

## توسعه مدل شبکه-دانه مجزای بتن برای سنگدانه‌های غیردایروی

میعاد کامزا، محمد صفرنژاد زنده‌جان و شریف شاه‌بیک\*

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۱۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۹/۰۳)

**چکیده** - در این مقاله، مدل شبکه-دانه مجزای بتن برای در نظر گرفتن سنگدانه‌های غیردایروی در حالت دوبعدی توسعه یافته است. به این منظور از معادله انعطاف‌پذیر ابربیضی برای تولید سنگدانه‌ها استفاده شده تا امکان شبیه‌سازی طیف گسترده‌تری از نمونه‌ها در فضای دوبعدی به مدل شبکه-دانه مجزا اضافه شود. متناسب با این توسعه، رویه‌های لازم برای تولید سنگدانه‌ها، چینش آنها در فضا، تعیین ناحیه اثر هر سنگدانه، تعیین سطوح اندرکنشی و نقاط محاسباتی و محاسبه کرنش‌ها تشریح می‌شود. در پایان، اثر هندسه سنگدانه‌ها بر مقاومت فشاری و منحنی نرم‌شوندگی بزرگ مقیاس بتن و همچنین الگوی ترک‌خوردگی بتن در تحلیل تک‌محوری فشاری مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی: مدل شبکه-دانه مجزا، بتن، ریزساختار، ابربیضی، ترک‌خوردگی.

## Extending Lattice Discrete Particle Model of Concrete for Non-circular Aggregates

M. Kamza, M. Safarnejad and S. Shahbeyk\*

Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

**Abstract:** In this paper, Lattice-Discrete Particle Model (LDPM) of concrete has been extended in 2-D to account for the effect of non-circular aggregates. To this end, the flexible equation of super-ellipse is employed for generating aggregates in order to add the simulation possibility of a greater spectrum of aggregate samples in 2-D to lattice-Discrete particle Model. Alongside this extension, required procedures for the generation of aggregates, their packing in space, the determination of influencing region of each particle, the definition of interacting surfaces and computational points and the definition of strains are outlined. Finally, the effects of aggregates geometry on macro-scale compressive strength and softening curve and also cracking pattern of concrete under uniaxial compression are discussed.

**Keywords:** Lattice-Discrete Particle Model (LDPM), concrete, meso-structure, super-ellipse, cracking.

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: shahbeyk@modares.ac.ir

## فهرست علائم

<p>کرنش تراکم در شروع سخت‌شدگی مجدد <math>\epsilon_{c1}</math></p> <p>کرنش انحرافی <math>\epsilon_D</math></p> <p>کرنش تراکم <math>\epsilon_{DV}</math></p> <p>کرنش محوری و کرنش برشی <math>\epsilon_T, \epsilon_N</math></p> <p>کرنش محوری بیشینه <math>\epsilon_{N,max}</math></p> <p>کرنش برشی بیشینه <math>\epsilon_{T,max}</math></p> <p>نمو کرنش برشی خمیری <math>d\epsilon_T^P</math></p> <p>کرنش حجمی <math>\epsilon_V</math></p> <p>عدد تصادفی بین صفر و یک <math>\eta</math></p> <p>کمیت‌های مدل که ویژگی ماده فرض می‌شوند <math>K_{c2}, K_{c1}, K_{c0}</math></p> <p>زاویه قطر بزرگ ابریبضی نسبت به افق <math>\lambda</math></p> <p>میانگین داده‌ها <math>\mu</math></p> <p>ضریب اصطکاک داخلی اولیه <math>\mu_0</math></p> <p>ضریب اصطکاک داخلی نهایی <math>\mu_\infty</math></p> <p>نسبت پواسون <math>\nu</math></p> <p>چرخش حول محور عمود بر صفحه <math>\theta</math></p> <p>انحراف از معیار داده‌ها <math>\Sigma</math></p> <p>تنش مؤثر <math>\sigma</math></p> <p>حد مقاومت مؤثر <math>\sigma_0</math></p> <p>مرز تنش فشاری <math>\sigma_{bc}</math></p> <p>مرز تنش برشی <math>\sigma_{bs}</math></p> <p>مرز تنش کششی <math>\sigma_{bt}</math></p> <p>تنش تسلیم فشاری <math>\sigma_{c0}</math></p> <p>تنش متناظر با کرنش تراکم در شروع سخت‌شدگی مجدد <math>\sigma_{c1}</math></p> <p>تنش محوری و تنش برشی <math>\sigma_T, \sigma_N</math></p> <p>مقاومت برشی <math>\sigma_s</math></p> <p>مقاومت کششی <math>\sigma_t</math></p> <p>تنش محوری متناظر با تغییر ضریب اصطکاک داخلی از <math>\mu_0</math> به <math>\mu_\infty</math> <math>\sigma_{N0}</math></p> <p>زاویه بین بردارهای کرنش محوری و برشی <math>\omega</math></p>	<p>شعاع کوچک و بزرگ ابریبضی <math>b, a</math></p> <p>مساحت کنونی مثلث دلونی <math>A</math></p> <p>مساحت اولیه مثلث دلونی <math>A_0</math></p> <p>مساحت ابریبضی <math>A_{se}</math></p> <p>قطر سنگدانه <math>D</math></p> <p>مدول یانگ <math>E</math></p> <p>مدول ارتجاعی محوری <math>E_0</math></p> <p>انرژی شکست در مود کششی <math>G_t</math></p> <p>مدول نرم‌شدگی <math>H_0</math></p> <p>مدول سخت‌شدگی اولیه <math>H_c</math></p> <p>مدول سخت‌شدگی اولیه در حالت <math>\Gamma_{DV} = 0</math> <math>H_{c0}</math></p> <p>مدول نرم‌شدگی در کشش <math>H_t</math></p> <p>فاصله بین مراکز دو سنگدانه <math>i</math> و <math>j</math> <math>l_{ij}</math></p> <p>طول مشخصه در کشش <math>l_t</math></p> <p>توان ابریبضی <math>m</math></p> <p>کمیت مدل <math>n_t</math></p> <p>بردارهای یکه در جهات عمود و مماس بر پاره‌خط تماس <math>\mathbf{t}, \mathbf{n}</math></p> <p>نسبت مقاومت برشی به مقاومت کششی <math>\Gamma_{st}</math></p> <p>ابریبضی <math>S</math></p> <p>پرش جابه‌جایی <math>[[\mathbf{u}]]</math></p> <p>جابه‌جایی در جهات <math>x</math> و <math>y</math> <math>v, u</math></p> <p>مختصات مرکز ابریبضی <math>y_0, x_0</math></p> <p style="text-align: center;">علائم یونانی</p> <p>کمیت ترکیب کننده کرنش‌های محوری و برشی <math>\alpha</math></p> <p>ضریب بیانگر سهم کرنش انحرافی در کرنش تراکم <math>\beta</math></p> <p>متغیرهای تابع توزیع گاما <math>\beta_g, \alpha_g</math></p> <p>پتانسیل خمیری <math>\phi</math></p> <p>کرنش مؤثر <math>\epsilon</math></p> <p>کرنش مؤثر بیشینه <math>\epsilon_{max}</math></p> <p>کرنش متناظر با تنش تسلیم فشاری <math>\epsilon_{c0}</math></p>
---	--

### ۱- مقدمه

ساختاری ناهمگن و متشکل از اجزای متفاوت، رفتاری به نسبت پیچیده در شرایط بارگذاری متفاوت از خود نشان

بتن به‌عنوان یکی از مصالح ساختمانی پرکاربرد با داشتن

می‌دهد. بر همین اساس تحقیقات فراوانی در زمینه رفتارشناسی این ماده در دهه‌های متمادی انجام پذیرفته و همچنان ادامه دارد. دستاورد بسیاری از این پژوهش‌ها در قالب مدل‌های مبتنی بر تئوری محیط پیوسته ارائه شده‌اند که از جمله معروف‌ترین این مدل‌ها می‌توان به مدل‌های لی و فنوز [۱]، جفرسون [۲]، جیسون و همکاران [۳]، وو و همکاران [۴]، گراسل و جیراسک [۵]، سرونکا و پاپانیکولا [۶]، انگوین [۷] و گراسل و همکاران [۸] اشاره نمود. در این دسته از مدل‌ها، رفتار بتن به صورت همگن در نظر گرفته می‌شود. بنابراین کاربرد این مدل‌ها تنها در مواردی امکان‌پذیر است که تمام ابعاد اجزای بتنی مورد بررسی و همچنین سطوح بارگذاری ملاحظات المان حجم نمایشگر<sup>۱</sup> را تأمین نمایند.

