

تحلیل غیرخطی خمش پوسته استوانهای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعینانولولههای کربنی در راستای محیطی

محمد اسماعیل گلمکانی* و الناز رحیمی گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

(دريافت مقاله: ۹۹/۰۶/۰۹ – دريافت نسخه نهايی: ۸۰/۴۰/۱۳۹۵) DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.47

چکیده – در این تحقیق تحلیل غیرخطی خمش متقارن محوری پوستههای استوانهای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی نانولولههای کربنی در راستای محیطی مورد بررسی قرار می گیرد. چهار نوع توزیع برای نانولولههای کربنی در راستای ضخامت پوسته درنظر گرفته شـده اسـت، کـه شامل یک توزیع یکنواخت و سه نوع توزیع تابعی هستند. خواص کامپوزیت تقویت شده با نانولولههای کربنی با اسـتفاده از قـانون اصـلاح شـده مخلوطها تعیین شده است. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنشهای غیرخطی دانل اسـتخراج شـدهانـد. دسـتگاه معـادلات غیرخطی درگیر بهدست آمده با استفاده از ترکیب روشهای عددی رهایی پویا و تفاضل محدود برای چیدمانهای مختلفی از شرایط مرزی سـاده و گیردار حل شدهاند. برای نیل به این هدف از برنامه کامپیوتری فرترن استفاده شده است. بهمنظور اعتبارسنجی دقت روش حاضر، نتـایج حـل حاضر با مقادیر بهدست آمده از نرمافزار اجزاء محدود آباکوس و همچنین گزارشی مشابه برای حالت همسان گرد یک پوسته تابعی مقایسـه شـده است. مطابقت خوب بهدست آمده از نرمافزار اجزاء محدود آباکوس و همچنین گزارشی مشابه برای حالت همسان گرد یک پوسته تابعی مقایسـه شـده توزیع نانولولههای کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تفییر کسر حجمی نانولولهها بر جابهجایی شعاعی پوسته و منتجـههـای توزیع نانولولههای کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولولهها بر جابهجایی شعاعی پوسته و منتجـههای توزیع نانولولههای کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولولهها بر جابهجایی شعاعی پوسته و منتجـههای توزیع نانولولههای کربنی، ضخامت و طول به شعاع پوسته، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولولهها بر جابهجایی شعاعی پوسته و منتجـههای توزیع نانولولههای کربنی میه است. برخی از نتایج به محست آمده حاکی از این است که با افزایش کسر حجمی نانولولههای کربنی برای پوسته و منتجـههای مرزی ساده و گیردار و و گیردار چرمی نانولولههای کربنی برای پوسته با لبه های

واژههای کلیدی: پوسته نانوکامپوزیتی، نانولوله کربنی، خمش غیرخطی، رهایی پویا.

Nonlinear Bending Analysis of Composite Cylindrical Shells Reinforced by Functionally Graded Carbon Nanotube in Circumferential Direction

M. E. Golmakani* and E. Rahimi

Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Mashhad branch, Mashhad, Iran

Abstract: In this study, nonlinear axisymmetric bending analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite (FG-CNTRC) cylindrical shell is investigated. Four distribution types of carbon nanotubes along the thickness direction of shells are considered, including a uniform and three kinds of functionally graded distributions. The material properties of FG-CNTRC shells are determined according to the modified rule of mixture. The equilibrium equations are derived based on First-order Shear Deformation Shell Theory (FSDT) and nonlinear Donnell strains. The coupled nonlinear governing equations are solved by Dynamic Relaxation (DR) method combined with central finite difference technique for different combinations of simply supported and clamped boundary conditions. For this purpose, a FORTRAN computer program is

* : مسئول مكاتبات، يست الكترونيكي:m.e.golmakani@mashdiau.ac.ir

provided to generate the numerical results. In order to verify the accuracy of the formulation and present method, the results are compared with those available in the literatures for ABAQUS finite element package, as well as a similar report for an isotropic function shell. The appropriate accordance of the results indicated the accuracy of employed numerical solution in the present study. Finally, a parametric study is carried out to study the effects of distribution of carbon nanotubes (CNTs), shell radius and width-to-thickness ratios, boundary conditions and volume fraction of CNTs on the deflection, stress and moment resultants in detail. The results show that with increase of CNTS volume fractions, the O and UD distributions have the most and the least decrease of deflection, respectively, in both clamped and simply supported boundary conditions.

Keywords: Nano-composite shell, Carbon nanotubes, Nonlinear bending, Dynamic relaxation.

			كهرست فارتم
تغییر مکان شعاعی در صفحه میانی (m)	U.	سفتی های کششی (N/m)	A_{ij} $i, j = 1, 7, 9$
کسر حجمی مربوط به نانولولههای کربنی	V _{CN}	سفتیهای برشی و عرضی (N/m)	A_{ij} $i, j = 4, a$
كسر حجمي مربوط به ماتريس	Vm	سفتیهای اتصال خمش – کشش (N)	B_{ij} i, j = 1, 7, 9
تغییر مکان در راستای ضخامت در صفحه میانی	W	ماتریس استهلاک (kg/s)	[C]
بردار جابهجایی (m)	$\{\mathbf{x}\}$	سفتیهای خمشی (N.m)	D_{ij} i, j = 1, 1, 9
(m/s) = a - a - b - a	(m)	مدول الاستیسیته، مربوط به خواص نانولولههای	$(E_{11}^{CN}, E_{77}^{CN})$
بر دار منزعت (۱۳۵۵)	{X}	کربنی (N/m۲)	
گام زمانی	Δt	مدول الاستیسیته طولی و عرضی (N/m ^۲)	$E_{\gamma\gamma}, E_{\gamma\gamma}$
کرنش برشی صفحه میانی (m)	γ_{xz}	ضخامت پوسته و پنل (cm)	h
کرنش صفحه میانی در راستای x	ε_x°	مدولهای الاستیک برشی (N/m٬)	G_{1r}, G_{rr}, G_{1r}
ضرايب تأثير نانولولەھاي كربني	$\eta_j, j = 1, r, r$	ماتریس سفتی (N/m)	[K]
ضريب پواسون نانولولهٔ کربنی	$\upsilon_{17}\upsilon_{17}^{CN}$	اجزاء ماتریس سفتی (N/m)	\mathbf{k}_{ij}
بردار شتاب (m/s ^۲)	g	ضريب تصحيح برشي	Κ
چگالی نانولوله کربنی (kg/m [°])	ρ_{CN}	ماتریس جرم (kg)	[M]
چگالی ماتریس (kg/m [°])	ρ_{m}	بار يكنواخت شعاعي (N)	q
چرخش حول محور x	ϕ_x	شعاع میانی (cm)	R

فهرست علائم

۱– مقدمه

نانولوله های کربنی^۱ که از صفحات کربن به ضخامت یک اتم ساخته شدهاند در دهه گذشته به دلیل خواص ویژه و منحصر به فرد آنها از جمله مدول یانگ و استحکام کششی بالا، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته اند. نانولوله ها دارای مدول یانگی تقریباً ۶ برابر فولاد هستند. آنها در جهت محوری مقاومت کششی بسیار زیادی دارند و این مزیت بسیار خوبی

