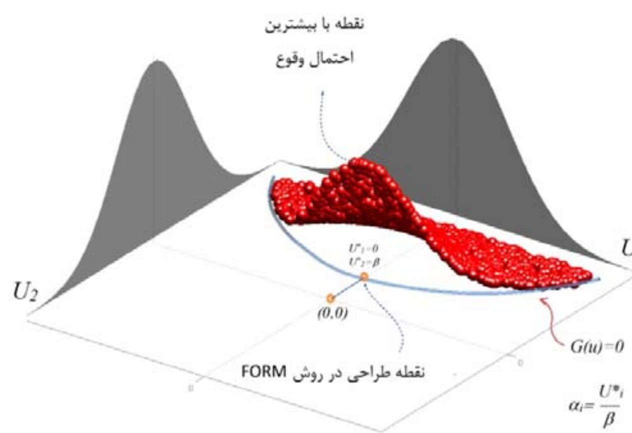
$$U = \frac{x^* - \mu_x^e}{\sigma_x^e} \tag{۱۱}$$

در روابط فوق μ_x^e و σ_x^e مقادیر میانگین و انحراف معیار متغیر x^* بوده، f_x و F_x به‌ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال آن متغیر و پارامترهای φ و Φ به‌ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال نرمال استاندارد هستند [۶ و ۷]. بدین‌ترتیب با محاسبه مقادیر انحراف معیار و میانگین معادل نرمال با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، انتقال متغیر به فضای نرمال استاندارد توسط رابطه (۱۱) صورت می‌پذیرد. مرجع [۱۹] نشان داده است که به‌کارگیری نگاشت حتی برای توابع شرایط حدی خطی نیز سبب بروز خطاهای بزرگ (حدود ۳۵ درصد) در ارزیابی احتمال خرابی سازه خواهد شد. استفاده از روابط فوق خصوصاً زمانی که تابع چگالی حاصل برای یک متغیر (با انجام آزمایش و داشتن جامعه آماری)، جزء توابع احتمال شناخته شده نباشد بسیار دشوار خواهد بود (به‌عنوان مثال حالتی که هیستوگرام فراوانی نسبی یک متغیر دارای چندین قله است). در چنین مواقعی اغلب یک تابع چگالی تخمینی جایگزین تابع واقعی می‌شود که متعاقباً خطا در انجام محاسبات را به‌همراه خواهد داشت.

تفاوت دیگر دو روش در گام سوم الگوریتم (ارزیابی شایستگی بر اساس تابع هدف مسأله) است. بدین ترتیب که در روش ارائه شده توسط مرجع [۱۵]، هدف یافتن کمترین مقدار شاخص قابلیت اطمینان در فضای نرمال استاندارد است لیکن در روش پیشنهادی هدف



شکل ۲- افزایش درجه غیر خطی تابع شرایط حدی معادل برای متغیرهای غیر نرمال



شکل ۳- محاسبه بردار آلفا در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان

یافتن بیشترین وزن در فضای اصلی مطابق رابطه (۲) خواهد بود. از آنجا که لزوم استفاده از نگاشت (برای متغیرهای غیرنرمال) درجه غیرخطی تابع را افزایش می‌دهد، لذا در روش پیشنهادی تابع هدف درجه غیرخطی کمتری نسبت به‌حالت معمول خواهد داشت. این موضوع در شکل (۲) نشان داده شده است.

۳- روش پیشنهادی جهت رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی

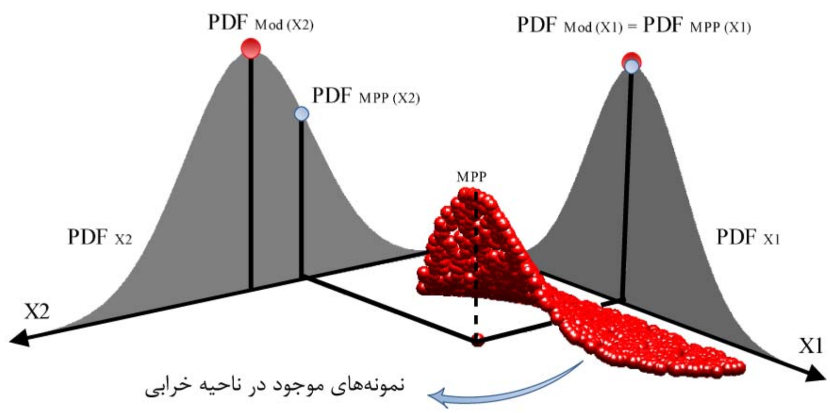
در محاسبه بردار آلفا در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان (FORM)، فاصله نقطه طراحی از مود[9] (نقطه‌ای که بیشترین فراوانی نسبی را در تابع توزیع احتمال یک متغیر داراست) مبنای تصمیم‌گیری در مورد اهمیت متغیرها در مسأله قابلیت اطمینان است. در این روش، با انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد و استفاده از رابطه (۱۲)، متغیری که بیشترین فاصله را از مبدأ فضای نرمال استاندارد داشته باشد، حساس‌ترین متغیر مسأله درنظر گرفته می‌شود.

$$\alpha_i^{Form} = \frac{U_i}{\beta_{Form}} \xrightarrow{\beta=cte} \alpha_i \propto U_i \qquad (۱۲)$$

متعاقباً افزایش فاصله از مود در تابع چگالی احتمال نرمال، کاهش فراوانی نسبی متغیر را در پی خواهد داشت. این موضوع در شکل (۳) برای دو متغیر در فضای نرمال استاندارد نشان داده شده است:

$$\alpha_i \propto U_i \propto \frac{1}{PDF_i} \qquad (۱۳)$$

مطابق توضیحات فوق، ایده فاصله از مود مبنای محاسبه اهمیت متغیرها در روش پیشنهادی است. در روش پیشنهادی، حساسیت هر متغیر بر اساس نسبت میان مقدار PDF آن متغیر در نقطه طراحی (MPP) به‌مقدار PDF در مود متغیر مذکور تعریف شده است. با انجام این کار، یک نسبت نرمال شده برای تمام متغیرهای مسأله به‌دست خواهد آمد



