

# تحلیل انتشار امواج الاستیک درون هدایت کننده کریستال فونونیک فولاد- اپوکسی به کمک روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی

مهران مرادی\* و محمد باقری نوری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دريافت مقاله: ۵ -/ ۱۳۹۴ – دريافت نسخه نهايی: ۱۳۹۵/۱۳۹۵) DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.39

چکیده – بهمنظور بهدست آوردن طیف عبور امواج در کریستال فونونیک و هدایت کننده مربوطه، یـک الگـوریتم جدیـد در ایـن مقالـه ارائـه میشود. با استخراج فرم بر مبنای جابهجایی معادلات موج الاستیک و گسستهسازی آن، الگوریتم تفاضل محدود بر مبنای جابـهجـایی در حـوزه زمان معرفی میشود. دو مثال عددی با این روش محاسبه و نتایج با روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان مقایسه میشود. بـهعـلاوه هزینـه محاسباتی روش جدید با روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان مقایسه شده است. این مقایسه نشان داد که زمـان محاسـباتی لازم در روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه زمان ۴۰ درصد از روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان مقایسه می شود. بـهعـلاوه هزینـه

واژههای کلیدی: کریستال فونونیک، انتشار موج، تفاضل محدود در حوزه زمان، فرمول بندی بر مبنای جابه جایی.

# Simulation of Elastic Wave Propagation through Steel/Epoxy Phononic Crystal Waveguide by Displacement-Based Finite Difference Method

M. Moradi<sup>\*</sup> and M. Bagheri Nouri

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

**Abstract:** In order to obtain transmission spectra through a phononic crystal as well as its waveguide, a new algorithm is presented in this paper. By extracting displacement-based forms of elastic wave equations and their discretization, Displacement-Based Finite Difference Time Domain (DBFDTD) algorithm is presented. Two numerical examples are solved with this method and the results are compared with the conventional Finite Difference Time Domain (FDTD) method. In addition, the computational cost of the new approach has been compared with the conventional FDTD method. This comparison showed that the computation time of the DBFDTD method is 40 percent less than that of the conventional FDTD method.

Keywords: Phononic crystal, Wave propagation, Finite difference time domain, Displacement-based formulation.

\* : مسئول مكاتبات، پست الكترونيكي:moradi@cc.iut.ac.ir

#### فهرست علائم

مؤلفه i ام سرعت	$\mathbf{v}_{i}$	ضريب الاستيك ماده ايزوتروپيك	C,,,
گام زمانی	$\Delta t$	ضريب الاستيك ماده ايزوتروپيك	C'il
گام مکانی در راستای X	$\Delta x$	ضريب الاستيك ماده ايزوتروپيك	CFF
گام مکانی در راستای y	$\Delta y$	تانسور استحكام الاستيك	C <sub>ijmn</sub>
چگالی	ρ	مشخصه گره نمونه	(l,m)
تانسور تنش	$\sigma_{ij}$	مۇلفه i ام جابىجايى	ui

#### ۱ – مقدمه

در سالهای اخیر کریستالهای فونونیک توجه زیادی را بهخود جلب کردهاند. این ساختارهای غیرهمگن از تکرار آخالها<sup>۱</sup> در یک ماده زمینه متفاوت تشکیل میشوند. به محدوده فرکانسی که این کریستالها از انتشار امواج الاستیک در هر راستایی ممانعت میکنند شکاف نواری کامل<sup>۲</sup> اطلاق میشود. بهدلیل این ویژگی، کریستالهای فونونیک میتوانند انتشار امواج الاستیک را در هر راستایی مدیریت کنند [۱ و ۲]. برخی از کاربردهای کریستالهای فونونیک شامل فیلتر آکوستیک و هدایت کننده<sup>۳</sup> موج است.

تاکنون پژوهش های گوناگونی به بررسی نظری و آزمایشگاهی کریستالهای فونونیک اختصاص داده شدهاند [۶-۳]. در بررسی نظری این کریستالها محققان مختلفی از روش بسط موج صفحهای<sup>۴</sup> استفاده کردهاند [۱۰-۷]. علیرغم سادگی، این روش در تحلیل کریستالهایی که عدم تطابق زیادی دارند دچار مشکلات واگرایی میشود. برای رفع این مشکلات به تعداد زیادی موج صفحهای نیاز است. به علاوه روش بسط موج صفحهای در حالتی که آخال سیال یا خلأ است ناکارآمد میشود [۱۲–۱۱].