برای ساخت سازه هایی با مقاومت بالا در جهت خاص است. این مواد به عنوان تقویت کننده در کامپوزیت ها به دلیل بهبود در مقاومت کششی و مدول الاستیک آنها، کاربرد بسیاری دارند [۱]. به طوری که در سال های اخیر کاربرد این مواد در صفحات و پوسته های کامپوزیتی در صنعت هوافضا، راکتورهای هسته ای و سازه های دریایی رشد قابل توجه ای داشته است. همچنین نانولوله های کربنی به اقتضای شکل هندسی خود شده با نانولوله های کربنی تحت یک میدان حرارتی پرداختند. پینگ و همکاران [۱۲] به تحلیل ارتعاشات آزاد برروی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی با استفاده از روش المان محدود و تئوری برشی مرتبه اول صفحات پرداختند. وانگ و همکاران [۱۳] پاسخ دینامیکی غیرخطی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی زا با استفاده از توابع الاستیک در محیط حرارتی مطالعه کردند. علی بیگلو و همکاران [۱۴] به تحلیل رفتار حرارتی – مکانیکی صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی با علی بیگلو و همکاران [۱۴] به تحلیل رفتار حرارتی – مکانیکی استفاده از حل الاستیسیته سه بعدی پرداختند. مرادی و همکاران [۱۵] تحلیل دینامیکی یک سیلندر تقویت شده با نانولوله های کربنی تک جداره تحت فشار را با استفاده از روش بدون شبکه بررسی کردند. عراقی و هدایتی [۱۶] ارتعاشات آزاد خطی یک پنل استوانه ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی را مطالعه کردند.

بررسی های انجام شده حاکی از این است که در تمامی مطالعات انجام شده تاكنون، رفتار خمش پوستهٔ استوانهای تقویت شده با نانولولههای کربنی تحقیق نشده است. با توجه به این نوع چیدمان نانولولهها، در این تحقیق رفتار غیرخطی خمش پوسته استوانهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولولـههـای کربنی تحت فشار داخلی در حالت متقارن محوری بررسی شده است. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و روابط كرنش- تغيير مكان براساس تئوري غيرخطي دانل استخراج شدهاند. نانولولههای کربنی به صورت یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-O،FG-X و FG-V) در راستای محیطی پوسته كامپوزيتى توزيع شدەاند. خواص مكانيكى پوسته نانوكامپوزيتى با استفاده از قانون اصلاح شده اختلاط ً تعيين مي شود. دسـتگاه معادلات غیرخطی درگیر بهدست آمده با استفاده از ترکیب روشهای عددی رهایی پویا و اختلاف محدود مرکزی برای چیدمانهای مختلفی در شرایط مرزی ساده و گیردار حل شدهاند. بدین منظور برنامهای در محیط برنامهنویسی فرترن

در کامپوزیت ها می تواند به دو صورت یکنواخت و مدرج تابعی باشد. تحقیقات نشان داده است که توزیع یکنواخت این مواد بهعنوان تقویت کننده در ماتریس باعث بهبود متوسطی در خواص مکانیکی میشود. این در حالی است که توزیع مدرج تابعی می تواند تأثیر بهتری روی خواص مواد داشته باشد [۲]. هان و ایلیوت [۳] حـل دینامیـک مولکـولی کلاسـیک را بـرای پلیمرهای کامپوزیتی تک جداره با خواص ماتریس (۱۰×۱۰) ارائه دادند و رفتار تنش– کرنش را برای کامپوزیت تقویت شده با نانولولههای کربنی بهدست آوردند. فدیلوس وهمکاران [۴] خواص حرارتی- مکانیکی نانوکامپوزیتهای تقویت شده با نانولوله های کربنی تک جداره و چند جداره را مطالعه کردند. باور و همکاران [۵] تغییر شکل نانولولـههـای کربنـی را در کامپوزیتهای تقویت شده با نانولولههای کربنی بررسی کردند. وادینچاروا و همکاران [۶] خمش خالص تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولولههای کربنی را تحقیق کردنـد. شن [۷] کمانش پوسته های استوانه ای تقویت شده با نانولولههای کربنی را در دو حالت اعمال محیط حرارتی و بار فشاری بررسی کرد. شن [۸] به تحلیل رفتار غیرخطی خمش صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانولولههای کربنی در یک محیط حرارتی پرداخت. او به ایـن نتیجـه رسـید کـه رفتـار غیرخطی خمش را می توان با توزیع مدرج تابعی نانولولـههـای کربنی در ماتریس بهبود بخشید. سبحانی و همکاران [۹] رفتـار ارتعاشاتی یک پنل استوانهای تقویت شده با توزیع های مختلف تـابعی نانولولـههـای کربنـی را مطالعـه کردنـد. مهرآبـادی و همکاران [۱۰] تحلیل کمانش مکانیکی پوسته های استوانهای باز تقویت شده با نانولوله های کربنی تک جداره را انجام دادند. آنها برای تعیین خواص پوسته کامپوزیتی تقویت شده از قانون اصلاح شده مخلوطها استفاده كردند و تأثير مشخصات هندسی پوسته و خـواص فیزیکـی را بـر بـار بحرانـی بررسـی کردند. قربانپور و همکاران [۱۱] به بررسی رفتار تنشهای مغناطیسی و حرارتی- مکانیکی سیلندر جـدار ضـخیم تقویـت

دارای حالت رسانایی و نیمهرسانایی هستند. توزیع نانولولـه ها



 $V_m = 1 - V_{CN}$ (۳) در معادلات بالا اندیس های CN و m به تر تیب مربوط به نانولوله های کربنی تک جداره و ماتریس هستند. همچنین کمیت های V، W، ρ و z به تر تیب بیانگر کسر حجمی، کسر جرمی، چگالی و ضخامت پوسته در امتداد شعاع هستند. طبق قانون مخلوط ها برای مدول الاستیسیته طولی، عرضی، برشی و ضریب پواسون روابط زیر پیشنهاد شده است [۱۰]:

$$\mathbf{E}_{11} = \eta_1 \mathbf{E}_{11}^{\mathrm{CN}} + \mathbf{V}_{\mathrm{CN}} \mathbf{E}_{\mathrm{m}} \tag{(f)}$$

$$\frac{\eta_{\textrm{T}}}{E_{\textrm{TT}}} = \frac{V_{CN}}{E_{\textrm{TT}}^{CN}} + \frac{V_{m}}{G_{m}} \tag{(d)} \label{eq:eq:electron}$$

$$\frac{\eta_{\rm Y}}{G_{\rm YY}} = \frac{V_{\rm CN}}{G_{\rm YY}^{\rm CN}} + \frac{V_{\rm m}}{G_{\rm m}} \tag{9}$$

$$\upsilon_{\text{if}} = V_{CN}^* \upsilon_{\text{if}}^{CN} + V_m \upsilon_m \tag{V}$$

در روابط بالا $\eta_j (j = 1,7, \pi)$ ضرایب تأثیر نانولولههای کربنی نامیده می شوند و از طریق تطبیق مدولهای الاستیسیته بهدست آمده برای نانوکامپوزیت از طریق شبیهسازی دینامیک مولکولی با نتایج بهدست آمده از قانون اختلاط، بهدست می آیند [۱۰]. نحوهٔ قرارگیری نانولولهها در پوسته استوانهای متقارن محوری برای چیدمانهای یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-W و FG-O) در راستای محیطی در شکل (۱) نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشخص است در راستای محیطی جهت ۱ و ۲ الیاف بهترتیب در در جهت ۷ (راستای θ) و جهت x (محور طول) خواهدد بود. نوشته شده است. نتایج حل حاضر با مقالهای مشابه در این زمینه برای حل پوسته همسانگرد و همچنین نرمافزار اجزاء محدود آباکوس مقایسه شده است و مطابقت خوب بهدست آمده حاکی از صحت و دقت روش عددی به کار رفته است. در مطالعه پارامتری انجام شده تأثیر پارامترهایی همچون توزیع نانولولههای کربنی، ضخامت به شعاع پوسته، طول به شعاع، شرایط مرزی و تغییر کسر حجمی نانولولهها بر جابهجایی شعاعی پوسته و منتجههای تنش و لنگر بررسی شده است.

