تحلیل زلزلهٔ سازه‌های سه بعدی با پایه لغزشی به کمک تعیین سطح تسلیم

محمدمهدی‌سعادت‌پور* و نصرت‌الله‌فلاح**
دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده - در این مقاله تحلیل دینامیکی سازهٔ نامتقارنی بررسی می شود که با انتخاب تکیه‌گاه لغزشی برای آن ازحرکتهای تخریبی ناشی از زلزلهٔ زمین محافظت می‌شود. برای حل مسئله، نخست سعی شده است رفتار الاستیک - پلاستیک یک پایه مستطیلی واقع بر روی یک سطح لغزشی با ضریب اصطکاک مشخص بررسی شده و تعیین شود تحت چه ترکیبی از نیروی برشی ولنگر پیچشی مؤثر بر مرکز سطح آن در وضعیت لغزش قرار می‌گیرد. برای تحقق این امر فرضهای ساده کننده ای به کار گرفته شده است. با مشخص شدن معادلهٔ ریاضی منحنی تسلیم، معیاری برای تفکیک فازهای لغزشی و غیر لغزشی به دست می‌آید. با کار برد این معیار در حل معادلات سیستم، نتایج قابل انطباقی بانتایج دقیق مبتنی بر روش اجزای محدود الاستیک - پلاستیک کامل [۹] حاصل شده است.

Earthquake Analysis of 3-D Structures on Sliding Foundation Using Yield Equation of the Contact Surface

M. M. Saadatpour and N. A. Falah
Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology

ABSTRACT - *A solution technique for the dynamic analysis of asymmetric base-isolated buildings, subject to earthquake ground motion, is presented. To develop the formulation, a yield surface as a function of both shear force and torsion moment of the sliding surface with rigid perfectly plastic behavior is constituted. To achieve the objective, the yield stress is defined by the friction coefficient through a simple relation. Having introduced the mathematical model of the yield surface, the simple conditions of being at the onset of sliding and nonsliding phases of motion are given. Based on the elaborated model, the earthquake dynamic analysis of a 3-D structure is performed. The results are in good agreement with those obtained by the finite-element modeling of the surface.*

۱ - مقدمه

اگرچه‌روش متداول طراحی سازه‌ها در مقابل زلزله روش "تأمین مقاومت" است، محافظت ساختمانها در برابر زلزله به کمک روش "جداسازی پایه" نیز ممکن است. در روش تأمین مقاومت، اجزای ساختمان درطول عمر مفیدشان برای استحکام در مقابل نیروی ماکزیمم ناشی از وقوع زلزله طراحی شده و شکل پذیری لازم برای

* دانشیار ** مربی دانشگاه گیلان

فهرست علائم

A	مساحت سطح لغزشی
$2\alpha, 2\beta$	ابعاد پایه مستطیلی
$\underline{F}_s$	بردارنیروی مقاوم سطح لغزشی
$\underline{k}_e$	ضریب سختی پایه
$\underline{k}_s, \underline{k}^{ep}, \underline{k}^c_s$	به ترتیب ماتریس سختی الاستیک سطح لغزشی، ماتریس سختی مماس سطح لغزشی و ماتریس تصحیح کنندهٔ سختی سطح لغزشی
$\underline{m}$	ماتریس جرم‌پایه
$\underline{m}, \underline{c}, \underline{k}$	ماتریسهای خواص سازه
r_G	شعاع ژیراسیون سطح لغزشی
V , T	نیروی برشی و گشتاور پیچشی سطح لغزشی
V_e , T_e	نیروی برشی و گشتاور پیچشی حدالاستیک سطح لغزشی
V_p , T_p	نیروی برشی و گشتاور پلاستیک کامل سطح لغزشی
V_x , V_y	به ترتیب نیروی برشی سطح لغزشی در راستای x و راستای y
W	وزن کل بالای سطح لغزشی
$\underline{v}, \underline{v}_s, \underline{v}_g$	به ترتیب بردارجابه‌جایی سازه، بردار جابه‌جایی پایه و بردار جابه‌جایی زمین
κ	پارامتر کار - سختی
λ	نسبت اضلاع پایه مستطیلی
μ	ضریب اصطکاک پایه لغزشی

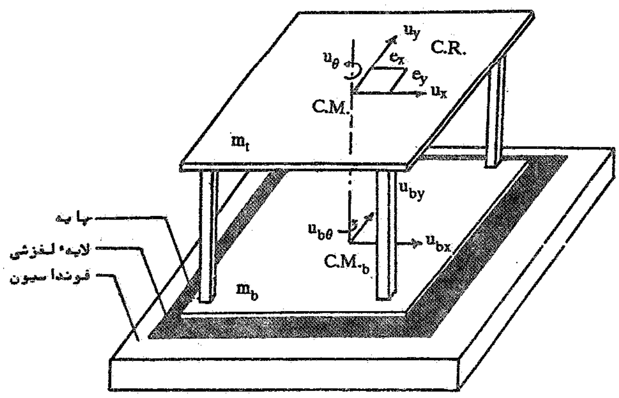
آنها پیش بینی می‌شود. در روش جداسازی پایه، متفاوت با روش قبل، سعی می‌شود که از شدت زلزلهٔ اثر کننده به ساختمان کاسته شود. مزیت روش اخیر در رفتار الاستیک ساختمان به هنگام وقوع یک زلزلهٔ شدید است، زیرا شدت زلزله قبل از اثر گذاری بر روی سازهٔ ساختمان کاهش می‌یابد.