شکل ۴- ارزیابی اهمیت متغیر ها بر اساس روش پیشنهادی

که امکان مقایسه حساسیت میان متغیرهای مسأله را امکان‌پذیر می‌سازد بدون آنکه نیازی به فراخوانی تابع شرایط حدی، خطی‌سازی و یا استفاده از مشتقات آن باشد. برای محاسبه حساسیت هر پارامتر، در ابتدا برای هر یک از متغیرهای تصادفی مسأله یک نسبت نرمال شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\xi_{Xi} = 1 - \frac{PDF_{MPP\ X_i}}{PDF_{Mode\ Xi}} \quad (۱۴)$$

رابطه فوق برای متغیر iام بیان شده و برای دو متغیر موجود در شکل (۴) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\xi_{X_1} = 1 - \frac{PDF_{MPP\ X_1}}{PDF_{Mode\ X_1}}$$
$$\xi_{X_2} = 1 - \frac{PDF_{MPP\ X_2}}{PDF_{Mode\ X_2}} \quad (۱۵)$$

در این روابط $PDF_{Mode\ Xi}$ و $PDF_{MPP\ Xi}$ به‌ترتیب مقادیر تابع چگالی متغیر X_i در نقاط مود و MPP آن متغیر تصادفی هستند. بدین‌ترتیب انتظار می‌رود تغییرات میانگین و انحراف معیار متغیری که در نقطه طراحی، فراوانی نسبی نرمال شده کمتری نسبت به‌سایر متغیرها داشته اثر بیشتری در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله به‌همراه داشته باشد. بدین‌ترتیب حساسیت هر پارامتر بر اساس روابط ارائه شده به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\bar{\alpha}_{X_i} = \frac{\zeta_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{s} \zeta^2_{X_i}}} \quad (۱۶)$$

که در آن $\bar{\alpha}_{X_i}$ فاکتور اهمیت متغیر X_i بر مبنای MPP در مسأله قابلیت اطمینان است و متغیر با بیشترین فاکتور اهمیت، بیشترین اثر را در احتمال خرابی مسأله، میان سایر متغیرها خواهد داشت. ارتباط حساسیت‌های به‌دست آمده با استفاده از معادلات فوق را (برای n متغیر) می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$\bar{\alpha}_{X_1}{}^2 + \bar{\alpha}_{X_2}{}^2 + \ldots + \bar{\alpha}_{X_n}{}^2 = 1 \quad (۱۷)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در روش ارائه شده تنها از اطلاعات مربوط به خصوصیات آماری متغیرها (فراوانی نسبی در نقطه طراحی و مود هر متغیر) و به‌صورت بسیار ساده برای ارزیابی حساسیت استفاده می‌شود. نتایج حاصله از روش آنالیز حساسیت ارائه شده را می‌توان با بردار α در روشهای مرتبه اول مقایسه نمود. در حالیکه روش‌های مرتبه اول در هر تکرار در فضای نرمال استاندارد نیازمند مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی برای یافتن بردار α (و روش‌های مرتبه دوم نیازمند محاسبه مقادیر مشتق مرتبه دوم) هستند، می‌توان با به‌کارگیری روش‌های فرااکتشافی (نظیر آنچه در بخش ۲ آورده شد) نقطه طراحی را بدون نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط

جدول ۱- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۱

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
X_1	نرمال	۴۰	۲
X_2	نرمال	۵۰	۲/۵
X_3	نرمال	۱۰۰۰	۲۰۰

جدول ۲- نتایج روش پیشنهادی ارزیابی اهمیت متغیرها در مثال ۱

		نتایج روش پیشنهادی
پارامترهای حساسیت	α_1	۰/۷۵۸
	α_2	۰/۲۱۴
	α_3	۰/۶۱۷۴
نقطه طراحی	X^*_1	۲۸/۴۶۴۷
	X^*_2	۴۸/۳۷۲۵
	X^*_3	۱۳۷۵/۶۱

حدی تعیین نمود و سپس با در اختیار داشتن این نقطه، متغیرها را به‌سادگی در فضای اصلی مسأله قابلیت اطمینان رتبه‌بندی نمود. لذا می‌توان بیان داشت کاربرد اصلی روش رتبه‌بندی پیشنهادی، به‌دست آوردن همان نتایجی است که از روش‌های گرادیانی با مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی انتظار می‌رود در حالی که فرآیند جستجو در این روش توسط یک روش فرا اکتشافی (بدون نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی) و در فضای اصلی انجام گرفته است. این موضوع خصوصاً جهت حل مسائل با توابع شرایط حدی مشتق ناپذیر یا ناپیوسته و نیز مسائل با تابع شرایط حدی ضمنی (که روش‌های گرادیانی در مواجه با آن با مشکل روبرو هستند) بسیار مؤثر خواهد بود. همچنین از آنجا که در روش پیشنهادی مقادیر PDF به‌صورت مستقیم وارد مرحله رتبه‌بندی می‌شوند، ممان‌های استفاده شده از تابع چگالی (برخلاف روش‌های مرتبه اول)، محدود به میانگین و انحراف معیار متغیرها نیست.

