نشریه علمی ـ پژوهشی
روش های عددی در مهندسی

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]

[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]

[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

تحلیل غیرخطی خمش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی‌نانولوله‌های کربنی در راستای محیطی

محمد اسماعیل گلمکانی* و الناز رحیمی

گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۰۹ – دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۴/۰۸)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47

چکیده– در این تحقیق تحلیل غیرخطی خمش متقارن محوری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی در راستای محیطی مورد بررسی قرار می‌گیرد. چهار نوع توزیع برای نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت پوسته درنظر گرفته شده است، که شامل یک توزیع یکنواخت و سه نوع توزیع تابعی هستند. خواص کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از قانون اصلاح شده مخلوط‌ها تعیین شده است. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش‌های غیرخطی دانل استخراج شده‌اند. دستگاه معادلات غیرخطی درگیر به‌دست آمده با استفاده از ترکیب روش‌های عددی رهایی پویا و تفاضل محدود برای چیدمان‌های مختلفی از شرایط مرزی ساده و گیردار حل شده‌اند. برای نیل به این هدف از برنامه کامپیوتری فرترن استفاده شده است. به‌منظور اعتبارسنجی دقت روش حاضر، نتایج حل حاضر با مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس و همچنین گزارشی مشابه برای حالت همسان‌گرد یک پوسته تابعی مقایسه شده است. مطابقت خوب به‌دست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به‌کار رفته است. در مطالعه پارامتری انجام شده نیز تأثیر پارامترهایی نظیر توزیع نانولوله‌های کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولوله‌ها بر جابه‌جایی شعاعی پوسته و منتجه‌های تنش و لنگر بررسی شده است. برخی از نتایج به‌دست آمده حاکی از این است که با افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی برای پوسته با لبه‌های مرزی ساده و گیردار چیدمان O و UD به‌ترتیب بیشترین و کمترین درصد کاهش خیز را خواهند داشت.

واژه‌های کلیدی: پوسته نانوکامپوزیتی، نانولوله کربنی، خمش غیرخطی، رهایی پویا.

Nonlinear Bending Analysis of Composite Cylindrical Shells Reinforced by Functionally Graded Carbon Nanotube in Circumferential Direction

M. E. Golmakani* and E. Rahimi

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Mashhad branch, Mashhad, Iran

Abstract: ***In this study, nonlinear axisymmetric bending analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite (FG-CNTRC) cylindrical shell is investigated. Four distribution types of carbon nanotubes along the thickness direction of shells are considered, including a uniform and three kinds of functionally graded distributions. The material properties of FG-CNTRC shells are determined according to the modified rule of mixture. The equilibrium equations are derived based on First-order Shear Deformation Shell Theory (FSDT) and nonlinear Donnell strains. The coupled nonlinear governing equations are solved by Dynamic Relaxation (DR) method combined with central finite difference technique for different combinations of simply supported and clamped boundary conditions. For this purpose, a FORTRAN computer program is***

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی:m.e.golmakani@mashdiau.ac.ir

provided to generate the numerical results. In order to verify the accuracy of the formulation and present method, the results are compared with those available in the literatures for ABAQUS finite element package, as well as a similar report for an isotropic function shell. The appropriate accordance of the results indicated the accuracy of employed numerical solution in the present study. Finally, a parametric study is carried out to study the effects of distribution of carbon nanotubes (CNTs), shell radius and width-to-thickness ratios, boundary conditions and volume fraction of CNTs on the deflection, stress and moment resultants in detail. The results show that with increase of CNTS volume fractions, the O and UD distributions have the most and the least decrease of deflection, respectively, in both clamped and simply supported boundary conditions.

Keywords: ***Nano-composite shell, Carbon nanotubes, Nonlinear bending, Dynamic relaxation.***

فهرست علائم

$A_{ij}\ \ i,j=1,2,6$	سفتی‌های کششی (N/m)	$U_\circ$	تغییر مکان شعاعی در صفحه میانی (m)
$A_{ij}\ \ i,j=4,5$	سفتی‌های برشی و عرضی (N/m)	V_{CN}	کسر حجمی مربوط به نانولوله‌های کربنی
$B_{ij}\ \ i,j=1,2,6$	سفتی‌های اتصال خمش- کشش (N)	V_m	کسر حجمی مربوط به ماتریس
$[C]$	ماتریس استهلاک (kg/s)	w	تغییر مکان در راستای ضخامت در صفحه میانی
$D_{ij}\ \ i,j=1,2,6$	سفتی‌های خمشی $(N.m)$	$\{x\}$	بردار جابه‌جایی (m)
$(E_{11}^{CN}, E_{22}^{CN})$	مدول الاستیسیته، مربوط به خواص نانولوله‌های کربنی (N/m^2)	$\{x\}$	بردار سرعت (m/s)
E_{22}, E_{11}	مدول الاستیسیته طولی و عرضی (N/m^2)	Δt	گام زمانی
h	ضخامت پوسته و پنل (cm)	γ_{xz}	کرنش برشی صفحه میانی (m)
G_{13}, G_{23}, G_{12}	مدول‌های الاستیک برشی (N/m^2)	ε_x°	کرنش صفحه میانی در راستای x
$[K]$	ماتریس سفتی (N/m)	$\eta_j, j=1,2,3$	ضرایب تأثیر نانولوله‌های کربنی
k_{ij}	اجزاء ماتریس سفتی (N/m)	$\upsilon_{12}\upsilon_{12}^{CN}$	ضریب پواسون نانولولهٔ کربنی
K	ضریب تصحیح برشی	g	بردار شتاب (m/s^2)
$[M]$	ماتریس جرم (kg)	ρ_{CN}	چگالی نانولوله کربنی (kg/m^3)
q	بار یکنواخت شعاعی (N)	ρ_m	چگالی ماتریس (kg/m^3)
R	شعاع میانی (cm)	φ_x	چرخش حول محور x

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی[1] که از صفحات کربن به ضخامت یک اتم ساخته شده‌اند در دهه گذشته به‌دلیل خواص ویژه و منحصر به‌فرد آنها از جمله مدول یانگ و استحکام کششی بالا، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته‌اند. نانولوله‌ها دارای مدول یانگی تقریباً ۶ برابر فولاد هستند. آنها در جهت محوری مقاومت کششی بسیار زیادی دارند و این مزیت بسیار خوبی برای ساخت سازه‌هایی با مقاومت بالا در جهت خاص است. این مواد به‌عنوان تقویت کننده در کامپوزیت‌ها به‌دلیل بهبود در مقاومت کششی و مدول الاستیک آنها، کاربرد بسیاری دارند [۱]. به‌طوری که در سال‌های اخیر کاربرد این مواد در صفحات و پوسته‌های کامپوزیتی در صنعت هوافضا، راکتورهای هسته‌ای و سازه‌های دریایی رشد قابل توجه‌ای داشته است. همچنین نانولوله‌های کربنی به اقتضای شکل هندسی خود

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]

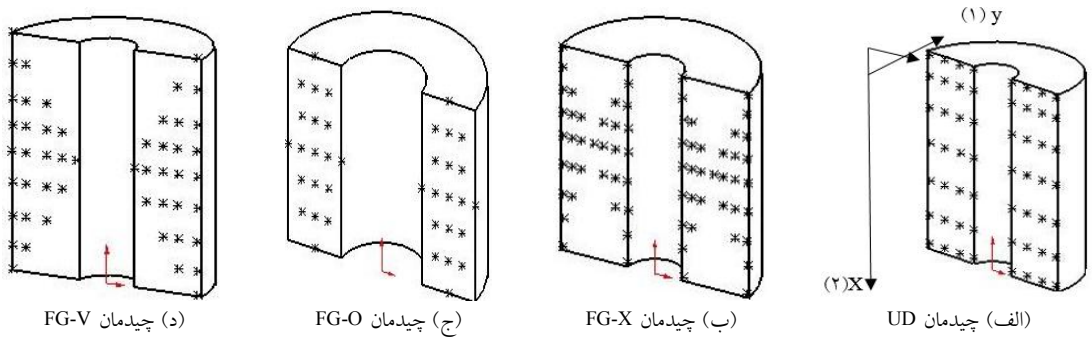
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]

[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

دارای حالت رسانایی و نیمه‌رسانایی هستند. توزیع نانولوله‌ها در کامپوزیت‌ها می‌تواند به دو صورت یکنواخت و مدرج تابعی باشد. تحقیقات نشان داده است که توزیع یکنواخت این مواد به‌عنوان تقویت کننده در ماتریس باعث بهبود متوسطی در خواص مکانیکی می‌شود. این در حالی است که توزیع مدرج تابعی می‌تواند تأثیر بهتری روی خواص مواد داشته باشد [۲]. هان و ایلیوت [۳] حل دینامیک مولکولی کلاسیک را برای پلیمرهای کامپوزیتی تک جداره با خواص ماتریس (۱۰×۱۰) ارائه دادند و رفتار تنش- کرنش را برای کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به‌دست آوردند. فدیلوس وهمکاران [۴] خواص حرارتی- مکانیکی نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره و چند جداره را مطالعه کردند. باور و همکاران [۵] تغییر شکل نانولوله‌های کربنی را در کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی بررسی کردند. وادینچاروا و همکاران [۶] خمش خالص تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را تحقیق کردند. شن [۷] کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را در دو حالت اعمال محیط حرارتی و بار فشاری بررسی کرد. شن [۸] به تحلیل رفتار غیرخطی خمش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در یک محیط حرارتی پرداخت. او به این نتیجه رسید که رفتار غیرخطی خمش را می‌توان با توزیع مدرج تابعی نانولوله‌های کربنی در ماتریس بهبود بخشید. سبحانی و همکاران [۹] رفتار ارتعاشاتی یک پنل استوانه‌ای تقویت شده با توزیع‌های مختلف تابعی نانولوله‌های کربنی را مطالعه کردند. مهرآبادی و همکاران [۱۰] تحلیل کمانش مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای باز تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره را انجام دادند. آنها برای تعیین خواص پوسته کامپوزیتی تقویت شده از قانون اصلاح شده مخلوط‌ها استفاده کردند و تأثیر مشخصات هندسی پوسته و خواص فیزیکی را بر بار بحرانی بررسی کردند. قربانپور و همکاران [۱۱] به بررسی رفتار تنش‌های مغناطیسی و حرارتی- مکانیکی سیلندر جدار ضخیم تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت یک میدان حرارتی پرداختند. پینگ و همکاران [۱۲] به تحلیل ارتعاشات آزاد برروی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از روش المان محدود و تئوری برشی مرتبه اول صفحات پرداختند. وانگ و همکاران [۱۳] پاسخ دینامیکی غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با استفاده از توابع الاستیک در محیط حرارتی مطالعه کردند. علی بیگلو و همکاران [۱۴] به تحلیل رفتار حرارتی- مکانیکی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با استفاده از حل الاستیسیته سه بعدی پرداختند. مرادی و همکاران [۱۵] تحلیل دینامیکی یک سیلندر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره تحت فشار را با استفاده از روش بدون شبکه بررسی کردند. عراقی و هدایتی [۱۶] ارتعاشات آزاد خطی یک پنل استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را مطالعه کردند.