از مکانیزمهای امکانپذیر برای جداسازی ارتعاشی یک ساختمان از زمین، استفاده از سطح لغزشی بین پایه و پی ساختمان است. پایه لغزشی برای تضعیف شتاب القایی زمین به ساختمان بسیار مؤثر است و تحلیل دینامیکی چنین سیستمی توسط محققان مختلفی انجام شده است [۱، ۲، ۳ و ۴]. رفتار پیچشی یک سیستم لغزشی نامتقارن به کمک روش اجزای سطحی توسط این مؤلفان مطالعه شده است [۹]؛ اما مشکلی که در این مدل وجود دارد بالا بودن حجم محاسبات به دلیل تعداد اجزای الاستیک - پلاستیک سطحی ناشی از گسسته سازی سطح لغزشی است. با دقت در رفتار یک سیستم متقارن لغزشی روشن می‌شود که کمیت تفکیک کنندهٔ فازهای غیرلغزشی و لغزشی از یکدیگر ترازنیروی لغزشی سطح تماس پایه و پی است. بنابراین لازم است به این سؤال پاسخ داد که در تحلیل دینامیکی سیستمهای نامتقارن لغزشی که نیروی مؤثر بر سطح لغزشی شامل دو مؤلفهٔ برشی و گشتاور پیچشی است، رابطهٔ بین این دو مؤلفهٔ نیرویی در هنگام لغزش چگونه است؟ بررسیهای انجام شده نشان می‌دهد که به کمک مدل مناسب و فرضهای ساده کننده، دسترسی به چنین معادلهٔ اثرات متقابل امکانپذیر است [۶].

یک روش حل مسئلهٔ سازهٔ متکی بر سطح لغزشی این است که سطح مورد نظر به هر شکلی که باشد به صورت لایه ای با ضخامت صفر فرض شود. سپس این لایه به تعداد محدودی اجزا تفکیک شود و هر یک از این اجزای سطحی به منزلهٔ یک ستون کوچک نسبتاً صلب با سختی جانبی بسیار زیاد (مثلاً از مرتبهٔ 10^3 برابر سختی جانبی سازهٔ اصلی) و با مقاومت برشی محدود در نظر گرفته شود [۹]. با این مدل به سادگی می‌توان یک سازهٔ متکی بر این اجزای سطحی را تحلیل کرد [۸]. از آنجا که حجم محاسبات در این حالت نسبتاً بالاست، سعی ما در این مقاله تعیین معادلهٔ منحنی تسلیم برای کل سطح لغزشی است تا حل سادهٔ مسئله امکانپذیر شود. در این مقاله صرفاً تکیه گاه مستطیلی بررسی می‌شود، واضح است که به طریق مشابه می‌توان برای شکلهای دیگر تکیه گاهی منحنی تسلیم مناسبی استخراج کرد.

برای دستیابی به راه حل ساده تر استفاده از منحنی تداخل تسلیم در حالت وجود دو مؤلفهٔ نیرو (یک مؤلفهٔ پیچشی و یک مؤلفهٔ برشی) و یا سطح تسلیم در حالت وجود سه مؤلفهٔ نیرو (یک مؤلفهٔ پیچشی و دو مؤلفهٔ برشی) می‌توان به کمک روش اجزای محدود برای یک شکل خاص سطح تماس، منحنی تداخل نیروها و یا منحنی تسلیم را محاسبه کرد. برای تحقیق این موضوع با انتخاب نسبتهای مختلف نیروها و افزایش مقدار ضریب این نیروها تا رسیدن به حالت لغزش (سیلان) در هر دور محاسبه به یکی از نقاط این منحنی دست پیدا می‌کنیم و این کار را تا رسیدن به تعداد کافی نقاط برای ترسیم منحنی ادامه می‌دهیم. خوشبختانه برای تکیه گاه لغزشی مستطیلی برای هر دو حالت تسلیم اولیه و تسلیم کامل در صورت مشخص بودن نسبت ابعاد می‌توان به راه حل بسته دست یافت. پس از تعیین سطح تسلیم می‌توان به کمک مبانی نظری

[DOR: 20.1001.1.22287698.1374.14.2.6.1]



شکل ۱ - سازهٔ سه بعدی متکی بر تکیه گاه لغزشی

پلاستیسیته [۱۱] ماتریس سختی دو مؤلفه ای پایه لغزشی را به دست آورد [۱۲]. آن گاه مسئلهٔ رفتار دینامیکی سازهٔ اصلی بر روی تکیه گاه لغزشی با ماتریس سختی غیر خطی را حل کرد.

۲- فرمولبندی معادلات سیستم

برای فرمولبندی معادلات دینامیکی یک سیستم سازه ای متکی بر پایه لغزشی با عدم انطباق مراکز سختی و جرم، مدل سازهٔ شکل (۱) را در نظر می‌گیریم. این مدل یک ساختمان نامتقارن با ۳ درجهٔ آزادی متکی بر یک پایه لغزشی است که در هنگام لغزش پایه، ۳ درجه آزادی اضافی در سیستم پدید می‌آید. سیستم سادهٔ ساختمان اصلی ممکن است حقیقتاً یک سیستم ۳ درجه آزادی بوده و یا نمایانگر یک سازهٔ چند طبقه با شرایط مشابه طبقات بر روی لایه لغزشی باشد که در مودهای اولیه خود ارتعاش میکند [۵]. چنین کاهش درجات آزادی با توجه به حالت ارتعاشی حاکم بر سازه‌های ایزوله، که عمدتاً در مودهای اولیه ارتعاشی خود حرکت می‌کنند، معقول به نظر می‌رسد. در بیان معادلات حرکت و حل آنها، فرضهای زیر مورد توجه قرار می‌گیرند:

ضریب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی یکسان‌اند.

رفتارسازه الاستیک خطی است.

پی ساختمان نسبت به زمین هیچ حرکت خطی، دورانی، و یا پیچشی ندارد.

پیچش فقط در اثر عدم تطابق مرکز جرم و مرکز سختی سازه پدید می‌آید.

حرکت زمین در محدودهٔ سطح پی یکنواخت و فاقد مؤلفهٔ پیچشی است.