در صورتیکه از عدم قطعیت متغیر X_i در یک مسأله صرف نظر شود (متغیر قطعی در نظر گرفته شود)، مرجع [۲۰] درصد خطای حاصله در برآورد شاخص قابلیت اطمینان مسأله را از رابطه زیر تخمین زده است:

$$\%\ \text{error} = \frac{\beta_{Median}-\beta_{Distribution}}{\beta_{Distribution}}\times 100\% = \left(1-\left(1-\alpha_i^2\right)^{-1/2}\right) \qquad (۱۸)$$

که در آن $\beta_{Distribution}$ و β_{Median} شاخص‌های قابلیت اطمینان مسأله هستند که به‌ترتیب با فرض تصادفی بودن و قطعی در نظر گرفتن متغیر X_i (در نقطه میانگین) نتیجه می‌شوند. رابطه فوق در مراجع [۲۱] و [۲۲] نیز مورد بررسی و استفاده قرار گرفته‌اند. در تحقیق حاضر نیز این رابطه به‌منظور کنترل نسبی صحت نتایج مورد استفاده قرار گرفته است.

۴- مثال‌ها و بررسی نتایج

به‌منظور ارزیابی دقت و توانمندی روش، پنج مسأله قابلیت اطمینان با توابع شرایط حدی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای هر مسأله، پاسخ حاصل از روش پیشنهادی با پاسخ دقیق مقایسه شده است.

مثال ۱- تابع شرایط حدی غیرخطی

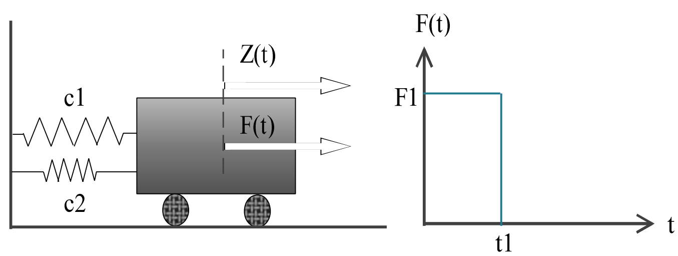
تابع شرایط حدی غیرخطی با سه متغیر تصادفی نرمال غیروابسته را مطابق رابطه (۱۹) درنظر بگیرید:

$$g = X_1X_2 - X_3 \qquad (۱۹)$$

خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی این مسأله در جدول ۱ ارائه شده است [۱۴]. در جدول ۲ نتایج قابلیت اطمینان و ارزیابی اهمیت مثال مورد بررسی با استفاده از روش پیشنهادی ارائه شده است. مشاهده می‌شود که بر اساس روش پیشنهادی، متغیر اول بیشترین و متغیر دوم کمترین اهمیت را به‌لحاظ تأثیر در احتمال خرابی مسأله دارد. به‌منظور بررسی صحت و دقت نتایج، نتایج حاصل در جدول ۳ در کنار جواب‌های دقیق مسأله ارائه شده است. نتایج دقیق، با انجام دو فرآیند مجزای شبیه‌سازی مونت

جدول ۳- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۱

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
	α_1	-	۰/۷۵۸
X_1	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۵۰	۱/۵۳
	Error_{X1}	٪۵۰	٪۵۳
	α_2	-	۰/۲۱۴
X_2	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۲۲	۱/۰۲۴
	Error_{X2}	٪۲/۲	٪۲/۳۷
	α_3	-	۰/۶۱۷۴
X_3	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۸	۱/۲۷
	Error_{X3}	٪۲۸	٪۲۷



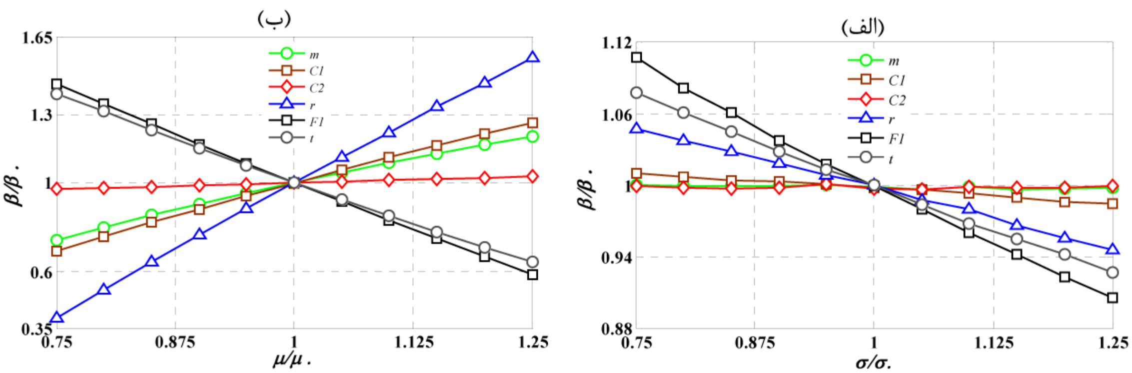
شکل ۵- سازه یک درجه آزادی

کارلو برای هر متغیر با و بدون درنظر گرفتن متغیر به‌صورت تصادفی در مسأله (به ترتیب $\beta_{Distribution}$ و β_{Median} حاصل شده است. بدین‌ترتیب برای به‌دست آوردن جواب دقیق اهمیت متغیرها در هر مسأله، به‌میزان تعداد متغیرها به‌علاوه یک بار شبیه‌سازی مونت کارلو انجام پذیرفته است. با محاسبه نسبت دو مقدار $\beta_{Distribution}$ و β_{Median}، خطای حاصله از قطعی درنظر گرفتن متغیر مذکور به‌صورت دقیق محاسبه شده و با نتیجه حاصل از رابطه (۱۸) برای روش پیشنهادی مقایسه شده است.