محققین مختلفی در مطالعه کریستالهای فونونیک از روش تفاضل محدود در حوزه زمان<sup>6</sup>بهره بردهاند [۱۶–۱۳]. همچنین روش المان مرزی<sup>2</sup> [۱۷]، روش پراکندگی چندگانه<sup>۷</sup> [۱۸]، روش موجک<sup>۸</sup> [۱۹] و روش اجزاء محدود [۲۰] در شبیهسازی

کریستالهای فونونیک اعمال شدهاند.

از میان روش های عددی موجود، روش تفاضل محدود در حوزه زمان مزیت های گوناگونی دارد. حتی در صورت وجود عدم تطابق زیاد، این روش قادر است تا کریستال های فونونیک را تحلیل کند. این روش میتواند ساختار هایی با ابعاد محدود و دارای آخال با شکل دلخواه را بررسی کند. علاوه بر این، روش مذکور به محاسبات ماتریسی نیاز ندارد (صریح<sup>۹</sup>). با وجود این مزایا، روش تفاضل محدود در حوزه زمان به محاسبات قابل توجهی نیاز دارد. بنابراین شایسته است تا کارآیی این روش بهبود یابد.

در این مقاله یک الگوریتم جدید برای بررسی کریستالهای فونونیک ارائه شده است. در ابتدا با ترکیب معادلات حرکت و قوانین ساختاری<sup>۱۰</sup>، معادلات موج الاستیک بر مبنای جابه جایی استخراج میشود. سپس این معادلات توسط روش تفاضل محدود گسسته سازی<sup>۱۱</sup> می شود. در این مقاله الگوریتم جدید روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان نامیده می شود. معادلات مربوط به روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان و روش مرسوم تفاضل محدود در به روش تفاضل محدود در مبنای جابه جایی در حوزه زمان نامیده می شود. معادلات مربوط به روش مرسوم تفاضل محدود بر می می در از مان در ادامه ارائه می شوند. مقایسه معادلات مربوط معادلات روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان نشان معادلات روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان نشان

Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-22 ]

است.

دو مثال عددی به کمک الگوریتم پیشنهادی بررسی شده است. ابتدا طیف عبور<sup>۱۱</sup> یک کریستال فونونیک محاسبه شده است. این کریستال از آرایش مربعی فولاد در اپوکسی تشکیل میشود. سپس هدایت کننده مربوطه مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین نتایج و هزینه محاسباتی روش جدیـد بـا روش مرسوم مقايسه شده است.

## ۲– فرمولبندی روش مرسوم

برای سادگی کریستال فونونیک دوبعدی درنظر گرفته میشود. این فرمولبندی را می توان به آسانی به حالت سه بعدی تعمیم داد. آخالها در راستای محور z قرار گرفته و درون صفحه xy تكرار مي شوند. انتشار امواج الاستيك با معادلات زير قابل توصيف است:

- (1) $\rho \dot{v}_i = \sigma_{ij,j}$
- (٢)  $v_i = \dot{u}_i$
- (٣)  $\sigma_{ij} = C_{ijmn} u_{m,n}$

در این معادلات u<sub>i</sub> ، C<sub>ijkl</sub>(x,y) ، ρ = ρ(x,y) و v<sub>i</sub> به ترتیب چگالی، تانسور استحکام الاستیک<sup>۳</sup>، مؤلفه i ام جابهجایی و مؤلفه i ام سرعت ساختار است. قرارداد جمع روی اندیس های تكراري اعمال مي شود. با توجه به فرض انتشار موج الاستيك درون صفحه xy، جابهجایی، سرعت و تانسور تنش شبکه به z بســـتگی نــدارد یعنــی: u<sub>i</sub> = u<sub>i</sub>(x,y,t) و u<sub>i</sub> = v<sub>i</sub>(x,y,t) و  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x, y, t)$ 

حال معادلات (۱) تا (۳) را می توان گسسته سازی و با روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان حل کرد. فرض کنید کـه آخالها و زمینه ایزوتروپیک باشند و مد ترکیبی مورد نظر باشد. در آن صورت فرم گسستهسازی شده معادلات (۱) تـا (۳) در گره نمونه (l,m) در گام زمانی n+1 بهصورت زیر بیان می شود:  $v_{\lambda}^{l,m;n+1/\gamma} = v_{\lambda}^{l,m;n-1/\gamma} +$ 