برای سازهٔ شکل (۱) با درجات آزادی موجود، باجداگانه در نظر گرفتن جرم سازه و جرم پایه، معادلات حرکت دینامیکی چنین خواهند بود:

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}}^{t} + \underline{c}\dot{\underline{v}} + \underline{k}\underline{v} = \underline{0} \qquad (۱ - الف)$$

$$\underline{m}_b\ddot{\underline{v}}_s^{t} + \underline{F}_s - \underline{c}\dot{\underline{v}} - \underline{k}\underline{v} = \underline{0} \qquad (۱ - ب)$$

به طوری که در این معادلات $\underline{m}$، $\underline{c}$ و $\underline{k}$ به ترتیب ماتریسهای جرم، میرایی و سختی سازه و $\underline{v}$ بردار جابه‌جایی نسبی آن است. اندیس t برای کل و اندیس s برای سطح لغزشی به کار رفته است. $\underline{F}_s$ بردار نیروی مقاوم از طرف سطح، $\underline{m}_b$ ماتریس جرم پایه و $\underline{v}_s$ بردار جابه جایی سطح است. روابط زیر برقرار است:

$$\underline{v}^{t} = \underline{v} + \underline{v}_s^{t} \qquad (۲ - الف)$$

$$\underline{v}_s^{t} = \underline{v}_s + \underline{v}_g \qquad (۲ - ب)$$

با اعمال معادلات (۲) در معادلات (۱) خواهیم داشت:

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\dot{\underline{v}} + \underline{k}\underline{v} = -\underline{m}\ddot{\underline{v}}_s - \underline{m}\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۳ - الف)$$

$$(\underline{m} + \underline{m}_b)\ddot{\underline{v}}_s + \underline{F}_s = -\underline{m}\ddot{\underline{v}} - (\underline{m} + \underline{m}_b)\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۳ - ب)$$

بردار نیروی بازگردانندهٔ $\underline{F}_s$ یک بردار ناپایستار است. از این رو حل معادلات (۳) جز به روش افزایشی میسر نیست. شکل افزایشی معادلات (۳) چنین است:

$$\underline{m}\Delta\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\Delta\dot{\underline{v}} + \underline{k}\Delta\underline{v} = -\underline{m}\Delta\ddot{\underline{v}}_s - \underline{m}\,\Delta\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۴ - الف)$$

$$(\underline{m} + \underline{m}_b)\,\Delta\ddot{\underline{v}}_s + \Delta\underline{F}_s = -\underline{m}\Delta\ddot{\underline{v}} - (\underline{m} + \underline{m}_b)\,\Delta\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۴ - ب)$$

به طوری که

$$\Delta \underline{F}_s = \underline{k}_s \Delta \underline{v}_s \qquad (۵)$$

$\underline{k}_s$ ماتریس سختی مماس سطح است که بعداً معرفی می‌شود. $\underline{c}$ ماتریس میرایی سازهٔ اصلی است که به روش ریلی و یا از نسبتهای معین میرایی ارزیابی می‌شود. ماتریس میرایی سطح صفر فرض می شود.

برای حل معادلات (۴) روشهای عددی متعددی وجود دارد که در اینجا از الگوی شتاب خطی استفاده شده است [۷].

۳- وضعیت تسلیم سطح لغزشی

به منظور تعیین وضعیت تسلیم لغزشی برای تعیین ماتریس سختی پایه‌باید گفت، که سختی لایه در حالت غیر لغزشی نامحدود و در حالت لغزشی صفر است. تفکیک صریح حرکت دینامیکی سازهٔ متکی بر پایه لغزشی به دو فاز غیر لغزشی و لغزشی ایجاب می‌کند که برای این دوفاز از دو مجموعهٔ متفاوت معادلات حرکت استفاده شود که تا حدودی مفصل است. از این رو برای سهولت حل، برای سطح لغزشی از یک سختی بسیار بزرگ (مثلاً از مرتبهٔ ۱۰۳ برابرسختی سازهٔ اصلی) استفاده می‌شود. می‌توان باور داشت که چنین سختی زیادی در مقایسه با سختی سازه به سادگی می‌تواند جایگزین سختی نامحدود سطح لغزشی در حالت غیر لغزشی شود. اگر رفتار سطح به صورت الاستیک - پلاستیک فرض شود، با فرارسیدن حد پلاستیک به طور طبیعی سختی بسیار زیاد حالت الاستیک به سختی صفر حالت لغزشی تبدیل می‌شود.

ماتریس سختی سطح لغزشی در سه حالت متمایز زیر به سادگی محاسبه پذیر است.

حالت پیش از تسلیم اولیه: حالتی که ترازتنش برشی در هیچ نقطه ای از سطح لغزشی به تراز تنش لغزش نرسیده باشد. در این حالت، اگر ماتریس سختی پایه به عنوان ماتریس سختی الاستیک تلقی شده و با $\underline{k}_s^e$ نشان داده شود، می‌توان نوشت:

$$\underline{k}_s^e = \begin{bmatrix} k_x^e & & \\ & k_y^e & \\ & & k_t^e \end{bmatrix} \qquad (۶)$$

به طوری که

$$k_x^e = k_y^e = \int_A k\,dA = kA \ , \ k_t^e = \int_A r^2 k\,dA = kAr_G^2 \qquad (۷)$$

که k سختی واحد سطح لغزشی و r_G شعاع ژیراسیون این سطح است.

پیش از تعریف هر گونه معادلهٔ تسلیم لغزشی، نخست به تعریف تسلیم اولیه و تسلیم نهایی می‌پردازیم.

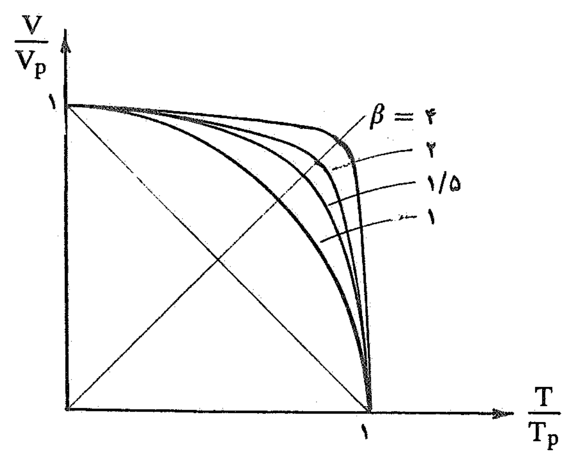
تسلیم اولیه، حالتی است که در اثر اعمال نیروهای پایه، در یک نقطه و یا به طور همزمان در چند نقطه سطح تسلیم صورت می‌گیرد.

تسلیم نهایی، حالتی است که در اثر اعمال نیروهای پایه، در کلیه نقاط سطح لغزشی تسلیم صورت می‌گیرد.