همگام با توسعه قابل توجه توان محاسباتی رایانه‌ها در یک دهه اخیر، حال این امکان به وجود آمده که مدل‌هایی برای بتن توسعه یابد که در آن ریزساختار<sup>۲</sup> بتن تا حد امکان در نظر گرفته شود. از جمله این مدل‌ها، مدل‌های میان‌مقیاس<sup>۳</sup> هستند. در مدل‌های میان‌مقیاس، بتن به صورت یک ماده دوفازی (شامل درشت‌دانه‌ها و ملات) و یا یک ماده سه‌فازی (شامل درشت‌دانه‌ها، لایه انتقال<sup>۴</sup> و ملات) در نظر گرفته می‌شود.

مدل‌های میان‌مقیاس را می‌توان به دو دسته مدل‌های پیوسته<sup>۵</sup> و مدل‌های مجزاً<sup>۶</sup> تقسیم‌بندی نمود. در مدل‌های پیوسته، میدان جابه‌جایی در کل نمونه به صورت پیوسته در نظر گرفته می‌شود و خسارت ناشی از ترک‌خوردگی به کمک توابع نرم‌شدگی یا خسارت در روابط ساختاری بیان می‌شود [۹] و [۱۰]. در مدل‌های مجزاً، میدان جابه‌جایی تنها در داخل المان‌ها پیوسته است. از جمله این مدل‌ها می‌توان به دو گروه مدل‌های شبکه المان‌های تیر با فنر<sup>۷</sup> و شبکه المان‌های صلب با فنر<sup>۸</sup> اشاره کرد [۱۱].

مدل شبکه-دانه مجزاً<sup>۹</sup> [۱۲، ۱۳] از جمله مدل‌های میان‌مقیاس مبتنی بر المان‌های مجزاست که به منظور شبیه‌سازی رفتار غیرخطی بتن با در نظر گرفتن ریزساختار توسعه یافته است. نسخه اولیه این مدل با نام مدل شبکه برش-محصور<sup>۱۰</sup>

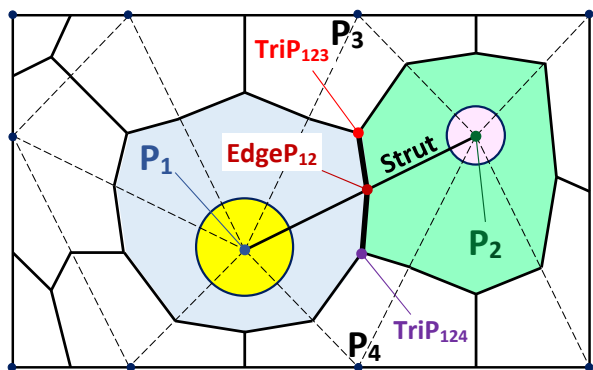
توسط کوساتیس و همکاران [۱۴ و ۱۵] ارائه شد. در سال ۲۰۰۶ اصلاحاتی بر روی مدل صورت گرفت که بخش مهم آن، تغییر موقعیت نقاط محاسباتی بر روی صفحات تماس بود [۱۶]. در سال ۲۰۱۱، با تلفیق مدل شبکه برش-محصور با مدل دانه‌های مجزاً<sup>۱۱</sup>، مدل جدیدی با نام مدل شبکه-دانه مجزاً ارائه شد [۱۲ و ۱۳]. در مدل توسعه یافته، در بخش‌های هندسه و مدل رفتاری اصلاحاتی صورت گرفت.

توانایی مدل شبکه-دانه مجزاً در شبیه‌سازی جنبه‌های متنوعی از رفتار پیچیده بتن سبب شده است که این مدل به‌عنوان یک ابزار قدرتمند در بررسی رفتار بتن مورد استفاده قرار گیرد. از جمله موارد استفاده از این مدل می‌توان به کارهای شافرت و کوساتیس [۱۷]، النگر و همکاران [۱۸]، اسمیت و همکاران [۱۹] و جاویدان و همکاران [۲۰] اشاره نمود.

در مدل شبکه-دانه مجزاً، در حالت سه بعدی، سنگدانه‌ها به صورت کره فرض می‌شوند. این فرض منجر به سادگی قابل ملاحظه‌ای در تولید هندسه و مدل عددی می‌شود. با این وجود، در نتیجه این فرض، از اثرات هندسه سنگدانه‌ها بر پاسخ بزرگ مقیاس بتن و همچنین الگوی ترک‌خوردگی در ریزساختار صرف‌نظر می‌شود. از این رو، در مقاله حاضر، راهکارهای لازم برای شبیه‌سازی سنگدانه‌های غیردایروی در فضای دوبعدی و سازگار نمودن هندسه و کینماتیک مدل شبکه-دانه مجزاً ارائه می‌شود. این توسعه پایه‌گذار پژوهش‌های آتی برای ارتقای مدل شبکه-دانه مجزاً برای سنگدانه‌های غیرکروی در حالت سه‌بعدی خواهد بود.

## ۲- مرور کلی بر مدل شبکه-دانه مجزاً

مدل شبکه-دانه مجزاً یک مدل میان‌مقیاس در چارچوب روش المان‌های مجزاست که بتن را در مقیاس درشت‌دانه‌ها شبیه‌سازی می‌نماید. در این مدل، در حالت دوبعدی، سنگدانه‌ها به صورت دایره فرض می‌شوند. توزیع اندازه دانه‌ها براساس منحنی دانه‌بندی است. دانه‌ها به کمک روش سعی و خطا، از بزرگترین دانه تا کوچکترین آنها، در محیط نمونه چیده



شکل ۱- اجزای هندسی مدل شبکه- دانه مجزا

### ۳- هندسه ریزساختار بتن در مدل توسعه یافته

#### ۱-۳- تولید درشت دانه‌ها

اولین گام در شبیه‌سازی میان مقیاس بتن، تولید هندسه ریزساختار است. در ادبیات فنی از اشکال مختلفی به منظور مدل‌سازی درشت دانه‌ها استفاده شده است. ونگ و همکاران [۲۱] در فضای دوبعدی از چندضلعی‌ها برای نمایش سنگدانه شکسته و از سری فوریه زوج برای نمایش سنگدانه‌های گرد گوشه بهره برده‌اند. جانایانگ و جنگیو [۲۲] و کابالرو و همکاران [۲۳] سنگدانه‌های بتن را به کمک چندوجهی‌ها مدل‌سازی نموده‌اند. هافنر و همکاران [۲۴] از ابربیضی‌گون<sup>۱۵</sup> برای نمایش سنگدانه‌ها استفاده کرده‌اند. با توجه به آنکه معادله ابربیضی (ابربیضی‌گون در فضای سه‌بعدی) قادر به تولید طیف وسیعی از اشکال متفاوت است، در این مقاله، از ابربیضی به منظور تولید هندسه سنگدانه‌ها استفاده شده است.

به‌طور کلی، ابربیضی در دستگاه مختصات محلی (زمانی که مبدأ مختصات بر روی مرکز ابربیضی و محورهای مختصات بر اقطار اصلی آن منطبق باشند) با تغییر توان در رابطه عمومی بیضی به‌دست می‌آید:

$$\left| \frac{x}{a} \right|^m + \left| \frac{y}{b} \right|^m - 1 = 0 \quad (1)$$

دو متغیر  $a$  و  $b$  به ترتیب شعاع کوچک و شعاع بزرگ ابربیضی هستند. متغیر  $m$ ، توان ابربیضی است و انحنای ابربیضی را مشخص می‌نماید (شکل (۲)).

می‌شوند. در هر مرحله کنترل می‌شود که دانه جایگذاری شده، با دانه‌های موجود در محیط نمونه و همچنین با مرزهای نمونه هم‌پوشانی نداشته باشد. سپس بر روی مراکز دانه‌ها شبکه‌بندی دلونی<sup>۱۲</sup> ایجاد می‌شود. این شبکه مشخص می‌نماید که هر دانه با کدامیک از دانه‌های پیرامون خود ارتباط دارد. پاره‌خط متصل‌کننده دو دانه، رباط<sup>۱۳</sup> نامیده می‌شود. بر روی هر رباط، نقطه لبه، EdgeP، به صورت نقطه میانی بخشی از رباط که در فاز ملات قرار دارد تعریف می‌شود. همچنین در هر مثلث دلونی، نقطه مثلث، TriP، به صورت مرکز سطح بخش ملات مثلث تعریف می‌شود. از اتصال این نقاط به یکدیگر در تمامی مثلث‌های دلونی، مجموعه‌ای از سلول‌ها ایجاد می‌شود که هر یک از آنها شامل یک دانه و ملات اطراف آن است (شکل (۱)). در هر سلول، مرکز سلول همان مرکز دانه محاط در آن است. اندرکنش یک سلول با سلول‌های مجاور خود، به کمک نقاط محاسباتی<sup>۱۴</sup> مشترک بین سلول مزبور و سلول‌های پیرامون آن کنترل می‌شود. این نقاط در مرکز هر یک از پاره‌خط‌های تماس بین دو سلول قرار دارند. اجزای مختلف مدل شبکه- دانه مجزای دوبعدی در شکل (۱) نشان داده شده است.