۲ – معادلات حاکم ۲ – ۱ – خــواص مکـانیکی کامپوزیـت تقویـت شـده بـا نانولولههای کربنی

در این تحقیق برای تعیین خواص مواد نانو کامپوزیت تقویت شده از قانون اختلاط استفاده شده است. روابط مربوط به کسر حجمی نانولولههای کربنی V_{CN} که در امتداد ضخامت محور طولی پوسته توزیع شدهاند، برای دو حالت چیدمان یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG-V G-G-FG-X وFG-V) بهصورت زیر هستند [11]:

$$V_{CN} = V_{CN}^{*} \qquad UD$$

$$V_{CN(z)} = r \left(r \frac{|z|}{h} \right) V_{CN}^{*} \qquad FG - X$$

$$V_{CN(z)} = \left(r \frac{z}{z} + i \right) V_{CN}^{*} \qquad FG - V \qquad (1)$$

$$CN(z) = \left(\frac{\sqrt{h} + \sqrt{V}}{h}\right) V_{CN} \qquad FG - V$$

$$CN(z) = \sqrt{\left(1 - \sqrt{\frac{|z|}{h}}\right)} V_{CN}^* \qquad FG - O$$

$$V_{\rm CN}^* = \frac{W_{\rm CN}}{W_{\rm CN} + \left(\frac{\rho_{\rm CN}}{\rho_{\rm m}}\right) - \left(\frac{\rho_{\rm CN}}{\rho_{\rm m}}\right) W_{\rm CN}}$$
(7)



شکل ۲– هندسه پوستهٔ استوانهای متقارن محوری

۲-۲- میدان تغییر مکان دستگاه مختصات پوسته استوانهای در شکل (۲) نشان داده شده است. برای یک پوستهٔ استوانهای با توجه به تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، میدان تغییر مکان برای هر نقطه از پوسته بهصورت رابطه زیر بیان می شود:

$$u_{x}(x,z) = u_{\circ}(x) + z\phi_{x} \qquad (\Lambda)$$
$$u_{z}(x,z) = w$$

برای یک پوستهٔ استوانهای با فرض حالت متقارن محوری، معادلات غیرخطی کرنش – تغییر مکان براساس تئوری غیرخطی دانل بهصورت ذیل بیان میشوند [۱۷]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x} &= \frac{du_{\circ}}{dx} + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{dw}{dx} \right)^{\gamma} + z \left(\frac{d\phi_{x}}{dx} \right) \\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{w}{R} \qquad \varepsilon_{z} = \circ \qquad \gamma_{xz} = \frac{dw}{dx} + \phi_{x} \\ \gamma_{x\theta} &= \gamma_{\theta z} = \circ \end{aligned}$$
(4)

منتجههای نیرو و گشتاور نیز توسط معادلات زیر به تـنشهـای داخلی وابسته میشوند:

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{\theta} \\ N_{x\theta} \\ N_{x\theta} \\ \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{1Y} & A_{19} \\ A_{17} & A_{Y7} & A_{79} \\ A_{19} & A_{79} & A_{79} \\ A_{19} & A_{79} & A_{79} \\ \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\epsilon}_{x} \\ \hat{\epsilon}_{\theta} \\ \hat{\epsilon}_{x\theta} \\ \end{cases} + \\ \begin{bmatrix} B_{11} & B_{1Y} & B_{19} \\ B_{19} & B_{79} & B_{79} \\ B_{19} & B_{79} & B_{79} \\ B_{19} & B_{79} & B_{79} \\ \end{bmatrix} \begin{cases} k_{x} \\ k_{\theta} \\ k_{x\theta} \\ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{1Y} & B_{19} \\ B_{11} & B_{1Y} & B_{79} \\ B_{19} & B_{79} & B_{79} \\ B_{19} & B_{79} & B_{79} \\ \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\epsilon}_{x} \\ \hat{\epsilon}_{\theta} \\ \hat{\epsilon}_{x\theta} \\ \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} D_{11} & D_{1Y} & D_{19} \\ D_{19} & D_{79} & D_{79} \\ D_{19} & D_{79} & D_{79} \\ B_{19} & B_{19} & B_{19} \\ \end{bmatrix} \begin{cases} k_{x} \\ k_{\theta} \\ k_{x\theta} \\ k_{x\theta} \\ \end{bmatrix} \end{cases}$$
(11)
$$\begin{cases} Q_{x} \\ Q_{\theta} \\ Q_{\theta} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{77} & KA_{70} \\ KA_{70} & KA_{20} \\ \end{bmatrix} \begin{cases} \hat{\epsilon}_{xz} \\ \hat{\epsilon}_{\theta z} \\ \hat{\epsilon}_{\theta z} \\ \hat{\epsilon}_{\theta z} \\ \end{bmatrix}$$
(11)

مفحه میانی هستند. همچنین K ضریب تصحیح تنش برشی بوده و مقدار آن برابر با ۵/۶ درنظر گرفته شده است. در روابط بالا ماتریس های سفتی کششی، سفتی اتصال خمش – کشش و سفتی خمشی و ماتریس ضرایب نیروهای برشی بهترتیب با روابط زیر بهدست میآیند:

$$\begin{split} & \left(A_{ij},B_{ij},D_{ij}\right) = \int\limits_{-\frac{h}{\tau}}^{\frac{h}{\tau}} Q_{ij}\left(\imath,z,z^{\tau}\right) dz \quad \left(i,j=\imath, \tau, \rho\right) \\ & \left(A_{ij}\right) = \int\limits_{-\frac{h}{\tau}}^{\frac{h}{\tau}} Q_{ij} dz \qquad \left(i\,j=\tau\tau, \omega\right) \end{split}$$

[Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-22]

۵١

بهطوری که $Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \upsilon_{17}\upsilon_{71}}, Q_{77} = \frac{E_{77}}{1 - \upsilon_{17}\upsilon_{71}}, Q_{17} = \frac{E_{11}\upsilon_{71}}{1 - \upsilon_{17}\upsilon_{71}}$ (۱۳) $Q_{55} = G_{17}$ با توجه به رابطه (۹) که بیانگر معادلات کرنش – تغییر مکان پوسته استوانهای در حالت تقارن محوری هستند، منتجه های تنش و لنگر برحسب میدان جابه جایی به صورت ذیل تعریف می شوند:

$$\begin{split} \mathbf{N}_{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_{11} \left(\frac{d\mathbf{u}_{*}}{d\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}} \left(\frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{x}} \right)^{\mathsf{T}} \right) + \mathbf{A}_{11} \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{R}} \right) + \mathbf{B}_{11} \frac{d\phi_{\mathbf{x}}}{d\mathbf{x}} \\ \mathbf{N}_{\theta} &= \mathbf{A}_{11} \left(\frac{d\mathbf{u}_{*}}{d\mathbf{x}} + \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}} \left(\frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{x}} \right)^{\mathsf{T}} \right) + \mathbf{A}_{11} \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{R}} \right) + \mathbf{B}_{11} \frac{d\phi_{\mathbf{x}}}{d\mathbf{x}} \\ \mathbf{M}_{\mathbf{x}} &= \mathbf{B}_{11} \left(\frac{d\mathbf{u}_{*}}{d\mathbf{x}} + + \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}} \left(\frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{x}} \right)^{\mathsf{T}} \right) + \mathbf{B}_{11} \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{R}} \right) + \mathbf{D}_{11} \frac{d\phi_{\mathbf{x}}}{d\mathbf{x}} \\ \mathbf{Q}_{\mathbf{x}} &= \mathbf{K} \mathbf{A}_{\mathsf{T}\mathsf{V}} \left(\frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{x}} + \phi_{\mathbf{x}} \right) \end{split}$$
(1)