 $\begin{array}{l} \overset{'}{\Delta t}/\rho^{l,m}[(\sigma^{l+\imath/\gamma,m;n}_{\imath\imath}-\sigma^{l-\imath/\gamma,m;n}_{\imath\imath})/\Delta x + \\ (\sigma^{l,m+\imath/\gamma;n}_{\imath\imath}-\sigma^{l,m-\imath/\gamma;n}_{\imath\imath})/\Delta y] \end{array}$ (۴)

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۶

$$\begin{array}{c} v_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma;n+1/\gamma} = v_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma;n-1/\gamma} + \\ \Delta t \,/\,\rho^{l+1/\gamma,m+1/\gamma} [(\sigma_{\tau\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma;n} - \sigma_{\tau\tau}^{l+1/\gamma,m;n}) \,/ \\ \Delta y \,+\, (\sigma_{\tau\tau}^{l+1,m+1/\gamma;n} - \sigma_{\tau\tau}^{l,m+1/\gamma;n}) \,/ \,\Delta x] \end{array}$$

$$\mathbf{u}_{v}^{l,m;n+v} = \mathbf{u}_{v}^{l,m;n} + \mathbf{v}_{v}^{l,m;n+v/\tau} \Delta t \tag{9}$$

$$\mathbf{u}_{1}^{l,m;n+1} = \mathbf{u}_{1}^{l,m;n} + \mathbf{v}_{1}^{l,m;n+1/7} \Delta t \tag{8}$$

 $u_{\tau}^{l+1/\tau,m+1/\tau;n+1} = u_{\tau}^{l+1/\tau,m+1/\tau;n} + v_{\tau}^{l+1/\tau,m+1/\tau;n+1/\tau} \Delta t \quad (V)$ 

(A)

(٩)

معادله

 $\sigma_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma},m;n} = C_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma},m}(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma},m;n} - \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\gamma}}^{l,m;n}) / \Delta \boldsymbol{x} + C_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma},m} \\ (\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma},m+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma};n} - \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\gamma}}^{l+\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma},m-\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma};n}) / \Delta \boldsymbol{y} \quad ($ 

 $\sigma_{\imath \imath}^{l,m+\imath/ \imath;n} = C_{\imath \imath}^{l,m+\imath/ \imath} [(u_{\imath}^{l,m+\imath;n} - u_{\imath}^{l,m;n}) / \Delta y + \\ (u_{\imath}^{l+\imath/ \imath;m+\imath/ \imath;n} - u_{\imath}^{l-\imath/ \imath;m+\imath/ \imath;n}) / \Delta x]$ 

 $\sigma_{\mathtt{r}\mathtt{r}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{r},m;n} = C_{\mathtt{l}\mathtt{l}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{r},m} (u_{\mathtt{r}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{r},m+\mathtt{l}/\mathtt{r};n} - u_{\mathtt{r}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{r},m-\mathtt{l}/\mathtt{r};n}) /$ 

$$\Delta y + (\sigma_{\gamma\gamma}^{l+\gamma,m+\gamma\gamma;n} - \sigma_{\gamma\gamma}^{l,m+\gamma\gamma;n}) / \Delta x]$$
 (a)

$$\Delta y + (\sigma_{\gamma\gamma}^{l+\gamma,m+\gamma\gamma;n} - \sigma_{\gamma\gamma}^{l,m+\gamma\gamma;n}) / \Delta x]$$
 ( $\Delta$ 

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n!} \lim_{n \to \infty} \frac$$

$$\Delta \mathbf{y} + (\sigma_{1\gamma}^{(1)}, \dots, \sigma_{1\gamma}^{(1)}, \dots, \sigma_{1\gamma}^{(1)}) / \Delta \mathbf{x} ]$$
 (a)

 $\Delta \mathbf{y} + \mathbf{C}_{\lambda \mathbf{y}}^{1+\lambda/\mathbf{y},m} (\mathbf{u}_{\lambda}^{1+\lambda,m;n} - \mathbf{u}_{\lambda}^{1,m;n}) / \Delta \mathbf{x} \quad (\lambda \circ)$ 

ل در چهـار مختصـــات (يعنــــى: s<sup>l,m+\/r;n</sup> ،  $\sigma_{11}^{l-1/r,m;n}$  ،  $\sigma_{11}^{l+1/r,m;n}$  و (۸) و (۸) محاسبه شود. همان طور که معادلات (۸) و (۹) نشان میدهد محاسبه هر یک از این مؤلفههای تانسور تنش به عمليات پايه حسابي قابل توجهي نياز دارد. براي بهدست آوردن طيف عبور يک کريستال فونونيک از مؤلفه هاي جابه جايي تبديل فوريه گرفته مىشود. بنابراين مؤلفههاى تانسور تـنش محاسبه شده تأثير مستقيمي در محاسبات ندارند.