نتایج حاصله بیانگر آن است که قطعی در نظر گرفتن متغیر دوم از میان سه متغیر موجود در این مسأله، خطای اندکی در تحلیل قابلیت اطمینان مسأله به‌همراه خواهد داشت (حدود۲٪). در حالی‌که قطعی درنظر گرفتن متغیرهای اول و سوم، سبب بروز خطای زیاد در تخمین قابلیت اطمینان مسأله خواهد شد (به‌ترتیب حدود ۵۰٪ و ۲۸٪). مشاهده می‌شود این نتیجه به‌صورت تخمینی توسط روش پیشنهادی با خطای اندکی ارائه شده است.

جدول ۴- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۲

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
$m=X_1$	نرمال	۱	۰/۰۵
$c_1=X_2$	نرمال	۱	۰/۱
$c_1=X_3$	نرمال	۰/۱	۰/۰۱
$r=X_4$	نرمال	۰/۵	۰/۰۵
$F_1=X_5$	نرمال	۱	۰/۲۰
$t1=X_6$	نرمال	۱	۰/۲۰



شکل ۶- ارزیابی اثر (الف) انحراف معیار و (ب) تغیرات میانگین بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۲

مثال ۲- سازه یک درجه آزادی

سازه یک درجه آزادی با پارامترهای تصادفی نشان داده شده در شکل (۵) توسط بوچر و همکاران ارائه شده است. تابع شرایط حدی مسأله به‌صورت $g = 3r - |Z_{max}|$ تعریف شده است که در آن Z_{max} بیشترین پاسخ جابه‌جایی سیستم است. پارامترهای آماری متغیرهای تصادفی سازه در جدول ۴ ارائه شده است [۲۳ و ۲۵].

در جدول ۵ نتایج قابلیت اطمینان مثال مذبور برای روش مونت‌کارلو در کنار نتایج روش پیشنهادی ارائه شده است. مطابق توضیحات ارائه شده درمسأله قبل برای به‌دست آوردن جواب دقیق با استفاده از روش مونت کارلو، ۷ بار فرآیند شبیه سازی با تعداد ۱ میلیون نمونه صورت گرفته است. مطابق جدول و بر اساس تخمین ارائه شده بر اساس روش پیشنهادی، ترتیب اهمیت متغیرها در مسأله قابلیت اطمینان به‌قرار زیر بوده است:

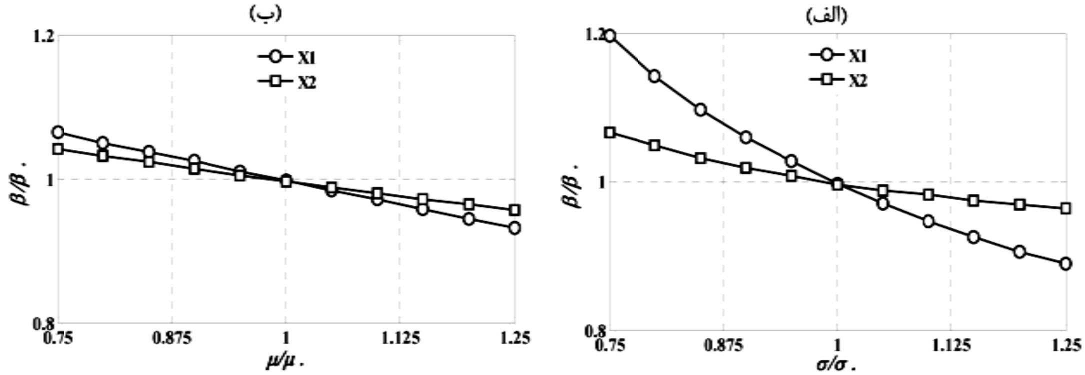
$$X5 > X6 > X4 > X2 > X1 > X3 \qquad (۲۰)$$

بدین‌ترتیب انتظار می‌رود تغییرات در مقادیر انحراف معیار و نیز میانگین متغیر پنجم بیشترین اثر و تغییر پارامترهای مذکور در متغیر سوم کمترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله به‌همراه داشته باشد.

به منظور ارزیابی دقیق‌تر نتایج فوق، تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله مذکور بر اساس تغییرات میانگین و انحراف معیار شش متغیر مسأله بر اساس روش شبیه‌سازی [۱۶] محاسبه شده ودرشکل (۶) ارائه شده است تا اهمیت هر متغیر در احتمال خرابی سازه مذکور به‌صورت عینی نیز قابل مشاهده باشد. برای این منظور تغییرات شاخص قابلیت اطمینان در بازه‌ای میان ۰/۷۵ تا ۱/۲۵ برابر میانگین و انحراف معیار هر متغیر محاسبه و به‌صورت نسبتی از

جدول ۵- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۲

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	-	۰/۱۱۴۸
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۰۵	۱/۰۰۶۷
	$Error_{X1}$	٪۰/۵	٪۰/۶۷
X_2	α_2	-	۰/۰۳
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۲۸	۱/۰۵
	$Error_{X2}$	٪۲/۸	٪۵
X_3	α_3	-	۰/۲۴۷
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	٪۱/۰۰۰۳	۱/۰۳
	$Error_{X3}$	٪۰/۰۳	٪۰/۳
X_4	α_4	-	۰/۴۹۴
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۱۱۴	۱/۱۵
	$Error_{X4}$	٪۱۱/۴	٪۱۵
X_5	α_5	-	۰/۶۱۸
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۳۶	۱/۲۷۲
	$Error_{X5}$	٪۳۶	٪۲۷/۲
X_6	α_6	-	۰/۵۵۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۵	۱/۱۹۸
	$Error_{X6}$	٪۲۵	٪۱۹/۸
نقطه طراحی	X^*_1	-	۰/۹۸۹۱
	X^*_2	-	۰/۹۳۰۵
	X^*_3	-	۰/۰۹۸۳
	X^*_4	-	۰/۴۴۵۶
	X^*_5	-	۰/۲۵۱۹
	X^*_6	-	۱/۱۵۸۲