معادلهٔ تسلیم نهایی: در این حالت استخراج سطح تسلیم از روش اجزای محدود برای شکلهای مختلف سطح لغزشی امکانپذیر است [۹]. مشابه با کارکان وچوپرا[۶]. می‌توان منحنی تسلیم را چنین پیشنهاد کرد [۱۰].

$$f_{p(V,T)} = \left(\frac{V}{V_p}\right)^{2\alpha} + \left(\frac{T}{T_p}\right)^{2\beta} - 1 = 0 \qquad (۸)$$

به طوری که α و β ضرایب ثابتی هستند که مقدار آنها از یک تا هرمقدار بزرگی تغییر می‌کند. در حالت $\alpha = \beta = 1$ منحنی تسلیم به شکل دایره و به ازای $\alpha = \beta > 1$ این دایره به سوی کنجی که از ترسیم خطوط مماس در نقاط $x = 0$ و $y = 0$ حاصل می‌شود میل می‌کند، شکل (۲). در حالت $\alpha \neq \beta$ تقارن نسبت به نیمساز کنج اول از بین می‌رود.



شکل ۲ - منحنی تداخل V و T برای تسلیم کامل

[DOR: 20.1001.1.22287698.1374.14.2.6.1]

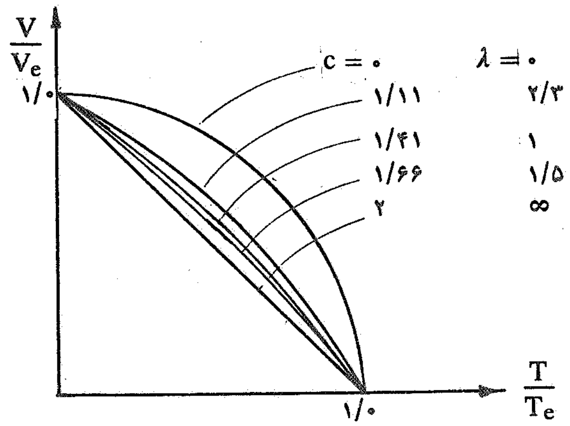
حالت بین تسلیم اولیه و تسلیم نهایی : معادلهٔ تسلیم اولیه را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$f_{e(V,T)} = \left(\frac{V}{V_e}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_e}\right)^2 + c\left(\frac{V}{V_e}\right)\left(\frac{T}{T_e}\right) - 1 = 0 \qquad (۹)$$

به طوری که V_e و T_e به ترتیب برش تسلیم و گشتاور تسلیم و c یک ضریب ثابت است (شکل ۳). بدیهی است که در فاصلهٔ تسلیم اولیه و تسلیم نهایی هنوز هم سختی لغزشی وجود خواهد داشت که ممکن است اثر آن را با معرفی یک پارامتر کار سختی κ درمعادلهٔ منحنی $f_{e(V\ ,\ T)} = 0$ منظور نمود [۱۱]. اما از آنجاکه ضریب سختی κ در مقایسه با سختی سازهٔ اصلی بسیار زیاد اختیار می‌شود، می‌توان گفت که با پلاستیک شدن بخشی از سطح لغزشی تغییر قابل توجهی در سختی آن نسبت به سختی سازهٔ اصلی پدید نمی‌آید. به عبارتی، وضعیت غیر لغزشی صلب کامل تا فرا نرسیدن تسلیم نهایی به خوبی جوابگوی این حالت نیز هست. بنابراین، برای سختی این حالت از همان معادلهٔ (۶) استفاده می‌شود. در صورتی که برخورد دقیقتری مورد نظر باشد، با توجه به یکسان بودن نیروی برشی پلاستیک V_p و نیروی برشی تسلیم V_e، می‌توان به سادگی به جای استفاده از مقدار T_p در معادلهٔ (۸)، که در حقیقت حالت حدی الاستیک - پلاستیک و یا وضعیت پلاستیک کامل را مشخص می‌کند، تنها تصحیحی در مقدار T_p انجام داد و از این معادله به عنوان معادلهٔ تسلیم استفاده کرد. یعنی به جای T_e و T_p و تمایز بین تسلیم اولیه و تسلیم نهایی از یک مقدار کاهش یافتهٔ T_p و تعیین یک منحنی تسلیم واقع بین این دو منحنی حقیقی بهره برد. روش تصحیح T_p علاوه بر اینکه ممکن است بستگی به شکل و تراز بار اعمالی به پایه داشته باشد، به شکل پایه نیز وابسته است. برای تعیین دقیق آن می‌توان به روش اجزای محدود عمل کرد.

۴- محاسبهٔ ماتریس سختی پایه

با معرفی ماتریسهای سختی الاستیک $\underline{k}^e_s$ و سختی تصحیح کنندهٔ $\underline{k}^c_s$ برای سطح لغزشی سیستم شکل (۱) امکان انجام حل دینامیکی این سیستم میسر می‌شود. دقت چنین حلی در گروی انتخاب صحیح سطح تسلیم لغزشی است. مطالعات اجزای محدود انجام گرفته برروی تکیه گاههای لغزشی با نسبت ابعادی $\frac{b}{a}$ واقع در



شکل ۳ - منحنی تسلیم اولیه پایه صلب لغزشی بر حسب مقادیر مختلف نسبت ابعاد

محدودهٔ کاربرد اکثر تکیه گاهها نشان می‌دهد که فرض معادلهٔ (۸) برای سطح تسلیم این گونه پایه‌ها یک فرض مناسب است [۱۰]. برای دسترسی به این معادله، فرضهای زیر در ارائه مدل اجزای محدود مورد توجه بوده است.

وزن‌سیستم‌به‌طوریکنواخت‌برروی‌لایه‌لغزشی‌توزیع شده است.

تماس بین لایه لغزشی و سازه همواره برقرار است.