در مدل شبکه- دانه مجزا دوبعدی، هر سلول دارای دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی است. در طول یک تحلیل، در هر گام محاسباتی، به علت جابه‌جایی و چرخش متفاوت دو سلول مجاور، در نقاط محاسباتی بین دو سلول، پرش جابه‌جایی رخ می‌دهد. از تقسیم بردار پرش جابه‌جایی بر طول رباط بین دو دانه، بردار کرنش به‌دست می‌آید. این بردار به مؤلفه‌های عمود بر پاره‌خط تماس، کرنش محوری، و مماس بر پاره‌خط تماس، کرنش برشی، تجزیه می‌شود. سپس به کمک روابط ساختاری مدل، بردارهای تنش محوری و تنش برشی براساس این بردارهای کرنش محاسبه می‌شوند. در ادامه، از حاصل ضرب بردارهای تنش در طول پاره‌خط تماس شامل نقطه محاسباتی، نیروهای تماس بین دو سلول حاصل می‌شوند. درنهایت، نیروهای گرهی هر سلول از برآیند نیروهای اعمالی بر روی سطوح آن سلول به‌دست می‌آیند.

$$A_{se} = \frac{\pi D_i^2}{4} + \eta \left( \frac{\pi D_{i+1}^2}{4} - \frac{\pi D_i^2}{4} \right) \quad (3)$$

$$A_{se} = \tau ab \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \right]^2 / \Gamma \left( 1 + \frac{2}{m} \right) \quad (4)$$

مطابق آنچه اشاره شد، نیاز است تا نسبت شعاع بزرگ به کوچک (تعیین کننده کشیدگی هندسه) و توان (تعیین کننده انحنا هندسه) ابربیضی متناسب با شکل سنگدانه‌های بتن تعیین شوند. در این پژوهش کنترل اعداد تصادفی تولیدی برای این متغیرها با استفاده از توزیع گاما انجام پذیرفته است. توزیع گاما یک توزیع احتمالاتی پیوسته دومتغیره است که می‌تواند چولگی و برجستگی را در نمودار تابع چگالی متغیرهای تصادفی در نظر بگیرد. تابع چگالی توزیع گاما برای متغیر تصادفی  $x$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(x) = \frac{1}{\beta_g^{\alpha_g} \Gamma(\alpha_g)} x^{\alpha_g-1} e^{-x/\beta_g} \quad (5)$$

متغیرهای  $\alpha_g$  و  $\beta_g$  در تابع توزیع گاما به کمک روابط زیر به مقادیر میانگین،  $\mu$ ، و انحراف از معیار،  $\Sigma$ ، داده‌ها ارتباط داده می‌شوند:

$$\alpha_g = \frac{\mu^2}{\Sigma^2} \quad (6)$$

$$\beta_g = \frac{\Sigma^2}{\mu} \quad (7)$$

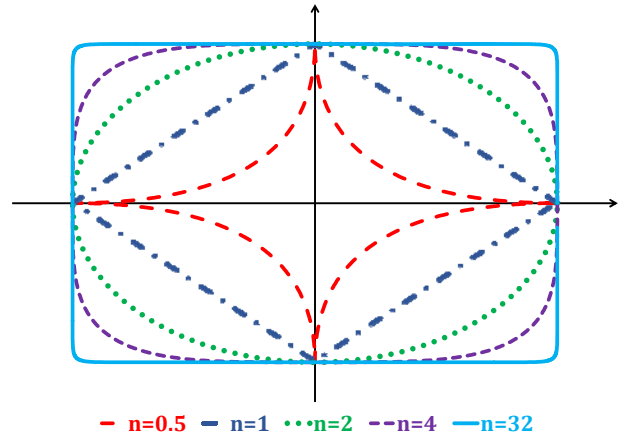
دامنه متغیر تصادفی برای توزیع گاما در بازه  $[0, \infty)$  تعریف می‌شود، حال آنکه هم توان ابربیضی و هم نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک باید از بازه  $[1, \infty)$  انتخاب شوند. از این رو، در صورتی که متغیر تصادفی توزیع گاما  $x$  و متغیر تصادفی در دامنه دلخواه  $y$  باشد، مطابق روابط زیر، از یک رابطه خطی برای نگاشت دامنه دلخواه به دامنه اعداد تصادفی توزیع گاما استفاده می‌شود:

$$y = x + 1 \quad (8)$$

$$\mu(x) = \mu(y) - 1 \quad (9)$$

$$\Sigma^2(x) = \Sigma^2(y) \quad (10)$$

با در اختیار داشتن ابعاد نمونه، درصد سنگدانه‌های موجود در



شکل ۲- نمایش اثر توان ابربیضی بر شکل آن

از آنجایی که توزیع اندازه دانه‌ها و همچنین شکل آنها باید مطابق با منحنی دانه‌بندی و شکل عمومی سنگدانه‌ها در بتن باشند، مقادیر متغیرها در رابطه (۱) باید به گونه‌ای اختیار گردند که این نیازها برآورده شوند. بدین منظور، قطر کوچک ابربیضی (۲a) متناسب با منحنی دانه‌بندی و نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک  $(2b/2a)$ ، که بیانگر کشیدگی دانه است، و همچنین توان ابربیضی متناسب با شکل سنگدانه‌های بتن انتخاب می‌شوند.

به منظور تعیین قطر کوچک ابربیضی متناسب با منحنی

دانه‌بندی می‌توان از دو روش زیر استفاده نمود:

الف) در روش نخست، برای تولید یک دانه در بازه دانه‌بندی  $(D_i, D_{i+1})$ ، یک اندازه تصادفی برای قطر کوچک اختیار می‌شود:

$$2a = D_i + \eta(D_{i+1} - D_i) \quad (2)$$

$\eta$  یک عدد تصادفی در بازه صفر و یک است.

ب) در روش دیگر، که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است، پس از تعیین نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک و توان ابربیضی، مطابق رابطه (۳) یک مساحت تصادفی برای سنگدانه، از بازه‌ای که حد بالا و پایین آن برابر مساحت دایره‌هایی است که قطری برابر حد بالا و پایین بازه دانه‌بندی دارند، اختیار می‌شود. سپس به کمک رابطه (۴)، قطر کوچک تعیین می‌شود. رابطه اخیر، رابطه تحلیلی محاسبه مساحت ابربیضی است:

باشد، مختصات مرکز و زاویه اولیه ابریبضی ذخیره می‌شود. در غیر این صورت، مختصات مرکز و زاویه اولیه دیگری برای ابریبضی تولید می‌گردد.

به منظور کنترل هم‌پوشانی دو ابریبضی، از روش زیر استفاده می‌شود. مطابق رابطه (۱۲)، با قرار دادن مختصات نقطه P در رابطه ابریبضی، که با  $(x_p, y_p)$  نشان داده می‌شود، می‌توان وضعیت نقطه نسبت به ابریبضی را مشخص نمود:

$$\left| \frac{(x - x_0) \cos \lambda - (y - y_0) \sin \lambda}{a} \right|^m + \left| \frac{(y - y_0) \cos \lambda + (x - x_0) \sin \lambda}{b} \right|^m \begin{cases} \leq 1 \Rightarrow P \in S \\ > 1 \Rightarrow P \notin S \end{cases} \quad (12)$$

بدین ترتیب، با قرار دادن آرایه منظمی از تعداد مناسب از نقاط روی مرز هر ابریبضی تولید شده (در این مقاله از ۲۰۰ نقطه استفاده شده است) و کنترل وضعیت این نقاط نسبت به ابریبضی‌های موجود، می‌توان وضعیت هم‌پوشانی دانه‌ها را کنترل نمود. قابل ذکر است که به منظور تأمین ناحیه ملات بین دانه‌ها و همچنین جلوگیری از نزدیک شدن بیش از حد دانه‌ها به یکدیگر، قطرهای اصلی هر دانه قبل از جانمایی مقداری بزرگتر اختیار می‌شوند. مقدار بزرگ‌نمایی می‌تواند یک مقدار ثابت و یا درصدی از اندازه قطرها در نظر گرفته شود.