شکل ۷- ارزیابی اثر (الف) انحراف معیار و (ب) تغییرات میانگین بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۳

شاخص قابلیت اطمینان اولیه ($\beta_\circ$=۱/۹۰۱) ارائه شده است. به‌عنوان مثال مشاهده می‌شود با تغییر میانگین متغیر چهارم (r با مشخصات آماری (۰/۵=σ و ۰/۵=μ) از مقدار ۰/۳۷۵=μ ($\frac{\mu}{\mu_\circ}$=۰/۷۵) تا ۰/۶۲۵= μ ($\frac{\mu}{\mu_\circ}$=۱/۷۲) شاخص قابلیت اطمینان از مقدار ۰/۷۵۴=β ($\frac{\beta}{\beta_\circ}$=۰/۳۹۶) تا مقدار ۲/۹۵۷=β ($\frac{\beta}{\beta_\circ}$=۱/۵۵۳) تغییر خواهد داشت که به‌لحاظ تغییرات میانگین بیشترین اثر را نسبت به‌سایر متغیرها داشته است. پس از آن متغیر پنجم (F1) و متغیر ششم (t) بیشترین اثر را بر تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند و نهایتاً تغییرات میانگین در متغیرهای دوم (C_1)، اول (m) و سوم (C_2) بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند. مشابه عملیات صورت گرفته برای میانگین متغیرها، اثر تغییرات انحراف معیار هر متغیر نیز بر تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله یک درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در شکل (۶) ارائه شده است. با بررسی نتایج حاصل از جدول ۵ مشاهده می‌شود متغیر های پنجم (F1)، ششم (t) و چهارم (r) به‌ترتیب بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند. لیکن تغییرات انحراف معیار برای سه متغیر نخست اثر چندانی در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان به‌همراه نداشته است. مرور نتایج حساسیت در جدول ۵ بیان می‌دارد قطعی درنظر گرفتن هر کدام از سه متغیر نخست مسأله، خطایی کمتر از ۵٪ در مقدار شاخص قابلیت اطمینان مسأله به‌همراه خواهد داشت. صحت نتیجه‌گیری مذکور با بررسی شکل (۶) قابل حصول است زیرا تغییرات انحراف معیار سه متغیر مذکور تغییرات بسیار اندکی در شاخص قابلیت اطمینان مسأله داشته است. مشاهده می‌شود که چنانچه متغیرهای اول تا سوم مسأله را در رده متغیرهای قطعی قرار دهیم (ضریب تغییرات را مساوی صفر در نظر بگیریم)، تغییر چندانی در مقدار شاخص قابلیت اطمینان مسأله نخواهد داشت.

باید توجه داشت که حل مسائل سازه‌ای با تابع شرایط حدی ضمنی توسط روش های مرتبه اول و دوم، معمولاً نیازمند به‌کارگیری روش شبکه عصبی یا سطح پاسخ جهت تعیین یک تابع شرایط حدی صریح تقریبی است. بدین ترتیب لزوم آشنایی با این روش‌ها از جمله دشواری‌هایی است که روش‌های مرتبه اول و دوم با آن مواجه هستند، لیکن با بکارگیری روش فرااکتشافی و متعاقباً استفاده از روش رتبه‌بندی پیشنهادی، نیازی به‌استفاده از این روش‌ها نیست.

مثال ۳- سیستم با مودهای خرابی موازی

در مسأله حاضر، g_1 و g_2 در رابطه (۲۱) توابع شرایط حدی سیستم مورد بررسی هستند، در حالیکه شرایط حد سیستم به‌صورت موازی تعریف شده است:

جدول ۶- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۳

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون نمونه مقدور نیست	۰/۷۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۴۲
	$Error_{X1}$		٪۴۲
X_2	α_2		۰/۴۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۱۰۲
	$Error_{X2}$		٪۱۰/۲
نقطه طراحی	X^*_1	-	۲/۰۹۶
	X^*_2	-	۱/۲۴

جدول ۷- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۴

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
X_1	ویبول	۴/۰	۰/۱
X_2	لوگ نرمال	۲۵۰۰۰/۰	۲۰۰۰/۰
X_3	گامبل	۰/۸۷۵	۰/۱
X_4	یکنواخت	۲۰/۰	۱/۰
X_5	نمایی	۱۰۰/۰	۱۰۰/۰
X_6	نرمال	۱۵۰/۰	۱۰/۰

$$g_1 = X_1^2 - 5X_1 - 8X_2 + 16$$
$$g_2 = -16X_1 - 5X_2^2 + 32 \quad (۲۱)$$

در روابط ارائه شده، متغیرهای تصادفی X_1و X_2 به‌صورت نرمال استاندارد و مستقل از هم هستند [۲۶]. علاوه بر مشکلات مطرح شده در بخش ۱، حل مسائل سیستم قابلیت اطمینان نیز یکی از مشکلات اساسی روش‌های مرتبه اول و دوم است [۲۷]. این روش‌ها معمولاً جهت حل مسائل سیستم‌های سری، مقدار حداقل شاخص قابلیت اطمینان را به‌عنوان پاسخ تقریبی مسأله در نظر می‌گیرند. نتایج حاصل از روش پیشنهادی در برآورد نقطه طراحی و رتبه‌بندی اهمیت متغیرها در جدول ۶ آورده شده است. به‌دلیل بالا بودن شاخص قابلیت اطمینان مسأله، امکان برآورد مقدار دقیق نیز توسط روش مونت کارلو با تعداد نمونه کمتر از ۱۰۰ میلیون مقدور نیست. روش پیشنهادی خطای حاصل از قطعی در نظر گرفتن متغیرها را برای متغیر تصادفی اول حدود ٪۴۲ و برای متغیر تصادفی دوم حدود ٪۱۰/۲ تخمین زده است. از آنجا که امکان صحت‌سنجی نتایج با روش دقیق وجود ندارد، ارزیابی حساسیت احتمال خرابی مسأله به متغیرهای تصادفی به‌صورت نموداری مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل در شکل (۷) ارائه شده است. برای این منظور، مشابه مثال پیش تغییرات شاخص قابلیت اطمینان در بازه‌ای میان ۰/۷۵ تا ۱/۲۵ برابر میانگین و انحراف معیار دو متغیر محاسبه و به‌صورت نسبتی از شاخص قابلیت اطمینان مسأله ارائه شده است. مشاهده می‌شود مطابق پیش‌بینی روش پیشنهادی، اعمال تغییرات در متغیر اول بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله داشته به‌گونه‌ای که این تغییرات برای متغیر اول به شکل بسیار محسوسی بیشتر از متغیر دوم