## ۳- فرمولبندی بر مبنای جابه جایی

همانطور که در بخش ۲ گفته شد، روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان به محاسبه مؤلفههای تانسور تنش نیاز دارد که این مؤلفهها تنها در بهروزرسانی مؤلفههای جابهجایی کاربرد دارند. با بهدست آوردن فرم بر مبنای جابهجایی معادلات موج الاستیک و گسستهسازی معادلات نتیجه، می توان مؤلفه های تانسور تنش را از معادلات بهروزرسانی حذف کرد. ایـن کـار معادلات بهروزرسانی بهینه را حاصل میدهد که به عملیات پایه حسابی کمتری نسبت بهروش مرسوم تفاضل محدود در حوزه

زمان نیاز دارد. بنابراین هزینه محاسباتی مورد نیاز این معادلات بهروزرسانی بهینه از روش مرسوم کمتر است. فرایند اسـتخراج این معادلات بهروزرسانی در ادامه توضیح داده میشود. برای نقاط دور از تداخل آخال و زمینه میتوان نوشت: (۱۱) مراد دادن معادله (۱۱) در معادله (۱) فرمولبنـدی بـر مبنـای با قرار دادن معادلات انتشار موج الاستیک در کریستال فونونیـک بهصورت زیر بهدست میآید: (۱۲)

(۱۱) حال می توان با استفاده از تفاضل محدود، معادله بر مبنای (۱۷) جابهجایی (۱۲) را در هر دو حوزه زمان و مکان گسستهسازی کرد. فرم گسستهسازی شده معادله (۱۲) که در این مقاله روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه زمان نامیده می شود در ادامه ارائه می شود. برای گسستهسازی معادله (۱۲) همه مشتقات با تقریب تفاضل مرکزی<sup>۱۴</sup> جایگزین شدهاند. معادلات بهروزرسانی حاصل را می توان برای به دست آوردن سرعت و جابهجایی نقاط غیر تداخلی<sup>۵۱</sup> شبکه به کار برد. برای نقاط تداخلی شبکه فرم گسستهسازی شده معادلات (۱) تا (۳) اعمال می شود.

فرض کنید که جنس ماده آخال و زمینه ایزوتروپیک باشـد. برای مطالعه مد ترکیبی در این حالت معادله (۱۲) بهصورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_{1} = C_{11} u_{1,11} + C_{\xi\xi} u_{1,\xi\xi} + (C_{1\xi} + C_{\xi\xi}) u_{\xi,1\xi}$$
(17)

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_{\tau} = C_{11} u_{\tau, \tau \tau} + (C_{1\tau} + C_{\tau \tau}) u_{1, 1\tau} + C_{\tau \tau} u_{\tau, 11}$$
(14)

$$\begin{split} \lambda_{\gamma}^{l,m} &= C_{\gamma\gamma}^{l,m} / \Delta x^{\gamma} \\ \lambda_{\gamma}^{l,m} &= C_{\gamma\gamma}^{l,m} / \Delta y^{\gamma} \\ \lambda_{\gamma}^{l,m} &= (C_{\gamma\gamma}^{l,m} + C_{\gamma\gamma}^{l,m}) / (\Delta x \Delta y) \\ \eta_{\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} &= C_{\gamma\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} / \Delta y^{\gamma} \\ \eta_{\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} &= C_{\gamma\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} / \Delta x^{\gamma} \\ \eta_{\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} &= (C_{\gamma\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma} + C_{\gamma\gamma}^{l+\gamma/\gamma,m+\gamma/\gamma}) / (\Delta x \Delta y) \quad (\gamma \Delta) \end{split}$$