#### ۴- افزایش فضای تولید سلول‌ها

##### ۴-۱- افزایش فضای

در مدل شبکه-دانه مجزای دوبعدی، افزایش فضای به کمک مثلث‌بندی دلونی انجام می‌شود. مطابق شکل (۳)، برای مجموعه‌ای از دانه‌های غیردایروی، سلول‌های به دست آمده با این نوع افراز، تطابق قابل قبولی با شکل دانه‌ها ندارند و در پاره‌ای از موارد، مرزهای سلول با دانه برخورد دارد؛ به عبارت دیگر، هندسه سلول، معرف دانه و ملات اطراف آن نیست. از این رو، لازم است که روش افزایش فضای متناسب با هندسه دانه‌ها توسعه یابد. بدین منظور، ابتدا مطابق شکل (۴-الف) آرایه

نمونه، و همچنین منحنی دانه‌بندی، می‌توان مساحت دانه‌ها در هر بازه دانه‌بندی را تعیین نمود. روند تولید دانه‌ها، از بازه دانه‌بندی شامل بزرگترین دانه‌ها آغاز و به بازه شامل کوچکترین آنها خاتمه می‌یابد. در ابتدا، مساحت بازه با مساحت کوچکترین دانه در آن بازه دانه‌بندی مقایسه می‌شود. اگر مساحت بازه از مساحت کوچکترین دانه، کمتر باشد، مساحت آن بازه با مساحت بازه بعد جمع می‌شود و تولید سنگدانه‌ها در بازه بعد ادامه می‌یابد. در غیر این صورت، یک مساحت تصادفی برای دانه تولید و از مساحت بازه کم می‌شود. این روند تا اتمام بازه‌های دانه‌بندی ادامه می‌یابد.

قابل ذکر است که تولید کلیه سنگدانه‌ها در بازه منحنی دانه‌بندی، سبب افزایش تعداد درجات آزادی و در نتیجه افزایش حجم محاسبات می‌گردد. از این رو، در مدل شبکه-دانه مجزا، تنها درشت دانه‌ها شبیه‌سازی می‌شوند و اثر ریزدانه‌ها به صورت همگن شده در مدل ساختاری منظور می‌شود.

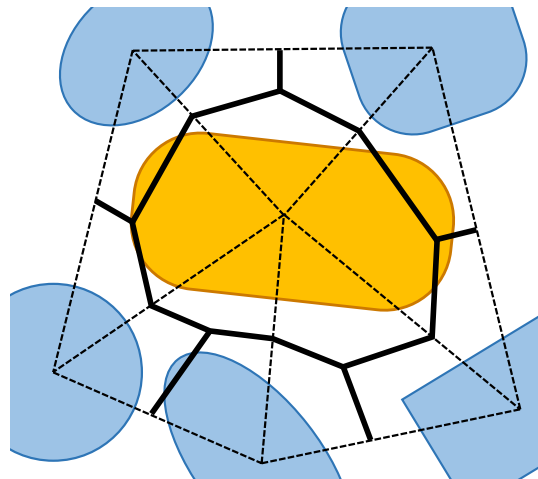
#### ۳-۲- جانمایی سنگدانه‌ها

پس از تولید هندسه سنگدانه‌ها، این سنگدانه‌ها باید در محیط نمونه جانمایی شوند. بدین منظور، از یک روش سعی و خطا استفاده می‌شود. رابطه ابریبضی در فضای مختصات عمومی به صورت زیر است:

$$\left| \frac{(x - x_0) \cos \lambda - (y - y_0) \sin \lambda}{a} \right|^m + \left| \frac{(y - y_0) \cos \lambda + (x - x_0) \sin \lambda}{b} \right|^m = 1 \quad (11)$$

$\lambda$  زاویه قطر بزرگ نسبت به افق و  $(x_0, y_0)$  مختصات مرکز ابریبضی هستند. در ابتدا، دانه‌ها متناسب با مساحت آنها از بزرگ به کوچک مرتب می‌شوند. روند چینش دانه‌ها از بزرگترین دانه به کوچکترین آنها است. برای جانمایی یک دانه در فضای نمونه، مرکز ابریبضی  $(x_0, y_0)$  و نیز زاویه اولیه  $\lambda$  به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند. در صورتی که دانه مزبور با دانه‌های موجود و همچنین مرزهای نمونه هم‌پوشانی نداشته

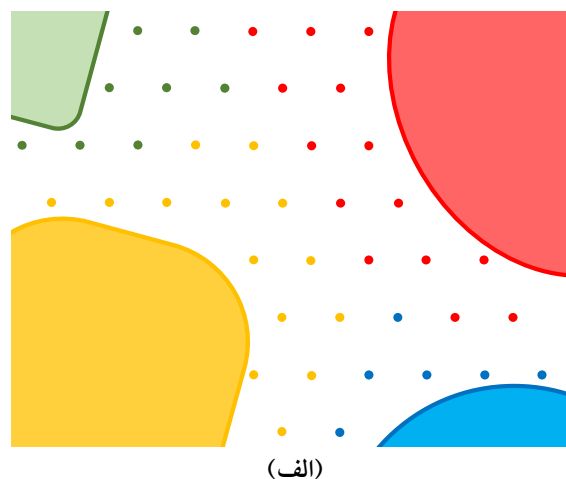
منظمی از نقاط در فضای نمونه توزیع می‌شود. این نقاط به‌نحوی در فضای نمونه پخش می‌شوند که پس از انجام مثلث‌بندی دلونی بر روی آنها، مجموعه‌ای از مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ایجاد گردد. سپس فاصله هر کدام از نقاط تا مرز سنگدانه‌ها محاسبه می‌شود. به کمک این فواصل، مالکیت هر نقطه به نزدیکترین سنگدانه داده می‌شود. بدین ترتیب فضای نمونه به‌صورت گسسته و با خطایی برابر با اندازه ضلع مثلث‌ها افزایش می‌شود. در شکل (۴-ب) نمونه‌ای از افزایش فضا به روش فوق نشان داده شده است.



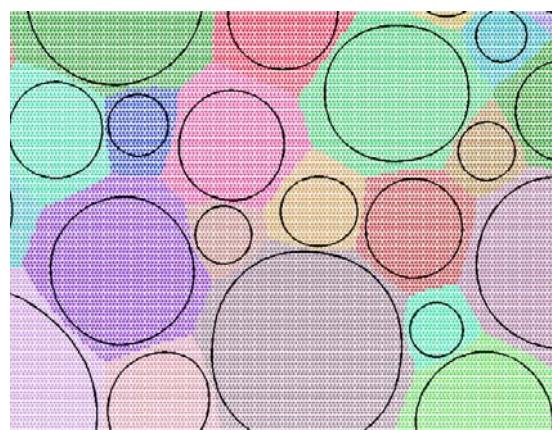
شکل ۳- افزایش فضای بین سنگدانه‌های غیردایروی به روش موجود در مدل شبکه-دانه مجزا

#### ۴-۲- تعیین مرز سلول‌ها

پس از افزایش فضا، مرزهای مشترک هر سلول با سلول‌های مجاور تعیین می‌شود. بدین منظور، ابتدا بر روی نقاط پخش شده در محیط نمونه، مثلث‌بندی دلونی ایجاد می‌شود. سپس نقطه میانی هر ضلع مثلث که دو راس آن متعلق به دو دانه متفاوت باشد، به‌عنوان نقطه‌ای بر روی مرز مشترک بین دو دانه مشخص می‌شود. در شکل (۵-الف) این نقاط با دایره‌های مشکی توپر نشان داده شده است. به‌صورت مشابه، نقطه ابتدا و انتهای مرز مشترک دو دانه، مرکز سطح مثلث‌هایی هستند که سه راس آن متعلق به سه دانه متفاوت باشد. در شکل (۵-الف) این نقاط با دایره‌های مشکی توخالی نشان داده شده است. بدین ترتیب، مرز مشترک سنگدانه‌های مجاور به‌صورت مجموعه‌ای از نقاط گسسته مشخص می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۴- افزایش فضای بین سنگدانه‌های غیردایروی به روش گسسته. الف) نقاط پخش شده در محیط نمونه و تعیین مالکیت آنها و ب) نمونه‌ای از افزایش فضا

به‌منظور جانمایی نقاط محاسباتی بین دو سلول مجاور، ابتدا خطی بر نقاط واقع بر مرز مشترک آنها برآزش داده می‌شود. سپس، با تصویر نمودن نقاط ابتدا و انتهای مرز بر روی این خط، پاره خط تماس حاصل می‌شود (شکل ۵-ب). این پاره‌خط به دو قسمت تقسیم می‌شود. نقاط محاسباتی بین دو سلول در مرکز این دو بخش قرار داده می‌شوند. الگوریتم محاسباتی مورد استفاده برای نمایش مدل توسعه یافته مشابه مدل پایه است که به‌صورت کامل در پژوهش جاویدان و همکاران [۲۰] ارائه شده است.