بررسی‌های انجام شده حاکی از این است که در تمامی مطالعات انجام شده تاکنون، رفتار خمش پوستهٔ استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحقیق نشده است. با توجه به این نوع چیدمان نانولوله‌ها، در این تحقیق رفتار غیرخطی خمش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تحت فشار داخلی در حالت متقارن محوری بررسی شده است. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و روابط کرنش- تغییر مکان براساس تئوری غیرخطی دانل[1] استخراج شده‌اند. نانولوله‌های کربنی به‌صورت یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-O،FG-X و FG-V) در راستای محیطی پوسته کامپوزیتی توزیع شده‌اند. خواص مکانیکی پوسته نانوکامپوزیتی با استفاده از قانون اصلاح شده اختلاط[2] تعیین می‌شود. دستگاه معادلات غیرخطی درگیر به‌دست آمده با استفاده از ترکیب روش‌های عددی رهایی پویا و اختلاف محدود مرکزی برای چیدمان‌های مختلفی در شرایط مرزی ساده و گیردار حل شده‌اند. بدین‌منظور برنامه‌ای در محیط برنامه‌نویسی فرترن

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



(الف) چیدمان UD (ب) چیدمان FG-X (ج) چیدمان FG-O (د) چیدمان FG-V

شکل ۱- نحوهٔ توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای محیطی

نوشته شده است. نتایج حل حاضر با مقاله‌ای مشابه در این زمینه برای حل پوسته همسان‌گرد و همچنین نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس مقایسه شده است و مطابقت خوب به‌دست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به‌کار رفته است. در مطالعه پارامتری انجام شده تأثیر پارامترهایی همچون توزیع نانولوله‌های کربنی، ضخامت به شعاع پوسته، طول به شعاع، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولوله‌ها بر جابه‌جایی شعاعی پوسته و منتجه‌های تنش و لنگر بررسی شده است.

۲- معادلات حاکم

۲- ۱- خواص مکانیکی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

در این تحقیق برای تعیین خواص مواد نانو کامپوزیت تقویت شده از قانون اختلاط استفاده شده است. روابط مربوط به کسر حجمی نانولوله‌های کربنی V_{CN} که در امتداد ضخامت محور طولی پوسته توزیع شده‌اند، برای دو حالت چیدمان یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-X، FG-O و FG-V) به‌صورت زیر هستند [۱۲]:

$$\begin{aligned} V_{CN} &= V_{CN}^{*} && \text{UD} \\ V_{CN(z)} &= ۲\left(۲\frac{|z|}{h}\right)V_{CN}^{*} && \text{FG}-\text{X} \\ V_{CN(z)} &= \left(۲\frac{z}{h}+۱\right)V_{CN}^{*} && \text{FG}-\text{V} \\ V_{CN(z)} &= ۲\left(۱-۲\frac{|z|}{h}\right)V_{CN}^{*} && \text{FG}-\text{O} \end{aligned} \qquad (۱)$$

$$V_{CN}^{*} = \frac{W_{CN}}{W_{CN}+\left(\frac{\rho_{CN}}{\rho_m}\right)-\left(\frac{\rho_{CN}}{\rho_m}\right)W_{CN}} \qquad (۲)$$

$$V_m = ۱-V_{CN} \qquad (۳)$$

در معادلات بالا اندیس‌های CN و m به‌ترتیب مربوط به نانولوله‌های کربنی تک جداره و ماتریس هستند. همچنین کمیت‌های V، W، ρ و z به‌ترتیب بیانگر کسر حجمی، کسر جرمی، چگالی و ضخامت پوسته در امتداد شعاع هستند. طبق قانون مخلوط‌ها برای مدول الاستیسیته طولی، عرضی، برشی و ضریب پواسون روابط زیر پیشنهاد شده است [۱۰]:

$$E_{۱۱} = \eta_۱ E_{۱۱}^{CN} + V_{CN}E_m \qquad (۴)$$

$$\frac{\eta_۲}{E_{۲۲}} = \frac{V_{CN}}{E_{۲۲}^{CN}} + \frac{V_m}{G_m} \qquad (۵)$$

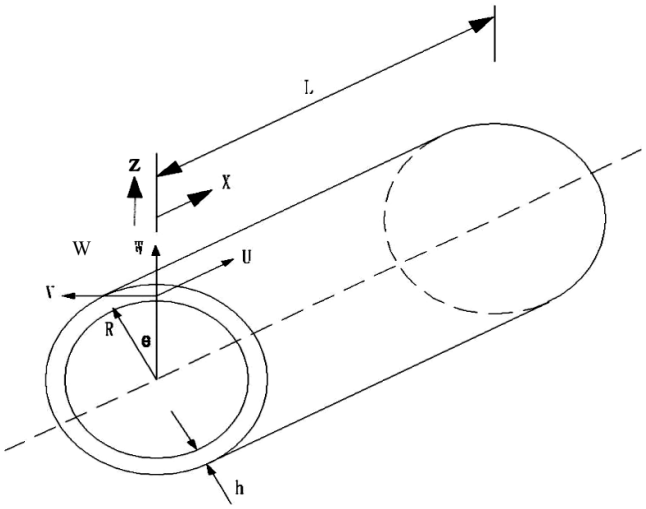
$$\frac{\eta_۳}{G_{۱۲}} = \frac{V_{CN}}{G_{۱۲}^{CN}} + \frac{V_m}{G_m} \qquad (۶)$$

$$\upsilon_{۱۲} = V_{CN}^{*}\upsilon_{۱۲}^{CN} + V_m\upsilon_m \qquad (۷)$$

در روابط بالا η_j ($j=۱,۲,۳$) ضرایب تأثیر نانولوله‌های کربنی نامیده می‌شوند و از طریق تطبیق مدول‌های الاستیسیته به‌دست آمده برای نانوکامپوزیت از طریق شبیه‌سازی دینامیک مولکولی با نتایج به‌دست آمده از قانون اختلاط، به‌دست می‌آیند [۱۰]. نحوهٔ قرارگیری نانولوله‌ها در پوسته استوانه‌ای متقارن محوری برای چیدمان‌های یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-X، FG-O و FG-V) در راستای محیطی در شکل (۱) نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است در راستای محیطی جهت۱ و ۲ الیاف به‌ترتیب در در جهت y (راستای θ) و جهت x (محور طول) خواهد بود.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۲- هندسه پوستهٔ استوانه‌ای متقارن محوری

۲-۲- میدان تغییر مکان

دستگاه مختصات پوسته استوانه‌ای در شکل (۲) نشان داده شده است. برای یک پوستهٔ استوانه‌ای با توجه به تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، میدان تغییر مکان برای هر نقطه از پوسته به‌صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\begin{matrix} u_x(x,z) = u_\circ(x) + z\varphi_x \\ u_z(x,z) = w \end{matrix} \qquad (۸)$$

برای یک پوستهٔ استوانه‌ای با فرض حالت متقارن محوری، معادلات غیرخطی کرنش- تغییر مکان براساس تئوری غیرخطی دانل به‌صورت ذیل بیان می‌شوند [۱۷]:

$$\begin{matrix} \varepsilon_x = \frac{du_\circ}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 + z\left(\frac{d\varphi_x}{dx}\right) \\ \varepsilon_\theta = \frac{w}{R} \qquad \varepsilon_z = 0 \qquad \gamma_{xz} = \frac{dw}{dx} + \varphi_x \\ \gamma_{x\theta} = \gamma_{\theta z} = 0 \end{matrix} \qquad (۹)$$

منتجه‌های نیرو و گشتاور نیز توسط معادلات زیر به تنش‌های داخلی وابسته می‌شوند:

$$\begin{matrix} (N_x, N_\theta, Q_x) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_\theta, \tau_{xz})dz \\ (M_x, M_\theta,) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_\theta)zdz \end{matrix} \qquad (۱۰)$$

رابطه بین کرنش‌ها و منتجه‌های تنش به‌واسطه ماتریس سفتی مطابق با رابطه زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_\theta^\circ \\ \varepsilon_{x\theta}^\circ \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_\theta^\circ \\ \varepsilon_{x\theta}^\circ \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{44} & KA_{45} \\ KA_{45} & KA_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xz}^\circ \\ \varepsilon_{\theta z}^\circ \end{Bmatrix} \qquad (۱۱)$$