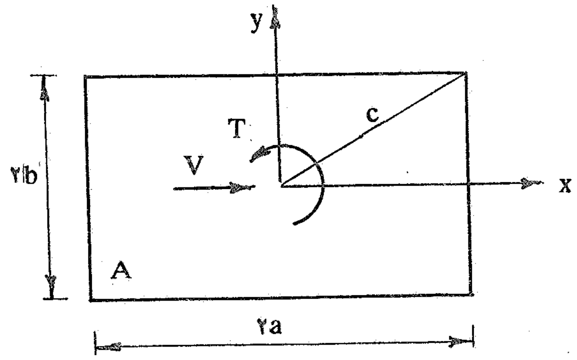
نیروی برشی موجود در مرکز جرم پایه به نسبت وزن تحمیلی روی سطح هر یک از اجزا بین آنها تقسیم می‌شود.

پیش از آغاز تسلیم لایه لغزشی، مقدار تنش برشی ناشی از اثر گشتاور پیچشی بر روی هر المان متناسب با فاصلهٔ شعاعی آن المان از مرکز سطح بوده و راستای آن عمود بر این شعاع است.

با تمرکز مطالعه روی وضعیتی که خروج از مرکزی e_x صفر است، یعنی سازه نسبت به محور y متقارن باشد، و حرکت زلزله در راستای x اعمال شود، نیروهای مؤثر بر مرکز سطح برشی دو نیروی برشی $V = V_x$ و گشتاور پیچشی T خواهد بود (شکل ۴). مقدار حدی الاستیک این کمیتها به ترتیب با V_e و T_e و مقدار پلاستیک آنها با V_p و T_p نشان داده می‌شود. در ضمن، معادلات (۹) و (۸) که به ترتیب در شکلهای ۳ و ۲ رسم شده‌اند، برای تعیین وضعیت تسلیم اولیه و تسلیم نهایی به کار می‌روند. گفتنی است که در این معادلات V_e و V_p یکسان هستند و چنین محاسبه می‌شوند:

$$V_e = V_p = \mu W \qquad (۱۰)$$

[DOR: 20.1001.1.22287698.1374.14.2.6.1]



شکل ۴ - سطح لغزشی تحت اثر نیروی برشی V و گشتاور پیچشی T

به طوری که μ ضریب اصطکاک و W وزن کل است. گشتاور پیچشی حدی الاستیک T_e به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_e = \int_A r\tau dA \qquad (۱۱)$$

مشروط بر اینکه تنش برشی ماکزیمم به مقدار تنش حدی $\tau_\circ$ انتخاب شود. مقدار T_e برای شکلهای نامنظم به روش اجزای محدود [۹] و برای شکلهای منظم به صورت تحلیلی محاسبه‌پذیر است. مثلاً برای یک سطح مستطیلی با مشخصات شکل (۴) داریم [۱۰]:

$$T_e = \frac{\tau_\circ}{c}\frac{4}{3}a^4\lambda(1+\lambda^2) \qquad (۱۲)$$

که در آن $2c = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2}$ قطر مستطیل و $\lambda = b/a$ نسبت اضلاع آن است. همچنین برای محاسبهٔ گشتاور پیچشی پلاستیک می‌توان چنین عمل کرد:

$$T_p = \int_A r\tau_\circ dA \qquad (۱۳)$$

که در آن $\tau_\circ$ تنش برشی تسلیم است. مقدار T_p برای یک مقطع مستطیلی چنین است:

$$T_p = \frac{2}{3}\tau_\circ a^3 \left\{ \lambda\left(\frac{\sin\theta_\circ}{\cos^2\theta_\circ} + \ln\frac{1+\tan\theta_\circ/2}{1-\tan\theta_\circ/2}\right) + \left(\frac{\sin\theta'_\circ}{\cos^2\theta'_\circ} + \ln\frac{1+\tan\theta'_\circ/2}{1-\tan\theta'_\circ/2}\right) \right\} \qquad (۱۴)$$

به طوری که $\tan\theta'_\circ = \frac{b}{a}$ است.

رفتارغیرلغزشی خطی پایه: به حالتی اطلاق می‌شود که پایه در شرایطی باشد که در هیچ نقطهٔ آن تنش تسلیم به مقدار تنش حدی نرسیده باشد. در این حالت سختی پایه ثابت و شرط زیر برقرار است:

$$\left(\frac{V}{V_e}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_e}\right)^2 + c\left(\frac{V}{V_e}\right)\left(\frac{T}{T_e}\right) < 1 \qquad (۱۵)$$

رفتارغیرلغزشی غیرخطی پایه: به حالتی گفته می‌شود که در نقطه یا نقاطی از پایه، تنش برشی به مقدار تنش تسلیم $\tau_\circ$ برسد. در این حالت، سختی پایه تغییر می‌کند و شرایط زیر برقرار است:

$$\left(\frac{V}{V_e}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_e}\right)^2 + c\left(\frac{V}{V_e}\right)\left(\frac{T}{T_e}\right) \geq 1 \qquad (۱۶ - الف)$$

$$\left(\frac{V}{V_p}\right)^{2\alpha} + \left(\frac{T}{T_p}\right)^{2\beta} < 1 \qquad (۱۶ - ب)$$

منحنی تداخل V و T در حالت تسلیم اولیه (معادلهٔ ۱۶ - الف با علامت تساوی) در شکل (۳) برای یک چهارم مقطع رسم شده است. تقارن نسبت به هر محور برقرار است. در این فاز حرکتی باید گفت که چون مقدار k برای سطح لغزشی بسیار زیاد انتخاب شده است، بنابراین با وجود تسلیم قسمتی از سطح، از آنجا که با شرایط عدم وقوع لغزش مواجه ایم می‌توان این فاز حرکتی را از دیدگاه تأثیر گذاری بر جوابها با فاز حرکتی قبلی یکسان گرفت و تغییری در سختی پایه منظور نکرد.

می‌توان نشان داد که پارامتر c کاملاً تابع نسبت b/a است. این وابستگی را به صورت زیر می‌نویسیم [۱۰]:

$$c = 2b/\sqrt{b^2 + a^2} = 2\lambda/\sqrt{1+\lambda^2} \qquad (۱۷)$$

در این معادله، $\lambda = b/a$ است.