۲-۳- معادلات تعادل
معادلات تعادل را می توان از طریق حداقل سازی انرژی براساس
تئوری برشی مرتبه اول توسط روابط زیر تعریف کرد [۱۸]:
R
$$\frac{dN_x}{dx} = \circ$$

R $\frac{dQ_x}{dx} - N_{\theta} - Rq = \circ$
R $\frac{dM_x}{dx} + RQ_x = \circ$
(۱۵)

$$\begin{split} A_{11} \Biggl(\frac{d^{\gamma} u_{*}}{dx^{\gamma}} \Biggr) + A_{11} \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr) \Biggl(\frac{d^{\gamma} w}{dx^{\gamma}} \Biggr) + \frac{A_{1\gamma}}{R} \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr) + \\ B_{11} \Biggl(\frac{d^{\gamma} \phi_{x}}{dx^{\gamma}} \Biggr) = \circ \\ KA_{\gamma\gamma} \Biggl(\frac{d^{\gamma} w}{dx^{\gamma}} + \frac{d\phi_{x}}{dx} \Biggr) - \frac{A_{1\gamma}}{R} \Biggl(\frac{1}{\gamma} \Biggr) \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr)^{\gamma} - \frac{A_{1\gamma}}{R} \Biggl(\frac{d^{\gamma} u_{*}}{dx^{\gamma}} \Biggr) \\ - \frac{A_{\gamma\gamma}}{R^{\gamma}} w - \frac{B_{1\gamma}}{R} \Biggl(\frac{d\phi_{x}}{dx} \Biggr) - q = \circ \\ B_{11} \Biggl(\frac{d^{\gamma} u_{*}}{dx^{\gamma}} \Biggr) + B_{11} \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr) \Biggl(\frac{d^{\gamma} w}{dx^{\gamma}} \Biggr) + \frac{B_{1\gamma}}{R} \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr) + \\ D_{11} \Biggl(\frac{d^{\gamma} \phi_{x}}{dx^{\gamma}} \Biggr) + A_{\gamma\gamma} \Biggl(\frac{dw}{dx} \Biggr) + KA_{\gamma\gamma} \phi_{x} = \circ \end{split}$$
(19)

به منظور کامل کردن فرمول بندی، معادلات تعادل با شرایط مرزی به صورت تکیه گاه ساده و گیردار همراه می شوند. ایس شرایط مرزی در ابتدا و انتهای پوسته استوانه ای (x = ۰,L) درنظر گرفته شده است:

$$\mathbf{u}_{\circ} = \mathbf{w} = \mathbf{M}_{\mathbf{x}} = \mathbf{o} \tag{1V}$$

۳– روش رهایی پویا

حل معادلات غیرخطی با روش های تحلیلی در اکثر مواقع دشوار است. بنابراین استفاده از روش های عددی در بسیاری از موارد پیشنهاد شده است. در این تحقیق از روش رهایی پویا برای حل دستگاه معادلات غیر خطی استفاده شده است. استفاده از روش عددی رهایی پویا به دههٔ اول قرن بیستم باز می شود. روش رهایی پویا یک فرایند تکراری است که هدف آن بهطور کلی، انتقال یک سیستم استاتیک به فضای دینامیکی برای بهدست أوردن حالت پايدار استاتيكي است. اين روش بـهطـور خاص، برای تحلیل مسائل با رفتارهای غیرخطی مناسب است. علاوه بر این بهعلت فرمولسازی صریح فضای کمی را در حافظه كامپيوتر اشغال كرده و با توجه به الگوريتم ساده آن، بسیار مناسب برای کدنویسی است. به خاطر این مزایا، بسیاری از محققان از روش رهایی پویا بـرای حـل معـادلات خطـی و غیرخطی استفادہ کردہانے۔ براساس روش رہایی پویا یک سیستم استاتیکی با افزودن نیروهای فرضی اینرسی و استهلاک به یک فضای ساختگی و دینامیکی انتقال می یابد [۱۹]. لـذا بـا توجه به صریح بودن روش حل حاضر، معادلات تعادل (۱۵) را که از نوع مسائل با مقدار مرزی مشخص هستند، باید به شکل مسائلی با مقدار اولیه معین در آورد. برای انجام این کار جملات اینرسی و استهلاک به صورت زیر به سمت راست معادله (۱۹) افزوده می شوند:

طبق روابط (۲۵) و (۲۷) محاسبه میشوند. جابهجایی در پایان هر گام زمانی با استفاده از رابطهٔ (۲۴) محاسبه میشود:

$$\{x\}^{n+1} = \{x\}^n + \Delta t^{n+1} \{\dot{x}\}^{n+\frac{1}{\gamma}}$$
 (YF)

روش رهایی پویا به طور کلی ناپایدار است. بنابراین باید مقادیر مناسبی برای جرم، استهلاک و گام زمانی انتخاب شود تا نتایج همگرایی این روند تکراری تضمین شود. برای داشتن معادلات تکرار صریح، ماتریس جرمی ساختگی باید قطری درنظر گرفته شود. طبق تئوری گرشگورین، ماتریس [M] براساس رابطه زیر تعریف می شود [۱۹]:

$$m_{ii} \geq \frac{1}{r} \Delta t^r \sum_{j=1}^{n} \left| k_{ij} \right| \tag{70}$$

که در آن درایههای ماتریس سفتی [K] عبارتند از:

$$\mathbf{K} = \frac{\partial \{f\}}{\partial \{\mathbf{x}\}} \tag{(Y9)}$$

در رابطهٔ بالا $\{x\} = < u, w, \phi_x >^T \}$ و $\{r\}$ سمت چپ معادلـه تعادل است. برای ضریب استهلاک نیز طبـق ایـده ژانـگ [۱۹] رابطه زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\mathbf{c}^{n} = \mathbf{Y} \left(\frac{\left\{ \mathbf{x} \right\}^{nT} \left\{ \mathbf{f} \right\}^{n}}{\left\{ \mathbf{x} \right\}^{nT} \left\{ \mathbf{M} \right\}^{n} \left\{ \mathbf{x} \right\}^{n}} \right)^{\frac{1}{\mathbf{Y}}}$$
(YV)

همچنین مطابق رابطه (۲۸) ماتریس استهلاک به ماتریس جرمی وابسته خواهد شد [۱۹]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} = \mathbf{c} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \tag{YA}$$

$$R \frac{dN_x}{dx} = m_u \frac{d^v u_*}{dt^v} + C_u \frac{du_*}{dt}$$

$$R \frac{dQ_x}{dx} - N_\theta - Rq = m_w \frac{d^v w}{dt^v} + C_w \frac{dw}{dt}$$

$$R \frac{dM_x}{dx} + RQ_x = m_{\phi_x} \frac{d^v \phi_x}{dt^v} + C_{\phi_x} \frac{d\phi_x}{dt}$$
(19)