ضرایبی را که معادله (۱۵) معرفی میکند میتوان قبل از حلقه زمانی روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان محاسبه و در ماتریس های مناسب ذخیره کرد. در این صورت به محاسبه آنها در هر گام زمانی نیازی نیست. گسسته سازی معادله (۱۳) با استفاده از تکنیک تفاضل محدود به معادله زیر منجر می شود:

$$v_{1}^{l,m;n+1/7} = v_{1}^{l,m;n-1/7} + (\Delta t / \rho^{l,m}) \Sigma$$
 (19)

$$\begin{split} \Sigma &= - \mathtt{Y} (\lambda_{\mathtt{Y}}^{l,m} + \lambda_{\mathtt{Y}}^{l,m}) u_{\mathtt{Y}}^{l,m;n} + \lambda_{\mathtt{Y}}^{l,m} (u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{Y},m;n} + u_{\mathtt{Y}}^{l-\mathtt{Y},m;n}) + \\ & \lambda_{\mathtt{Y}}^{l,m} (u_{\mathtt{Y}}^{l,m+\mathtt{Y};n} + u_{\mathtt{Y}}^{l,m-\mathtt{Y};n}) + \lambda_{\mathtt{Y}}^{l,m} (u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{Y},m+\mathtt{Y},m+\mathtt{Y};n} - \\ & u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{Y},m-\mathtt{Y};n} - u_{\mathtt{Y}}^{l-\mathtt{Y},m+\mathtt{Y},m} + u_{\mathtt{Y}}^{l-\mathtt{Y},m+\mathtt{Y},m+\mathtt{Y};n} + u_{\mathtt{Y}}^{l-\mathtt{Y},m-\mathtt{Y},m+\mathtt{Y};n}) \end{split}$$

$$v_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma;n+1/\gamma} = v_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma;n-1/\gamma} + (\Delta t / \rho^{l+1/\gamma,m+1/\gamma}) \chi$$

 $(\Lambda\Lambda)$ 

$$\begin{split} \chi &= -\mathtt{Y}(\eta_{\mathtt{l}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m+\mathtt{l}/\mathtt{Y}} + \eta_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m+\mathtt{l}/\mathtt{Y}}) u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m+\mathtt{l}/\mathtt{Y};n} + \\ & \eta_{\mathtt{l}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m+\mathtt{l}/\mathtt{Y}}(u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m+\mathtt{Y}/\mathtt{Y};n} + u_{\mathtt{Y}}^{l+\mathtt{l}/\mathtt{Y},m-\mathtt{l}/\mathtt{Y};n}) + \end{split}$$

 $\eta_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma}(u_{\tau}^{l+\tau/\gamma,m+1/\gamma;n} + u_{\tau}^{l-1/\gamma,m+1/\gamma;n}) + \eta_{\tau}^{l+1/\gamma,m+1/\gamma}(u_{\tau}^{l+1,m+1;n} - u_{\tau}^{l+1,m;n} - u_{\tau}^{l,m+1,m} + u_{\tau}^{l,m;n})$ (19)

سپس مؤلفه های جابه جایی ساختار توسط معادلات (۶) و(۷) قابل به روزرسانی است. با مقایسه معادلات (۱۶) و (۱۷) با معادلات (۴)، (۸) و (۹) بهینه بودن روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان به آسانی قابل درک است. این مقایسه نشان می دهد که عملیات پایه حسابی معادلات (۱۶) و (۱۷) در حدود ۵۰ درصد کمتر است.

۴- مثالهای عددی فرض کنید که موج الاستیک درون صفحه xy منتشر میشود. بنابراین جابهجایی شبکه و تانسور تنش آن به z بستگی ندارد. با



شکل ۱ – کریستال فونونیک با آرایش مربعی فولاد در اپوکسی: نمونهای با ۵ سلول واحد (سمت چپ)، ناحیه بریلئون کاهش یافته (سمت راست)

این فرض، مد ترکیبی که جابهجایی آن درون صفحه xy است از مد جانبی<sup>۱۶</sup> که جابه جایی آن در راستای محور z است مجزا می شود. در مثال هایی که در ادامه می آید، انتشار مد ترکیبی درون صفحه xy تحلیل میشود. در محاسبات عـددی، آرایـش مربعی استوانه های فولادی در زمینه اپوکسی درنظر گرفته می شود. در اعمال روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان، شبکهای متشکل از ۶۰×۶۰ نقطه در سلول واحد فرض می شود. چگالی و ثابت های الاستیک ۲٫۱ و ۲۴ فولاد بهترتیب ۷۷۸۰ کیلوگرم بر مترمکعب، ۲۶۴ و ۸۱ گیگاپاسکال است. این مقادیر برای اپوکسی بهترتیب ۱۱۴۲ کیلوگرم بر مترمکعب، ۷/۵۴ و ۱/۴۸ گیگاپاسکال است. معادلات حرکت در ضمن ۲<sup>۱۷</sup> گام زمانی حل شدهاند. مثالهای عددی به کمک یک برنامه که براساس پردازش موازی در نرمافزار فرترن نوشته شده است محاسبه شدهاند. برنامه فوق گرههای شبکه را به چند بخش تقسیم و بهروزرسانی جابهجایی هر یک از این بخشها را به یک هسته پردازنده محول میکند.