رفتارلغزشی پایه: هنگامی وجود دارد که مؤلفه‌های نیرویی پایه معادلهٔ تسلیم را ارضا کنند. این معادله که در حالت کلی به شکل ترسیمی قابل نمایش است، در حالت سطح لغزشی مستطیلی با توجه به نتایج استخراج شده از روش اجزای محدود به شکل معادلهٔ

(۱۶ - ب) ارائـه پذیر است. ضرایب α و β تابعی از نسبت ابعادی $\lambda = \frac{b}{a}$ هستند که به روش کوچکترین مربع خطا از مقایسهٔ معادلهٔ (۱۶ - ب) و نتایج عددی تعیین می‌شوند.

در حالت لغزشی، ماتریس سختی پایه از اصول پلاستیسیته محاسبه می‌شود. این ماتریس برای دو درجه آزادی حرکت خطی و لغزشی به صورت زیر است:

$$\underline{k}_s^{ep} = \underline{k}_s^{e} - \underline{k}_s^{e} \qquad (۱۸)$$

که $\underline{k}_s^e$ ماتریس سختی الاستیک (غیرلغزشی) سطح لغزشی و $\underline{k}_s^c$ ماتریس تصحیح کنندهٔ سطح لغزشی است. ماتریس $\underline{k}_s^e$ با حذف سطر و ستون دوم ماتریس معادلهٔ (۶) و ماتریس $\underline{k}_s^e$ به صورت زیر ارائه می‌شود(به پیوست مراجعه شود):

$$\underline{k}_s^c = \frac{1}{D}\begin{bmatrix} k_1^2 k_2^2 & k_1 k_2 k_t \\ k_2 k_1 k_t k & k_2^2 k_t^2 \end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

به طوری که

$$D = k_1^2 k + k_2^2 k_t \qquad (۲۰)$$

$$k_1 = \frac{1}{V_p}\left(2\alpha \frac{V^{2\alpha - 1}}{V_p}\right)$$
$$k_2 = \frac{1}{T_p}\left(2\beta \frac{T^{2\beta - 1}}{T_p}\right) \qquad (۲۱)$$

۵- تعیین وضعیت پایه

با حل معادلات حرکت (۴) در هر فاصلهٔ زمانی Δt که منجر به دستیابی به مؤلفه‌های جابجایی می‌شود و محاسبهٔ ΔF_s به کمک معادلهٔ (۵)، به سادگی می‌توان به تعیین بردار نیروی مقاوم $\underline{F}_s$ اقدام کرد. با استفاده از مقادیر لحظه ای V و T که از بردار $\underline{F}_s$ استخراج می‌شوند و محاسبهٔ تابع تسلیم معادلهٔ (۱۸) به ازای این مقادیر محاسبه شده، دو حالت زیر ممکن است تحقق یابد:

(۲۲ - الف) فازغیرلغزشی $\quad f_{p(V,T)} < 0$

(۲۲ - ب) فاز لغزشی $\quad f_{p(V,T)} = 0$

بدیهی است وضعیتی که دقیقاً تابع f_p صفر شود به ندرت اتفاق می‌افتد. از این رو فاز لغزشی وقتی در جریان است که در حقیقت مقدار f_p از محاسبه مساوی یا بزرگتر از صفر شود. هرگاه معادلهٔ (۲۲ - الف) برقرار باشد، محاسبات قدم جدید زمانی به همان روال محاسبات قدم قبلی با ماتریس سختی $\underline{k}_s^e$ ادامه می‌یابد. در صورتی که معادلهٔ (۲۲ - ب) تحقق یابد، محاسبات قدم جدید زمانی به همان روال محاسبات قدم قبلی، اما با ماتریس سختی $\underline{k}_s^{ep}$ که در معادلهٔ (۱۹) ارائه شد، صورت می‌گیرد.

هر گاه سطح لغزشی در آغاز قدم زمانی در حالت لغزشی باشد، با انجام محاسبات و تکمیل قدم زمانی به نحوی که توضیح داده شد وضعیت جدید پایه پس از تعیین نمو کار پلاستیک (لغزشی) ΔW^p مشخص می‌شود. نمو کار پلاستیک چنین تعریف می‌شود:

$$\Delta W^p = \underline{F}_s^T \, \Delta \underline{v}_s^p \qquad (۲۳)$$

به طوری که $\Delta \underline{v}_s^p$ نمو جابه جایی پلاستیک است و از معادلهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta \underline{v}_s^p = \Delta \underline{v}_s - (\underline{k}_s^e)^{-1} \Delta \underline{F}_s \qquad (۲۴)$$

هر گاه محاسبات انجام شده مقدار ΔW^p را مثبت نشان دهد، رفتار سیستم ادامهٔ همان رفتار لغزشی است. اگر ΔW^p منفی شود، مؤید آن است که سیستم از حالت رفتار لغزشی به رفتار غیر لغزشی تغییر فاز می‌دهد. در این صورت برای اطمینان از اینکه وضعیت جدید یک وضعیت غیر لغزشی است و یا وضعیت لغزشی متضاد با وضعیت قبلی، لازم است تابع پلاستیک f_p محاسبه شود.

۶- ارائهٔ مثال و ارزیابی دقت روش سطح تسلیم

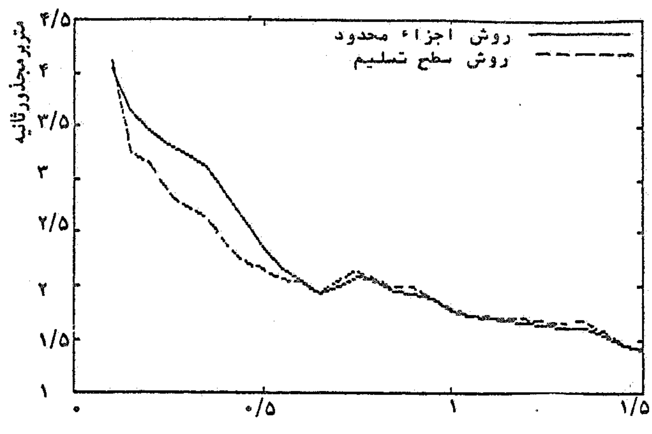
برای نشان دادن دقت روش سطح تسلیم، طیفهای پاسخ یک سازهٔ پیچشی به کمک این روش و با تابع تسلیم f_p به ازای $\alpha = \beta = 1$ در شکلهای (۵ تا ۹) ارائه شده است. مثال ارائه شده از همان مثال مرجع [9] و تابع تحریک پایه مؤلفهٔ شمالی - جنوبی شتابنگاشت السنترو انتخاب شده است. ویژگیهای سیستم انتخاب شده در زیر آمده است:

$$a = ۱۰\mathrm{m}, \lambda = \frac{b}{a} = ۱, \mu = ۰/۱, \frac{m_t}{m_b} = ۴, \frac{e_y}{r} = ۰/۲$$