در سمت راست معادله بالا با استفاده از روش تفاضل محدود، بردارهای سرعت و شتاب را میتوان بهصورت زیر درنظر گرفت [۱۹]:

$$\left\{\ddot{\mathbf{x}}\right\}^{n} = \frac{\left\{\dot{\mathbf{x}}\right\}^{n+\frac{1}{\gamma}} - \left\{\dot{\mathbf{x}}\right\}^{n-\frac{1}{\gamma}}}{\Delta t} \tag{$\mathbf{Y} \circ \mathbf{0}$}$$

$$\{\dot{x}\}^{n-\frac{1}{\gamma}} = \frac{\{x\}^n - \{x\}^{n-1}}{\Delta t}$$
(Y1)

$$\left\{\dot{\mathbf{x}}\right\}^{n} = \frac{\left\{\dot{\mathbf{x}}\right\}^{n-\frac{1}{\gamma}} + \left\{\dot{\mathbf{x}}\right\}^{n+\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \tag{77}$$

با جایگذاری معادله (۲۰) و (۲۱) در معادله (۲۲) و سادهسازی آن سرعت در گام (n+۱/۲) و جابهجایی در گام (n+۱) بهدست می آید که بهصورت زیر قابل تعریف است:

$$\dot{\mathbf{x}}_{i} = \mathbf{x}_{i} = \frac{\left(\mathbf{x}\Delta t^{n}\right)}{\left(\mathbf{x} + \Delta t^{n} c_{i}^{n}\right)} \left(\mathbf{m}_{ii}^{n}\right)^{-1} + \left(\mathbf{x}\Delta t^{n} c_{i}^{n}\right) \left(\mathbf{x} + \Delta t^{n} c_{i}^{n}\right) \left(\mathbf{x} + \Delta t^{n} c_{i}^{n}\right)^{-1} + \left(\mathbf{x} + \Delta t^{n} c_{i}^{n}\right) \left(\mathbf{x} + \Delta t^{n} c_{i}^{n}\right$$

که در رابطه بالا c و m به ترتیب معرف میرایی و جرم هستند و



شکل ۳– مقایسه حل حاضر و مقادیر گزارش شده مرجع [۱۸] برای حل خطی خمش یک پوسته همسانگرد با تکیهگاههای گیردار

۹- اگر معیار همگرایی برقرار باشد، نتایج چاپ و در غیـر ایـن صورت به مرحله ۲ برگشته و محاسبات دوباره انجام می شوند.

۴– نتایج و بحث

ابتدا برای اعتبارسنجی دقت معادلات و روش حل به کار گرفته شده، مقایسه ای برای تحلیل خمش خطی برای یک پوسته همسان گرد با مرجع [۱۸] انجام شده است. تحقیق مورد نظر در ارتباط با مواد هدفمند است و مقایسه انجام شده برای ٥=n (توان تابعی مواد هدفمند) که نشان دهنده فلز خالص است، صورت پذیرفته است. نتایج برای مقدار خیز در امتداد طول پوسته با شرایط مرزی گیردار در دو انتها به دست آمده که در شکل (۳) نشان داده شده است. گفتنی است بدین منظور از جملات غیر خطی معادلات تعادل در حل حاضر صرفنظر شده است.

نتایج برای پوستهٔ کامپوزیتی تقویت شده با نانولولهٔ کربنی تحت فشار داخلی q شرایط تکیه گاهی گیردار و ساده در اثر بارگذاری فشار داخلی، در دو حالت توزیع یکنواخت UD و توزیع مدرج تابعی X، O و V بهدست آمده است. خواص نانولولههای کربنی تک جداره از نوع (۱۰×۱۰) و در دمای اتاق ۳۰۰ کلوین است. مشخصات هندسی و خواص ماده کامپوزیتی به شرح زیر است:

 $R={\vartriangle}{\circ}{cm}$, $h={\wr}{cm}$, $L={\mathstrut}{\mathstrut}{\mathstrut}{\circ}{\:}{\circ}{cm}$

 $E_m = r_0 \alpha GPa$, $v_m = 0/276$, $G_m = 0/2776$ GPa, $E_{11}^{CN} = \delta_{1} \beta^{4} \beta^{2} TPa$, $E_{\gamma\gamma}^{CN} = v_{1} \circ A \circ \circ TPa$, $G_{1\gamma}^{CN} = v_{1} 4^{4} f^{4} TPa$ $V_{CN}^* = 0.17$ $\eta_1 = 0.177$ $\eta_{\tau} = 1/2 \tau \tau$ $V_{CN}^* = \text{Signature} \quad \eta_1 = \text{Signature}$ $\eta_{r} = 1/979$ $V_{CN}^* = 0.7 \Lambda$ $\eta_1 = 0.141$ $\eta_{r} = 1/\Delta \Delta \Delta$ $\overline{N}_{x} = \frac{N_{x}R^{Y}}{E_{m}h^{r}}, \ \overline{M}_{x} = \frac{M_{x}R^{Y}}{E_{m}h^{t}}, \ \overline{q} = \frac{qR^{t}}{E_{m}h^{t}}$ بار بی بعد، $\overline{\mathrm{N}}_{\mathrm{x}}$ منتجه گشتاور بی بعد و $\overline{\mathrm{N}}_{\mathrm{x}}$ منتجه تنش $\overline{\mathrm{q}}$ بى بعد است. با توجه به اينكه اين نوع هندسه و توزيع تقويت کنندهها برای اولین بار در حال بررسی است. لذا بهمنظور اطمینان از صحت و دقت نتایج بهدست آمده، در جدول ۱ و ۲ بهترتیب برای دو شرط مرزی گیردار و ساده به مقایسه خیز بیشینه حل حاضر با مقادیر بهدست آمده از مدلسازی مسأله مورد نظر با نسخه ۶.۱۰ نرمافزار اجزاء محدود آباکوس انجام شده است. بهمنظور مدلسازی ماده تابعی، پوسته در راستای ضخامت به چندین لایه همگن تقسیم می شود، به طوری که مدول الاستیسیته و ضریب پواسون در راستای ضخامت بهطور تدريجي از يک لايه به لايه ديگر تغيير ميکند. بديهي است که با افزایش تعداد لایهها دقت در مدلسازی ماده تابعی افزایش مى يابد. خواص مواد در هر لايه نيز با استفاده از مدل رياضي

برای خواص مادهٔ ماتریس پلی متا کلریت داریم [۷]:

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۶

Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-22]

جدول ۱- مقایسه بین بیشینه خیز بی بعد (W_{max}/h) بهدست آمده از تحلیل غیرخطی حاضر و نرمافزار آباکوس برای شرط مرزی CC و ۷۱٪ - V^{*}_{CN}

F	G-V	F	G-X	J	JD	_ /
آباكوس	پژوهش حاضر	أباكوس	پژوهش حاضر	آباكوس	پژوهش حاضر	$q \times \circ / \circ \varphi $
۰/۲۳۲۸	۰/۳۳۸۵	•/४۶٩४	•/Y911	°/3474	۰/۳۸۲۶	١٠٠
۰/۳۴۹۲	 /٣۵٨٣ 	۰/۴۳۸۹	• <i>/۴۳</i> ۸•	•/\$AAV	·/ 2VMM	100
۰/۴۶۷۶	۰/۴VVV	۰/۵۴۸۱	 \۵٨٨۶ 	۰/۷۸۰۳	۰/V۶۱ ۰	۲۰۰

جدول ۲- مقایسه بین بیشینه خیز بی بعد (W_{max}/h) بهدست آمده از تحلیل غیرخطی حاضر و نرمافزار آباکوس برای شرط مرزی SS و ۷۱٬۰ – V

F	G-V	F	G-X	τ	JD	_ /
آباكوس	پژوهش حاضر	آباكوس	پژوهش حاضر	آباكوس	پژوهش حاضر	qו/•۶۲۱
•/۲۳۴٩	o/741 o	۰/۲۷۱۷	·/Y9۶1	۰/۳۹۸۴	۰/۳۸۸ ۰	١٠٠
•/۳۵۲۳	۰/٣۶۲۸	•/۴۴۸۱	۰/۴۴۰۰	۰/۵۹۰۳	 ۵۲۸۵ 	100
۰/۴۷۷۱	•/۴۸۳۱	۰/۵V۸۲	·/0934	۰/۷۹۳۳	۰/۷۷۶۱	۲۰۰



شکل ۴– مقایسه خیز حداکثر بی بعد برحسب تغییر بار بین دو تحلیل خطی و غیرخطی انجام شده براساس روش رهایی پویا

به کار رفته در هر ضخامت مورد نظر قابل محاسبه است. برای شبکه بندی پوسته نیز از المان S۴R استفاده شده است. براساس نتایج به دست آمده از حساسیت شبکه، تعداد گرهها در راستای طول پوسته برابر ۲۰ و در راستای ضخامت ۳۰ درنظر گرفته شده است. همان طور که جداول ۱ و ۲ نشان می دهد تطابق نسبتا خوبی بین نتایج برقرار است.