جدول ۸- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۴

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	–	۰/۰۰۴۷
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱	۱
	$Error_{X1}$	٪۰	٪۰
X_2	α_2	–	۰/۱۷۱۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۱۲	۱/۰۱۵
	$Error_{X2}$	٪۱/۲	٪۱/۵
X_3	α_3	–	۰/۰۱۶۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱	۱
	$Error_{X3}$	٪۰	٪۰/۰۱
X_4	α_4	–	$۱۰^{-۸}$
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۰۲	۱
	$Error_{X4}$	٪۰/۲	٪۰
X_5	α_5	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون نمونه مقدور نیست	۰/۹۰۲۵
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۲/۶۳۱۹
	$Error_{X5}$		٪۱۶۳/۱۹
X_6	α_6	–	۰/۱۹۸۶
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۵	۱/۰۲۱
	$Error_{X6}$	٪۲۵	٪۲/۱
نقطه طراحی	X^*_1	–	۴/۰۳۲
	X^*_2	–	۲۳۵۰۸/۴۸
	X^*_3	–	۰/۸۱۶
	X^*_4	–	۱۸/۵۶
	X^*_5	–	۴۴۱/۱۵
	X^*_6	–	۱۶۱/۳۵

بوده است.

مثال ۴- تابع شرایط حدی غیرخطی با شش تابع چگالی احتمال متفاوت

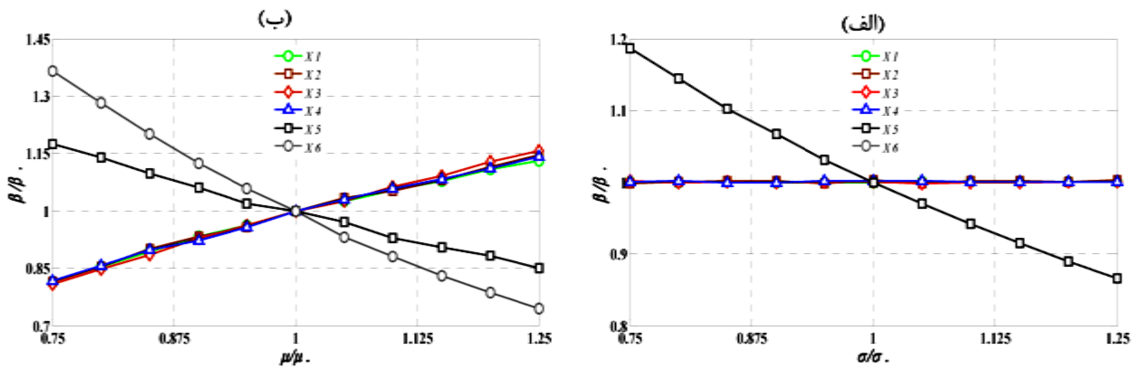
در این مسأله اثر ترکیب چندین متغیرتصادفی با توابع توزیع احتمال متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. تابع شرایط حدی در نظر گرفته شده برای این مسأله یک تابع غیرخطی مطابق رابطه (۲۲) است:

$$g = X_1X_2X_3X_4 - \frac{X_5X_6^2}{8} \qquad (۲۲)$$

نوع تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی و خصوصیات آماری متغیرهای مذکور نیز در جدول ۷ آورده شده است [۱۸]. نتایج حاصل از روش پیشنهادی در جدول ۸ ارائه شده است. مشابه مثال‌های قبل، مشاهده می‌شود روش پیشنهادی برای ارزیابی حساسیت در مقایسه با نتایج دقیق حاصله از هفت مرتبه شبیه سازی مونت کارلو، دقت مطلوبی را ارائه داده است. همچنین برای بررسی دقیق این نتایج، اثر تغییرات انحراف معیار و میانگین هر متغیر بر شاخص قابلیت اطمینان

جدول ۹- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۵

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون نمونه مقدور نیست	۰/۶۹۳۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۳۸
	$Error_{X1}$		٪۳۸/۷
X_2	α_2		۰/۷۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۴۴
	$Error_{X2}$		٪۴۴/۲۶
نقطه طراحی	X^*_1	-	۱/۸۱۶۴
	X^*_2	-	۱/۴۶۱۱