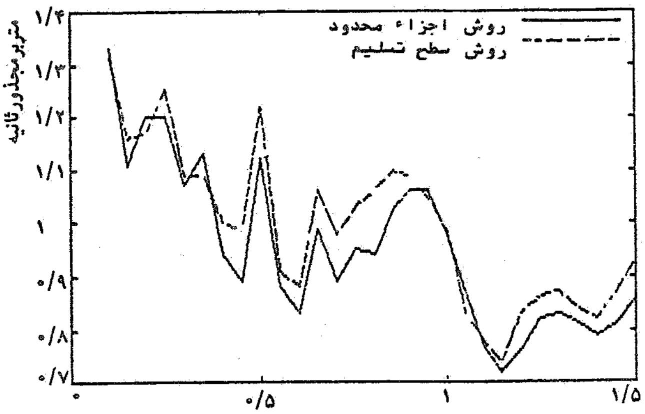
در شکل (۵) شتاب ماکزیمم مطلق جرم فوقانی یا جرم اصلی بر حسب پریود راستای x سازهٔ متقارن نظیر رسم شده است. روی همین شکل طیف مشابهی نشان داده شده که از روش اجزای محدود محاسبه شده است. همان گونه که می‌بینید، اختلاف این دو طیف، جز در پریودهای کوتاه، بسیار ناچیز است. این در حالی است که در روش سطح تسلیم حجم محاسبات کامپیوتری بسیار کمتر از روش اجزای محدود است. در شکل (۶) طیف شتاب ماکزیمم پیچشی به دو روش مذکور رسم شده است. مجدداً مشاهده می‌شود که اختلاف این دو طیف بسیار ناچیز است. شکل (۷) طیف ماکزیمم جابه جایی لغزشی جانبی و شکل (۸) طیف ماکزیمم جابه‌جایی لغزشی پیچشی را نشان می‌دهند که به هر دو روش ترسیم شده‌اند. در هر دو شکل، به ویژه شکل (۷)، اختلاف بین دو روش محاسبه بسیار کم است.

۷- نتیجه گیری

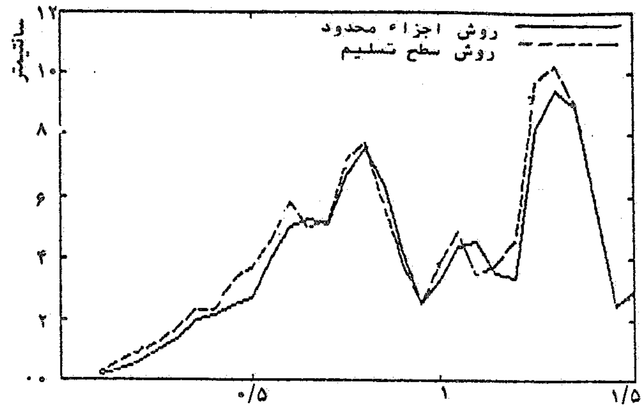
برای تحلیل سریعتر سیستمهای نامتقارن متکی بر تکیه گاه لغزشی، روش سطح تسلیم معرفی شده است. با معرفی منحنیهای



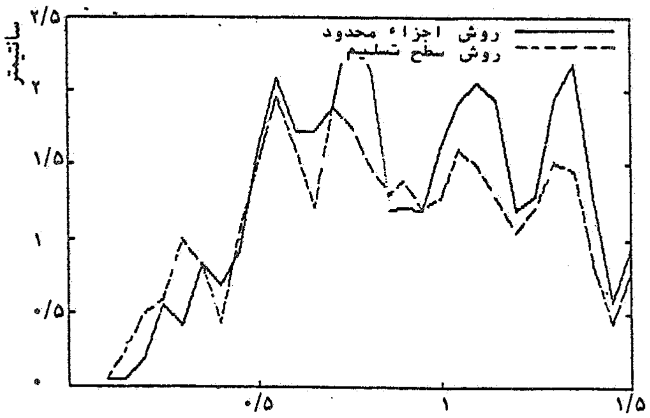
شکل ۵ - شتاب مطلق جانبی ماکزیمم جرم فوقانی



شکل ۶ - شتاب مطلق پیچشی ماکزیمم جرم فوقانی



شکل ۷ - جابه‌جایی لغزشی جانبی ماکزیمم



شکل ۸ - جابه‌جایی لغزشی پیچشی ماکزیمم

تسلیم اولیه و نهایی و مطالعه بر روی آنها نتیجه می‌شود که به طور کلی منحنی تسلیم اولیه برای پایه‌های مستطیلی به شکل لوزی است و شکل منحنی تسلیم نهایی برای پایه‌های مستطیلی به نسبت اضلاع پایه بستگی دارد. با بیان تقریبی منحنی تسلیم پایه در حالتی بین تسلیم اولیه و نهایی به کمک یک معادلهٔ ریاضی، معیار تسلیم پایه لغزشی معرفی و در تحلیل دینامیکی سیستم از آن استفاده شده است. با تحلیل دینامیکی سیستم لغزشی به کمک معیار فوق، نتایج قابل مقایسه ای با نتایج حاصل از روش اجزای محدود استخراج شده است. برنامهٔ کامپیوتری وز مان محاسباتی لازم برای این مدل در مقایسه با مدلی که قبلاً معرفی شده [۸ و ۹] بسیار ساده تر و اجرای آن سریعتر است.