نتایج پارامتری در این تحقیق با استفاده از برنامه نوشته شده در محیط برنامهنویسی فرترن به روش رهایی پویا بهدست آمده است. در شکل (۴) تغییرات حداکثر جابهجایی عمودی را برحسب افزایش بار برای شرط مرزی گیردار در دو حالت خطی و غیرخطی بیرای پوسیته بیا ابعیاد

h = ۲cm, L = ۱۰۰cm, R = ۵ و کسر حجمی ۱۷/۰ نشان می دهد. با توجه به شکل با افزایش بار و اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی انجام شده براساس روش رهایی پویا، اهمیت تغییر شکلهای بزرگ و بررسی اثرات واقعی توزیع نانولولههای کربنی بیشتر نمایان است. برای مثال در نانولولههای کربنی بیشتر نمایان است. برای مثال در بازی چیدمانهای GP3 و FG-X و FG-V بهترتیب ۷۶٪، ۲۲٪ و ۸۳٪ خواهد بود. بنابراین بیشترین اختلاف خیز بین دو حالت خطی و غیرخطی مربوط به چیدمان V و کمترین اختلاف خیز مربوط به چیدمان UD است.

شکل (۵) و (۶) تغییرات خیز حداکثر را برحسب تغییـر بـار



 $V_{
m CN}^{*}=$ سکل ۵- خیز حداکثر بیبعد برحسب تغییر بار بیبعد با شرط مرزی تکیهگاه گیردار با $V_{
m CN}^{*}=$



 $V_{
m CN}^{*}=$ سکل ho – خیز حداکثر بی بعد برحسب تغییر بار بی بعد با شرط مرزی تکیه گاه ساده با $V_{
m CN}^{*}$

شکلهای (۷) تا (۱۴) تأثیر ضخامت بر تغییرات جابهجایی شعاعی را برحسب طول برای حالتهای مختلف توزیع نانولولهها برای هر دو شرط مرزی تکیهگاه ساده و گیردار نشان می دهد. ابعاد پوسته مورد نظر ۵۰cm = R تحت فشار داخلی می دهد. ابعاد پوسته مورد نظر ۵۰cm عالمت کسر حجمی ۷۱/۰ درنظر گرفته شده است. تغییرات خیز برای حالتی که R شعاع پوسته ثابت و فقط ضخامت h تغییر می کند، برای نسبتهای پوسته ثابت و فقط ضخامت h تغییر می کند، برای نسبتهای است. با توجه به شکلها مشاهده می شود برای هر سه ضخامت و هر چهار چیدمان خیز حداکثر در وسط پوسته نیست بلکه در فاصله ۲/۰ از ابتدا و انتهای پوسته است. با افزایش ضخامت از در دو حالت شرط مرزی تکیهگاه ساده و گیردار برای پوسته با ابعاد R = ۵۰cm ، h = ۲cm ، L = ۱۰۰cm نشان می دهد. با توجه به شکل برای یک پوسته متقارن محوری که نحوهٔ توزیع نانولولهها در آن به صورت محیطی است، در تمام چیدمانها تغییر شرط مرزی بر مقدار خیز تأثیر چندانی نخواهد داشت. برای هر دو حالت شرط مرزی بیشترین مقدار خیز حداکثر مربوط به چیدمان UD و کمترین مقدار خیز حداکثر مربوط به چیدمان FG-V است. لذا می توان گفت استفاده از توزیع تابعی نانولولههای کربنی نقش مهمی در افزایش سفتی خمشی پوسته خواهد داشت. همچنین مشاهده می شود با افزایش فشار داخلی تأثیر نحوهٔ توزیع نانولولهها بر مقدار خیز بیشتر خواهد شد.



 $V_{CN}^{*} = \circ/1$ شکل ۷- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان UD و شرط مرزی گیردار با



 $V_{CN}^{*} = \circ/14$ و شرط مرزی گیردار با FG-X شکل ۸- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان



 $V_{CN}^{*} = \circ/14$ و شرط مرزی گیردار با FG-V شکل F- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان







 $V_{CN}^{*} = 0/17$ شکل ۱۱– تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان UD و شرط مرزی ساده با



 $V_{CN}^{*} = \circ/1۷$ شکل ۲۱– تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-X و شرط مرزی ساده با



 $V_{
m CN}^{*} = 0.17$ شکل FG-V و شرط مرزی ساده با $V_{
m CN}$ با $V_{
m CN}^{*} = 0.17$ و شرط مرزی ساده با



شکل ۱۴- تأثیر ضخامت بر تغییرات خیز برحسب طول برای چیدمان FG-O و شرط مرزی ساده با ۱۷٪ = V_{CN}^{*}

کسر حجمیهای مختلف برای حالتهای توزیع یکنواخت و مدرج تابعی برای دو شرط مرزی تکیهگاه ساده و گیردار برای یک پوسته متقارن محوری با ابعاد q=۵، GPa شان می دهد. با افزایش کسر حجمی، مدول الاستیسیته نانولولهها افزایش می یابد و این امر باعث افزایش استحکام پوسته در مقابل تغییر شکل و کاهش خیز خواهد شد. همان طور که مشاهده می شود در فاصلهٔ ۲/۰ از لبههای پوسته مقدار خیز با شرط مرزی ساده بیشتر از گیردار است. این در حالی است که در سطح میانی طول پوسته مقدار خیز برای هر دو شرط مرزی برهم منطبق

h/R = 0/0 به h/R = 0 به حالت که فسرط مرزی، مقدار افت خیز مربوط مرزی، معدان D بیشترین افت خیز و کمترین مقدار افت خیز مربوط به حالت D به حالت D به حالت D به حالت D به محامت از h/R = 0/0 به h/R = 0/0 به h/R = 0/0 (h/R = 0/0 به h/R = 0/0 (h/R = 0/0 (h/R = 0/0) (h/R = 0/

شکلهای (۱۵) تا (۱۸) تغییرات خیز را برحسب طول برای



شکل UB تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان UD و کسر حجمی مختلف نانولولهها



شکل ۱۶- تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-X و کسر حجمی مختلف نانولولهها



شکل ۱۷– تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-V و کسر حجمی مختلف نانولولهها



شکل ۱۸– تغییر خیز برحسب طول برای چیدمان FG-O و کسر حجمی مختلف نانولولهها

جدول ۳- بیشینه خیز بی بعد (W_{max}/h) بر حسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان UD (V_{CN} = °/۱۷ ، V (W_{max}/h) بر حسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان UD (V_{CN} = °/۱۷)