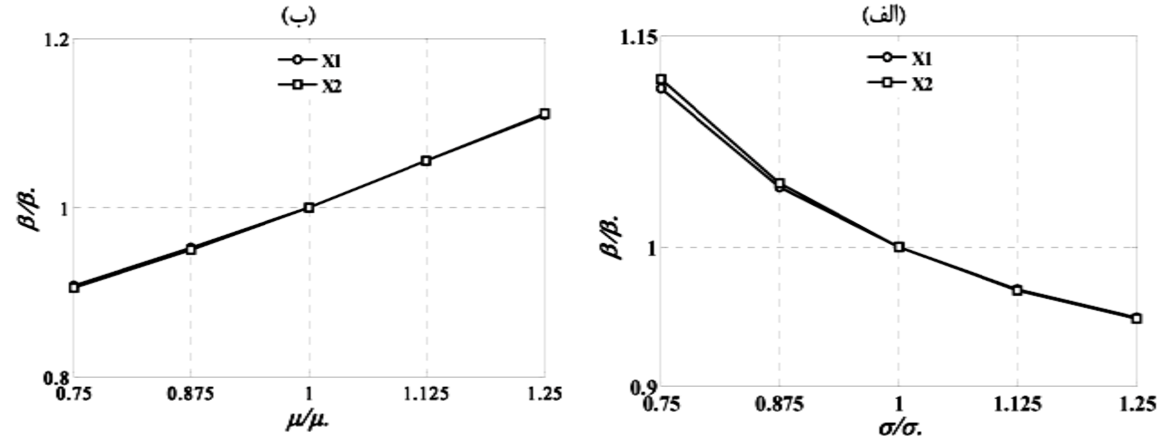


شکل ۸- ارزیابی اثر انحراف معیار (الف) و تغییرات میانگین (ب) بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۴

محاسبه و در شکل (۸) ارائه شده است. با توجه به نتیجه حاصله از روش پیشنهادی مشاهده می‌شود متغیر پنجم بیشترین تأثیر را در احتمال خرابی مسأله داشته است، لیکن مقدار این تأثیر به‌وسیله روش مونت کارلو با تعداد نمونه کمتر از ۱۰۰ میلیون قابل محاسبه نیست. از مقایسه نتایج ارائه شده در جدول ۸ با نتایج موجود در شکل (۸)، درستی نتایج روش پیشنهادی قابل مشاهده است. بدین ترتیب مشاهده می‌شود روش‌های حساسیت پیشنهادی برای مسائلی با چندین تابع PDF متفاوت نتایج مطلوبی ارائه نموده است. باید توجه داشت چنانچه تابع چگالی احتمال متغیرها شکل نامتعارفی نسبت به توابع شناخته شده داشته باشد، روش کلاسیک مرتبه اول هاسوفر و لیند به‌شکل معمول در ارائه پاسخ ناتوان است. جهت حل این مسأله، مرجع [۱۸] از ترکیب روش شبیه سازیمونت کارلو و مرتبه اول برای به‌دست آوردن پاسخ استفاده نموده است.

مثال ۵- تابع شرایط حدی مرتبه چهار

در مثال حاضر تابع شرایط حدی غیرخطی از مرتبه چهار مورد بررسی قرار گرفته است. متغیرهای تصادفی مسأله هر دو نرمال استاندارد با میانگین و انحراف معیار ۱۰ و ۵ و مستقل از هم



شکل ۹- ارزیابی اثر انحراف معیار (الف) و تغیرات میانگین (ب) بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۵

هستند. تابع شرایط حدی مسأله به‌صورت زیر ارائه شده است [۱۶]:

$$g = X_1^4 + 2X_2^4 - 20 \qquad (۲۳)$$

برای تابع فوق، الگوریتم کلاسیک مرتبه اول ارائه شده توسط هاسوفر و لیند از ارائه پاسخ (تعیین نقطه طراحی و رتبه‌بندی پارامترهای مسأله) ناتوان است [۱۶]. نتایج حاصل از روش جستجوی نقطه طراحی و رتبه‌بندی پیشنهادی در جدول ۹ ارائه شده است. نتایج ارائه شده بیانگر آن است که اثر متغیر دوم بر شاخص قابلیت اطمینان مسأله، تنها اندکی بیشتر از متغیر اول است. بررسی صحت نتایج به‌صورت مستقیم توسط روش شبیه سازی مونت کارلو امکان‌پذیر نیست، لذا این موضوع با بررسی اثر تغییرات پارامترهای متغیرها بر شاخص قابلیت اطمینان مسأله در شکل (۹) مورد ارزیابی قرار گرفته است. با مشاهده شکل (۹) می‌توان نتیجه گرفت که اثر متغیر دوم بر شاخص قابلیت اطمینان مسأله اندکی بیشتر از متغیر نخست بوده و نتایج حاصل از روش‌های پیشنهادی را تأیید نموده است. این موضوع بیانگر آن است که برای توابع شرایط حدی بسیار پیچیده که روش‌های معمول قابلیت اطمینان از ارائه پاسخ صحیح آن ناتوان هستند، می‌توان به‌سادگی از روش جستجوی نقطه طراحی و متعاقباً روش رتبه‌بندی پیشنهادی برای حصول نتایج با دقت بالا استفاده نمود.

۵- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر یک روش نوین جهت اندازه گیری اهمیت و رتبه بندی متغیرهای تصادفی و نیز الگوریتمی جهت تعیین نقطه طراحی در فضای اصلی با استفاده از روش اجتماع ذرات ارائه شد. برای این منظور از یک روش شبیه‌سازی وزنی بدون استفاده از مفهوم نقطه طراحی در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان استفاده شد. صحت، توانمندی و دقت روش ارائه شده با بررسی مسائل مختلف در قالب توابع شرایط حدی غیرخطی، سیستم موازی، سازه یک درجه آزادی و نیز یک تابع شرایط حدی پیچیده با شش تابع چگالی احتمال متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج بیانگر دقت مناسب و توانایی روش پیشنهادی در حل مسائل مختلف قابلیت اطمینان بود. مزایای عمده روش پیشنهادی را می‌توان به‌صورت زیر بیان داشت:

- امکان تعیین نقطه طراحی و ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی در هر دو فضای نرمال استاندارد و فضای اصلی، بدون نیاز به نگاشت فراهم شده است.
- با به‌کارگیری روش اجتماع ذرات به‌عنوان جستجوگر در کنار روش رتبه‌بندی پیشنهادی، نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی جهت تعیین نقطه طراحی و رتبه‌بندی اهمیت متغیرها در مسأله قابلیت اطمینان مرتفع شده است.