در رابطه بالا k_x، k_θ انحناهای خمشی و $k_{x\theta}$ انحنا پیچشی صفحه میانی هستند. همچنین K ضریب تصحیح تنش برشی بوده و مقدار آن برابر با ۵/۶ درنظر گرفته شده است. در روابط بالا ماتریس‌های سفتی کششی، سفتی اتصال خمش- کشش و سفتی خمشی و ماتریس ضرایب نیروهای برشی به‌ترتیب با روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{matrix} (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, z, z^2)dz \qquad (i, j = 1, 2, 6) \\ (A_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}dz \qquad (i\,j = 44, 55) \end{matrix} \qquad (۱۲)$$

به‌طوری که

$$Q_{11}=\frac{E_{11}}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}},Q_{22}=\frac{E_{22}}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}},Q_{12}=\frac{E_{11}\upsilon_{21}}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}}\quad(13)$$
$$Q_{66}=G_{12}$$

با توجه به رابطه (۹) که بیانگر معادلات کرنش- تغییر مکان پوسته استوانه‌ای در حالت تقارن محوری هستند، منتجه‌های تنش و لنگر برحسب میدان جابه‌جایی به‌صورت ذیل تعریف می‌شوند:

$$N_x=A_{11}\left(\frac{du_0}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)+A_{12}\left(\frac{w}{R}\right)+B_{11}\frac{d\varphi_x}{dx}$$
$$N_\theta=A_{12}\left(\frac{du_0}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)+A_{22}\left(\frac{w}{R}\right)+B_{12}\frac{d\varphi_x}{dx}$$
$$M_x=B_{11}\left(\frac{du_0}{dx}++\frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)+B_{12}\left(\frac{w}{R}\right)+D_{11}\frac{d\varphi_x}{dx}$$
$$Q_x=KA_{44}\left(\frac{dw}{dx}+\varphi_x\right)\quad(14)$$

۲-۳- معادلات تعادل

معادلات تعادل را می‌توان از طریق حداقل‌سازی انرژی براساس تئوری برشی مرتبه اول توسط روابط زیر تعریف کرد [۱۸]:

$$R\frac{dN_x}{dx}=0$$
$$R\frac{dQ_x}{dX}-N_\theta-Rq=0$$
$$R\frac{dM_x}{dx}+RQ_x=0\quad(15)$$

با جای‌گذاری معادلات (۱۴) در (۱۵)، معادلات تعادل برحسب میدان جابه‌جایی به‌صورت ذیل نوشته می‌شوند:

$$A_{11}\left(\frac{d^2u_0}{dx^2}\right)+A_{11}\left(\frac{dw}{dx}\right)\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)+\frac{A_{12}}{R}\left(\frac{dw}{dx}\right)+B_{11}\left(\frac{d^2\varphi_x}{dx^2}\right)=0$$
$$KA_{44}\left(\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{d\varphi_x}{dx}\right)-\frac{A_{12}}{R}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{dw}{dx}\right)^2-\frac{A_{12}}{R}\left(\frac{d^2u_0}{dx^2}\right)-\frac{A_{22}}{R^2}w-\frac{B_{12}}{R}\left(\frac{d\varphi_x}{dx}\right)-q=0$$
$$B_{11}\left(\frac{d^2u_0}{dx^2}\right)+B_{11}\left(\frac{dw}{dx}\right)\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)+\frac{B_{12}}{R}\left(\frac{dw}{dx}\right)+D_{11}\left(\frac{d^2\varphi_x}{dx^2}\right)+A_{44}\left(\frac{dw}{dx}\right)+KA_{44}\varphi_x=0\quad(16)$$

۲-۴- شرایط مرزی

به‌منظورکامل کردن فرمول‌بندی، معادلات تعادل با شرایط مرزی به‌صورت تکیه‌گاه ساده و گیردار همراه می‌شوند. این شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته استوانه‌ای $(x=0,L)$ درنظر گرفته شده است:

تکیه‌گاه ساده

$$u_0=w=M_x=0\quad(17)$$

تکیه‌گاه گیردار

$$u_0=w=\varphi_x=0\quad(18)$$

۳- روش رهایی پویا

حل معادلات غیرخطی با روش‌های تحلیلی در اکثر مواقع دشوار است. بنابراین استفاده از روش‌های عددی در بسیاری از موارد پیشنهاد شده است. در این تحقیق از روش رهایی پویا برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده شده است. استفاده از روش عددی رهایی پویا به دهۀ اول قرن بیستم باز می‌شود. روش رهایی پویا یک فرایند تکراری است که هدف آن به‌طور کلی، انتقال یک سیستم استاتیک به فضای دینامیکی برای به‌دست آوردن حالت پایدار استاتیکی است. این روش به‌طور خاص، برای تحلیل مسائل با رفتارهای غیرخطی مناسب است. علاوه بر این به‌علت فرمول‌سازی صریح فضای کمی را در حافظه کامپیوتر اشغال کرده و با توجه به الگوریتم ساده آن، بسیار مناسب برای کدنویسی است. به‌خاطر این مزایا، بسیاری از محققان از روش رهایی پویا برای حل معادلات خطی و غیرخطی استفاده کرده‌اند. براساس روش رهایی پویا یک سیستم استاتیکی با افزودن نیروهای فرضی اینرسی و استهلاک به یک فضای ساختگی و دینامیکی انتقال می‌یابد [۱۹]. لذا با توجه به صریح بودن روش حل حاضر، معادلات تعادل (۱۵) را که از نوع مسائل با مقدار مرزی مشخص هستند، باید به شکل مسائلی با مقدار اولیه معین در آورد. برای انجام این کار جملات اینرسی و استهلاک به‌صورت زیر به سمت راست معادله (۱۹) افزوده می‌شوند:

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

$$R\frac{dN_x}{dx}=m_u\frac{d^2u_\circ}{dt^2}+C_u\frac{du_\circ}{dt}$$
$$R\frac{dQ_x}{dx}-N_\theta-Rq=m_w\frac{d^2w}{dt^2}+C_w\frac{dw}{dt}$$
$$R\frac{dM_x}{dx}+RQ_x=m_{\varphi_x}\frac{d^2\varphi_x}{dt^2}+C_{\varphi_x}\frac{d\varphi_x}{dt} \qquad (۱۹)$$

در سمت راست معادله بالا با استفاده از روش تفاضل محدود، بردارهای سرعت و شتاب را می‌توان به‌صورت زیر درنظر گرفت [۱۹]:

$$\{\ddot{x}\}^n=\frac{\{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}}-\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \qquad (۲۰)$$

$$\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}}=\frac{\{x\}^n-\{x\}^{n-1}}{\Delta t} \qquad (۲۱)$$

که در رابطه بالا $\{x\}^n$ بردار جابه‌جایی $\{x\}=<u,w,\varphi_x>^T$، $\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}}$ سرعت، $\{\ddot{x}\}^n$ بیانگر شتاب و Δt بیانگر گام زمانی ساختگی است. براساس مقدار میانگین، سرعت را می‌توان به شکل زیر بیان کرد [۱۹]:

$$\{\dot{x}\}^n=\frac{\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{2}}+\{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}}}{2} \qquad (۲۲)$$

با جای‌گذاری معادله (۲۰) و (۲۱) در معادله (۲۲) و ساده‌سازی آن سرعت در گام (n+۱/۲) و جابه‌جایی در گام (n+۱) به‌دست می‌آید که به‌صورت زیر قابل تعریف است:

$$\dot{u}_i^{n+\frac{1}{2}}=\frac{\left(2\Delta t^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\left(m_{ii}^n\right)^{-1}+\left(R\frac{dN_x}{dx}\right)_i^n+\frac{\left(2-\Delta t^n c_i^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\dot{u}_i^{n-\frac{1}{2}}$$
$$\dot{w}_i^{n+\frac{1}{2}}=\frac{\left(2\Delta t^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\left(m_{ii}^n\right)^{-1}+\left(R\frac{dQ_x}{dx}-N_\theta-Rq\right)_i^n+\frac{\left(2-\Delta t^n c_i^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\dot{w}_i^{n-\frac{1}{2}}$$
$$\dot{\varphi}_{xi}^{n+\frac{1}{2}}=\frac{\left(2\Delta t^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\left(m_{ii}^n\right)^{-1}\left(R\frac{dM_x}{dx}+RQ_x\right)_i^n+\frac{\left(2-\Delta t^n c_i^n\right)}{\left(2+\Delta t^n c_i^n\right)}\dot{\varphi}_{xi}^{n-\frac{1}{2}} \qquad (۲۳)$$

که در رابطه بالا c و m به ترتیب معرف میرایی و جرم هستند و طبق روابط (۲۵) و (۲۷) محاسبه می‌شوند. جابه‌جایی در پایان هر گام زمانی با استفاده از رابطهٔ (۲۴) محاسبه می‌شود:

$$\{x\}^{n+1}=\{x\}^n+\Delta t^{n+1}\{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{2}} \qquad (۲۴)$$

روش رهایی پویا به‌طور کلی ناپایدار است. بنابراین باید مقادیر مناسبی برای جرم، استهلاک و گام زمانی انتخاب شود تا نتایج همگرایی این روند تکراری تضمین شود. برای داشتن معادلات تکرار صریح، ماتریس جرمی ساختگی باید قطری درنظر گرفته شود. طبق تئوری گرشگورین، ماتریس $[M]$ براساس رابطه زیر تعریف می‌شود [۱۹]:

$$m_{ii}\geq\frac{1}{4}\Delta t^2\sum_{j=1}^{n}\left|k_{ij}\right| \qquad (۲۵)$$

که در آن درایه‌های ماتریس سفتی $[K]$ عبارتند از:

$$\mathbf{K}=\frac{\partial\{f\}}{\partial\{x\}} \qquad (۲۶)$$

در رابطهٔ بالا $\{x\}=<u,w,\varphi_x>^T$ و $\{f\}$ سمت چپ معادله تعادل است. برای ضریب استهلاک نیز طبق ایده ژانگ [۱۹] رابطه زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

$$c^n=2\left(\frac{\{x\}^{nT}\{f\}^n}{\{x\}^{nT}\{M\}^n\{x\}^n}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۲۷)$$

همچنین مطابق رابطه (۲۸) ماتریس استهلاک به ماتریس جرمی وابسته خواهد شد [۱۹]:

$$[C]=c[M] \qquad (۲۸)$$

در رابطهٔ بالا c ضریب استهلاک است. در ادامه الگوریتم حل با روش رهایی پویا ارائه شده است [۱۹]:

۱- مقدار اولیه تمام متغیرها را صفر داده و بار q اعمال می‌شود.