$L/R = Y/\Delta$	L/R = Y	$L/R = 1/\Delta$	L/R = 1	شرايط مرزى
۰/VDD۴	۰/V۵۶۱	۰/V۶۳۸	۰/VV۸۳	CC
۰/۷۶۵۳	۰/V۶۶۵	∘/V۶۵V	۰/VVV٩	SS
۰/V۶۵۹	۰/V۶۶۸	۰/V۶۸۲	۰/VV۸۴	CS

جدول ۴- بیشینه خیز بی بعد (W_{max}/h) بر حسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان FG-X (V_{CN} = ۰/۱۷) جدول ۴- بیشینه خیز بی بعد (W_{max}/h) بر حسب افزایش نسبت طول به شعاع برای چیدمان FG-X)

$L/R = Y/\Delta$	L/R = Y	$L/R = 1/\Delta$	L/R = 1	شرايط مرزى
•/Q9.4V	۰/۵۹۶۵	•/۵۹۸۲	۰/۵۹۸ <i>۰</i>	CC
۰/۶۰۲ ۸	0/80mm	۰/۶۰۵۶	۰/۶۰۷۱	SS
۰/۶۰۲۰	°/%°٣٢	۰ /۶ ۰ ۵۵	۰/۶۰۷۵	CS

جدول ۳ تا ۶ تغییرات خیز بی بعد بر حسب نسبت طول به شعاع را برای شرایط مرزی متفاوت یک پوسته متقارن محوری با ابعاد R = ۵۰cm م و تحت فشار داخلی با ابعاد می دهد. با توجه به جدول و نتایج به دست آمده مشاهده می شود افزایش نسبت طول به شعاع پوسته تأثیر چندانی بر مقدار جابه جایی نخواهد داشت و اختلاف خیز بین (۱۰۰٪ تا ۱٪ است که این نتیجه برای هر چهار چیدمان با هر شرط مرزی صادق است. همچنین بررسی های به عمل آمده فاصله بی بعد محل خیز ماکزیمم از لبه های پوسته حدود ۲۷۰ است در حالی که با افزایش طول به شعاع پوسته محل وقوع جابه جایی از لبه پوسته کمتر می شود. خواهد شد. از مقایسه این نمودارها می توان دریافت که برای هر دو شرط مرزی با افزایش کسر حجمی از ۲۱/۰ به ۱۷/۰ برای چیدمان نانولولهها بهصورت GG-X، UD و FG-Y به ترتیب ۲۴٪، ۳۴٪، ۳۲٪ و ۳۵٪ کاهش خیز را اتفاق می افتد و برای افزایش کسر حجمی از ۱۷/۰ به ۲۸/۰ برای چیدمان نانولولهها به ترتیب ۲۶٪، ۴۳٪، ۲۲٪ و ۳۶٪ کاهش خیز مشاهده می شود. بنابراین می توان گفت که با افزایش کسر حجمی برای هر دو شرط مرزی چیدمان کاهش خیز را خواهند داشت. همچنین از مقایسه نمودارها می توان دریافت که با افزایش کسر حجمی و افزایش تراکم نانولولهها سریکان یا افزایش کسر حجمی و افزایش تراکم نانولولهها استحکام پوسته در برابر تغییر شکل بیشتر خواهد شد، به همین دلیل اختلاف خیز بین چیدمانهای مختلف کاهش می یابد.

	$L/R = \gamma/\Delta$	L/R =۲
_	•/۴۱٩•	•/47 • Y
-22	۰/۴۲۴۷	°/474٣
4-07	0/4741	°/4144
ac.ir on 202	$(\mathbf{R} = \diamond \circ \mathbf{cm} \cdot \mathbf{h} = \mathbf{vcm} \cdot \mathbf{V}_{CP}^*$	ن FG-O (۱۷) آه.
ť.	$I/P = Y/\Delta$	I/R = Y

 $L/R = 1/\Delta$

0/4709

0/4791

۰/۴۲۶۸

L/R= ١

°/4714

۰/۴۲۸۳

۰/۴۲۸۲

شرايط مرزى

CC

SS

CS

$\mathbf{R} = \Delta_{\text{rem}} (\mathbf{h} = \lambda_{\text{rem}})$	$V_{aaa}^* = aAV$) FC (شماه برام جرمان			h) (a	1: ÷ € .] .] ~
$\mathbf{K} = 0 \circ \mathbf{C} \mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{V} \mathbf{C} \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$	$v_{CN} = 0/10$) FG-C	شعاع برای چیدمان (يش نسبت طول به	/Wmax) بر حسب افزا	خيز بي بعد (n	جدول ۶- بيشينه

$L/R = \gamma/\Delta$	L/R =۲	$L/R = 1/\Delta$	L/R= \	شرایط مرزی
°/4974	۰/۴۹۵۰	۰/۵۰۰۱	•/ Δ •\ Δ	CC
°/49VY	۰/۴۹۸۶	۰/۵۰۰۲	۰/۵°۳۵	SS
°/499V	•/۴٩٨٩	0/0014	۰/۵۰۲۶	CS







روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۶



 $V_{CN}^{*} = \circ/14$ شکل ۲۱– منتجه گشتاور بی بعد در امتداد طول پوسته تکیه گاه گیردار



 $\mathbf{V}^{*}_{\mathbf{CN}}=\circ/1$ شکل ۲۲– منتجه گشتاور بی بعد در امتداد طول پوسته تکیهگاه ساده با

بهترتیب ۲۵٪، ۵۴٪ و ۵۴٪ و برای شرط مرزی ساده بهترتیب ۱٪، ۵۲٪ و ۵۲٪ است.

شکلهای (۲۱) تا (۲۲) بیانگر گشتاور بی بعد در امتداد طول پوسته برای دو شرط مرزی ساده و گیردار است. در شرط مرزی گیردار بیشترین گشتاور بی بعد مربوط به چیدمان UD و کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان چیدمان FG-V و FG-V که بر هم منطبقاند، است. گفتنی است در وسط پوسته لنگر خمشی در هر چهار نوع چیدمان منطبق بر هم خواهند بود. برای شرط مرزی تکیهگاه ساده بیشترین و کمترین گشتاور بی بعد به ترتیب مربوط به چیدمان V و UD شکلهای (۱۹) و (۲۰) منتجه تنش بی بعد در امتداد طول برای یک پوسته متقارن محوری با ابعاد ۹۳ ۲۰۰۰ ۹۳ ۹۰ ۹۳ ۹۰ ۹۳ و تحت فشار داخلی ۹۳ ۹۱ ۹۰ ۹ و شرط مرزی ساده و گیردار نشان می دهد. با توجه به شکل مقدار منتجه تنش در توزیع یکنواخت و مدرج تابعی در طول پوسته یکنواخت است. برای شرط مرزی تکیه گاه گیردار بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان UD و 0 و کمترین مقدار مربوط به چیدمان ۷ است. این در حالی است که برای شرط مرزی تکیه گاه ساده بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان ۷ است. به چیدمان ۷ است. همچنین برای شرط مرزی گیردار درصد اختلاف نیروی شعاعی چیدمان ۷ با چیدمانه ۸۰ و UD و 0

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۶

۶٣

Downloaded from iutjournals.iut.ac.ir on 2024-07-22

۵- نتیجه گیری

در این تحیق رفتار غیرخطی خمش برای پوسته های استوانه ای کامپوزیتی تقویت شده با توزیع تابعی و یکنواخت نانولوله های کربنی تک جداره در حالت متقارن محوری با استفاده از روش حل عددی رهایی پویا مورد بررسی قرارگرفت. معادلات حاکم براساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش های غیرخطی دانل استخراج شده اند. به منظور اعتبار سنجی دقت روش حاضر، نتایج حل حاضر با مقادیر به دست آمده از نرم افزار اجزاء محدود پوسته تابعی مقایسه شده است. مطابقت خوب به دست آمده مطالعۀ پارامتری تأثیر پارامتر هایی نظیر توزیع نانولوله های کربنی، ضخامت به شعاع پوسته، طول به شعاع، شرایط مرزی و منتجه های تنش و لنگر بررسی شده است. برخی از مهمترین نتایج به دست آمده به شرح یر است. مول به معای شرایط مرزی و نتایج به دست آمده به شرح یر ست.