تعریف می شود:

$$\llbracket \mathbf{u}_{cp} \rrbracket = \mathbf{u}_{cpj} - \mathbf{u}_{cpi} \quad (14)$$

در رابطه فوق،  $i$  و  $j$  گره‌های دو طرف پاره‌خط تماس هستند. بردارهای نمو کرنش محوری،  $\varepsilon_N$ ، و کرنش برشی،  $\varepsilon_T$ ، در نقطه محاسباتی، به صورت یکنواخت در امتداد مراکز دو سنگدانه فرض می‌شوند:

$$\varepsilon_N = \frac{\mathbf{n}^T \llbracket \mathbf{u}_{cp} \rrbracket}{l_{ij}} \quad (15)$$

$$\varepsilon_T = \frac{\mathbf{t}^T \llbracket \mathbf{u}_{cp} \rrbracket}{l_{ij}} \quad (16)$$

در روابط فوق،  $l_{ij}$  فاصله بین مراکز دو سنگدانه است. همچنین،  $\mathbf{n}$  و  $\mathbf{t}$  به ترتیب بردارهای یکه در راستای عمود بر پاره‌خط تماس و در راستای آن هستند.

در مدل شبکه-دانه مجزا فرض می‌شود که تنش محوری و تنش برشی ارتجاعی به ترتیب تنها وابسته به کرنش محوری و کرنش برشی هستند. از این رو، با در اختیار داشتن بردارهای کرنش محوری و برشی، می‌توان بردارهای تنش محوری و کرنش محوری هم‌جهت با آنها را محاسبه نمود. با ضرب بردارهای تنش در طول پاره‌خط تماس مربوط به هر نقطه محاسباتی، بردارهای نیروی تماسی در نقطه مزبور به دست می‌آیند. در ادامه، به کمک قانون کار مجازی نیروهای گرهی سلول محاسبه می‌شوند.

## ۶- قوانین ساختاری

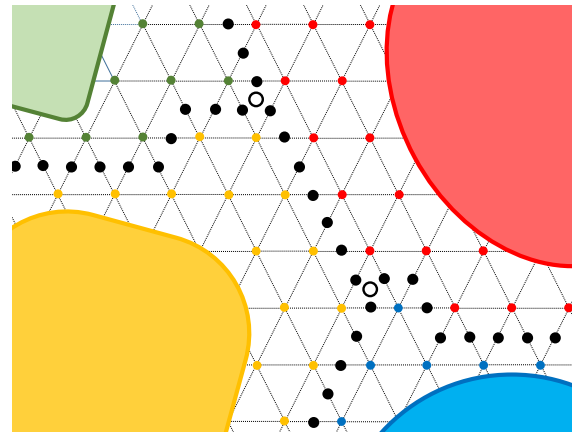
### ۶-۱- قوانین ساختاری در مدل شبکه-دانه مجزا [۱۲]

در مدل شبکه-دانه مجزا، به منظور بیان رفتار ماده، دو کمیت جدید به صورت زیر تعریف می‌شوند:

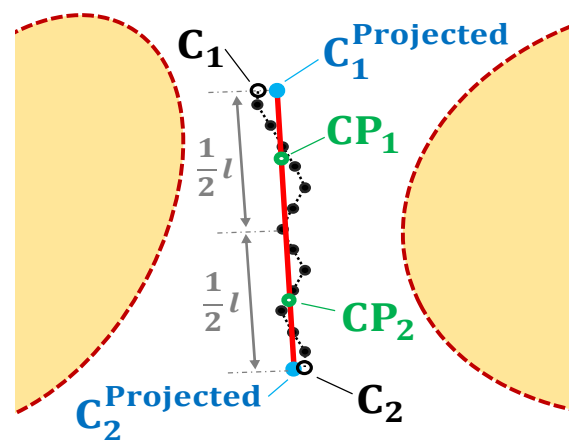
$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_N^2 + \alpha \varepsilon_T^2} \quad (17)$$

$$\tan \omega = \frac{\varepsilon_N}{\sqrt{\alpha} \varepsilon_T} \quad (18)$$

$\varepsilon$  کرنش مؤثر نامیده می‌شود و از ترکیب کرنش محوری و سهم مؤثر کرنش برشی به دست می‌آید. همچنین،  $\omega$  زاویه بین



(الف)



(ب)

شکل ۵- الف) تعیین مرز تقریبی بین سلول‌ها و ب) نقاط محاسباتی بین دو دانه

## ۵- سینماتیک و استاتیک مدل

در مدل شبکه-دانه مجزای دوبعدی، مرکز هر سلول (گره) دارای دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی است. میدان جابه‌جایی در داخل و بر روی مرز هر سلول ثابت در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، فرض می‌شود سلول‌ها صلب هستند. بر این اساس، مؤلفه‌های بردار جابه‌جایی هر نقطه از سلول،  $\mathbf{u} = \{u \ v\}$ ، از جابه‌جایی‌ها و چرخش مرکز سلول به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$u = u_i + \theta_i (y_i - y) \quad (13)$$

$$v = v_i + \theta_i (x - x_i)$$

بر این اساس، پرش جابه‌جایی در نقطه محاسباتی به صورت زیر



می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max} &= \sqrt{\varepsilon_{N,max}^2 + \alpha \varepsilon_{T,max}^2}, \\ \varepsilon_{N,max}(t) &= \max_{\tau < t} [\varepsilon_N(\tau)], \\ \varepsilon_{T,max}(t) &= \max_{\tau < t} [\varepsilon_T(\tau)] \end{aligned} \quad (28)$$

تابع  $\sigma_s(\omega)$  حد مقاومت مؤثر است و عبارت است از:

$$\sigma_0(\omega) = \sigma_t \frac{-\sin(\omega) + \sqrt{\sin^2(\omega) + 4\alpha \cos^2(\omega) / I_{st}^2}}{2\alpha \cos^2(\omega) / I_{st}^2} \quad (29)$$

در رابطه فوق،  $I_{st} = \sigma_s / \sigma_t$  نسبت مقاومت برشی (چسبندگی)،  $\sigma_s$  به مقاومت کششی،  $\sigma_t$  است. تابع  $H_s(\omega)$  مدول نرم‌شدگی است. این تابع، شیب پس از اوج را کنترل می‌کند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_s(\omega) = H_t \left( \frac{\gamma \omega}{\pi} \right)^{n_t} \quad (30)$$

در رابطه فوق،  $n_t$  کمیت مدل است.  $H_t$  مدول نرم‌شدگی در کشش خالص است و با توجه به ملاحظات مربوط به محاسبه صحیح انرژی شکست در مود کششی،  $G_t$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H_t = \frac{\gamma E_c}{I_t / (1 - \gamma)}, \quad I_t = \gamma E_c G_t / \sigma_t^2 \quad (31)$$

در حالت بارگذاری فشاری ( $\varepsilon_N < 0$ )، تنش محوری باید در نامساوی زیر صدق کند:

$$\sigma_{bc} \leq \sigma_N \leq 0 \quad (32)$$

در این رابطه،  $\sigma_{bc}$  مرز تنش وابسته به کرنش است که مؤلفه تنش محوری فشاری را در سطح تماس محدود می‌کند. این مرز تابعی از کرنش حجمی،  $\varepsilon_V$ ، و کرنش انحرافی،  $\varepsilon_D = \varepsilon_N - \varepsilon_V$  در نظر گرفته می‌شود:

$$\sigma_{bc}(\varepsilon_D, \varepsilon_V) = \begin{cases} \sigma_{c_0} & \text{for } -\varepsilon_{DV} \leq 0 \\ \sigma_{c_0} + (-\varepsilon_{DV} - \varepsilon_{c_0}) H_c(I_{DV}) & \text{for } 0 \leq -\varepsilon_{DV} \leq \varepsilon_{c_1} \\ \sigma_{c_1}(I_{DV}) \exp \left[ \frac{(-\varepsilon_{DV} - \varepsilon_{c_1}) H_c(I_{DV})}{\sigma_{c_1}(I_{DV})} \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

$\sigma_{c_0}$  تنش تسلیم فشاری در ریزساختار است.  $\varepsilon_{DV}$  کرنش

بردار کرنش محوری و بخش مؤثر بردار کرنش برشی است. به منظور محاسبه تنش‌های محوری و برشی، با به کارگیری اصل کار مجازی، مقادیر  $\sigma_N$  و  $\sigma_T$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_N = \sigma \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon} \quad (19)$$

$$\sigma_T = \sigma \frac{\alpha \varepsilon_T}{\varepsilon} \quad (20)$$

ابتدا رفتار در نقاط محاسباتی به صورت ارتجاعی خطی فرض می‌شود، یعنی:

$$\sigma = E_s \varepsilon \quad (21)$$

با جایگذاری رابطه فوق، در روابط (19) و (20) نتیجه می‌شود:

$$\sigma_N = E_s \varepsilon_N \quad (22)$$

$$\sigma_T = \alpha E_s \varepsilon_T \quad (23)$$

کمیت‌های  $E_s$  و  $\alpha$  کمیت‌های ارتجاعی میان مقیاس هستند که به کمک روابط زیر، به کمیت‌های ارتجاعی درشت مقیاس محیط همگن و همسان، شامل مدول یانگ،  $E$ ، و نسبت پواسون،  $\nu$ ، مرتبط می‌گردند:

$$E_s = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad (24)$$

$$\alpha = \frac{1 - 4\nu}{1 + \nu} \quad (25)$$

رفتار غیرارتجاعی در مدل شبکه-دانه مجزای بتن ناشی از سه ساز و کار مختلف در ریزساختار انگاشته شده است که عبارتند از: گسیختگی و چسبندگی در کشش و برش، تخریب حفرات در فشار و رفتار اصطکاکی در برش و فشار.