۲- مقادیر جرم $[C]$ و اصطحلاک $[M]$ تعیین می‌شوند.

۳- سرعت‌ها را از رابطه (۲۳) تعیین می‌شود.

۴- جابه‌جایی‌ها را با رابطه (۲۴) به‌دست می‌آیند.

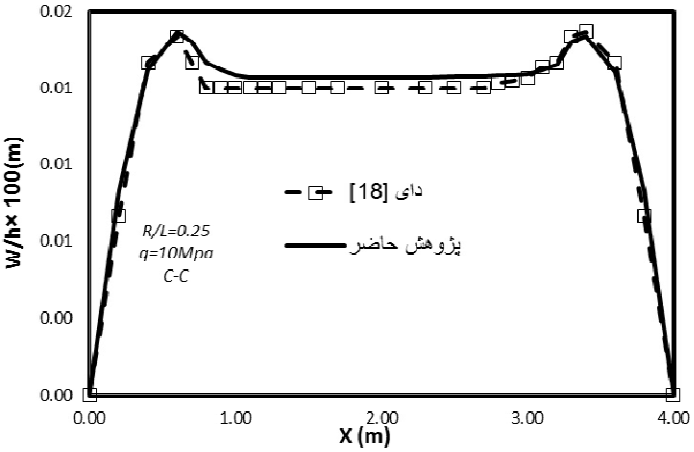
۵- شرایط مرزی جابه‌جایی را اعمال می‌شود.

۶- کرنش‌ها و تنش‌ها را به‌دست می‌آیند.

۷- منتجه‌های تنش و گشتاور صفحه نیز حساب می‌شوند.

۸- همگرایی محاسبات نیز حساب می‌شود.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۳- مقایسه حل حاضر و مقادیر گزارش شده مرجع [۱۸] برای حل خطی خمش یک پوسته همسان‌گرد با تکیه‌گاه‌های گیردار

۹- اگر معیار همگرایی برقرار باشد، نتایج چاپ و در غیر این صورت به مرحله ۲ برگشته و محاسبات دوباره انجام می‌شوند.

۴- نتایج و بحث

ابتدا برای اعتبارسنجی دقت معادلات و روش حل به‌کار گرفته شده، مقایسه‌ای برای تحلیل خمش خطی برای یک پوسته همسان‌گرد با مرجع [۱۸] انجام شده است. تحقیق مورد نظر در ارتباط با مواد هدفمند است و مقایسه انجام شده برای n=۰ (توان تابعی مواد هدفمند) که نشان‌دهنده فلز خالص است، صورت پذیرفته است. نتایج برای مقدار خیز در امتداد طول پوسته با شرایط مرزی گیردار در دو انتها به‌دست آمده که در شکل (۳) نشان داده شده است. گفتنی است بدین‌منظور از جملات غیرخطی معادلات تعادل در حل حاضر صرف‌نظر شده است.

نتایج برای پوستهٔ کامپوزیتی تقویت شده با نانولولهٔ کربنی تحت فشار داخلی q شرایط تکیه‌گاهی گیردار و ساده در اثر بارگذاری فشار داخلی، در دو حالت توزیع یکنواخت UD و توزیع مدرج تابعی O، X و V به‌دست آمده است. خواص نانولوله‌های کربنی تک جداره از نوع (۱۰×۱۰) و در دمای اتاق ۳۰۰ کلوین است. مشخصات هندسی و خواص ماده کامپوزیتی به شرح زیر است:

$$R = ۵۰\text{cm} \ , \ h = ۱\text{cm} \ , \ L = ۱۰۰\text{cm}$$

برای خواص مادهٔ ماتریس پلی متا کلریت داریم [۷]:

$$E_m = ۲/۵\text{GPa}, \ \upsilon_m = ۰/۳۴ \ , \ G_m = ۰/۹۳۳\text{GPa},$$

$$E_{۱۱}^{CN} = ۵/۶۴۶۶\text{TPa}, \ E_{۲۲}^{CN} = ۷/۰۸۰۰\text{TPa}, \ G_{۱۲}^{CN} = ۱/۹۴۴\text{TPa}$$

$$V_{CN}^{*} = ۰/۱۲ \quad \eta_۱ = ۰/۱۳۷ \qquad \eta_۲ = ۱/۰۲۲$$

$$V_{CN}^{*} = ۰/۱۷ \quad \eta_۱ = ۰/۱۴۲ \qquad \eta_۲ = ۱/۶۲۶$$

$$V_{CN}^{*} = ۰/۲۸ \quad \eta_۱ = ۰/۱۴۱ \qquad \eta_۲ = ۱/۵۸۵$$

$$\bar{N}_x = \frac{N_x R^۲}{E_m h^۳}, \ \bar{M}_x = \frac{M_x R^۲}{E_m h^۴} \ , \ \bar{q} = \frac{q R^۴}{E_m h^۴}$$

$\bar{q}$ بار بی‌بعد، $\bar{M}_x$ منتجه گشتاور بی‌بعد و $\bar{N}_x$ منتجه تنش بی‌بعد است. با توجه به اینکه این نوع هندسه و توزیع تقویت کننده‌ها برای اولین بار در حال بررسی است. لذا به‌منظور اطمینان از صحت و دقت نتایج به‌دست آمده، در جدول ۱ و ۲ به‌ترتیب برای دو شرط مرزی گیردار و ساده به مقایسه خیز بیشینه حل حاضر با مقادیر به‌دست آمده از مدل‌سازی مسأله مورد نظر با نسخه ۶.۱۰ نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس انجام شده است. به‌منظور مدل‌سازی ماده تابعی، پوسته در راستای ضخامت به چندین لایه همگن تقسیم می‌شود، به‌طوری که مدول الاستیسیته و ضریب پواسون در راستای ضخامت به‌طور تدریجی از یک لایه به لایه دیگر تغییر می‌کند. بدیهی است که با افزایش تعداد لایه‌ها دقت در مدل‌سازی ماده تابعی افزایش می‌یابد. خواص مواد در هر لایه نیز با استفاده از مدل ریاضی

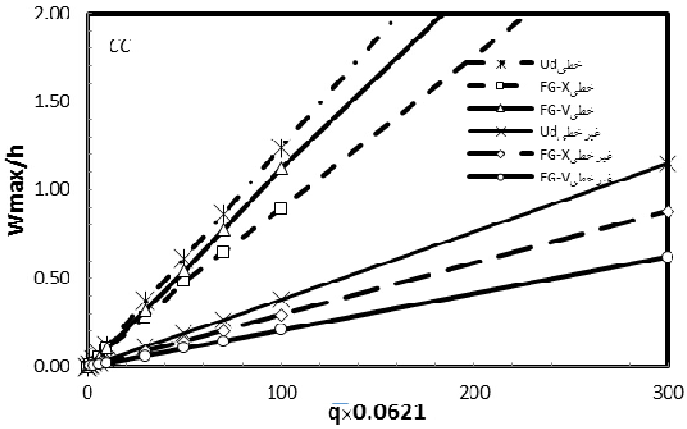
[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

جدول ۱- مقایسه بین بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) به‌دست آمده از تحلیل غیرخطی حاضر و نرم‌افزار آباکوس برای شرط مرزی CC و $V^*_{CN} = ۰/۱۷$

$\bar{q}\times ۰/۰۶۲۱$	UD		FG-X		FG-V	
	پژوهش حاضر	آباکوس	پژوهش حاضر	آباکوس	پژوهش حاضر	آباکوس
۱۰۰	۰/۳۸۲۶	۰/۳۹۲۴	۰/۲۹۱۱	۰/۲۶۹۲	۰/۲۳۸۵	۰/۲۳۲۸
۱۵۰	۰/ ۵۷۳۳	۰/۵۸۸۷	۰/۴۳۸۰	۰/۴۳۸۹	۰/۳۵۸۳	۰/۳۴۹۲
۲۰۰	۰/۷۶۱۰	۰/۷۸۰۳	۰/۵۸۸۶	۰/۵۴۸۱	۰/۴۷۷۷	۰/۴۶۷۶

جدول ۲- مقایسه بین بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) به‌دست آمده از تحلیل غیرخطی حاضر و نرم‌افزار آباکوس برای شرط مرزی SS و $V^*_{CN} = ۰/۱۷$

$\bar{q}\times ۰/۰۶۲۱$	UD		FG-X		FG-V	
	پژوهش حاضر	آباکوس	پژوهش حاضر	آباکوس	پژوهش حاضر	آباکوس
۱۰۰	۰/۳۸۸۰	۰/۳۹۸۴	۰/۲۹۶۱	۰/۲۷۱۷	۰/۲۴۱۰	۰/۲۳۴۹
۱۵۰	۰/۵۸۲۵	۰/۵۹۰۳	۰/۴۴۰۰	۰/۴۴۸۱	۰/۳۶۲۸	۰/۳۵۲۳
۲۰۰	۰/۷۷۶۱	۰/۷۹۳۳	۰/۵۹۳۴	۰/۵۷۸۲	۰/۴۸۳۱	۰/۴۷۷۱



شکل ۴- مقایسه خیز حداکثر بی‌بعد برحسب تغییر بار بین دو تحلیل خطی و غیرخطی انجام شده براساس روش رهایی پویا

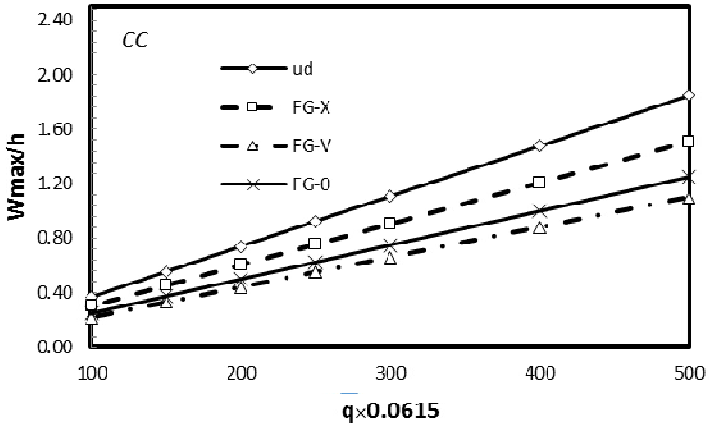
به‌کار رفته در هر ضخامت مورد نظر قابل محاسبه است. برای شبکه‌بندی پوسته نیز از المان S۴R استفاده شده است. براساس نتایج به‌دست آمده از حساسیت شبکه، تعداد گره‌ها در راستای طول پوسته برابر ۲۰ و در راستای ضخامت ۳۰ درنظر گرفته شده است. همان‌طور که جداول ۱ و ۲ نشان می‌دهد تطابق نسبتاً خوبی بین نتایج برقرار است.