### ۴–۱– کریستال فونونیک فولاد در اپوکسی

به عنوان مثال اول، عبور امواج الاستیک توده ای<sup>۱۷</sup> درون کریستال فونونیک مربعی فولاد- اپوکسی بررسی می شود. ثابت شبکه و شعاع استوانه های فولادی به ترتیب a و r هستند. نسبت پرکنندگی<sup>۱۸</sup> (<sup>۲</sup> a<sup>7</sup> / <sup>۲</sup> a<sup>7</sup>) ۴/۰ فرض می شود. برای محاسبه طیف عبور کریستال فوق نمونه ای متشکل از ۵ سلول واحد در راستای x و یک سلول واحد در راستای y درنظر گرفته می شود (شکل (۱)). این نمونه در راستای XT ناحیه بریلئون<sup>۱۹</sup> قرار گرفته و توسط دو ناحیه همگن احاطه شده است. به عنوان شرط

مرزی جاذب<sup>۲۰</sup>، در راستای محور x از لایه ه ای ک املاً منطبق<sup>۲۱</sup> [۲۲–۲۲] استفاده شده است. برای مرزهایی که در راستای y قرار دارند شرط مرزی متناوب اعمال شد. در ناحیه همگن سمت چپ یک موج گوسی در راستای x ایجاد شده است. با اعمال تبدیل فوریه به میانگین مؤلفه x جابه جایی (مؤلفه y جابه جایی) نقاط واقع روی خطی با طول ثابت شبکه در ناحیه همگن سمت راست، طیف عبور امواج طولی (عرضی) به دست می آید. شکل (۲) طیف عبور کریستال را برای حالتی که موج اعمالی طولی یا عرضی باشد نشان می دهد. این نت ایج به کمک روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان به دست آمده است.

شکل (۲) نشان می دهد که در محدوده فرکانسی بدون بعد ۳/۸ تا ۸/۸ کریستال از انتشار موج الاستیک در راستای XX جلوگیری می کند خواه موج اعمالی عرضی باشد خواه طولی. بهعبارت دیگر شکل (۲) نشان می دهد که یک شکاف<sup>۲۲</sup> بین ۸/۳ تا ۸/۸ وجود دارد. شکاف نواری محاسبه شده بر نتیجه محاسبه شده از روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان بسیار منطبق است (۵/۵–۸/۲) [۲۳].

زمان مورد نیاز برای محاسبه طیف عبور موج طولی (یا عرضی) در روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان ۳ دقیقه و ۲۸ ثانیه و برای روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان ۵ دقیقه و ۴۷ ثانیه است. محاسبات به کمک ۱۰ هسته پردازنده ۳GHz Intel Xeon CPU انجام شده است. در بهدست آوردن طیف عبور، سلول واحد به شبکهای متشکل از ۵۰×۰۶ نقطه گسسته سازی و معادلات در طی<sup>۲۱</sup>۶ گام زمانی حل شده اند. بنابراین زمان محاسباتی روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان ۴۰ درصد از روش مرسوم کمتر است.

#### ۲-۴- هدایت کننده کریستال فونونیک

ابرسلولی<sup>۳۳</sup> متشکل از ۱۲×۸/۵ سلول واحد درنظر گرفته شده است. عرض هدایت کننده (فاصله بین دو استوانه همسایه در دو سمت هدایت کننده) ۶ میلی متر است. شرایط مرزی مانند مثال قبل است. دو ناحیه همگن ابرسلول را احاطه میکنند. یک

Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-22

43



شکل ۲– طیف عبور کریستال در راستای ۲X که به کمک روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه -

زمان بهدست آمده است: موج اعمالی طولی (خط پر) و عرضی (خط تیره)



شکل ۳– ضریب عبور هدایت کننده که توسط روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه زمان محاسبه شده