کرنش محوری کششی ( $\varepsilon_N > 0$ )، بیانگر قرارگیری ریزساختار در فاز کشش یا ترکیب کشش و برش است. در این حالت مقدار تنش مؤثر در هر لحظه باید در نامساوی زیر صدق نماید:

$$0 \leq \sigma \leq \sigma_{bt}(\varepsilon, \omega) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{bt}(\varepsilon, \omega) &= \sigma_s(\omega) \exp \left[ -H_s(\omega) \frac{\langle \varepsilon_{max} - \sigma_s(\omega) / E_s \rangle}{\sigma_s(\omega)} \right], \\ \langle x \rangle &= \max \{ x, 0 \} \end{aligned} \quad (27)$$

$\varepsilon_{max}$  کرنش مؤثر بیشینه است و به صورت زیر تعریف

در رابطه بالا، مقاومت برشی،  $\sigma_{bs}$ ، به کمک قانون اصطکاک غیرخطی زیر تعیین می‌شود:

$$\sigma_{bs}(\sigma_N) = \sigma_s + (\mu_0 - \mu_\infty)\sigma_N - \mu_\infty\sigma_N - (\mu_0 - \mu_\infty)\sigma_N \exp\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{N_0}}\right) \quad (42)$$

در این رابطه،  $\sigma_s$  چسبندگی،  $\mu_0$  و  $\mu_\infty$  به ترتیب ضریب اصطکاک داخلی اولیه و نهایی و  $\sigma_{N_0}$  تنش محوری است که در آن ضریب اصطکاک داخلی از  $\mu_0$  به  $\mu_\infty$  تغییر می‌کند.

#### ۶-۲- محاسبه کرنش حجمی در مدل توسعه یافته

با توجه به آنکه در مدل توسعه یافته، روش افراز فضا متفاوت از مدل شبکه-دانه مجزا است، روند محاسبه کرنش حجمی به صورت زیر تغییر یافته است.

مطابق شکل (۶)، از اتصال نقاط دو طرف پاره خط تماس دو سنگدانه  $P_i$  و  $P_j$  به مراکز دانه‌ها، دو مثلث  $P_i C_j C_k$  و  $P_j C_i C_k$  تشکیل می‌شوند. مجموع مساحت این دو مثلث، مساحت اولیه فضای منحصر بین دو سنگدانه،  $A_0$ ، است. در جریان بارگذاری، به سبب جابه‌جایی‌ها و چرخش سنگدانه‌ها، دو مثلث صلب به وضعیت  $P'_i C'_j C'_k$  و  $P'_j C'_i C'_k$  تغییر می‌یابند. حال، نقاط جدید  $C'_i$  و  $C'_j$  به ترتیب در وسط نقاط  $C_{ij}$  و  $C_{ji}$  و همچنین  $C_{jk}$  و  $C_{kj}$  تعریف می‌شوند. از اتصال این نقاط به مرکز تغییر یافته سنگدانه‌ها، مثلث‌های جدید  $P'_i C'_j C'_k$  و  $P'_j C'_i C'_k$  تشکیل می‌شوند. مجموع مساحت این دو مثلث، مساحت کنونی فضای بین دو سنگدانه،  $A$ ، تعریف می‌شود. حال، کرنش حجمی در نقاط محاسباتی واقع بر پاره خط تماس، از رابطه (۳۶) به دست می‌آید.

#### ۷- نمونه‌های مورد بررسی و نتایج شبیه‌سازی

به منظور بررسی عملکرد مدل ارتقا یافته که اجزای آن در بخش‌های پیشین به صورت کامل تشریح شد، شش دسته نمونه متفاوت مشابه شکل (۷) تولید شد که هر دسته شامل

تراکم نامیده می‌شود و سهم اثرات حجمی بر رفتار فشاری ریزساختار را کنترل می‌کند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_{DV} = \varepsilon_V + \beta \varepsilon_D \quad (34)$$

در این رابطه،  $\beta$  ویژگی ماده است.  $\varepsilon_{c_0}$  کرنش تراکم در شروع تخریب حفرات است و عبارت است از:

$$\varepsilon_{c_0} = \frac{\sigma_{c_0}}{E_0} \quad (35)$$

کرنش حجمی  $\varepsilon_V$  برای نقاط محاسباتی داخل هر مثلث دلونی به صورت مشابه و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_V = \frac{A - A_0}{A_0} \quad (36)$$

در این رابطه،  $A$  و  $A_0$  به ترتیب مساحت کنونی و اولیه مثلث دلونی هستند.

$\varepsilon_{c_1}$  کرنش تراکم در شروع سخت‌شدگی مجدد است و به صورت ضریبی از کرنش  $\varepsilon_{c_0}$  تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_{c_1} = \kappa_{c_0} \varepsilon_{c_0} \quad (37)$$

در رابطه فوق،  $\kappa_{c_0}$  ویژگی ماده است.  $H_c(I_{DV})$  مدول سخت‌شدگی اولیه نامیده می‌شود و عبارت است از:

$$H_c(I_{DV}) = \frac{H_{c_0}}{1 + \kappa_{c_2} (I_{DV} - \kappa_{c_1})} \quad (38)$$

در این رابطه،  $H_{c_0}$ ،  $\kappa_{c_1}$  و  $\kappa_{c_2}$  ویژگی‌های ماده هستند.  $\sigma_{c_1}$  تنش متناظر با کرنش تراکم در شروع سخت‌شدگی مجدد است و برابر است با:

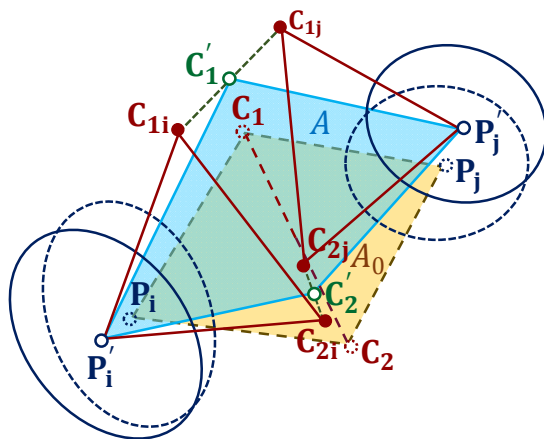
$$\sigma_{c_1}(I_{DV}) = \sigma_{c_0} + (\varepsilon_{c_1} - \varepsilon_{c_0}) H_c(I_{DV}) \quad (39)$$

برای تعیین تنش برشی در حضور تنش محوری فشاری یک مدل خمیری نمودی مرسوم مورد استفاده قرار گرفته است که در آن نمو تنش برشی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

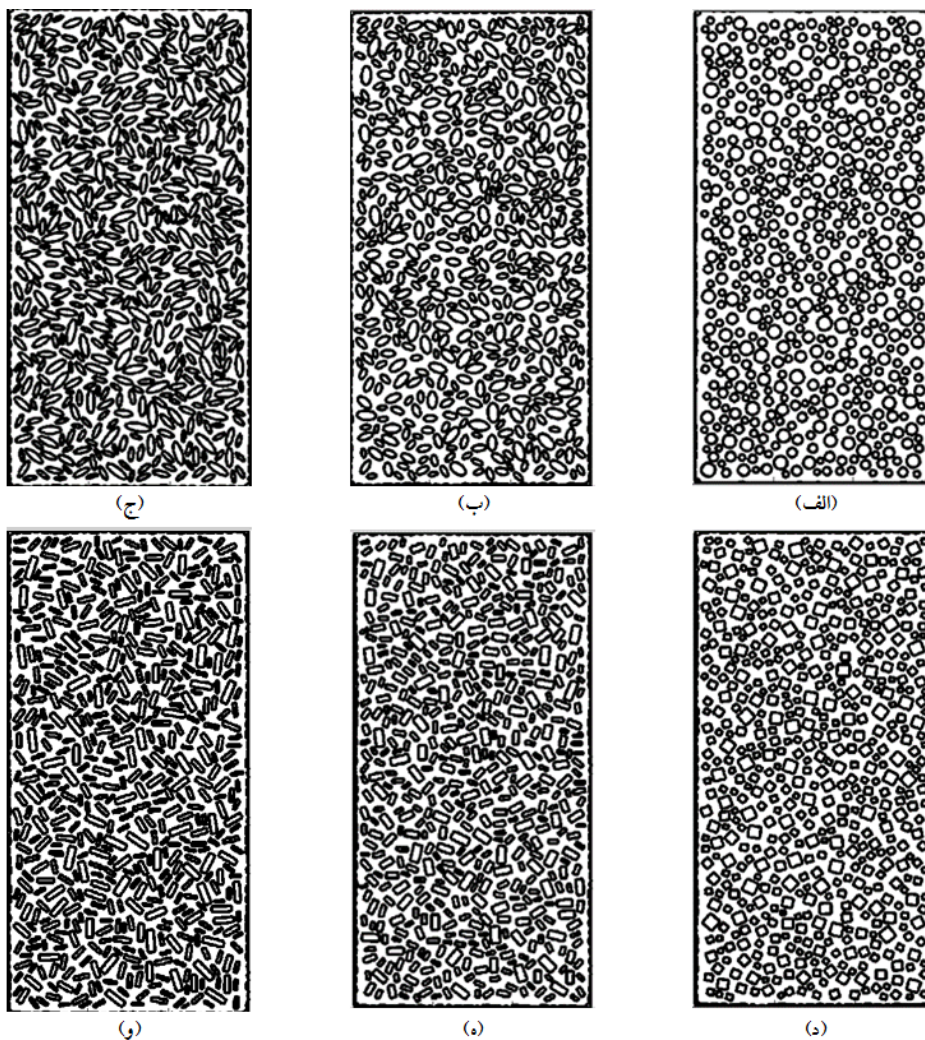
$$d\sigma_T = E_T (d\varepsilon_T - d\varepsilon_T^P) \quad (40)$$