نتایج پارامتری در این تحقیق با استفاده از برنامه نوشته شده در محیط برنامه‌نویسی فرترن به روش رهایی پویا به‌دست آمده است. در شکل (۴) تغییرات حداکثر جابه‌جایی عمودی را برحسب افزایش بار برای شرط مرزی گیردار در دو حالت خطی و غیرخطی برای پوسته با ابعاد $h = ۲cm,\ L = ۱۰۰cm,\ R = ۵۰cm$ و کسر حجمی ۰/۱۷ نشان می‌دهد. با توجه به شکل با افزایش بار و اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی انجام شده براساس روش رهایی پویا، اهمیت تغییر شکل‌های بزرگ و بررسی اثرات واقعی توزیع نانولوله‌های کربنی بیشتر نمایان است. برای مثال در $q = ۱۰۰\ GPa$ اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی برای چیدمان‌های UD، FG-X و FG-V به‌ترتیب ۷۶٪، ۷۲٪ و ۸۳٪ خواهد بود. بنابراین بیشترین اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی مربوط به چیدمان V و کمترین اختلاف خیز مربوط به چیدمان UD است.

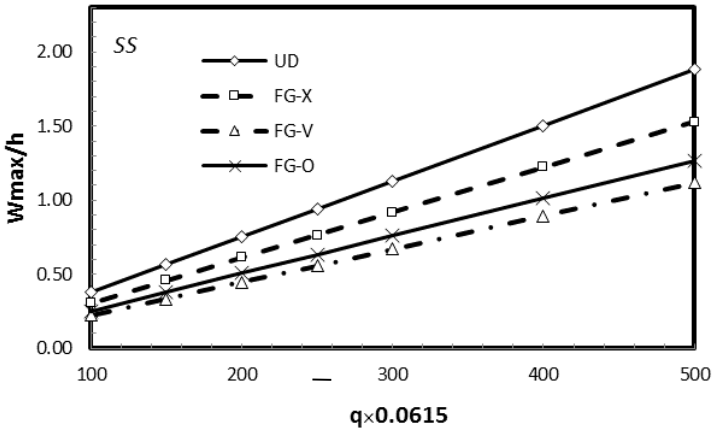
شکل (۵) و (۶) تغییرات خیز حداکثر را برحسب تغییر بار

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۵- خیز حداکثر بی‌بعد برحسب تغییر بار بی‌بعد با شرط مرزی تکیه‌گاه گیردار با $V_{CN}^{*} = ۰/۱۷$

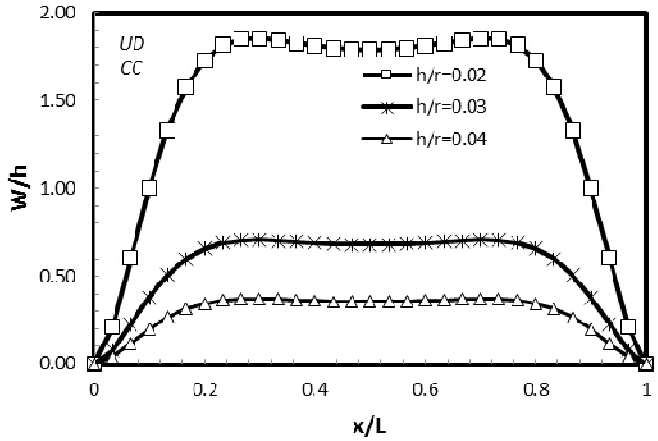


شکل ۶- خیز حداکثر بی‌بعد برحسب تغییر بار بی‌بعد با شرط مرزی تکیه‌گاه ساده با $V_{CN}^{*} = ۰/۱۷$

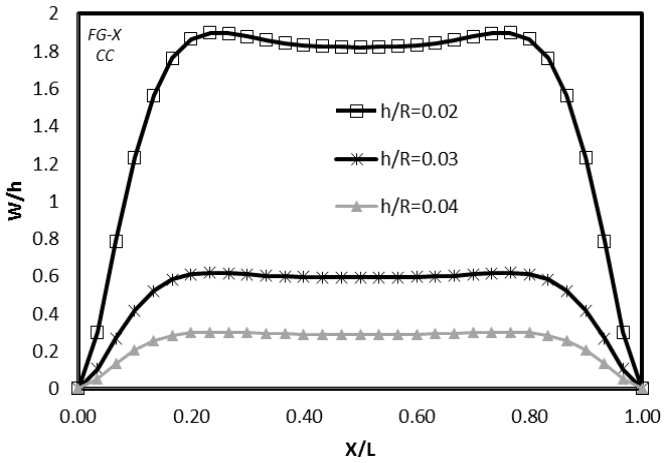
در دو حالت شرط مرزی تکیه‌گاه ساده و گیردار برای پوسته با ابعاد $L = ۱۰۰cm$، $h = ۲cm$، $R = ۵۰cm$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل برای یک پوسته متقارن محوری که نحوهٔ توزیع نانولوله‌ها در آن به‌صورت محیطی است، در تمام چیدمان‌ها تغییر شرط مرزی بر مقدار خیز تأثیر چندانی نخواهد داشت. برای هر دو حالت شرط مرزی بیشترین مقدار خیز حداکثر مربوط به چیدمان UD و کمترین مقدار خیز حداکثر مربوط به چیدمان FG-V است. لذا می‌توان گفت استفاده از توزیع تابعی نانولوله‌های کربنی نقش مهمی در افزایش سفتی خمشی پوسته خواهد داشت. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش فشار داخلی تأثیر نحوهٔ توزیع نانولوله‌ها بر مقدار خیز بیشتر خواهد شد.

شکل‌های (۷) تا (۱۴) تأثیر ضخامت بر تغییرات جابه‌جایی شعاعی را برحسب طول برای حالت‌های مختلف توزیع نانولوله‌ها برای هر دو شرط مرزی تکیه‌گاه ساده و گیردار نشان می‌دهد. ابعاد پوسته مورد نظر $R= ۵۰cm$ تحت فشار داخلی $q = ۰/۲GPa$ است، توزیع نانولوله‌ها با کسر حجمی ۰/۱۷ درنظر گرفته شده است. تغییرات خیز برای حالتی که R شعاع پوسته ثابت و فقط ضخامت h تغییر می‌کند، برای نسبت‌های $h/R = ۰/۰۲,\ h/R = ۰/۰۳,\ h/R = ۰/۰۴$ به‌دست آورده شده است. با توجه به شکل‌ها مشاهده می‌شود برای هر سه ضخامت و هر چهار چیدمان خیز حداکثر در وسط پوسته نیست بلکه در فاصله ۰/۲ از ابتدا و انتهای پوسته است. با افزایش ضخامت از

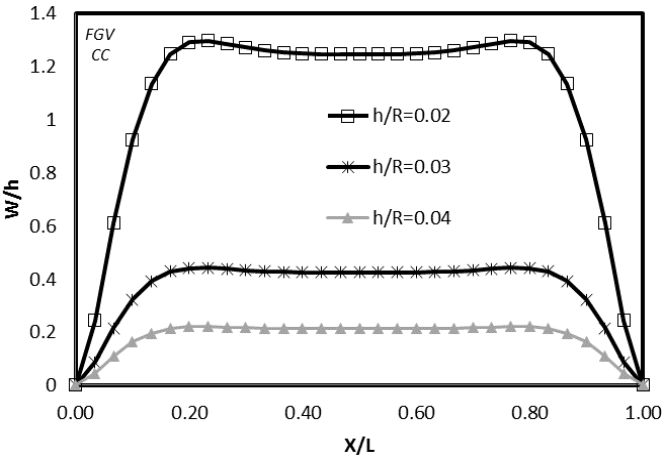
[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۷- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان UD و شرط مرزی گیردار با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷

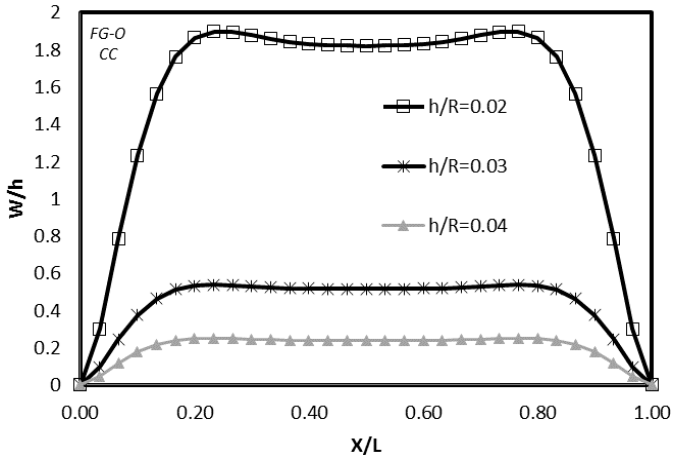


شکل ۸- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-X و شرط مرزی گیردار با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷

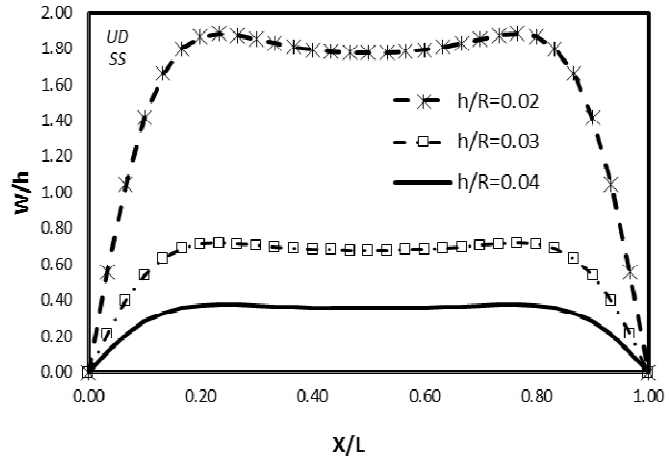


شکل ۹- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-V و شرط مرزی گیردار با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷

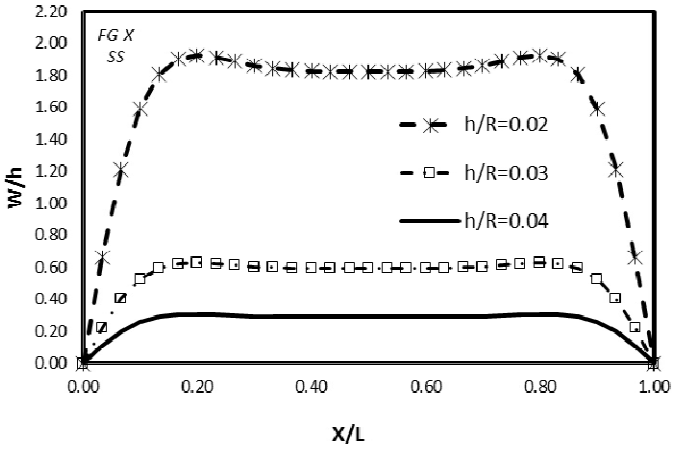
[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



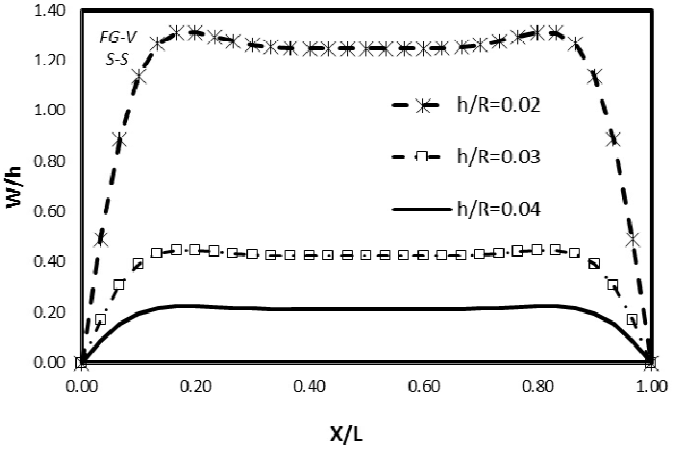
شکل ۱۰- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان **FG-O** و شرط مرزی گیردار با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷



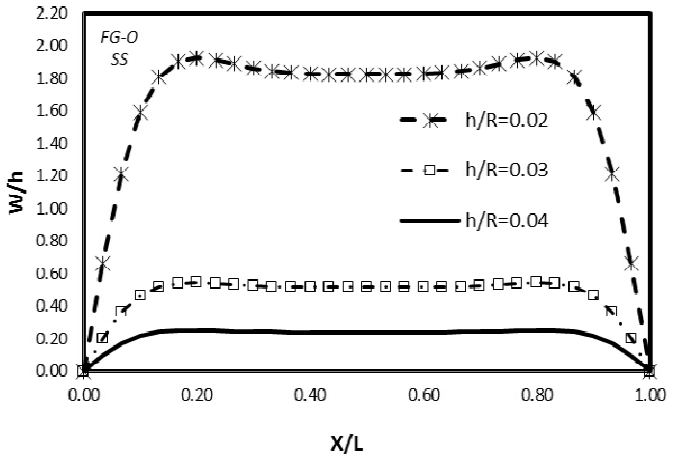
شکل ۱۱- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان **UD** و شرط مرزی ساده با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷



شکل ۱۲- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان **FG-X** و شرط مرزی ساده با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷



شکل ۱۳- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-V و شرط مرزی ساده با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷



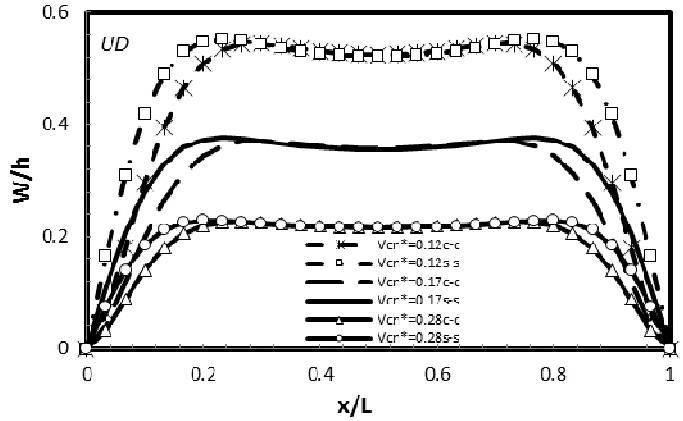
شکل ۱۴- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-O و شرط مرزی ساده با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷

$h/R = ۰/۰۴$ به $h/R = ۰/۰۲$ برای هر دو شرط مرزی، در چیدمان UD، FG-X، FG-V و FG-O به‌ترتیب ۷۸/۹۴٪، ۸۴/۶۰٪، ۸۴/۶۱٪ و ۸۶٪ افت خیز اتفاق خواهد افتاد. لذا می‌توان گفت با افزایش ضخامت برای هر دو شرط مرزی، چیدمان O بیشترین افت خیز و کمترین مقدار افت خیز مربوط به حالت UD است. با افزایش ضخامت از $h/R = ۰/۰۲$ به $h/R = ۰/۰۳$ افت خیز نسبت به حالتی که ضخامت از $h/R = ۰/۰۳$ به $h/R = ۰/۰۴$ افزایش می‌یابد، حدود ۲/۷۵ برابر بیشتر است.

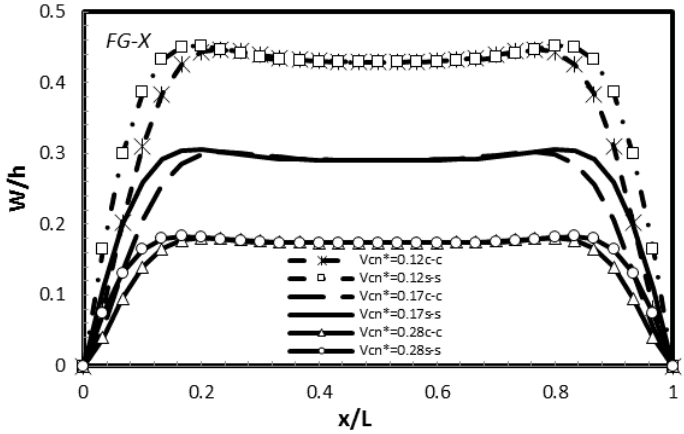
شکل‌های (۱۵) تا (۱۸) تغییرات خیز را برحسب طول برای کسر حجمی‌های مختلف برای حالت‌های توزیع یکنواخت و مدرج تابعی برای دو شرط مرزی تکیه‌گاه ساده و گیردار برای یک پوسته متقارن محوری با ابعاد $h = ۲cm$، $L = ۱۰۰cm$، $R = ۵۰cm$ و تحت فشار داخلی $q = ۰/۱\ GPa$ نشان می‌دهد. با افزایش کسر حجمی، مدول الاستیسیته نانولوله‌ها افزایش می‌یابد و این امر باعث افزایش استحکام پوسته در مقابل تغییر شکل و کاهش خیز خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در فاصلهٔ ۰/۲ از لبه‌های پوسته مقدار خیز با شرط مرزی ساده بیشتر از گیردار است. این در حالی است که در سطح میانی طول پوسته مقدار خیز برای هر دو شرط مرزی برهم منطبق

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

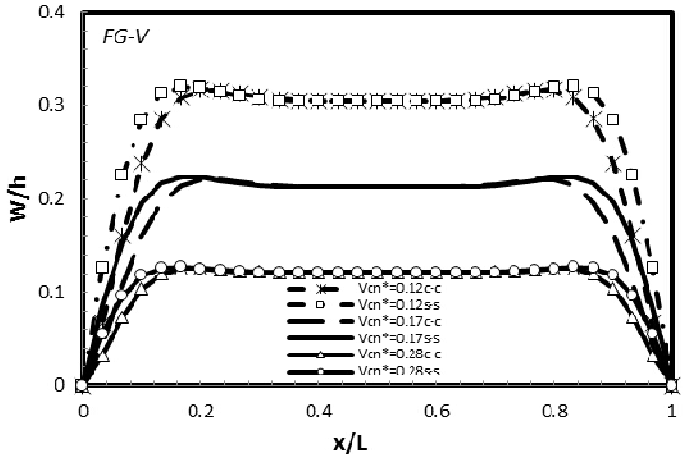
[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۱۵- تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان UD و کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها

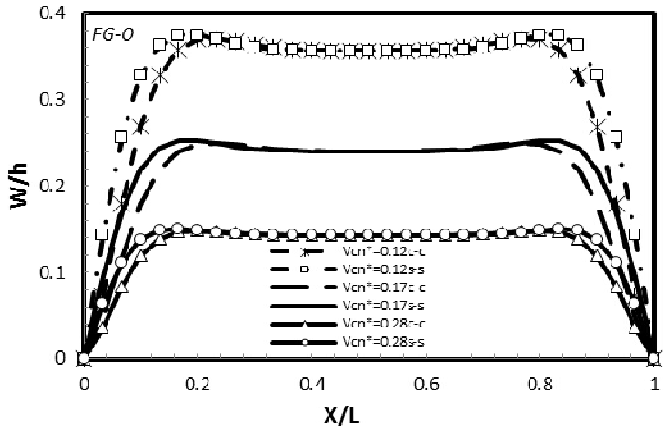


شکل ۱۶- تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-X و کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها



شکل ۱۷- تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-V و کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۱۸- تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-O و کسر حجمی مختلف نانولوله‌ها

جدول ۳- بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) برحسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان UD (V^*_{CN} = ۰/۱۷ ، h = ۲cm ، R = ۵۰cm)

شرایط مرزی	L/R = ۱	L/R = ۱/۵	L/R = ۲	L/R = ۲/۵
CC	۰/۷۷۸۳	۰/۷۶۳۸	۰/۷۵۶۱	۰/۷۵۵۴
SS	۰/۷۷۷۹	۰/۷۶۵۷	۰/۷۶۶۵	۰/۷۶۵۳
CS	۰/۷۷۸۴	۰/۷۶۸۲	۰/۷۶۶۸	۰/۷۶۵۹

جدول ۴- بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) برحسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان FG-X (V^*_{CN} = ۰/۱۷ ، h = ۱cm ، R = ۵۰cm)

شرایط مرزی	L/R = ۱	L/R = ۱/۵	L/R = ۲	L/R = ۲/۵
CC	۰/۵۹۸۰	۰/۵۹۸۲	۰/۵۹۶۵	۰/۵۹۴۷
SS	۰/۶۰۷۱	۰/۶۰۵۶	۰/۶۰۳۳	۰/۶۰۲ ۸
CS	۰/۶۰۷۵	۰/۶۰۵۵	۰/۶۰۳۲	۰/۶۰۲۰

خواهد شد. از مقایسه این نمودارها می‌توان دریافت که برای هر دو شرط مرزی با افزایش کسر حجمی از ۰/۱۲ به ۰/۱۷ برای چیدمان نانولوله‌ها به‌صورت UD، FG-X، FG-V و FG-O به‌ترتیب ۳۴٪، ۳۴٪، ۳۲٪ و ۳۱٪ کاهش خیز را اتفاق می‌افتد و برای افزایش کسر حجمی از ۰/۱۷ به ۰/۲۸ برای چیدمان نانولوله‌ها به‌ترتیب ۴۲٪، ۴۳٪، ۴۲٪ و ۳۶٪ کاهش خیز مشاهده می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که با افزایش کسر حجمی برای هر دو شرط مرزی چیدمان X بیشترین درصد کاهش خیز و چیدمان O و V کمترین درصد کاهش خیز را خواهند داشت. همچنین از مقایسه نمودارها می‌توان دریافت که با افزایش کسر حجمی و افزایش تراکم نانولوله‌ها استحکام پوسته در برابر تغییر شکل بیشتر خواهد شد، به همین دلیل اختلاف خیز بین چیدمان‌های مختلف کاهش می‌یابد.

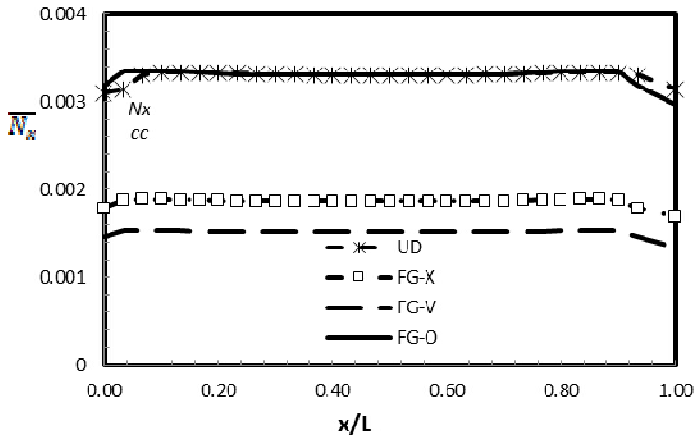
جدول ۳ تا ۶ تغییرات خیز بی‌بعد برحسب نسبت طول به شعاع را برای شرایط مرزی متفاوت یک پوسته متقارن محوری با ابعاد R = ۵۰cm ، h = ۲cm و تحت فشار داخلی q = ۰/۲ GPa نشان می‌دهد. با توجه به جدول و نتایج به‌دست آمده مشاهده می‌شود افزایش نسبت طول به شعاع پوسته تأثیر چندانی بر مقدار جابه‌جایی نخواهد داشت و اختلاف خیز بین ۰/۱٪ تا ۱٪ است که این نتیجه برای هر چهار چیدمان با هر شرط مرزی صادق است. همچنین بررسی‌های به‌عمل آمده حاکی از این است که اگر نسبت طول به شعاع برابر ۱ باشد فاصله بی بعد محل خیز ماکزیمم از لبه‌های پوسته حدود ۰/۲۷ است در حالی که با افزایش طول به شعاع پوسته محل وقوع جابه‌جایی از لبه پوسته کمتر می‌شود.

جدول ۵- بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) برحسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان FG-V (V^*_{CN} = ۰/۱۷ ، h = ۱cm ، R = ۵۰cm)

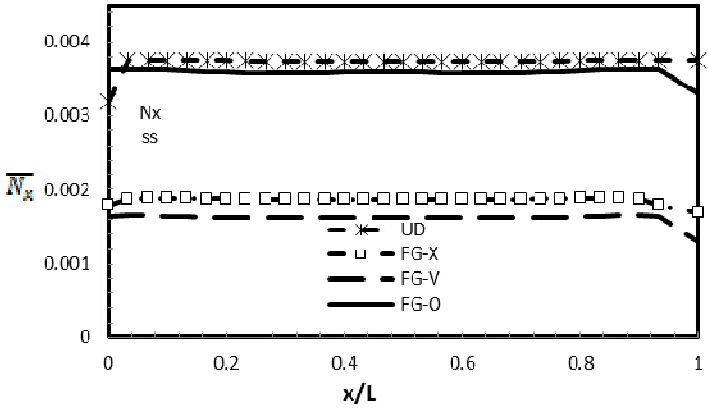
شرایط مرزی	L/R= ۱	L/R = ۱/۵	L/R =۲	L/R = ۲/۵
CC	۰/۴۲۱۴	۰/۴۲۰۹	۰/۴۲۰۲	۰/۴۱۹۰
SS	۰/۴۲۸۳	۰/۴۲۶۱	۰/۴۲۴۳	۰/۴۲۴۷
CS	۰/۴۲۸۲	۰/۴۲۶۸	۰/۴۲۴۴	۰/۴۲۴۱

جدول ۶- بیشینه خیز بی‌بعد (W_{max}/h) برحسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان FG-O (V^*_{CN} = ۰/۱۷ ، h = ۱cm ، R = ۵۰cm)

شرایط مرزی	L/R= ۱	L/R = ۱/۵	L/R =۲	L/R = ۲/۵
CC	۰/۵۰۱۵	۰/۵۰۰۱	۰/۴۹۵۰	۰/۴۹۳۴
SS	۰/۵۰۳۵	۰/۵۰۰۲	۰/۴۹۸۶	۰/۴۹۷۲
CS	۰/۵۰۲۶	۰/۵۰۱۴	۰/۴۹۸۹	۰/۴۹۹۷



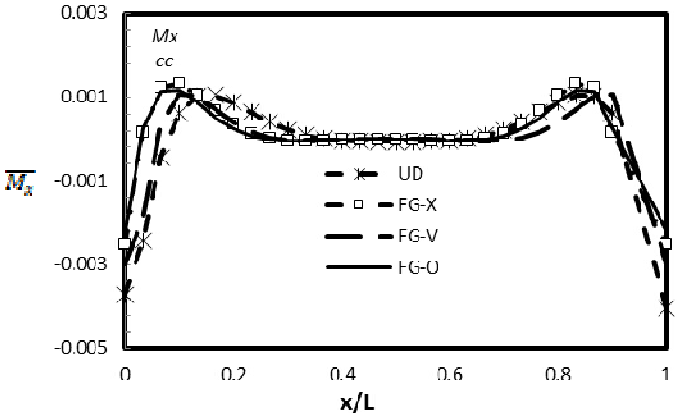
شکل ۱۹- منتجه تنش بی‌بعد در امتداد طول پوسته تکیه‌گاه گیردار با V^*_{CN} = ۰/۱۷



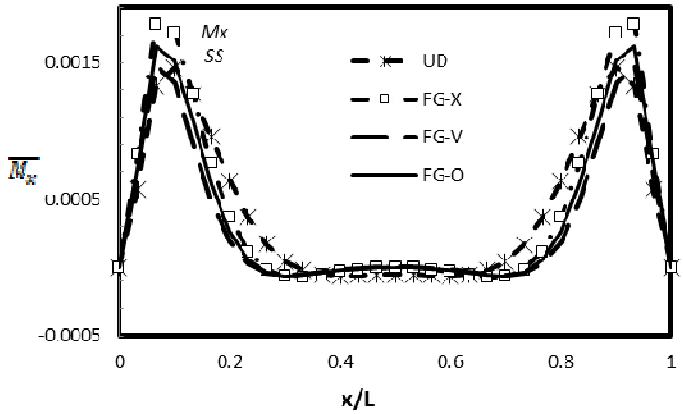
شکل ۲۰- منتجه تنش بی‌بعد در امتداد طول پوسته تکیه‌گاه ساده با V^*_{CN} = ۰/۱۷