موج گوسی در راستای محور x در ناحیه همگن سمت چپ ایجاد می شود. معادلات حرکت طی ۲ گام زمانی که هر یک ۷/۰۸ نانو ثانیه طول می کشد حل شدهاند. با اعمال تبدیل فوریه به میانگین مؤلفه x جابهجایی روی عرض هدایت کننده (در ناحیه همگن سمت راست) و همپایه نمودن<sup>۲۴</sup> آن به کمیت متناظر در حالتی که به جای کریستال فونونیک نیز ناحیه همگن قرار گیرد، ضریب عبور محاسبه می شود. شکل (۳) ضریب عبور هدایت کننده را برای موج اعمالی طولی نشان می دهد. این شکل به کمک روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان به دست آمده است.

شکل (۳) نشان میدهد که برای فرکانس های زیر ۱۰۴ کیلوهرتز و محدوده فرکانسی ۱۵۶ تا ۱۷۵ کیلوهرتز یک شکاف وجود دارد. روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان نشان داده است که برای فرکانس های زیر ۱۰۲ کیلوهرتز و محدوده ۱۵۵ تا ۱۷۲ کیلوهرتز شکاف وجود دارد [۱۵]. بنابراین روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان و روش

مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان تطابق بسيار خوبي دارند.

۵- نتيجه گيري

در این پژوهش روش تفاضل محدود بر مبنای جابه جایی در حوزه زمان برای شبیه سازی انتشار موج درون کریستال فونونیک ارائه شده است. در ابتدا فرم بر مبنای جابه جایی معادلات موج الاستیک استخراج و پس از آن این فرم توسط روش تفاضل محدود گسسته سازی شده است.

انتشار امواج الاستیک درون کریستال فونونیک مربعی فولاد- اپوکسی و هدایت کننده مربوطه به کمک الگوریتم جدید بررسی شده است. مقایسه ضریب عبور محاسبه شده توسط روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه زمان و روش مرسوم تفاضل محدود در حوزه زمان کارآمدی الگوریتم جدید را برای تحلیل کریستال فونونیک تأیید میکند. همچنین مقایسه هزینه محاسباتی روش تفاضل محدود بر مبنای جابهجایی در حوزه زمان و روش مرسوم تفاضل محدود در

- Kafesaki, M., Sigalas, M. M., and García, N., "Frequency Modulation in the Transmittivity of Wave Guides in Elastic-Wave Band-Gap Materials", *Physical Review Letters*, Vol. 85, pp. 4044-4047, 2000.
- Khelif, A., Djafari-Rouhani, B., Vasseur, J. O., and Deymier, P. A., "Transmission and Dispersion Relations of Perfect and Defect-Containing Waveguide Structures in Phononic Band Gap Materials", *Physical Review B*, Vol. 68, pp. 024302, 2003.
- 9. Yao, Y., Hou, Z., and Liu, Y., "The Two-Dimensional Phononic Band Gaps Tuned by the

40

جابهجایی- مبنا در حوزه زمان ۴۰ درصد کمتر است.

9. explicit

11. discretize

10. constitute laws

16. transverse mode

12. transmission spectra

13. elastic stiffness tensor

14. central difference estimate

15. non interfacial grid points

- حوزه زمان نشان داد که هزینه محاسباتی روش تفاضل محـدود
  - واژەنامە
  - 17. bulk elastic waves18. filling fraction19. Brillouin zone20. absorbing boundary condition21. perfectly matched layer (PML)22. gap23. supercell
  - 24. normalize

## مراجع

 Kushwaha, M. S., Halevi, P., Dobrzynski, L., and Djafari-Rouhani, B., "Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites", *Physical Review* Position of the Additional Rod", *Physics Letters A*, Vol. 362, pp. 494-499, 2007.
Wu, B., Wei, R., Zhao, H., and He, C., "Phononic