در رابطه فوق،  $d\varepsilon_T^P$  نمو کرنش برشی خمیری است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d\varepsilon_T^P = d\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_T}, \quad \phi = |\sigma_T| - \sigma_{bn}(\sigma_N) \quad (41)$$



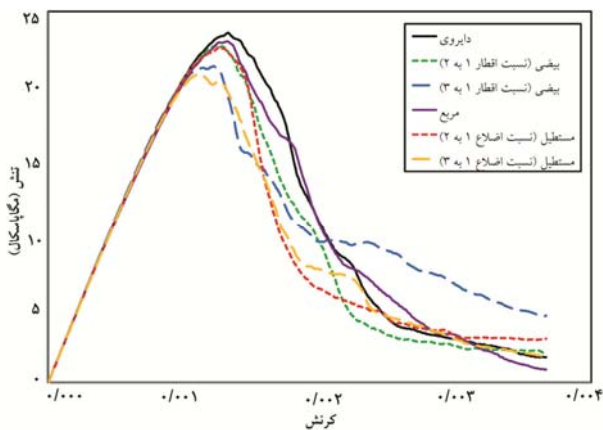
شکل ۶- نمایش نحوه محاسبه کرنش حجمی نقاط محاسباتی در مدل توسعه یافته



شکل ۷- نمایش شش هندسه ریزساختار تولید شده به کمک روش پیشنهادی، الف) سنگدانه‌های دایروی، ب) سنگدانه‌های بیضی شکل با نسبت اقطار یک به دو، ج) سنگدانه‌های بیضی شکل با نسبت اقطار یک به سه، د) سنگدانه‌های مربعی، ه) سنگدانه‌های مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و و) مستطیلی با نسبت اضلاع یک به سه

جدول ۱- مقادیر متغیرهای مدل شبکه دانه مجزا [۱۳]

مقدار	متغیر (واحد)	مقدار	متغیر (واحد)	مقدار	متغیر (واحد)	مقدار	متغیر (واحد)
۰	$\mu_{\infty} (-)$	۴	$\kappa_{c_0} (-)$	۱/۹	$\sigma_s/\sigma_t (-)$	۳۲۰۸۱	$E_0 (MPa)$
۶۰۰	$\sigma_{N_0} (MPa)$	۱	$\kappa_{c1} (-)$	۱	$n_t (-)$	۰/۲۵	$\alpha (-)$
۰/۸	$k_t (-)$	۵	$\kappa_{c2} (-)$	۱۰۰	$\sigma_{c_0} (MPa)$	۳/۷	$\sigma_t (MPa)$
۱	$E_d/E_0 (-)$	۰/۲	$\mu_0 (-)$	۰/۴	$H_{c_0}/E_0 (-)$	۵۰	$l_t (mm)$



شکل ۸- نمودار تنش- کرنش نمونه‌ها در بارگذاری تک‌محوری فشاری

بیشتر برای تکمیل سازوکار خرابی نمونه است. در شکل (۹) نیز می‌توان این تفاوت در الگوی گسیختگی را مشاهده نمود.

نکته مهم دیگری که می‌توان از نتایج به‌دست آمده استنباط نمود آن است که مدل توسعه یافته از توانایی کافی برای لحاظ نمودن اثرات تیز گوشگی و گرد گوشگی برخوردار نیست. دلیل این ادعا رفتار مشابه نمونه‌هایی است که دارای سنگدانه‌های مستطیلی و بیضی با کشیدگی یکسان هستند (شکل‌های (۸) و (۹)). علت اصلی آن را می‌توان خفیف شدن اثر انحنای گوشه‌ها در تفکیک فضا و تشکیل سلول‌های مدل شبکه-دانه مجزا دانست.

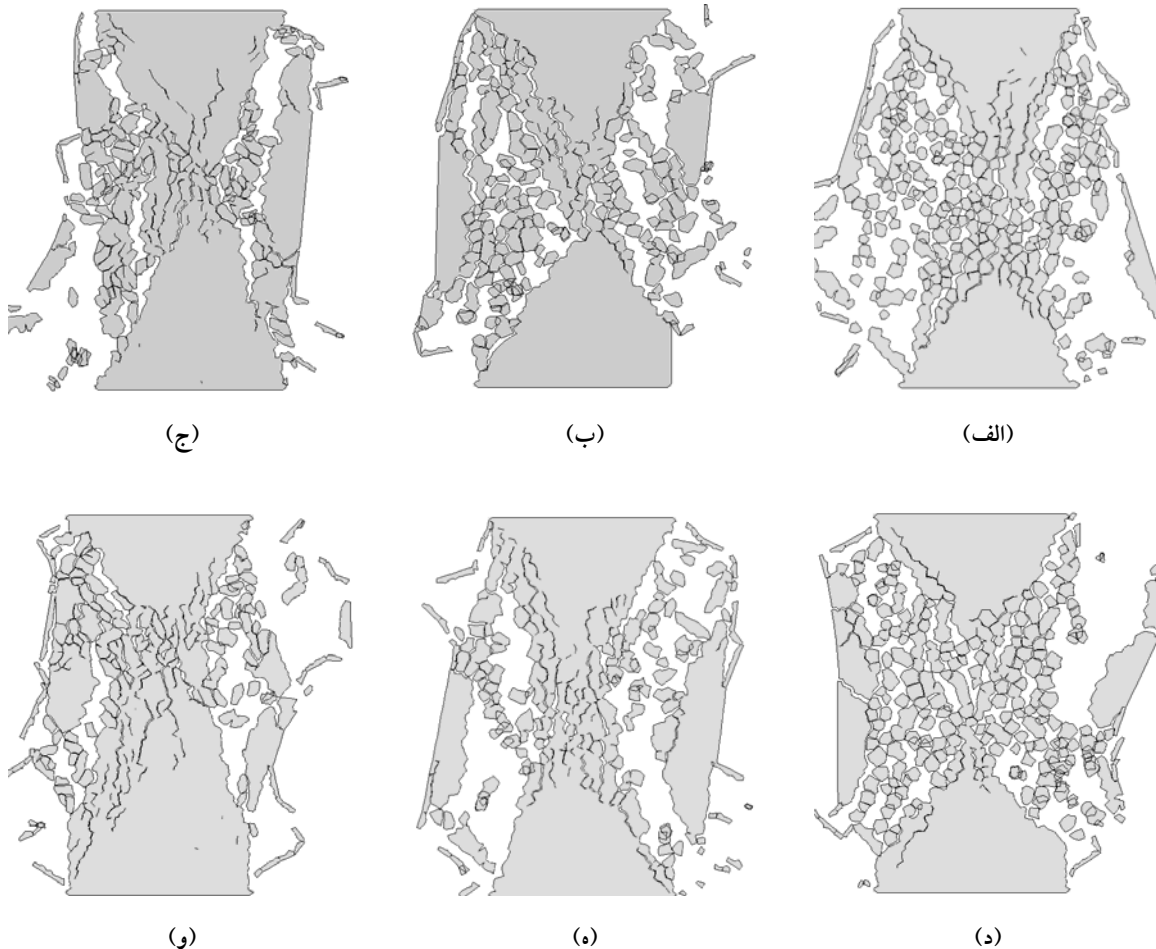
## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل عددی شبکه-دانه مجزای بتن در حالت

نمونه ۵ نمونه‌ها به‌صورت مستطیلی با ابعاد  $300 \times 150$  میلی‌متر فرض شده‌اند که به‌ترتیب با دانه‌های دایروی، بیضی با نسبت اقطار ۲، بیضی با نسبت اقطار ۳، مربعی، مستطیلی با نسبت اضلاع ۲ و مستطیلی با نسبت اضلاع ۳ پرشده‌اند. از دانه‌های ۴ تا  $9/5$  میلی‌متری مطابق با منحنی دانه‌بندی فولر استفاده شده است و نسبت مساحت سنگدانه‌ها به کل مساحت در تمام نمونه‌ها برابر با ۳۶ درصد است. مقادیر متغیرهای مدل شبکه-دانه مجزا برای بتنی با مقاومت تک‌محوری فشاری  $25/9$  مگاپاسکال و مقاومت کششی  $3/0$  مگاپاسکال مطابق مرجع [۱۳] در نظر گرفته شده است (جدول ۱).