برای هر چهار چیدمان تغییر شرط مرزی تـ أثیر چندانی بـر مقدار خیز نخواهد داشت. بنابراین بـرای هـر دو شـرط مـرزی گیردار و ساده چیدمان UD بیشترین مقدار خیـز و چیـدمان V کمترین مقدار خیز در برابر اعمال فشار داخلی را از خود نشان میدهند. لذا میتوان گفت در پوستههای نسبتاً نـازک بیشترین سفتی خمشـی پوستهها مربـوط بـه توزیـع تـابعی V شکل نانولولههای کربنی است.

واژەنامە

3. rule of mixture

مراجع

 Thostenson, E. T., Ren, Z. H., and Chou, T.W., "Advances in the Science and Technology of Carbon Nanotubes and Their Composites: A Review", *Composites Science and Technology*, Vol. 16, No. 13, pp. 1899-1912, 2001.

با افزایش ضخامت برای هر دو شرط مرزی، چیدمان O

بيشترين افت خيز و كمترين مقدار افت خيز مربوط به حالت

UD است. علاوه بر این ملاحظه می شود با ضخیم تر شدن

پوسته تأثير نحوهٔ توزيع نانولوها بر مقدار خيز كمتر خواهد شد.

لذا مي توان گفت با افزايش ضخامت پوسته حساسيت انتخـاب

بيشترين اختلاف خيـز بـين دو حالـت خطـي و غيرخطـي

مربوط به چیدمان V و کمترین اختلاف خیز مربوط به چیدمان

UD است. با افزایش کسر حجمی برای هر دو شرط مرزی

چیدمان X بیشترین درصد کاهش خیز و چیدمان O و V

کمترین درصد کاهش خیز را خواهند داشت. برای شرط مرزی

تکیهگاه گیردار بیشترین نیروی شعاعی مربوط به چیدمان UD و

O و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است این در حالی

است که برای شرط مرزی تکیهگاه ساده بیشترین نیروی شعاعی

برای چیدمان UD و کمترین مقدار مربوط به چیدمان V است.

در شرایط تکیه گاهی گیردار، بیشترین گشتاور بیبعد برای

چیدمان UD و کمترین مقدار گشتاور مربوط به چیدمان FG-X

و FG-O که بر هم منطبق اند، است. برای شرط مرزی تکیه گاه

ساده نیز بیشترین و کمترین گشتاور بیبعد بهترتیب مربوط به

چیدمان V و UD است. برای هر چهار چیدمان تغییر شرط

مرزی تأثیر چندانی بر مقدار خیز نخواهد داشت. بـرای هـر دو

شرط مرزى بيشترين خيز مربوط به چيدمان نانولولهها

بهصورت UD و کمترین مقدار خیز مربوط به چیدمان V است.

1. carbon nanotubes (CNTs)

چيدمان تابعي كمتر شود.

2. Donnell

2. Dseldel, G. D., and Agodas, G. D. C., "Micromechanical Analysis of the Effective Elastic

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۶، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۶

Properties of Carbon Nanotube Reinforced Composites, *Mechanics of Material*, Vol .38, pp. 884-907, 2006.

 Han, Y., and Elliott, J., "Molecular Dynamics Simulations of the Elastic Properties of Polymer/Carbon Nanotube Composites", *Computation Materials Science*, Vol. 39, pp. 315323, 2007.

- Fidelus, J. D., Wiesel, E., Gojny, F. H., Schulte, K., and Wagner, H. D., "Thermo-Mechanical Properties of Randomly Oriented Carbon/Epoxy Nanocomposites", *Composites: Part A*, Vol. 36, pp. 1555-1561, 2005.
- Bower, C., Rosen, R., and Jin, L., "Deformation of Carbon Nanotubes in Nanotube-Polymer Composites", *Physics Letters*, Vol. 74, No. 22, 1999.
- Vodenitcharova, T., and Zhang, C., "Bending and Local Buckling of Nano-Composite Beam Reinforced by a Single-Walled Carbon Nanotube", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 3006-3024, 2006.
- Shen, H. S., "Postbuckling of Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Environments, Part I: Axially-Loaded Shells", *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 2096-2108, 2011.
- Shen, H. S., "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Plates in Thermal Environments", *Composite Structures*, Vol. 91, pp. 9-19, 2009.
- 9. Sobhani Aragh, B., Barati, N., and Hedayati, H., "Eshelby-Mori Tanaka Approach for Vibrational Behavior of Continuously Graded Carbon Nanoube Reinforced Cylindrical Panels", *Composites: part B*, Vol. 43, pp. 1943-1954, 2012.

بعفری مهرآبادی، س، کریمی ثمر، ر و بهلولی، م.،
 تحلیل کمانش مکانیکی یوسته های استوانه ای باز تقویت

شده با نانو لوله های کربنی تـک جـداره، نشـریه مکانیـک

هوافضا، سال ٩، شماره ۴ ص ٥١-٥٩، آبان ١٣٩٢.

 Ghorbanpour Arani, A., Mozdianfar, M. R., Sadooghi, V., Mohammadimehr, M., and Kolahchi, R., "Magneto-Thermo-Tlastic Behavior of Cylinder Reinforced with FG-SWCNTs under Transient Thermal Field", *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 3, No. 1, pp. 9-18, 2011.

- 12. Ping, Z., Lei, Z. N., and Liew, K. M., "Static and Free Vibration Analyses of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates using Finite Element Method with First order Shear Deformation Plate Theory", *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 1450-1460, 2011.
- Wang, Z. X., and Hui shen, Sh., "Nonlinear Dynamic Response of Nanotube-Reinforced Composite Plates Resting on Elastic Foundations Thermal Environment", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 32, pp. 123-132, 2012.
- Alibeigloo, A., and Liew, K. M., "Thermoelastic Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plate using Theory of Elasticity", *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 873-881, 2013.
- Dastjerdi, M., Foroutan, M. R., and Pourasghar, M. A., "Dynamic Analysis of Functionally Graded Nanocomposite Cylinders Reinforced by a Mesh-Free Method", *Material and Design*, Vol. 44, pp. 258-266, 2013.
- 16. Aragh, B. S., and Hedayati, H., "Eshelby-Mori-Tanaka Approach for Vibrational Behavior of Continuously Graded Carbon Nanotube Reinforced Cylindrical Panels", *Composites: part B*, Vol. 43, pp. 1943-54, 2012.
- 17. Obrush, D., and Almorth, B. O, *Buckling of Bars Plates and Shells*, New York, McGraw-Hill, 1975.
- 18. Dai, H. L., and Dai, T., "Analysis for the Thermoelastic Bending of a Functionally Graded Material Cylindrical Shell", *Meccanica*, Vol. 49, pp. 1069-1081, 2013.
- 19. Golmakani, M. E., and Kadkhodayan, M., "Large Deflection Analysis of Circular and Annular FGM Plates under Thermo-Mechanical Loading with Temperature-Dependent Properties, *Composites: Part B*, Vol. 42, pp. 614-625, 2011.