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]



شکل ۲۱- منتجه گشتاور بی‌بعد در امتداد طول پوسته تکیه‌گاه گیردار V_{CN}^{*} = ۰/۱۷



شکل ۲۲- منتجه گشتاور بی‌بعد در امتداد طول پوسته تکیه‌گاه ساده با V_{CN}^{*} = ۰/۱۷

شکل‌های (۱۹) و (۲۰) منتجه تنش بی‌بعد در امتداد طول برای یک پوسته متقارن محوری با ابعاد $R=۵۰cm$ ،$L=۱۰۰cm$ ،$h=۲cm$ و تحت فشار داخلی $q=۰/۱\ GPa$ و شرط مرزی ساده و گیردار نشان می‌دهد. با توجه به شکل مقدار منتجهٔ تنش در توزیع یکنواخت و مدرج تابعی در طول پوسته یکنواخت است. برای شرط مرزی تکیه‌گاه گیردار بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان UD و O و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است. این در حالی است که برای شرط مرزی تکیه‌گاه ساده بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان UD و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است. همچنین برای شرط مرزی گیردار درصد اختلاف نیروی شعاعی چیدمان V با چیدمان‌های X، UD و O به‌ترتیب ۲۵٪، ۵۴٪ و۵۴٪ و برای شرط مرزی ساده به‌ترتیب ۱٪، ۵۲٪ و ۵۲٪ است.

شکل‌های (۲۱) تا (۲۲) بیانگر گشتاور بی‌بعد در امتداد طول پوسته برای دو شرط مرزی ساده و گیردار است. در شرط مرزی گیردار بیشترین گشتاور بی‌بعد مربوط به چیدمان UD و کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان FG-X و FG-O که بر هم منطبق‌اند، است. گفتنی است در وسط پوسته لنگر خمشی در هر چهار نوع چیدمان منطبق بر هم خواهند بود. برای شرط مرزی تکیه‌گاه ساده بیشترین و کمترین گشتاور بی‌بعد به‌ترتیب مربوط به چیدمان V و UD است.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحیق رفتار غیرخطی خمش برای پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی و یکنواخت نانولوله‌های کربنی تک جداره در حالت متقارن محوری با استفاده از روش حل عددی رهایی پویا مورد بررسی قرارگرفت. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش‌های غیرخطی دانل استخراج شده‌اند. به‌منظور اعتبارسنجی دقت روش حاضر، نتایج حل حاضر با مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس و همچنین گزارشی مشابه برای حالت همسان‌گرد یک پوسته تابعی مقایسه شده است. مطابقت خوب به‌دست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به‌کار رفته است. در مطالعهٔ پارامتری تأثیر پارامترهایی نظیر توزیع نانولوله‌های کربنی، ضخامت به شعاع پوسته، طول به شعاع، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولوله‌ها بر جابه‌جایی شعاعی پوسته و منتجه‌های تنش و لنگر بررسی شده است. برخی از مهمترین نتایج به‌دست آمده به شرح زیر است:

برای هر چهار چیدمان تغییر شرط مرزی تأثیر چندانی بر مقدار خیز نخواهد داشت. بنابراین برای هر دو شرط مرزی گیردار و ساده چیدمان UD بیشترین مقدار خیز و چیدمان V کمترین مقدار خیز در برابر اعمال فشار داخلی را از خود نشان می‌دهند. لذا می‌توان گفت در پوسته‌های نسبتاً نازک بیشترین سفتی خمشی پوسته‌ها مربوط به توزیع تابعی V شکل نانولوله‌های کربنی است.

با افزایش ضخامت برای هر دو شرط مرزی، چیدمان O بیشترین افت خیز و کمترین مقدار افت خیز مربوط به حالت UD است. علاوه بر این ملاحظه می‌شود با ضخیم‌تر شدن پوسته تأثیر نحوهٔ توزیع نانولوها بر مقدار خیز کمتر خواهد شد. لذا می‌توان گفت با افزایش ضخامت پوسته حساسیت انتخاب چیدمان تابعی کمتر شود.

بیشترین اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی مربوط به چیدمان V و کمترین اختلاف خیز مربوط به چیدمان UD است. با افزایش کسر حجمی برای هر دو شرط مرزی چیدمان X بیشترین درصد کاهش خیز و چیدمان O و V کمترین درصد کاهش خیز را خواهند داشت. برای شرط مرزی تکیه‌گاه گیردار بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان UD و O و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است این در حالی است که برای شرط مرزی تکیه‌گاه ساده بیشترین نیروی شعاعی برای چیدمان UD و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است. در شرایط تکیه‌گاهی گیردار، بیشترین گشتاور بی‌بعد برای چیدمان UD و کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان FG-X و FG-O که بر هم منطبق‌اند، است. برای شرط مرزی تکیه‌گاه ساده نیز بیشترین و کمترین گشتاور بی‌بعد به‌ترتیب مربوط به چیدمان V و UD است. برای هر چهار چیدمان تغییر شرط مرزی تأثیر چندانی بر مقدار خیز نخواهد داشت. برای هر دو شرط مرزی بیشترین خیز مربوط به چیدمان نانولوله‌ها به‌صورت UD و کمترین مقدار خیز مربوط به چیدمان V است.

واژه‌نامه

1. carbon nanotubes (CNTs)
2. Donnell
3. rule of mixture

مراجع

1. Thostenson, E. T., Ren, Z. H., and Chou, T.W., "Advances in the Science and Technology of Carbon Nanotubes and Their Composites: A Review", *Composites Science and Technology*, Vol. 16, No. 13, pp. 1899-1912, 2001.
2. Dseldel, G. D., and Agodas, G. D. C., "Micromechanical Analysis of the Effective Elastic Properties of Carbon Nanotube Reinforced Composites, *Mechanics of Material*, Vol .38, pp. 884-907, 2006.
3. Han, Y., and Elliott, J., "Molecular Dynamics Simulations of the Elastic Properties of Polymer/Carbon Nanotube Composites", *Computation Materials Science*, Vol. 39, pp. 315-

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]

323, 2007.
4. Fidelus, J. D., Wiesel, E., Gojny, F. H., Schulte, K., and Wagner, H. D., "Thermo-Mechanical Properties of Randomly Oriented Carbon/Epoxy Nanocomposites", *Composites: Part A*, Vol. 36, pp. 1555-1561, 2005.
5. Bower, C., Rosen, R., and Jin, L., "Deformation of Carbon Nanotubes in Nanotube-Polymer Composites", *Physics Letters*, Vol. 74, No. 22, 1999.
6. Vodenitcharova, T., and Zhang, C., "Bending and Local Buckling of Nano-Composite Beam Reinforced by a Single-Walled Carbon Nanotube", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 3006-3024, 2006.
7. Shen, H. S., "Postbuckling of Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Environments, Part I: Axially-Loaded Shells", *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 2096-2108, 2011.
8. Shen, H. S., "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Plates in Thermal Environments", *Composite Structures*, Vol. 91, pp. 9-19, 2009.
9. Sobhani Aragh, B., Barati, N., and Hedayati, H., "Eshelby-Mori Tanaka Approach for Vibrational Behavior of Continuously Graded Carbon Nanoube Reinforced Cylindrical Panels", *Composites: part B*, Vol. 43, pp. 1943-1954, 2012.
۱۰. جعفری مهرآبادی، س، کریمی ثمر، ر و بهلولی، م.، تحلیل کمانش مکانیکی پوسته های استوانه ای باز تقویت شده با نانو لوله های کربنی تک جداره، نشریه مکانیک هوافضا، سال ۹، شماره ۴ ص۵۱-۵۹، آبان ۱۳۹۲.
11. Ghorbanpour Arani, A., Mozdianfar, M. R., Sadooghi, V., Mohammadimehr, M., and Kolahchi, R., "Magneto-Thermo-Tlastic Behavior of Cylinder Reinforced with FG-SWCNTs under Transient Thermal Field", *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 3, No. 1, pp. 9-18, 2011.
12. Ping, Z., Lei, Z. N., and Liew, K. M., "Static and Free Vibration Analyses of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates using Finite Element Method with First order Shear Deformation Plate Theory", *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 1450-1460, 2011.
13. Wang, Z. X., and Hui shen, Sh., "Nonlinear Dynamic Response of Nanotube-Reinforced Composite Plates Resting on Elastic Foundations Thermal Environment", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 32, pp. 123-132, 2012.
14. Alibeigloo, A., and Liew, K. M., "Thermoelastic Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plate using Theory of Elasticity", *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 873-881, 2013.
15. Dastjerdi, M., Foroutan, M. R., and Pourasghar, M. A., "Dynamic Analysis of Functionally Graded Nanocomposite Cylinders Reinforced by a Mesh-Free Method", *Material and Design*, Vol. 44, pp. 258-266, 2013.
16. Aragh, B. S., and Hedayati, H., "Eshelby-Mori-Tanaka Approach for Vibrational Behavior of Continuously Graded Carbon Nanotube Reinforced Cylindrical Panels", *Composites: part B*, Vol. 43, pp. 1943-54, 2012.
17. Obrush, D., and Almorth, B. O, *Buckling of Bars Plates and Shells*, New York, McGraw-Hill, 1975.
18. Dai, H. L., and Dai, T., "Analysis for the Thermoelastic Bending of a Functionally Graded Material Cylindrical Shell", *Meccanica*, Vol. 49, pp. 1069-1081, 2013.
19. Golmakani, M. E., and Kadkhodayan, M., "Large Deflection Analysis of Circular and Annular FGM Plates under Thermo-Mechanical Loading with Temperature-Dependent Properties, *Composites: Part B*, Vol. 42, pp. 614-625, 2011.

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-03]
[DOR: 20.1001.1.22287698.1396.36.1.2.9]
[DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47]