شکل (۸) منحنی تنش-کرنش نمونه‌ها در بارگذاری فشاری تک‌محوری را نشان می‌دهد. لازم به‌ذکر است که هر منحنی در این شکل میانگین نتایج به‌دست آمده برای ۵ نمونه آن دسته است. همچنین شکل (۹) الگوی شکست در یک نمونه نماینده از هر دسته را ارائه می‌کند.

همانگونه که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، با افزایش کشیدگی سنگدانه‌ها، مقدار مقاومت حداکثر نمونه به میزان کمی کاهش می‌یابد که علت آن را می‌توان تسریع فرآیند موضعی شدن آسیب و خسارت در اثر تشدید تمرکز تنش در حضور سنگدانه‌های کشیده دانست. اما برخلاف کاهش مشاهده شده در بیشینه مقاومت، ظرفیت جذب انرژی و استهلاک در ناحیه نرم‌شونده در نمونه‌های دارای سنگدانه‌های کشیده‌تر بیشتر از نمونه‌های دیگر است و شیب این ناحیه برای نمونه‌های مذکور ملایم‌تر است. این پدیده ناشی از اثرات قفل‌شدگی میان دانه‌ها و پیچیده‌تر بودن مسیر شکست و به‌طبع آن نیاز به انرژی



شکل ۹- الگوی شکست نمونه‌ها در بازگذاری فشاری تک‌محوری، (الف) سنگدانه‌های دایروی، (ب) سنگدانه‌های بیضی شکل با نسبت اقطار یک به دو، (ج) سنگدانه‌های بیضی شکل با نسبت اقطار یک به سه، (د) سنگدانه‌های مربعی، (ه) سنگدانه‌های مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و (و) مستطیلی با نسبت اضلاع یک به سه

یک به دو، بیضی با نسبت شعاع یک به سه، مربعی، مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و مستطیلی با نسبت اضلاع سه تولید شد و تحت فشار تک‌محوری قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان داد مدل توسعه یافته از توانایی مناسبی برای شبیه‌سازی اثرات کشیدگی سنگدانه‌ها بر رفتار و ساز و کار خرابی نمونه‌ها برخوردار است اما برای در نظر گرفتن اثرات تیز گوشگی و یا گرد گوشگی دانه‌ها نیاز به فرضیات جدید است که باید در تحقیقات آتی مورد توجه قرار گیرد.

دوبعدی برای سنگدانه‌های غیردایروی توسعه یافته است. برای این منظور از اشکال مبتنی بر هندسه ابربیضی استفاده شده و براساس آن الگوریتم‌های عددی لازم برای مراحل مختلف مدل‌سازی در روش شبکه-دانه مجزا شامل تولید سنگدانه‌ها، چینش در فضای نمونه بتن، تعیین سلول‌های محاسباتی دارای اندرکنش و تعیین مرزها و نقاط محاسباتی توسعه یافته است. به این نکته باید اشاره نمود که راهکارهای پیشنهادی برای اجزای مختلف مدل توسعه یافته قابل تعمیم به حالت سه‌بعدی است. در بخش نهایی مقاله نمونه‌هایی شامل سنگدانه‌های دایروی، بیضی با نسبت شعاع

- |                                      |  |                                   |
|--------------------------------------|--|-----------------------------------|
| 1. representative volume element     | 7. beam-spring network                     | 11. discrete particle model (DPM) |
| 2. meso-structure                    | 8. rigid body-spring network               | 12. Delaunay tessellation         |
| 3. meso-scale                        | 9. lattice discrete particle model (LDPM)  | 13. strut                         |
| 4. interfacial transition zone (ITZ) | 10. confinement shear lattice model (CSLM) | 14. computational point           |
| 5. continuum                         |  | 15. super-ellipsoid               |
| 6. discrete                          |  |                                   |

## مراجع

- Lee, J. and Fenves, G. L., "A Plastic-Damage Concrete Model for Earthquake Analysis of Dams", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 937-956, 1998.
- Jefferson, A. D., "Craft—A Plastic-Damage-Contact Model for Concrete. I. Model Theory and Thermodynamic Considerations", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 5973-5999, 2003.
- Jason, L., Huerta, A., Pijaudier-Cabot, G., and Ghavamian, S., "An Elastic Plastic Damage Formulation for Concrete: Application to Elementary Tests and Comparison with an Isotropic Damage Model", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7077-7092, 2006.
- Wu, J. Y., Li, J., and Faria, R., "An Energy Release Rate-Based Plastic-Damage Model for Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 583-612, 2006.
- Grassl, P., and Jirasek, M., "Damage-Plastic Model for Concrete Failure", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 7166-7196, 2006.
- Cervenka, J., and Papanikolaou, V. K., "Three Dimensional Combined Fracture-Plastic Material Model for Concrete", *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 2192-2220, 2008.
- Nguyen, G. D., "A Thermodynamic Approach to Non-Local Damage Modelling of Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 45, pp. 1918-1934, 2008.
- Grassl, P., Xenos, D., Nystrom, N., Rempling, R., and Gylltoft, K., "CDPM2: A Damage-Plasticity Approach to Modelling the Failure of Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 50, pp. 3805-3816, 2013.
- Shahbeyk, S., Hosseini, M., and Yaghoobi, M., "Mesoscale Finite Element Prediction of Concrete Failure", *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 1973-1990, 2011.
- Kim, S. M., Rashid, K., and Al-Rub, A., "Meso-Scale Computational Modeling of the Plastic-Damage Response of Cementitious Composites", *Cement and Concrete Research*, Vol. 41, pp. 339-358, 2011.
- Bolander, J. E., and Saito, S., "Fracture Analyses using Spring Networks with Random Geometry", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 61, pp. 569-591, 1998.
- Cusatis, G., Pelessone, D., and Mencarelli, A., "Lattice Discrete Particle Model (LDPM) for Failure Behavior of Concrete. I: Theory", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 33, pp. 881-890, 2011.
- Cusatis, G., Pelessone, D., and Mencarelli, A., "Lattice Discrete Particle Model (LDPM) for Failure Behavior of Concrete. II: Calibration and Validation", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 33, pp. 891-905, 2011.
- Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: I. Theory", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, pp. 1439-1448, 2003.
- Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: II. Computation and Validation", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, pp. 1449-1458, 2003.
- Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice CSL Model for Fracture Propagation in Concrete", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7154-7171, 2006.
- Schauffert, E., and Cusatis, G., "Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. I: Theory", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 138, pp. 826-833, 2012.
- Alnaggar, M., Cusatis, G., and Di Luzio, G., "Lattice Discrete Particle Modeling (LDPM) of Alkali Silica Reaction (ASR) Deterioration of Concrete Structures", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 41, pp. 45-59, 2013.
- Smith, J., Cusatis, G., Pelessone, D., Landis, E., O'Daniel, J., and Baylot, J., "Discrete Modeling of Ultra-High-Performance Concrete with Application to Projectile Penetration", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 65, pp. 13-32, 2014.
- Javidan, F., Shahbeyk, S., and Safarnejad, M., "Lattice Discrete Particle Modeling of Compressive Failure in Hollow Concrete Blocks", *Computers and*

- Concrete*, Vol. 13, pp. 437-456, 2014.
21. Wang, Z. M., Kwan, A. K. H., and Chan, H. C., "Mesoscopic Study of Concrete I: Generation of Random Aggregate Structure and Finite Element Mesh", *Computers & Structures*, Vol. 70, pp. 533-544, 1999.
  22. Junyong, W., and Zhengyue, R., "Generation and Evaluation on Random Polyhedron Aggregate Model", *Proceeding of the 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Goa, India, 2008.
  23. Caballero, A., Lopez, C. M., and Carlo, I., "3D Meso-Structural Analysis of Concrete Specimens under Uniaxial Tension", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7182-7195, 2006.
  24. Hafner, S., Eckardt, S., Luther, T., and Konke, C., "Mesoscale Modeling of Concrete: Geometry and Numeric", *Computers & Structures*, Vol. 84, pp. 450-461, 2006.