پیوست تعیین ماتریس سختی تصحیح کننده

ابتدا مؤلفه‌های جابه‌جایی سطح لغزشی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$dv_s = dv_s^e + dv_s^p$$

$$d\theta = d\theta^e + d\theta^p$$

یا

$$\begin{bmatrix} dv_s \\ d\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dv_s^e \\ d\theta^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dv_s^p \\ d\theta^p \end{bmatrix} \qquad (پ - ۱)$$

$$d\underline{v}_s = d\underline{v}_s^e + d\underline{v}_s^p$$

که اندیس e برای الاستیک و اندیس p برای پلاستیک است. از طرفی می‌توان نوشت:

$$d\underline{v}_s^e = \underline{k}^{e^{-1}} d\underline{F}_s \qquad (پ - ۲)$$

$$d\underline{v}_s^{\,p} = d\lambda\,(\partial f/\partial \underline{F}_s) \qquad (پ - ۳)$$

به طوری که f مطابق زیر تعریف می‌شود و $d\lambda$ ضریب محاسبهٔ جابه‌جایی پلاستیک است:

$$f = \left(\frac{V}{V_p}\right)^{۲\alpha} + \left(\frac{T}{T_p}\right)^{۲\beta} - ۱ = ۰$$

با جاگذاری معادلات (پ - ۳) و (پ - ۲) در معادلهٔ (پ - ۱) نتیجه می‌شود:

$$d\underline{v} = \underline{k}^{e^{-1}} d\underline{F}_s + d\lambda\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right) \qquad (پ - ۴)$$

همچنین

$$\frac{\partial f^T}{\partial \underline{F}_s} = < ۲\alpha \frac{V^{۲\alpha - ۱}}{V_p}\frac{۱}{V_p} \quad ۲\beta \frac{T^{۲\beta - ۱}}{T_p}\frac{۱}{T_p} > \qquad (پ - ۵)$$

با پیش ضرب معادلهٔ (پ - ۴) در $\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e$ داریم:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e d\underline{v} = \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T d\underline{F}_s + d\lambda \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right) \qquad (پ - ۶)$$

همچنین

$$f = ۰ \Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T d\underline{F}_s = ۰ \qquad (پ - ۷)$$

با جاگذاری معادلهٔ (پ - ۷) در معادلهٔ (پ - ۶) و حل آن برای $d\lambda$ نتیجه می‌گیریم:

$$d\lambda = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e d\underline{v}}{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)} \qquad (پ - ۸)$$

بنابراین اگر از معادلهٔ (پ - ۸) در معادلهٔ (پ - ۴) استفاده شود، خواهیم داشت:

$$d\underline{v} = \underline{k}^{e^{-1}} d\underline{F}_s + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T}{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)} \underline{k}_p d\underline{v}$$

پس

$$d\underline{F}_s = \left\{ \underline{k}^e - \underline{k}^e \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e}{\left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)^T \underline{k}^e \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{F}_s}\right)} \right\} d\underline{v}$$

یا

$$d\underline{F}_s = \underline{k}^e d\underline{v} - \underline{k}^c d\underline{v} \qquad (پ - ۹)$$

به طوری که $\underline{k}^c$ ماتریس تصحیح کننده است و به صورت زیر نوشته‌می‌شود:

$$\underline{k}^c = \frac{1}{D}\begin{bmatrix} \left[k\frac{1}{V_p}2\alpha(\frac{V}{V_p})^{2\alpha-1}\right]^2 & kk_t\left[\frac{1}{V_p}2\alpha(\frac{V}{V_p})^{2\alpha-1}\frac{1}{T_p}2\beta(\frac{T}{T_p})^{2\beta-1}\right] \\ kk_t\left[\frac{1}{T_p}2\beta(\frac{T}{T_p})^{2\beta-1}\frac{1}{V_p}2\alpha(\frac{V}{V_p})^{2\alpha-1}\right] & \left[k_t\frac{1}{T_p}(2\beta\frac{T}{T_p})^{2\beta}\right]^2 \end{bmatrix} \qquad (\text{پ} - ۱۰)$$

که در آن :

$$D = k\left[\frac{1}{V_p}2\alpha(\frac{V}{V_p})^{2\alpha-1}\right]^2 + k_t\left[\frac{1}{T_p}2\beta(\frac{T}{T_p})^{2\beta-1}\right]^2$$

مراجع

1. Westermo, B., and Udvadia, F., "Periodic Response of a Sliding Oscilator System to Harmonic Excitation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*", Vol. 11, pp. 135-146, 1983.
2. Mostaghel, N., Hejazi, M., and Tankabuchi, J., "Response of Sliding Structures to harmonic Support Motion," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*", Vol. 11, pp. 355-366, 1983.
3. Mostaghel, N., and Takabuchi, J., "Response of Sliding Structure to Earthquake Support Motion," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*", Vol. 11, pp. 729-248, 1893.
4. Yong, Y-B., Lee, T.-Y., and Tsai, I.-C., "Response of Multidegree of Freedom Structures with Sliding Supports," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*", Vol. 19, pp. 739-752, 1990.
5. Lee, D. M., "Base Isolation for Torsion Reduction in Asymmetric Structures under Earthquake Loading," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*", Vol. 8, pp. 349-359, 1980.
6. Kan, C. I., and Chopra, A. K., "Linear and Nonlinear Earthquake Responses of Simple Torsionally Coupled Systems," Report No. UCB/EERC - 79 /03, Earthquake Engineering Research Center, University of California, California, Feb. 1979.
7. Clough, R. W., and Penzien, J., *Dynamics of Structures,* McGraw-Hill, New York, 1975.

۸. سـعادت‌پور، م. م.، فـلاح، ن.، *"تحلیل دینامیکی سازه‌های نامتقارن متکی بر تکیه گاه لغزشی"*، کنگرهٔ بین المللی روشهای محاسباتی در مهندسی، جلد سوم، شیراز ۱۲-۱۶ اردیبهشت ۱۳۷۲.

۹. فلاح، ن.، "تحلیل دینامیکی سازه‌های نامتقارن متکی بر تکیه گاه لغزشی"، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۰.

۱۰. سعادت‌پور، م. م.، بررسی منحنیهای تداخل یک پایه لغزشی، در دست نگارش.

11. Mendelson, A., *Plasticity, Theory and Applications*, Mc Millan Company, New York, 1968.
12. Meek, J. L., *Computer Methods in Structural Analysis,* E & FN SPON, 1991.