- Band Gaps in Two-Dimensional Hybrid Triangular Lattice", *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 23, pp. 255-259, 2010.
- Tanaka, Y., Tomoyasu, Y., and Tamura, S., "Band Structure of Acoustic Waves in Phononic Lattices: Two-Dimensional Composites with Large Acoustic Mismatch", *Physical Review B*, Vol. 62, pp. 7387-7392, 2000.
- Hsieh, P., Wu, T., and Sun, J., "Three-Dimensional Phononic Band Gap Calculations Using the FDTD Method and a PC Cluster System", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 53, pp. 148-158, 2006.
- García-Pablos, D., Sigalas, M., Montero de Espinosa, F. R., Torres, M., Kafesaki, M., and García, N., "Theory and Experiments on Elastic Band Gaps", *Physical Review Letters*, Vol. 84, pp. 4349-4352, 2000.
- 14. Khelif, A., Deymier, P. A., Djafari-Rouhani, B., Vasseur, J. O., and Dobrzynski, L., "Two-Dimensional Phononic Crystal with Tunable Narrow Pass Band: Application to a Waveguide with Selective Frequency", *Journal of Applied Physics*, Vol. 94, pp. 1308-1311, 2003.
- Sun, J. H, and Wu, T. T., "Analyses of Mode Coupling in Joined Parallel Phononic Crystal Waveguides", *Physical Review B*, Vol. 71, pp. 174303, 2005.
- Pennec, Y., Djafari-Rouhani, B., Larabi, H., Vasseur, J., and Hladky-Hennion, A. C, "Phononic Crystals and Manipulation of Sound", *Physica Status Solidi C*, Vol. 6, pp. 2080-2085, 2009.
- 17. Gao, H. F., Matsumoto, T., Takahashi, T., and Isakari, H., "Analysis of Band Structure for 2D Acoustic Phononic Structure by BEM and the Block SS Method", CMES: Computer Modeling in

1. inclusion

3. waveguide

2. complete band gap

8. wavelet method

241-241, 1995.

046608, 2004.

4. plane wave expansion (PWE)

5. finite difference time domain

Letters, Vol. 71, pp. 2022-2025, 1993.

Vol. 80, pp. 1208-1211, 1998.

Symposium, pp. 377-380, 2003.

Sinica, Vol. 28, pp. 659-669, 2012.

2. Martinez-Sala, R., Sancho, J., Sanchez, J. V., Gomez,

3. Montero de Espinosa, F. R., Jime'nez, E., and Torres,

4. Khelif, A., Choujaa, A., laihem, R., Wilm, M.,

5. Pennec, Y., Djafari-Rouhani, B., Vasseur, J. O.,

V., Llinares, J., and Meseguer, F., "Sound

Attenuation by Sculpture", Nature, Vol. 378, pp.

M., "Ultrasonic Band Gap in a Periodic Two-Dimensional Composite", *Physical Review Letters*,

Ballandras, S., and Laude, V., "Experimental Study

of Band Gaps and Defect Modes in a Two-

Dimensional Ultrasonic Crystal", IEEE Ultrasonics

Khelif, A., and Deymier, P. A., "Tunable Filtering

and Demultiplexing in Phononic Crystals with

Hollow Cylinders", Physical Review E, Vol. 69, pp.

Resonance Phononic Band Gaps in Modified Two-

Dimensional Lattice Materials", Acta Mechanica

6. Liu, W., Chen, J. W., and Su, X. Y., "Local

6. boundary element method

7. multiple-scattering method

[ DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.5.2 ]

[ DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.39 ]

*Engineering & Sciences*, Vol. 90, No. 4, pp. 283-301, 2013.

- Kafesaki, M.; and Economou, E. N., "Multiple-Scattering Theory for Three Dimensional Periodic Acoustic Composites", *Physical Review B*, Vol. 60, pp. 11993, 1999.
- Yan, Z. Z.; and Wang, Y. S., "Wavelet-Based Method for Calculating Elastic Band Gaps of Two-Dimensional Phononic Crystals", *Journal of Computational Physics*, Vol. 74, pp. 224303, 2006.
- 20. Djafari-Rouhani, B., Vasseur, J. O., Hladky-Hennion, A. C., Deymier, P., Duval, F., Dubus, B., and Pennec, Y., "Absolute Band Gaps and Waveguiding in Free Standing and Supported

Phononic Crystal Slabs", *Photonics and Nanostructures Fundamentals and Applications*, Vol. 6, pp. 32-37, 2008.

- Chew, W. C., and Liu, Q. H., "Perfectly Matched Layers for Elastodynamics: A New Absorbing Boundary Condition", *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 4, pp. 341-359, 1996.
- 22. Sun, J. H., and Wu, T. T., "Guided Surface Acoustic Waves in Phononic Crystal Waveguides", *IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 673-676, 2006.
- Tanaka, Y., Yano, T., and Tamura, S., "Surface Guided Waves in Two-Dimensional Phononic Crystals", *Wave Motion*, Vol. 44, pp. 501-512, 2007.