• برخلاف روش‌های مرتبه اول که حصول نتایج محدود به استفاده از میانگین و انحراف تابع چگالی احتمال متغیرها می‌باشد، امکان رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی با استفاده کامل از مشخصات تابع چگالی احتمال فراهم شده است.

واژه‌نامه

1. first order reliability methods (Form)
2. Monte Carlo simulation
3. desgin point
4. most probable point of failure
5. reliability index
6. importance factors
7. optimization algorithm
8. particle swarm algorithm
9. mode

مراجع

1. Yanfang, Z., Yanlin, Z., and Yimin, Z., "Reliability Sensitivity Based on First-Order Reliability Method. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C:", *Journal of Mechanics Enginering Science,* Vol. 225(9), pp. 2189-2197, 2011.
2. Lua, Z., Songa, J., Songa, S., Yueb, Z., and Wangc, J., "Reliability Sensitivity by Method of Moments", *Applied Mathematical Modeling*; Vol. 34(10), pp. 2860-2871, 2010.
3. Lu, Z., Song, S., Yue, Z., and Wang, J., "Reliability Sensitivity Method by Line Sampling", *Structural Safety,* Vol. 30, pp. 517-32, 2008.
4. Rackwitz, R., and Fiessler, B., "Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences", *Computers and Structures*, Vol. 9, pp. 489-94, 1978.
5. Tichy, M., "First Order Third-Moment Reliability Method", *Structural Safety*, Vol. 16, pp. 189-200, 1994.
6. Nowak, AS., and Collins, K. R., *Reliability of Structures*, McGraw-Hill, New York, 2000.
7. Ditlevsen, O., and Madsen, H. O., *Structural Reliability Methods Chichester*, Wiley, New York, 1996.
8. Choi, S. K., and Grandhi, R. A., *Reliability-Based Structural Design*, Springer, London, 2007.
9. Hohenbichler, M., and Rackwitz, R., *Sensitivity and Importance Measures in Structural Reliability*", *Civil Engineering Systems,* Vol. 3(4), pp. 203-209, 1986.
10. Madsen, H. O., Krenk, S., and Lind, N. C., *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, New Jersey, 1986.
11. Bjerager, P., and Krenk, S., "Parameter Sensitivity in First Order Reliability Analysis", *Journal of Engineering Mechanic ASCE,* Vol. 115(7), pp. 1577-1582, 1989.
12. Karamchandani, A., and Cornell, C. A., "Sensitivity Estimation with First and Second Order Reliability Method", *Structural Safety,* Vol. 11(1), pp. 59-74, 1991.
13. Zhang, Y. M., and Yang, Z., "Reliability-Based Sensitivity Analysis of Vehicle Components with Non-Normal Distribution Parameters", *International Journal of Automotive Technology,* Vol. 10(2), pp. 181-194, 2009.
14. Melchers, R. E., and Ahammed, M., "A Fast Approximate Method for Parameter Sensitivity Estimation in Monte Carlo Structural Reliability", *Computers and Structures,* Vol. 82(1), pp. 55-61, 2004.
15. Elegbede, C., "Structural Reliability Assessment Based on Particles Swarm Optimization", *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 171–186, 2005.
16. Rashki, M., Miri, M., and Azhdary Moghaddam, M. A., "New Efficient Simulation Method to Approximate the Probability of Failure and Most Probable Point", *Structural Safety,* Vol. 39, pp. 22-29, 2012.
17. Cheng, J., "Hybrid Genetic Algorithms for Structural Reliability Analysis", *Computers and Structures,* Vol. 85, pp. 1524–1533, 2007.
18. Eberhart, R. C., Kennedy, J., "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory", *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science*, Nagoya, Japan, pp. 39-43, 1995.
19. Qin, Q, Lin, D., Mei, G., and Chen, H., "Effects of Variable Transformations on Errors in FORM Results", *Reliability Engineering and Systems Safety*, Vol. 91, pp. 112-118, 2006.
20. Madsen, H. O., "*Omission Sensitivity Factors*", *Structural Safety,* Vol. 5, pp. 35-45, 1988.
21. Bjerager, P., "Comments on: Henrik O. Madsen, Omission Sensitivity Factors", *Structural Safety,* Vol. 7, pp. 77-79, 1990.
22. Hamed, M. M., and Bedient, P. B., "On the Effect of Probability Distributions of Input Variables in Public Health Risk Assessment", *Risk Analysis*, Vol. 17(1), pp. 97-105, 1997.
23. Rajashekhar, M. R., and Ellingwood, B. R., "A New Look at the Response Approach for Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 12, pp. 205-220, 1993.
24. Gayton, N., Bourinet, J. M., Lemaire, and M., "CQ2RS: A New Statistical Approach to the

Response Surface Method for Reliability Analysis", *Structural Safety,* Vol. 25, pp. 99-121, 2003.
25. Schueremans, L., and Van Gemert, D., "Benefit of Splines and Neural Networks in Simulation Based Structural Reliability Analysis", *Structural Safety,* Vol. 27, pp. 246-261, 2005.
26. Feng, Z., Lu, Z., Lijie, C., and Shufang, S., "Reliability Sensitivity Algorithm Based on Stratified Importance Sampling Method for Multiple Failure Modes Systems", *Chinese Journal of Aerospace,* Vol. 23(6), pp. 660-669, 2010.
27. Bichon, J. B., McFarland, J. M., and Mahadevan, S., "Efficient Surrogate Models for Reliability Analysis of Systems with Multiple Failure Modes", *Engineering Systems Safety*, Vol. 96, pp. 1386-1395, 2011.